

ІНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ІМЕНІ О.І. АХІЄЗЕРА
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Трофименко Сергій Валерійович

УДК 537.8, 539.1, 524.3

ДИСЕРТАЦІЯ

ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНІ ЕФЕКТИ В ІОНІЗАЦІЙНИХ ВТРАТАХ, ПЕРЕХІДНОМУ ТА КОГЕРЕНТНОМУ РЕНТГЕНІВСЬКОМУ ВИПРОМІНЮВАННІ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЧАСТИНОК

01.04.02 – Теоретична фізика

Фізико-математичні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук.
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

С.В. Трофименко

Науковий консультант — **Шульга Микола Федорович**, доктор
фізико-математичних наук, професор, академік НАН України

Харків – 2021

АНОТАЦІЯ

Трофименко С.В. Інтерференційні ефекти в іонізаційних втратах, перехідному та когерентному рентгенівському випромінюванні ультрарелятивістських частинок. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 «Теоретична фізика» (104 – Фізика та астрономія). – Інститут теоретичної фізики імені О.І. Ахієзера, Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, Харків, 2021.

У дисертаційній роботі представлено результати досліджень інтерференційних ефектів у ряді електродинамічних процесів, що мають місце при взаємодії заряджених частинок високої енергії з аморфними та кристалічними середовищами. Ефекти, що тут вивчаються, пов'язані з великими розмірами відстаней, відомих як довжини формування, у межах яких такі процеси розвиваються, а також із особливостями взаємодії з речовиною ультракоротких згустків заряджених частинок. Показано, що такі ефекти призводять до суттєвої модифікації характеристик цих процесів при параметрах, що можуть бути реалізовані на сучасних прискорювачах або на прискорювачах, які наразі будуються.

Зокрема, досліджено просторову еволюцію електромагнітного поля навколо високоенергетичного електрона після перетину ним аморфної мішені у вакуумі в широкій області відстаней від мішені в межах довжини формування перехідного випромінювання. Отримано аналітичний вираз для компоненти Фур'є електричного поля частинки. Показано, що в зазначеній області відстаней частина компонент Фур'є поля, що оточує електрон, пригнічена порівняно з відповідними компонентами кулонівського поля релятивістської частинки у вакуумі. Частинка з таким полем відома як «напівголий» електрон. Продемонстровано, що спектральна густина електромагнітної енергії навколо такого електрона логарифмічно зростає зі збільшенням відстані від мішені, що

відображає процес відновлення кулонівського поля частинки та формування перехідного випромінювання.

Досліджено когерентне рентгенівське випромінювання «напівголого» електрона в ультратонкому кристалі, що розташований на певній відстані від товстої аморфної мішені, яку частинка попередньо перетинає. Показано, що у випадку, коли кристал знаходиться на відстані від мішені, меншій за довжину формування, кутовий розподіл спектральної густини випромінювання є значно ширшим, ніж відповідний розподіл для налітаючого електрона з кулонівським полем, а інтегральна інтенсивність випромінювання зростає зі збільшенням зазначеної відстані. Розглянуто вплив обмеженого поперечного розміру кристалічної мішені на характеристики випромінювання. Показано, що він призводить до залежності інтенсивності випромінювання від відстані між мішенями у випадку, коли ця відстань значно перевищує довжину формування.

Вивчено вплив «напівголого» стану налітаючого електрона на характеристики дифрагованого перехідного випромінювання у кристалі довільної товщини. Для випадку геометрії Брегга отримано аналітичні вирази для кутового розподілу та інтегральної інтенсивності такого випромінювання. Показано, що ці характеристики зазнають модифікації, подібної до тої, що має місце для когерентного рентгенівського випромінювання в ультратонкому кристалі.

Розглянуто проблему реєстрації перехідного випромінювання міліметрового діапазону довжин хвиль у ближній зоні за допомогою параболічного фокусуєчого дзеркала обмеженого розміру. Отримано точні та спрощені наближені вирази для результатів вимірювання спектрально-кутового розподілу випромінювання для довільного розміру та положення дзеркала. Показано, що в загальному випадку такі розподіли помітно відрізняються від розподілів, що реєструються точковим детектором як у хвильовій, так і в ближній зоні. У цьому ж діапазоні довжин хвиль досліджено перехідне випромінювання «напівголого» електрона при його похилому падінні на металеву пластину. Отримано вираз для спектрально-кутового розподілу такого випромінювання,

що є справедливим не тільки при високих, але й при достатньо малих енергіях частинки, коли розподіл випромінювання за кутом спостереження є істотно асиметричним.

Проведено узагальнення теорії рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багатошарових періодичних мішенях на випадок, коли на мішень налітає не одна частинка, а пучок із довільним поперечним аксіально симетричним розподілом електронів, і активна область детектора випромінювання має обмежений розмір. Розглянуто випадки круглої та квадратної форми цієї області. Отримано вираз для спектральної густини випромінювання, що її реєструє детектор у такому випадку. Виявлено ефект значного посилення інтенсивності випромінювання при певних оптимальних параметрах мішені за умов достатньо вузької колімації пучка фотонів випромінювання.

Досліджено процес іонізації внутрішніх атомних оболонок високоенергетичними електронами в багатошарових періодичних мішенях та характеристичне рентгенівське випромінювання, що виникає при рекомбінації цих оболонок. Обчислено середнє значення перерізу іонізації К-оболонок атомів у такій мішені в залежності від її параметрів. Виявлено прояв інтерференційних ефектів для такого перерізу, внаслідок яких він логарифмічно зростає зі збільшенням проміжку між окремими фольгами, з яких складається мішень, доки цей проміжок не перевищить довжину формування. Передбачено ефект суттєвого збільшення такого перерізу, порівняно зі звичайним перерізом іонізації К-оболонок без впливу ефекту густини, та інтенсивності характеристичного випромінювання при певних параметрах мішені.

Розглянуто задачу про іонізаційні втрати високоенергетичної електрон-позитронної пари у тонкій мішені, що розташована на певній відстані від іншої мішені, де пара народжується. Показано, що в даному випадку інтерференційні ефекти впливають на іонізаційні втрати пари на значно більших відстанях від точки її народження, ніж у випадку, коли іонізаційні втрати пари розглядаються у тому самому середовищі, де вона народжується. Досліджено вплив

непаралельності траєкторій електрона і позитрона на іонізаційні втрати пари у тонкій мішені. Показано, що у випадку народження пари у достатньо тонкій мішені це призводить до невеликого послаблення ефекту Чудакова, і втрати пари виявляються дещо менш пригніченими порівняно з сумою незалежних втрат електрона і позитрона. Для випадку народження пари у достатньо товстій мішені виявлено залишковий ефект пригнічення іонізаційних втрат пари при асимптотично великих відстанях між мішенями. Передбачено ефект, що є зворотним до ефекту Чудакова і полягає в перевищенні величиною іонізаційних втрат пари у тонкій мішені відповідної суми незалежних втрат електрона і позитрона. Отримано оптимальні умови для прояву такого ефекту.

