

**ВІДГУК**  
офіційного опонента на дисертацію  
**УВАРОВА Дмитра Вячеславовича**  
**«Суперсиметричні моделі спінових частинок**  
**і струн у викривлених та твісторних просторах»**  
представлену на здобуття наукового ступеня доктора  
фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика

Значний інтерес до проблема побудови фундаментальної теорії, яка об'єднала б всі відомі взаємодії матерії, включаючи гравітаційну, спостерігається протягом останнього століття, починаючи з робіт Т. Калуци і О. Клейна, в яких було запропоновано сценарій об'єднання відомих та той час гравітаційної та електромагнітної взаємодій у п'ятимірному просторі-часі. З розвитком експериментальної фізики та відкриттям суб'ядерних слабкої і сильної взаємодій зазнала змін сама постановка проблеми створення об'єднаної теорії. У 60-70-х роках минулого століття значним досягненням на шляху до розв'язання даної проблеми стала побудова Стандартної моделі електрослабкої і сильної взаємодій на основі апарату квантової теорії поля. Експериментальне виявлення всіх її фундаментальних складових успішно завершилось відкриттям бозона Хіггса у 2012 році. Однак, Стандартна модель не враховує гравітаційну взаємодію і не є замкненою теорією, оскільки включає низку параметрів, значення яких визначаються експериментально.

Останні півстоліття фізиками-теоретиками активно розробляється на основі теорії струн принципово новий підхід до об'єднання всіх взаємодій. У цій теорії ідея Калуци-Клейна про додаткові розмірності простору-часу поєднується з концепціями релятивістських струн і бран та суперсиметрією. Протяжна природа базових складових теорії струн має на меті подолати проблему ультрафіолетових розбіжностей квантової теорії поля, які виникають через припущення про точковоподібність частинок. У теорії гравітації Ейнштейна такі розбіжності виявляються неренормовними за допомогою теоретико-польових методів. Суперсиметрія дозволяє з єдиних позицій описувати бозонні і ферміонні осциляційні моди струн, які ототожнюються з частинками у теорії поля, та забезпечує скорочення квантових аномалій.

Добре відомий й підхід до побудови квантової теорії гравітації та об'єднання її з іншими взаємодіями на основі теорії твісторів Р. Пенроуза. У цій теорії фундаментальну роль відіграє простір твісторів, в той час як поняття простору-часу є похідним. Одним із проявів цього є реалізація просторово-часових координат як складених із добутків компонентів твісторів.

Останнім часом завдяки застосуванню у теорії струн голографічного принципу вдалося досягти деякого прогресу у побудові квантової теорії гравітації у суперпросторах анти-де Сіттера. Це зумовлено широкими групами симетрії цих просторів, які реалізуються як суперсиметричні узагальнення конформної симетрії їх межових просторів Мінковського. Зокрема, активно досліджується голографічний опис теорії гравітації в  $AdS_5 \times S^5$  суперпросторі за

допомогою суперконформної теорії Янга-Міллса у чотиривимірному просторі на його межі, а також голографічний опис теорії гравітації в  $AdS_4 \times CP^3$  суперпросторі в рамках суперконформної теорії Черна-Саймонса у чотиривимірному просторі на межі чотиривимірного простору анти-де Сіттера  $AdS_4$ . Той факт, що конформна симетрія лежить в основі теорії твісторів та її суперсиметричних розширень, стимулює інтерес до застосування твісторних методів для розробки голографічного формулювання квантової гравітації на основі теорії струн. Саме такі застосування вивчаються у дисертації Уварова Д.В.

Здобувачем запропоновані та досліджені як нові моделі релятивістських частинок і струн, так і нові формулювання відомих моделей у просторах Мінковського, анти-де Сіттера, відповідних твісторних просторах та їх суперсиметричних узагальненнях. Дисертаційне дослідження виконувалось в рамках низки тем фундаментальних досліджень Інституту теоретичної фізики ім. О.І. Ахієзера ННЦ «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України. Тому тема дисертаційної роботи Уварова Д.В. безперечно є актуальнюю, а її результати представляють інтерес для розвитку теорії гравітації та квантової теорії поля.

Дисертація складається із анотації, вступу, чотирьох розділів основної частини, висновків, переліку використаної літератури, який включає 371 джерело, 13 таблиць та додатку, в якому наведені публікації за темою роботи та дані про апробацію результатів; повний обсяг дисертації 378 сторінок.

У вступі представлений огляд літератури, відображені актуальність, мета і задачі дисертаційної роботи, новизна одержаних результатів та їх значення.

У розділі 1 розглядається лагранжева і гамільтонова динаміка та симетрії моделі суперструни в  $AdS_4 \times CP^3$  суперпросторі у різних калібруваннях для локальних симетрій її дії. Автором використовується реалізація супергрупи симетрії даного суперпростору як суперконформної. Це дозволяє виділити з набору координат  $AdS_4 \times CP^3$  суперпростору координати межового суперпростору Мінковського без додаткового перетворення, що є зручним у застосуванні до голографічному опису теорії струн у даному суперпросторі. Найбільш важливим результатом цього розділу вважаю одержання виразів для лагранжіана та гамільтоніана суперструни у запропонованому автором калібруванні світлового конуса. Це дає можливість порівняти спектр енергій збуджених станів суперструни зі спектром конформних розмірностей відповідних операторів у суперконформній теорії Черна-Саймонса з метою перевірки справедливості голографічного опису.

У розділі 2 досліджуються рівняння суперструни в  $AdS_4 \times CP^3$  суперпросторі у різних секторах та динамічних режимах. Ці рівняння представляють собою надзвичайно складну систему нелінійних диференційних рівнянь другого порядку у частинних похідних. Їх складна структура обумовлена тим, що  $AdS_4 \times CP^3$  суперпростір не є супергруповим многовидом, як, наприклад,  $AdS_5 \times S^5$  суперпростір, який включає 8 координат, які не є параметрами при генераторах суперсиметрій з супергрупи симетрії  $AdS_5 \times S^5$  суперпростору. Встановлення інтегровності рівнянь  $AdS_4 \times CP^3$  суперструни

дозволило б застосувати відомі методи дослідження двовимірних інтегровних моделей. Однак, універсального методу доведення інтегровності систем диференційних рівнянь досі не існує. Розроблений для доведення інтегровності рівнянь суперструни в  $AdS_5 \times S^5$  суперпросторі теоретико-груповий підхід потребує істотної модифікації для врахування внеску негрупових координат  $AdS_4 \times CP^3$  суперпростору до рівнянь суперструни. Тому проблема доведення їх інтегровності досі залишається відкритою, незважаючи на деякі результати, одержані на шляху до її розв'язання. У цьому розділі дисертації досліджуються більш прості системи нелінійних рівнянь. А саме, знайдено представлення у формі нульової кривизни для рівнянь  $AdS_4 \times CP^3$  суперструни у запропонованому автором частковому калібруванні каппа-симетрії, в якому залишаються 2 з восьми негрупових координат. Також доведено інтегровність рівнянь безмасової суперчастинки в  $AdS_4 \times CP^3$  суперпросторі. Ця модель є границею нульового натягу суперструни. Отримані результати можуть бути узагальнені на більш складні сектори динаміки  $AdS_4 \times CP^3$  суперструни й вказують на інтегровність її рівнянь у загальному випадку.

Розділ 3 присвячено вивченю формулювань моделей суперструн з натягом у супервісторних просторах. Необхідно передумовою для цього є введення до відомих формулювань суперструн Гріна-Шварца листкових полів з комутуючими компонентами, які є спінорами накривних груп відповідних просторово-часових лоренцевих груп. Такі формулювання, в яких ці спінорні поля є елементами базису у спінорному просторі, були розроблені в роботах О.О. Желтухіна зі співавторами. Вони розвивають геометричний підхід Лунда-Редже-Омнеса до опису струн як двовимірних поверхонь, вкладених у простір-час. У підрозділах 3.2 та 3.3 лагранжіани суперструн у 4-, 6- та 10-вимірних суперпросторах Мінковського, які включають зазначені спінорні змінні, було виражено через супервістори. При цьому у 4-вимірному суперпросторі супервісторне формулювання включає компоненти супервісторів, які є відомим суперсиметричним узагальненням твісторів Пенроуза. В той же час супервістори, які входять до лагранжіанів суперструн у вищих розмірностях, реалізують спінорні представлення відповідних суперконформних груп. Здобувачем проаналізовано властивості таких супервісторів та знайдено в'язі, які дозволяють виразити їх компоненти через суперпросторові координати, що необхідно для встановлення відповідності між супервісторними і суперпросторовими формулюваннями суперструн. Крім цього у підрозділах 3.2 та 3.3 введені нові супервісторні моделі струн з натягом, які узагальнюють відомі супервісторні формулювання безмасових суперчастинок та суперструн з нульовим натягом. У підрозділі 3.4 супервісторне формулювання моделі суперструни у 10-вимірному суперпросторі проаналізовано як гамільтонову систему з в'язями, знайдено вирази для в'язей першого і другого роду в термінах компонентів супервісторів та обчислено дужки Дірака в'язей першого роду. Значення цих результатів полягає у тому, що вони відкривають можливість для з'ясування ролі спінорних полів у скороченні аномалій в моделях суперструн і визначення критичної розмірності простору-часу. Крім того розроблені супервісторні формулювання суперструн у суперпросторах

Мінковського можуть бути узагальнені на викривлені суперпростори, в тому числі  $AdS_5 \times S^5$  та  $AdS_4 \times CP^3$ , в яких активно досліджується голографічний опис суперстрон.