Досліджено втрати енергії релятивістського ансамблю (банча) електронів ультрамалого розміру на іонізацію та збудження атомів речовини. Отримано класичні та квантові вирази для таких втрат через форм-фактори ансамблю в умовах прояву когерентних ефектів у цих втратах. Показана можливість посилення цих втрат на декілька порядків величини внаслідок впливу таких ефектів при параметрах банчів, що наразі є досяжними на сучасних рентгенівських лазерах на вільних електронах, а також на ряді прискорювачів, що готуються до введення в експлуатацію. Показано, що у твердотільних мішенях оптимальні умови для прояву таких ефектів реалізуються при ультрамалих товщинах мішеней. Розглянуто випадки, що відповідають різним формам просторового розподілу частинок в ансамблі. Для електронних пучків із періодичною поздовжньою модуляцією густини передбачено ефект резонансного посилення іонізаційних втрат для дискретного набору періодів модуляції густини (мікробанчування) пучка, які визначаються потенціалами іонізації атомних оболонок мішені.

Досліджено проблему зміщеного по фазі інтерімпульсу пульсара у Крабоподібній туманності. Запропоновано новий механізм радіовипромінювання частинок у магнітосфері пульсара, який може бути застосований для пояснення природи цього інтерімпульсу. Даний механізм полягає у випромінюванні ультра-релятивістських позитронів, що рухаються в напрямку поверхні зірки вздовж

викривлених силових ліній магнітного поля, та падають на цю поверхню. Продемонстровано роль інтерференційних ефектів для можливості застосування даного механізму з метою пояснення природи зміщеного інтерімпульсу. Оцінено спектр випромінювання позитронів з урахуванням його когерентності. Передбачено верхню частоту, при якій запропонований механізм перестає працювати, що відповідає зникненню зміщеного інтерімпульсу.

Серед основних результатів дисертаційної роботи, що мають наукову новизну, можна стисло сформулювати наступні. Виведено аналітичні формули, що описують просторову еволюцію напруженості та спектральної густини енергії поля навколо електрона після проходження ним товстої мішені у вакуумі в широкій області відстаней від мішені в межах довжини формування. Узагальнено опис спектрально-кутових характеристик перехідного випромінювання «напівголого» релятивістського електрона при його похилому падінні на провідну мішень на випадок низьких енергій частинки. Виведено формули, що описують спектрально-кутовий розподіл та інтегральну інтенсивність когерентного рентгенівського випромінювання релятивістського «напівголого» електрона в ультратонкому кристалі. Отримано вирази для кутових розподілів та інтегральної інтенсивності дифрагованого перехідного випромінювання у геометрії Брегга при падінні «напівголого» електрона на товсту кристалічну мішень. Отримано точні, а також спрощені наближені вирази для спектрально-кутового розподілу перехідного випромінювання у ближній зоні при його вимірюванні за допомогою параболічного фокуруючого дзеркала для довільного розміру і положення дзеркала. Виведено формули для спектрального розподілу рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багатошарових періодичних мішенях для довільного аксіально симетричного поперечного розподілу частинок у пучку та обмеженого розміру активної області детектора випромінювання. Отримано умови для помітного посилення інтенсивності рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багатошарових періодичних мішенях при малому куті колімації пучка фотонів випромінювання.

Виявлено ефект суттєвого збільшення перерізу іонізації внутрішніх атомних оболонок та інтенсивності характеристичного рентгенівського випромінювання високоенергетичними електронами у багат шарових періодичних мішенях. Показано, що на іонізаційні втрати високоенергетичної електрон-позитронної пари у тонкій мішені, яку вона перетинає після вильоту з іншої мішені, де вона народжується, інтерференційні ефекти впливають на значно більших відстанях від точки народження пари, ніж на іонізаційні втрати пари у тому самому середовищі, де вона народжується. Виявлено інтерференційний ефект в іонізаційних втратах електрон-позитронних пар у тонкій мішені, подібний до такого, що має місце при дифракції Фраунгофера в оптиці. Передбачено ефект в іонізаційних втратах пари у тонкій мішені, що є зворотним до ефекту Чудакова і полягає в перевищенні величиною іонізаційних втрат пари суми незалежних втрат частинок, що її утворюють. Отримано класичні та квантові вирази для втрат енергії релятивістського електронного банча ультрамалого розміру на іонізацію та збудження атомних оболонок речовини через його форм-фактори в умовах прояву когерентних ефектів у цих втратах. Для електронних пучків із періодичною модуляцією густини виявлено можливість прояву резонансних ефектів у іонізаційних втратах. Запропоновано новий механізм радіовипромінювання ультрарелятивістськими частинками у магнітосфері пульсара, який дає можливість пояснити загадку зміщеного інтерімпульсу для пульсара у Крабоподібній туманності. Передбачено частоту при якій зміщений інтерімпульс має зникати.

Практичне і наукове значення отриманих результатів полягає в тому, що вони дозволяють теоретично описувати характеристики розглянутих електродинамічних процесів за умов суттєвого прояву інтерференційних ефектів, коли добре відомі формули не можна застосовувати для такого опису. Отримані результати можуть бути використані для розробки пропозицій відповідних експериментальних досліджень на прискорювачах частинок високих енергій. Результати досліджень інтерференційних ефектів у іонізаційних втратах еле-

ктронних ансамблів та у когерентному рентгенівському випромінюванні в кристалах можуть бути використані для розвитку нових методів і технологій для діагностики параметрів пучків на майбутніх колайдерах та сучасних рентгенівських лазерах на вільних електронах. Результати щодо характеристичного та перехідного рентгенівського випромінювання в багатошарових мішенях можуть бути використані для створення нових джерел рентгенівських фотонів, а також для вдосконалення вже існуючих. Результати, що стосуються запропонованого механізму випромінювання пульсарів є важливими для поглиблення розуміння процесів, що відбуваються в магнітосфері цих зірок, та природи їх радіовипромінювання, що спостерігається.