У розділі 4 досліджуються супертвісторні формулювання для (супер)частинок у (супер)просторі анти-де Сіттера. Інтерес до вивчення таких моделей пояснюється їх більш простою структурою порівняно із суперстронами з натягом. Також особливістю (супер)твісторних формулювань є лінійна реалізація глобальних симетрій (супер)просторів анти-де Сіттера. У цьому розділі запропоновано нове твісторне формулювання масивної частинки у 5-вимірному просторі анти де Сіттера, яке включає всі 4 базисні  $Spin(1,4)$  спінори та зводиться до відомого раніше формулювання після розв'язання частини в'язей для цих спінорів. Також у результаті квантування даної моделі знайдено нове представлення для хвильової функції скалярної частинки у просторі амбітвісторів. Автором було узагальнено ці результати на випадок суперчастинки в  $AdS_5 \times S^5$  суперпросторі та встановлено зв'язок між її суперпросторовим та супертвісторними формулюваннями, в яких лагранжіан є квадратичним за супертвісторами, і вперше проведено квантування даної моделі у 4-супертвісторному формулюванні. У другій частині розділу 4 розглядається інший підхід до лінеаризації симетрій простору анти-де Сіттера, в якому його реалізовано як проективний багатовид, параметризований однорідними координатами. Цей підхід бере свій початок з відомих робіт Дірака, в яких досліджувались польові рівняння у просторах Мінковського та (анти-)де Сіттера як підбагатовидах пласких просторів із додатковими вимірами. Такий підхід виявляється найбільш пристосованим для формулювання моделей із суперсиметрією на світовій лінії частинки чи світовому листку струни. У підрозділі 4.5 запропоновано нове формулювання безмасової спінової частинки у просторі анти-де Сіттера у такій реалізації. В результаті квантування даної моделі здобуто різні представлення рівняння Дірака для хвильової функції частинки зі спіном  $\frac{1}{2}$  у просторі анти-де Сіттера. Знайдено розширення запропонованого формулювання на випадок взаємодії спінової частинки із зовнішніми калібрувальними полями. Модель безмасової спінової частинки узагальнено на випадок спінової струни з нульовим натягом. Автором розроблено лагранжів та гамільтонів підходи до опису її класичної динаміки. Проаналізовано калібрувальні симетрії її дії та використано упорядкування операторів змінних фазового простору та духів, при якому відсутні аномалії у квантovій алгебрі генераторів калібрувальних симетрій у просторі анти-де Сіттера довільної розмірності. Такий висновок узгоджується з відомими результатами робіт I.Бандоса та О.Желухіна, в яких було доведено відсутність аномалій в моделях (супер)строн та бран у (супер)просторах Мінковського. В цілому результати розділу 4 демонструють на прикладі спрощених моделей ефективність підходів, в яких лінійно реалізовані симетрії (супер)просторів анти-де Сіттера, тому видається важливим їх узагальнення на випадок суперстрон з натягом у цих суперпросторах.

Такими є основні результати дисертаційної роботи Уварова Д.В. Слід зазначити, що вони відносяться до надзвичайно складної галузі теоретичної

фізики – теорії струн, в який робиться спроба вирішити давню проблему об'єднання принципів загальної теорії відносності та квантової механіки. Автором отримані нові та вагомі результати як при вивчені спрощених моделей, так і складних моделей суперструн, зокрема, в  $AdS_4 \times CP^3$  суперпросторі. Здобуті результати є без сумніву актуальними, вони опубліковані у провідних міжнародних фахових виданнях, на них посилаються науковці, які працюють у цій галузі.

На захист виносяться 14 результатів, які автором здобуті одноосібно і кожен з яких вважаю новим. Їх достовірність підтверджується тим, що вони отримані з використанням відомих методів та підходів теоретичної фізики на основі сучасних моделей та їх узагальнень в межах застосовності. Рівень результатів дисертації Уварова Д.В. відповідає сучасному розвитку теорії суперсиметрій і струн. Наукові положення та висновки дисертації випливають із отриманих результатів і є цілком обґрунтованими. Результати дисертації повністю опубліковані у реферованих фахових виданнях. У цих публікаціях та тексті дисертації, на мою думку, відсутні академічний plagiat, фабрикації та фальсифікації. Реферат дисертації коректно відображає її зміст та результати.

Разом із тим вважаю необхідним зробити деякі зауваження за дисертацією, хоча вони значною мірою мають характер побажань для подальшої роботи.