Ключові слова: релятивістський електрон, електрон-позитронна пара, перехідне випромінювання, параметричне рентгенівське випромінювання, дифраговане перехідне випромінювання, характеристичне випромінювання, іонізаційні втрати енергії, ефект Чудакова, ефект густини, довжина формування, «напівголий» електрон, пульсар, інтерімпульс, рівняння Максвелла, теорія збурень.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. On ionization energy losses of high-energy electron-positron pair in thin targets. *Phys. Lett. A*. 2013. Vol. 377. P. 2265–2269. Квартиль Q2 (2013).

2. Shul'ga N. F., Trofymenko S. V. Anti-Chudakov effect in high-energy electron-positron pair ionization loss in thin target. *Phys. Lett. A*. 2014. Vol. 378. P. 315–318. Квартиль Q2 (2014).

3. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. The influence of non-parallelism of electron and positron velocities upon high-energy e^+e^- pair ionization loss in thin plate. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2015. Vol. 355. P. 140–143. Квартиль Q1 (2015).

4. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Effects of prewave zone and electron “half-bareness” in millimeter wavelength transition radiation. 2016 IEEE Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. *IEEE Xplore Digital Library, IEEE Conf. Publ.* 2016. P. 365–368.

5. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Formation region effects in transition radiation, bremsstrahlung, and ionization loss of ultrarelativistic electrons. *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2016. Vol. 19. P. 112801. Квартиль Q2 (2016).

6. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Anomalous ionization loss of high-energy e^+e^- pairs in thin targets. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2017. Vol. 402. P. 44–48. Квартиль Q2 (2017).

7. Trofymenko S. V. On anti-Chudakov effect in ultrarelativistic electron-positron pair ionization loss in thin target. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2017. Vol. 109. P. 60–66. Квартиль Q4 (2017).

8. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F., Delerue N., Jenzer S., Khodnevykh V., Migayron A. Proposal to observe half-bare electrons on 45-MeV linac. *J. Phys.:*

Conf. Ser. 2017. Vol. 874. P. 012076. Квартиль Q3 (2017).

9. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. On the mystery of the interpulse shift in the Crab pulsar. *J. Phys. Sci. Appl.* 2017. Vol. 7(4). P. 11–27.

10. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Radiation reflection from star surface reveals the mystery of interpulse shift and appearance of high frequency components in the Crab pulsar. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2017. Vol. 932. P. 012020. Квартиль Q3 (2017).

11. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Reflection of positron radiation from star surface and shift of inter pulse position in Crab pulsar. *Adv. Astron. Space Phys.* 2017. Vol. 7. P. 30–35.

12. Trofymenko S. V., Kontorovich V. M. Half-bare positron in the inner gap of a pulsar. *Adv. Astron. Space Phys.* 2017. Vol. 7. P. 36–41.

13. Trofymenko S. V. X-ray emission by a high-energy electron with a nonequilibrium field in an ultrathin crystal. *Phys. Rev. A.* 2018. Vol. 98. P. 023813. Квартиль Q1 (2018).

14. Trofymenko S. V. Coherent X-ray radiation by an ultra-relativistic “half-bare” electron in thin crystal. 2018 IEEE Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. *IEEE Xplore Digital Library, IEEE Conf. Publ.* 2018. P. 314–317.

15. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F., Shchagin A. V. Diffracted x-ray transition radiation by a “half-bare” electron. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2019. Vol. 22. P. 024501. Квартиль Q2 (2019).

16. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. Interference effect in the ionization loss of high-energy electron bunches. *Phys. Lett. A.* 2019. Vol. 383. P. 2561–2566. Квартиль Q2 (2019).

17. Shul’ga N. F., Trofymenko S. V., Barsuk S. Ya., Bezshyyko O. A. On transition radiation by a low-energy relativistic “half-bare” electron. *Eur. Phys. J. Plus.* 2019. Vol. 134. P. 343. Квартиль Q2 (2019).

18. Trofymenko S. V., Nazhmudinov R. M., Shchagin A. V., Kubankin A. S.,

Potylitsyn A. P., Gogolev A. S., Filatov N. A., Kube G., Potylitsina-Kube N. A., Stanitzki M., Diener R., Novokshonov A. Formation region effects in x-ray transition radiation from 1 to 6 GeV electrons in multilayer targets. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2020. Vol. 476. P. 44–51. Квартиль Q2 (2019).

19. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Energy loss by relativistic electron ensembles due to coherent excitation and ionization of atoms. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2020. Vol. 23. P. 084501. Квартиль Q2 (2019).

20. Trofymenko S. V. K-shell ionization and characteristic x-ray radiation by high-energy electrons in multifoil targets. *Phys. Rev. A.* 2020. Vol. 102. P. 062804. Квартиль Q1 (2019).

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

21. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Антиэффект Чудакова в ионизационных потерях высокоэнергетической электрон-позитронной пары в тонкой мишени. *XII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (17–21 марта, 2014, Харьков, Украина). Харьков, 2014. С. 104.

22. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Ionization effect from ultra relativistic electron-positron pair in thin plate. *6th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling-2014"*: Book of abstracts (October 5–10, 2014, Capri, Italy). Capri, 2014. P. 31.

23. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. The influence of transition radiation upon electron-positron pair ionization loss. *7th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling-2016"*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione-Desenzano del Garda, Italy). Sirmione, 2016. P. 133.

24. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. On the measurement of transition radiation characteristics in the prewave zone with the use of restricted parabolic mirror. *7th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling-2016"*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione-Desenzano

del Garda, Italy). Sirmione, 2016. P. 34.

25. Трофименко С. В. Об особенностях ионизационных потерь электрон-позитронных пар в тонких слоях вещества. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (21–24 марта, 2017, Харьков, Украина). Харьков, 2017. С. 110.

26. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. On the mystery of the interpulse shift in the Crab pulsar. *International Conference “Physics of neutron stars 2017”*: Book of abstracts (July 10–14, 2017, Saint Petersburg, Russia). Saint Petersburg, 2017. P. 70.

27. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. Modification of Chudakov effect in e^+e^- pair ionization loss induced by transition radiation. *XII International Symposium “Radiation from relativistic electrons in periodic structures” (RREPS-17)*: Book of abstracts (September 18–22, 2017, Hamburg, Germany). Hamburg, 2017. P. 71.

28. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Energy spectrum and frequency range of coherent radiation by positrons forming shifted interpulse of Crab pulsar. *IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering*: Book of abstracts (October 17–20, 2017, Lviv, Ukraine). Lviv, 2017. P. 160–162.

29. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Когерентное рентгеновское излучение электрона с неравновесным полем в ультратонком кристалле. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (20–23 марта, 2018, Харьков, Украина). Харьков, 2018. С. 105.

30. Конторович В. М., Трофименко С. В. Излучение релятивистских позитронов как механизм формирования интеримпульса в пульсаре Краба. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (20–23 марта, 2018, Харьков, Украина). Харьков, 2018. С. 106–107.

31. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Интерференционные эффекты в параметрическом и дифрагированном переходном излучении электрона в ультратонком кристалле. *XLVIII Международная Тулиновская конференция по*

физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами: Книга тезисов (29–31 мая, 2018, Москва, Россия). Москва, 2018. С. 75.

32. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. X-ray emission by a high-energy “half-bare” electron in ultra-thin crystal. *8th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena “Channeling-2018”*: Book of abstracts (September 23–28, 2018, Ischia, Italy). Ischia, 2018. P. 21.

33. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. О возможности когерентного усиления ионизационных потерь банча электронов высокой энергии. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: Книга тезисов (26–29 марта, 2019, Харьков, Украина). Харьков, 2019. С. 110.

34. Нажмуудинов Р. М., Трофименко С. В., Шагин А. В., Кубанкин А. С., Потылицын А. П., Гоголев А. С., Филатов Н. А., Кубе Г., Потылицына-Кубе Н. А., Станицки М., Динер Р., Новокшенов А. Эффекты длины формирования в рентгеновском переходном излучении электронов с энергией 1-6 ГэВ в многослойных мишенях различного периода. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: Книга тезисов (26–29 марта, 2019, Харьков, Украина). Харьков, 2019. С. 114.

35. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effect in the ionization energy loss of ultrarelativistic electron bunches. *International Conference of Young Scientists and Post-graduates*: Book of abstracts (May 21-24, 2019, Uzhgorod, Ukraine). Uzhgorod, 2019. P. 192–193.

36. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Когерентный эффект в ионизационных потерях банча электронов высокой энергии. *XLIX Международная Тулиновская конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: Книга тезисов (29–31 мая, 2019, Москва, Россия). Москва, 2019. С. 120.

37. Nazhmudinov R. M., Trofymenko S. V., Shchagin A. V., Shul'ga N. F., Kubankin A. S., Potylitsyn A. P., Gogolev A. S., Filatov N. A., Kube G., Potylitsina-Kube N. A., Stanitzki M., Diener R., Novokshonov A. Formation region

effects in x-ray emission by 1-6 GeV electrons. *XLIX Международная Тулиновская конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами: Книга тезисов* (29–31 мая, 2019, Москва, Россия). Москва, 2019. С. 126.

38. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effect in ionization loss of relativistic electron ensembles in ultrathin targets. *XXXI International Conference on Photonic, Electronic, and Atomic Collisions.*: Collection of abstracts (July 23–30, 2019, Deauville, France). *J. Phys.: Conf. Ser.* 2020. Vol. 1412. P. 202018.

39. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effects in the ionization loss of high-energy electron bunches. *XIII International Symposium "Radiation from relativistic electrons in periodic structures" (RREPS-19)*: Book of abstracts (September 16–20, 2019, Belgorod, Russia). Belgorod, 2019. P. 22.

40. Trofymenko S. V., Nazhmudinov R. M., Shchagin A. V., Kubankin A. S., Potylitsyn A. P., Gogolev A. S., Filatov N. A., Kube G., Potylitsina-Kube N. A., Stanitzki M., Diener R., Novokshonov A. Manifestation of the formation length effect for x-ray transition radiation by 1-6 GeV electrons in periodic multifoil radiators. *XIII International Symposium "Radiation from relativistic electrons in periodic structures" (RREPS-19)*: Book of abstracts (September 16–20, 2019, Belgorod, Russia). Belgorod, 2019. P. 118.

41. Трофименко С. В. Квантовая теория ионизационных потерь электронных сгустков при наличии когерентных эффектов. *XVIII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике: Книга тезисов* (24–27 марта, 2020, Харьков, Украина). Харьков, 2020. С. 56–57.

ABSTRACT

Trofymenko S.V. Interference effects in the ionization loss, transition and coherent x-ray radiation by ultrarelativistic particles. – Qualification scientific paper, manuscript.

Thesis for a Doctoral Degree in Physics and Mathematics: Speciality 01.04.02 “Theoretical physics” (104 – Physics and Astronomy). – A.I. Akhiezer Institute for Theoretical Physics, National Science Center “Kharkiv Institute of Physics and Technology” NAS of Ukraine, Kharkiv, 2021.

The Doctoral Thesis presents the results of study of interference effects in a number of electrodynamic processes which take place during the interaction of high-energy charged particles with amorphous and crystalline media. The effects, considered here, are associated with the large size of distances, known as formation lengths, on which these processes develop, as well as with peculiarities of ultrashort charged particle bunches interaction with matter. It is shown that such effects lead to significant modification of the characteristics of these processes for the parameters which can be achieved at modern accelerators or at accelerators currently under construction.

Particularly, the spatial evolution of electromagnetic field around a high-energy electron after its crossing of an amorphous target in vacuum is studied over a wide range of distances from the target within the transition radiation formation length. Analytical expression for the electron’s electric field Fourier component is obtained. It is shown that in the discussed range of distances a part of Fourier components of the field around the electron are suppressed compared to the corresponding components of a relativistic particle’s Coulomb field in vacuum. The particle with such field is known as “half-bare” electron. It is demonstrated that the spectral density of electromagnetic energy around the “half-bare” electron increases logarithmically with the increase of distance from the target, which reflects the process of regeneration of the Coulomb field around the particle and formation

of transition radiation.

Coherent x-ray radiation by a “half-bare” electron in an ultrathin crystal separated by a certain distance from the thick amorphous target, which the electron preliminarily crosses, is investigated. It is shown that in the case when the distance between the crystalline and amorphous targets is less than the formation length, the angular distribution of radiation spectral density is much wider than the corresponding distribution typical for the incident electron with the Coulomb field, while the integrated radiation intensity increases with the increase of this distance. The influence of finite transversal size of the crystalline target on the radiation characteristics is considered. It is shown that it leads to dependence of the radiation intensity on distance between the targets in the case when this distance significantly exceeds the formation length.

The influence of “half-bare” state of the incident electron on characteristics of the diffracted transition radiation in a thick crystal is studied. For the case of Bragg geometry, analytical expressions for the radiation angular distribution and integral intensity are obtained. It is shown that these characteristics undergo a modification similar to the one which occurs for the coherent x-ray radiation in an ultrathin crystal.