Перш за все, необхідно відмітити практичну відсутність зв'язку з сучасною експериментальною ситуацією, яка стосується пошуку сигналів нової фізики поза межами Стандартної моделі. Зокрема, ситуацією, яка має місце до пошуку суперсиметрії на прискорювачі Великому гадронному колайдері (ВГК). Ці пошуки здійснюються послідовно у модельно-залежному підході, який обмежує певні моделі та їх класи. Було б доречним згадати про ці експерименти та поточні результати. Також було б доречним згадати про прояви суперсиметрії не на фундаментальному, а на ефективному рівні, як це має місце, наприклад, у певних магнітних полях і дозволяє побудувати цікаві розв'язки квантово механічних задач.

Хотілося б зробити також зауваження загального та технічного характеру. У дисертації використовується складна система позначень, в якій одні й ті ж літери залежно від типу шрифту (курсивний, напівжирний, жирний), підкреслення чи символів зверху позначають різні величини. Було б доцільно продумати як спросити цю систему. Теж стосується й складної структури індексів. У деяких випадках її можна було б спросити вводячи конденсовані індекси, які об'єднують кілька різних індексів, або взагалі, там де це не впливає на розуміння змісту формул, перейти до безіндексної форми запису, яка використовується, наприклад, в теорії поля при записі виразів для амплітуд розсіяння та робить їх більш структурованими.

Також у дисертації присутні довгі рівняння, записані у вигляді сум багатьох членів. Подекуди важко зрозуміти причини, за якими доданки розташовані у певному порядку. Це стосується, наприклад, у розділі 1 виразу для в'язі  $T_{11}$  на стор.117; виразу для гамільтоніана  $H^{\{4\}}_{bf}$  на стор.123; у розділі 2 рівнянь суперструни у частковому калібруванні каппа-симетрії на

стор.134-137; рівнянь суперчастинки (2.40), (2.44) на стор.147-148; у розділі 3 виразів для в'язей у редукованій моделі D=4 N=2 суперструни на стор.176-177. Було б доцільно такі довгі рівняння представити у вигляді сум меншої кількості доданків з подальшим поясненням структури кожного із них. Така структуризація дозволила б автору глибше зрозуміти одержані результати.

Крім того є ще термінологічне зауваження. Пункт 4.4.1 має назву «Твісторний опис моделі масивної бозонної частинки у просторі AdS<sub>5</sub>». Термін «масивна бозонна частинка» зустрічається і далі по тексту дисертації, Він є перекладом терміну «massive bosonic particle», який подекуди зустрічається у літературі. Вважаю, що він неточно характеризує досліджувану автором модель, яка на класичному рівні описує скалярне поле на масовій поверхні у просторі анти-де Сіттера. На мою думку, правильною назвою для даної моделі була б «масивна скалярна частинка» або «масивна безспінова частинка», яка підкреслює, що у моделі відсутні спінові ступені свободи.

У пункті 1.2.1 на стор.64-71 детально обговорюються різні базиси для генераторів osp(4|6) супералгебри, яка є супералгеброю симетрії AdS<sub>4</sub>×CP<sup>3</sup> суперпростору та його OSp(4|6)/(SO(1,3)×U(3)) підсуперпростору. Але наведено лише незначну частину комутаційних співвідношень цієї супералгебри. Зокрема, зовсім не наведено антикомутатори генераторів суперсиметрій. Їх можна знайти в роботах, на основі яких написаний розділ 1, однак, бажано було би ці співвідношення дати й у дисертації, оскільки вони визначають вигляд рівнянь Маурера-Картана (1.19)-(1.21) та виразів для форм Картана (1.39)-(1.46).

Представляє інтерес узагальнити розглянуті у розділі 4 моделі на випадок розширеної суперсиметрії на світовій лінії спінової частинки та світовому листку спінової струни і на випадок спінових частинок з масою та струн з ненульовим натягом. Також, на мою думку, варто було б розглянути випадок взаємодії спінової частинки не тільки з електромагнітним полем, але й з полем Янга-Міллса.

Але ці зауваження на впливають на в цілому позитивне враження від дисертації та на отримані в роботі нові наукові результати в галузі теоретичної фізики.

Вважаю, що дисертаційна робота «Суперсиметричні моделі спінових частинок і струн у викривлених та твісторних просторах» задовільняє усім вимогам, які пред'являються «Порядком присудження та позбавлення наукового ступеня доктора наук», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 17 листопада 2021 року №1197 до докторських дисертацій, а її автор Уваров Дмитро Вячеславович заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика.

Доктор фізико-математичних наук, професор

Володимир Скалозуб

Підпис Володимира Скалозуба засвідчує