The problem of registration of transition radiation in the millimeter range of wavelengths in the near-field zone by means of a parabolic focusing mirror of finite size is considered. Both precise and simplified approximate expressions are obtained for the results of measurements of the radiation spectral-angular distribution for an arbitrary size and position of the mirror. It is shown that, generally, such distributions noticeably differ from the distributions registered by a point detector both in the wave and near-field zones. In the same range of wavelengths, the transition radiation by a “half-bare” electron at its oblique incidence on a metal plate is considered. The expression for spectral-angular distribution of such radiation is obtained, which is valid not only at high, but also at sufficiently low particle energies, when the radiation distribution with respect to the observation angle is substantially

asymmetric.

Generalization of the theory of x-ray transition radiation by electrons in multifoil periodic targets is performed for the case when not just a single particle but an electron beam with an arbitrary transversal axially symmetric particle distribution is incident on the target and the size of the radiation detector active area is finite. Both the cases of circular and square shapes of this area are considered. The expression for radiation spectral density, registered by the detector in this case, is obtained. The effect of significant increase of the radiation intensity at certain optimal parameters of the target under the condition of sufficiently narrow collimation of the radiation photon beam is revealed.

The process of ionization of inner atomic shells by high-energy electrons in multilayer periodic targets and characteristic x-ray radiation, which occurs as a result of recombination of these shells, are investigated. The average value of K-shell ionization cross section in such a target is calculated as a function of the target parameters. Manifestation of interference effects for this cross section is revealed. These effects result in the logarithmic increase of the cross section with the increase of the spacing between separate foils, which the target is composed of, until this spacing becomes larger than the formation length. The effect of significant increase of this cross-section, compared to the conventional K-shell ionization cross section without the density effect impact, and the characteristic radiation intensity at certain target parameters is predicted.

The problem of ionization loss of a high-energy electron-positron pair in a thin target separated by a certain distance from another target, where the pair is created, is considered. It is shown that in this case the interference effects affect the pair ionization loss on much larger distances from its creation point than in the case when the pair ionization loss is considered in the same target where it is created. The influence of non-parallelism of the electron and positron trajectories on the pair ionization loss in the thin target is investigated. It is shown that in the case of pair creation inside a sufficiently thin target, it leads to a slight

weakening of the Chudakov effect, and the pair loss is somewhat less suppressed compared to the sum of independent electron and positron losses. For the case of pair creation inside a sufficiently thick target, a residual effect of the pair ionization loss suppression at asymptotically large distances between the targets is revealed. The effect of exceeding by the value of the pair ionization loss in the thin target of the corresponding sum of independent electron and positron losses, being opposite to the Chudakov effect, is predicted as well. The optimal conditions for manifestation of such an effect are obtained.

The energy loss by a relativistic electron ensemble (bunch) of an ultrasmall size due to ionization and excitation of atoms of matter has been studied. Classical and quantum expressions for such loss via the ensemble form factors are obtained under the conditions of coherent effects manifestation in this loss. The possibility of increase of this loss by several orders of magnitude due to the influence of such effects for the bunch parameters, which are currently achievable on modern x-ray free-electron lasers, as well as on a number of accelerators being prepared for commissioning, is demonstrated. It is shown that in solid-state targets the optimal conditions for manifestation of such effects are realized for an ultrasmall target thickness. The cases corresponding to different shapes of the particle spatial distribution in the ensemble are considered. For electron beams with periodic longitudinal density modulation, the effect of ionization loss resonant amplification is predicted for a discrete set of density modulation (microbunching) periods of the beam, which are defined by ionization potentials of the atomic shells of the target.

The problem of phase-shifted interpulse of the pulsar in the Crab Nebula is investigated. A new mechanism of radio emission by the particles in the pulsar magnetosphere is proposed, which could be applied for explanation of the nature of this interpulse. This mechanism is the radiation by ultrarelativistic positrons moving toward the surface of the star along the curved magnetic field force lines and hitting the surface. The role of interference effects for the possibility of application of this mechanism for explanation of the nature of the shifted interpulse

is demonstrated. The spectrum of radiation by positrons is estimated taking into account its coherence. The upper frequency, where the proposed mechanism stops working, which corresponds to disappearance of the shifted interpulse, is predicted.

Among the main results of the Doctoral Thesis, which have scientific novelty, we can briefly highlight the following. Analytical formulas describing the spatial evolution of the strength and spectral energy density of the field around the electron after its crossing of a thick target in vacuum in a wide range of distances from the target within the formation length are derived. The description of spectral-angular characteristics of the transition radiation by a “half-bare” relativistic electron at its inclined incidence on a conducting target is generalized for the case of low particle energies. Formulas describing the spectral-angular distribution and integrated intensity of coherent x-ray radiation by a relativistic “half-bare” electron in an ultrathin crystal are derived. Expressions for the angular distributions and integrated intensity of diffracted transition radiation in Bragg geometry at the “half-bare” electron incidence on a thick crystalline target are obtained. Both precise and simplified approximate expressions for the spectral-angular distribution of transition radiation in the near-field zone, measured with the use of a parabolic focusing mirror, are derived for an arbitrary size and position of the mirror. Formulas for the spectral distribution of x-ray transition radiation by electrons in multifoil periodic targets are derived for an arbitrary axially symmetric transverse particle distribution in the electron beam and finite size of the radiation detector active area. Conditions for a noticeable increase of the intensity of x-ray transition radiation by electrons in multifoil periodic targets for a small collimation angle of the radiation photon beam are obtained. The effect of significant increasing of the inner atomic shell ionization cross section and intensity of characteristic x-ray radiation by high-energy electrons in multifoil periodic targets is revealed. It is shown that the ionization loss of a high-energy electron-positron pair in a thin target, which it crosses after the exit from another target, where it is created, is affected by interference effects within much larger distances from the pair creation point than the pair ionization loss in

the same target where it is created. The interference effect in the ionization loss of electron-positron pairs in a thin target, similar to the one taking place in the case of Fraunhofer diffraction in optics, is revealed. The effect of exceeding by the value of the pair ionization loss in a thin target of the sum of independent losses of the particles forming the pair, being the opposite to the Chudakov effect, is predicted. Classical and quantum expressions for the energy loss due to ionization and excitation of atomic shells of matter by a relativistic electron bunch of an ultrasmall size in terms of its form factors under conditions of coherent effects manifestation in this loss are obtained. For the electron beams with periodic density modulation, the possibility of resonance effects in the ionization loss is revealed. A new mechanism of radio emission by ultrarelativistic particles in a pulsar magnetosphere is proposed, which provides a possibility to explain the mystery of shifted interpulse for the pulsar in the Crab Nebula. The frequency at which the shifted interpulse should disappear is predicted.

The practical and scientific significance of the obtained results is in the fact that they provide a possibility to theoretically describe the characteristics of the considered electrodynamic processes under the conditions of significant manifestation of interference effects, when the well-known formulas cannot be applied for such a description. The obtained results can be used to develop proposals for the corresponding experimental studies at high-energy particle accelerators. The results of investigations of interference effects in the coherent x-ray radiation in crystals and in the ionization loss of electron ensembles can be used for the development of new methods and technologies for diagnostics of beam parameters on future colliders and modern x-ray free-electron lasers. The results on the characteristic and transition x-ray radiation in multifoil targets can be used for development of new x-ray photon sources, as well as for improvement of the existing ones. The results concerning the proposed mechanism of pulsar radiation are important for deepening the understanding of processes, which take place in the magnetosphere of these stars, and the nature of their observed radio emission.

Keywords: relativistic electron, electron-positron pair, transition radiation, parametric x-ray radiation, diffracted transition radiation, characteristic radiation, ionization energy loss, Chudakov effect, density effect, formation length, «half-bare» electron, pulsar, interpulse, Maxwell's equations, perturbation theory.

ЗМІСТ

ЗМІСТ	22
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА АБРЕВІАТУР	26
ВСТУП	27
РОЗДІЛ 1 ПРОЦЕСИ ВИПРОМІНЮВАННЯ ТА ІОНІЗАЦІЙНИХ ВТРАТ ЕЛЕКТРОНІВ ВИСОКИХ ЕНЕРГІЙ У РЕЧОВИНІ ТА МЕТОДИ ЇХ ОПИСУ	38
1.1. Утворення «напівголих» електронів внаслідок взаємодії частинок із речовиною	48
1.2. Перехідне випромінювання	60
1.3. Когерентне рентгенівське випромінювання в кристалах	71
1.4. Іонізаційні втрати енергії та характеристичне рентгенівське випро- мінювання	79
1.5. Електродинамічні процеси в магнітосфері пульсарів	91
Висновки до розділу 1	96
РОЗДІЛ 2 КОГЕРЕНТНЕ РЕНТГЕНІВСЬКЕ ВИПРОМІНЮВАН- НЯ «НАПІВГОЛИХ» ЕЛЕКТРОНІВ У КРИСТАЛІЧНИХ МІШЕ- НЯХ	98
2.1. Особливості когерентного рентгенівського випромінювання в ульт- ратонких кристалах	99
2.2. Когерентне рентгенівське випромінювання «напівголого» електро- на в ультратонкому кристалі	106
2.3. Вплив поперечного розміру кристалічної мішені на інтенсивність когерентного рентгенівського випромінювання	118
2.4. Дифраговане перехідне випромінювання «напівголого» електрона у товстій кристалічній мішені	123
2.4.1. Дифраговане перехідне випромінювання при похилій орієнта- ції кристалічної мішені	125

2.4.2. Дифраговане перехідне випромінювання у геометрії випромінювання назад	133
Висновки до розділу 2	137
РОЗДІЛ 3 ЕФЕКТИ ДОВЖИНИ ФОРМУВАННЯ В ПЕРЕХІДНОМУ І ХАРАКТЕРИСТИЧНОМУ ВИПРОМІНЮВАННІ ЕЛЕКТРОНІВ	139
3.1. Ефект ближньої зони при вимірюванні характеристик перехідного випромінювання міліметрового діапазону з використанням параболічного дзеркала обмеженого розміру	142
3.2. Рентгенівське перехідне випромінювання електронних пучків у багат шарових періодичних структурах	154
3.3. Іонізація атомних К-оболонок і характеристичне рентгенівське випромінювання у багат шарових періодичних структурах	163
3.3.1. Вирази для перерізу іонізації К-оболонок	164
3.3.2. Ефект збільшення середньої величини перерізу іонізації	170
3.3.3. Характеристичне рентгенівське випромінювання у багат шаровій мішені	176
Висновки до розділу 3	183
РОЗДІЛ 4 ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНІ ЕФЕКТИ В ІОНІЗАЦІЙНИХ ВТРАТАХ ЕЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННИХ ПАР У ТОНКИХ МІШЕНЯХ	185
4.1. Наближення паралельних траєкторій частинок	187
4.1.1. Іонізаційні втрати e^+e^- пари в однорідному середовищі	187
4.1.2. Іонізаційні втрати пари в ультратонкій мішені	189
4.1.3. Порівняльний аналіз іонізаційних втрат пари у товстих і тонких мішенях	193
4.2. Вплив непаралельності траєкторій частинок на іонізаційні втрати e^+e^- пари. Випадок народження пари у тонкій мішені.	198
4.3. Вплив непаралельності траєкторій частинок на іонізаційні втрати e^+e^- пари. Випадок народження пари у товстій мішені	207

4.3.1.	Електричне поле навколо e^+e^- пари	208
4.3.2.	Ефект асимптотичного пригнічення іонізаційних втрат пари .	211
4.4.	Антиефект Чудакова в іонізаційних втратах e^+e^- пари	216
4.4.1.	Асимптотична величина антиефекту	218
4.4.2.	Оцінка максимальної величини антиефекту	222
	Висновки до розділу 4	227
РОЗДІЛ 5 КОГЕРЕНТНІ ЕФЕКТИ В ІОНІЗАЦІЙНИХ ВТРАТАХ		
	ЕЛЕКТРОННИХ БАНЧІВ	229
5.1.	Класичний розгляд	231
5.1.1.	Іонізаційні втрати банча з урахуванням інтерференційних ефектів	231
5.1.2.	Банч із гаусовим розподілом частинок	236
5.1.3.	Пучки з іншими видами розподілу частинок	242
5.2.	Квантовий розгляд	246
5.2.1.	Випадок однієї частинки	247
5.2.2.	Загальні вирази для іонізаційних втрат ансамблю електронів .	252
5.2.3.	Умови придатності методу	255
5.2.4.	Чисельний розрахунок іонізаційних втрат електронного ансамблю з гаусовим розподілом частинок у водні	258
5.2.5.	Ансамбль із періодичною модуляцією густини. Резонансний ефект	266
	Висновки до розділу 5	269
РОЗДІЛ 6 РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ ПОЗИТРОНІВ У МАГНІТОСФЕРІ ПУЛЬСАРА		
	271	
6.1.	Випромінювання позитронів як джерело зміщеного інтерімпульсу .	273
6.1.1.	Модель зворотного руху та випромінювання позитронів	273
6.1.2.	Спектрально-кутові властивості випромінювання окремих позитронів	279
6.2.	Врахування когерентності випромінювання	288

6.2.1. Загальні зауваження щодо когерентного випромінювання потоку позитронів у магнітосфері пульсара	288
6.2.2. Оцінка сумарного потоку випромінювання	296
6.2.3. Оцінка максимальної частоти, при якій має місце зміщення інтерімпульсу	301
Висновки до розділу 6	304
ВИСНОВКИ	306
Подяки	309
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	310
ДОДАТОК А. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ	343

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА АБРЕВІАТУР

КРВ	когерентне рентгенівське випромінювання
ПРВ	параметричне рентгенівське випромінювання
ДПВ	дифраговане перехідне випромінювання
ХРВ	характеристичне рентгенівське випромінювання
ЛВЕ	лазер на вільних електронах
ПВ	перехідне випромінювання
ІВ	іонізаційні втрати
ГІ	головний імпульс випромінювання пульсара
ІІ	інтерімпульс випромінювання пульсара
γ	Лоренц-фактор
ϵ	енергія частинки
α	постійна тонкої структури
c	швидкість світла
ω_p, η_p	плазмова частота
l_F	довжина формування
$J_i(x)$	функція Бесселя
$K_i(x)$	функція Бесселя уявного аргументу (функція Макдональда)
$I_i(x)$	функція Бесселя уявного аргументу
$H(x)$	ступінчаста функція Хевісайда
$Si(x), Ci(x)$	інтегральні синус та косинус
$Ei(x)$	інтегральна експонента
$\Phi(x)$	функція помилок
$\delta(x)$	дельта-функція Дірака

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Електродинамічні процеси, що мають місце при проходженні високоенергетичних заряджених частинок крізь речовину та зовнішні поля, грають важливу роль для сучасних досліджень у галузі фізики високих енергій, ядерної фізики, хімії та біології, а також широко застосовуються в медичних цілях. Наприклад, процеси іонізаційних втрат енергії, черенковського та перехідного випромінювання покладені в основу роботи детекторів елементарних частинок. Перехідне випромінювання також дозволяє проводити вимірювання параметрів пучків заряджених частинок на прискорювачах з метою їх контролю. На явищі ондуляторного випромінювання базується робота лазерів на вільних електронах, створення яких дозволило зробити великий крок вперед у дослідженні мікроструктури речовини і швидких хімічних реакцій. Різні інші види випромінювання частинками в аморфних і кристалічних мішенях використовуються як джерела вузько спрямованих монохроматичних пучків фотонів для наукових і прикладних цілей. Крім того, шляхом реєстрації випромінювання, що генерується ультрарелятивістськими частинками в різноманітних космічних об'єктах, ми маємо змогу дізнатися про їх існування і отримати інформацію про їх фізичні властивості.

Електродинамічні процеси за участю високоенергетичних частинок можуть розвиватися в межах макроскопічно великих відстаней вздовж їх траєкторій, відомих як довжини формування. Ці відстані швидко зростають зі збільшенням енергії частинок та можуть перевищувати розміри вимірювальної апаратури або навіть усієї лабораторії. В межах довжини формування поле навколо частинки є суттєво модифікованим порівняно зі звичайним кулонівським полем, що помітно впливає на характер подальших взаємодій такої частинки з речовиною (наприклад, з елементами детектуючої апаратури), а також на властивості електродинамічних процесів, які при цьому відбуваються. Це можна розглядати як інтерференційний ефект, адже зазначена модифікація

поля виникає внаслідок інтерференції кулонівського поля частинки з полями випромінювання, що породжуються при взаємодії частинки з речовиною або зовнішніми полями. Подібна інтерференція, що сильно змінює характер взаємодії частинок із речовиною, може виникати і між власними полями частинок у пучках достатньо великої густини.

Теоретичне дослідження зазначених ефектів було розпочато вже більш ніж півстоліття тому. В останні десятиліття, у зв'язку з розвитком прискорювальної техніки та детектуючої апаратури, інтерес до таких досліджень відновився, і в лабораторіях SLAC та CERN було проведено серію перших експериментів із вивчення таких ефектів. Втім, для ряду процесів, які представляють, зокрема, інтерес для задач діагностики параметрів пучків та створення компактних джерел монохроматичного випромінювання, ці ефекти не вивчалися, і метою даної дисертаційної роботи є заповнення цієї прогалини.

Розвиток прискорювальних технологій призводить до можливості отримання пучків заряджених частинок все більш високої енергії та густини частинок. При параметрах пучків, що планується досягти на майбутніх лінійних колайдерах (як наприклад, ILC та CLIC), чи таких, що вже є досяжними на сучасних рентгенівських лазерах на вільних електронах (наприклад, European XFEL) роль вищезгаданих ефектів у взаємодії частинок з речовиною суттєво зростає порівняно з багатьма сучасними прискорювачами. Це зумовлює актуальність всебічного вивчення даних ефектів, яке є важливим, зокрема, для розвитку методів діагностики та контролю параметрів пучків на майбутніх колайдерах та сучасних рентгенівських лазерах. Такі дослідження цікаві і з фундаментальної точки зору, адже за умов прояву інтерференційних ефектів, добре відомі формули неправильно описують характеристики відповідних електродинамічних процесів, і потрібен розвиток нових теорій, які враховують такі ефекти.

Метою дисертаційної роботи є розвиток теорії ряду електродинамічних процесів при взаємодії частинок високих енергій із речовиною за умов

суттєвого прояву інтерференційних ефектів, пов'язаних із великими довжинами формування цих процесів та ультрамалими розмірами згустків заряджених частинок. Для досягнення цієї мети було сформульовано наступні завдання:

- розвинути теорію когерентного рентгенівського випромінювання «напівголого» електрона, що опиняється в такому стані в результаті вильоту з речовини до вакууму, в ультратонких та товстих кристалічних мішенях;
- побудувати теоретичний опис спектрально-кутових характеристик перехідного випромінювання міліметрового діапазону довжин хвиль у ближній зоні, при їх вимірюванні з використанням параболічного фокусуючого дзеркала, в залежності від його розміру та розташування;
- узагальнити теорію рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багат шарових мішенях для довільного аксіально симетричного поперечного розподілу електронів у налітаючому пучку та обмеженого розміру детектора випромінювання;
- розвинути теорію іонізації К-оболонки атомів речовини та характеристичного рентгенівського випромінювання при проходженні електронів високих енергій крізь багат шарові періодичні мішені;
- побудувати аналітичний опис іонізаційних втрат електрон-позитронної пари у тонкому шарі речовини, що розташований на певній відстані від мішені, у якій пара народжується;
- розвинути класичну і квантову теорію інтерференційних ефектів у втратах енергії релятивістських електронних банчів ультрамалого розміру з високою густиною частинок на іонізацію та збудження атомних оболонок;
- дослідити можливість пояснення загадки зміщеного інтерімпульсу пульсара у Крабоподібній туманності на основі особливостей радіовипромінювання релятивістськими частинками у магнітосфері цього пульсара.

Об'єктом дослідження є процеси іонізаційних втрат, перехідного, характеристичного і когерентного рентгенівського випромінювання релятивістських частинок при їх взаємодії з речовиною.

Предметом дослідження є інтерференційні ефекти в електродинамічних процесах при взаємодії релятивістських частинок із речовиною.

Методи дослідження. Обчислення полів перехідного випромінювання, що виникають при проходженні заряджених частинок крізь різноманітні мішені, проводилося на основі розв'язку рівнянь Максвелла з граничними умовами на поверхнях мішеней, а також на основі методу зображень. Розрахунок полів когерентного рентгенівського випромінювання в ультратонких кристалах виконувався шляхом розв'язку рівнянь Максвелла на основі теорії збурень (кінематичний підхід). Розподіли дифрагованого перехідного випромінювання у товстих мішенях обчислювалися з використанням коефіцієнтів відбиття рентгенівських хвиль від поверхні кристала. Іонізація атомних К-оболонки і характеристичне випромінювання розглядалися на основі методу еквівалентних фотонів. Середня величина іонізаційних втрат обчислювалася з використанням моделі речовини як набору гармонійних осциляторів та методів класичної електродинаміки і теорії збурень квантової механіки. Процеси радіовипромінювання частинок у магнітосфері пульсарів розглядалися на базі класичної теорії випромінювання.

Наукова новизна отриманих результатів. У дисертаційній роботі побудовано аналітичний опис характеристик різноманітних електродинамічних процесів при взаємодії частинок високих енергій із речовиною за умов суттєвого впливу на ці характеристики з боку інтерференційних ефектів, спричинених великими довжинами формування зазначених процесів та ультрамалими розмірами згустків заряджених частинок. Тут вперше здобуто наступні результати:

1. Отримано спрощені аналітичні вирази, що описують просторову еволюцію напруженості та спектральної густини енергії поля навколо електрона після його вильоту з речовини до вакууму у широкій області відстаней від речовини в межах довжини формування.

2. Узагальнено опис спектрально-кутового розподілу перехідного випромінювання «напівголого» релятивістського електрона при його похилому падінні на металеву мішень на випадок низьких енергій частинки.

3. Отримано вирази для спектрально-кутової густини та інтегральної інтенсивності когерентного рентгенівського випромінювання релятивістського «напівголого» електрона в ультратонкому кристалі.

4. Здобуто формули, що описують кутові розподіли та інтегральну інтенсивність дифрагованого перехідного випромінювання у геометрії Бреґга при падінні «напівголого» електрона на товсту кристалічну мішень.

5. Отримано точні та наближені вирази для спектрально-кутового розподілу перехідного випромінювання у ближній зоні при його реєстрації за допомогою параболічного фокуруючого дзеркала для довільного розміру і положення дзеркала.

6. Здобуто формули для спектрального розподілу рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багатошарових періодичних мішенях для довільного аксіально симетричного поперечного розподілу частинок у пучку та обмеженого розміру активної області детектора випромінювання.

7. Отримано умови для суттєвого посилення інтенсивності рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багатошарових періодичних мішенях при достатньо малому куті аксептансу детектора.

8. Передбачено ефект суттєвого збільшення перерізу іонізації атомних К-оболонки та інтенсивності характеристичного рентгенівського випромінювання високоенергетичними електронами при їх проходженні крізь багатошарові періодичні мішені.

9. Показано, що на іонізаційні втрати електрон-позитронної пари у тонкій мішені, яку вона перетинає після вильоту з іншої мішені, де вона народжується, інтерференційні ефекти впливають на значно більших відстанях від точки народження пари, ніж на іонізаційні втрати пари у тій самій мішені, де вона народжується.

10. Передбачено інтерференційний ефект в іонізаційних втратах електрон-позитронних пар у тонкій мішені, подібний до такого, що має місце при дифракції Фраунгофера в оптиці.

11. Для іонізаційних втрат пари у тонкій мішені виявлено ефект, що є зворотним до ефекту Чудакова і полягає в перевищенні величиною іонізаційних втрат пари суми незалежних втрат електрона і позитрона.

12. Отримано класичні та квантові вирази для втрат енергії релятивістського електронного банча ультрамалого розміру на іонізацію та збудження атомних оболонок речовини через його форм-фактори в умовах прояву когерентних ефектів у цих втратах.

13. Для електронних ансамблів із періодичною модуляцією густини виявлено можливість прояву резонансних ефектів у іонізаційних втратах.

14. Запропоновано новий механізм радіовипромінювання частинками у магнітосфері пульсара, який дає можливість пояснити загадку зміщеного інтерімпульсу для пульсара у Крабоподібній туманності та передбачено частоту, при якій зміщений інтерімпульс має зникати.

Практичне і наукове значення отриманих результатів полягає в тому, що вони надають теоретичний опис характеристик розглянутих електродинамічних процесів за умов прояву інтерференційних ефектів, коли добре відомі формули не можуть бути застосовані для такого опису. Результати досліджень можуть бути використані для розробки пропозицій відповідних експериментальних досліджень на прискорювачах частинок високих енергій. Результати щодо когерентного рентгенівського випромінювання в кристалах можуть бути використані при розробці нових технологій для діагностики параметрів пучків на майбутніх колайдерах. У свою чергу, результати, що стосуються інтерференційних ефектів у іонізаційних втратах електронних ансамблів, можуть бути корисні при розробці нових методів діагностики параметрів банчів малого розміру з високою густиною частинок, що використовуються на рентгенівських лазерах на вільних електронах. Результати щодо характеристичного випромінювання в багат шарових мішенях можуть бути використані для створення нового джерела монохроматичних рентгенівських фотонів на базі такого випромінювання, у той час як результати, що стосуються рентгенівського

перехідного випромінювання у таких мішенях, – для оптимізації роботи вже існуючих джерел. Результати проведеного дослідження нового механізму радіо-випромінювання пульсарів є важливими для поглиблення розуміння процесів, що відбуваються в магнітосфері цих зірок.

Особистий внесок здобувача. Результати дисертації опубліковані у статтях [1–20] і тезах доповідей наукових конференцій [21–41]. В усіх опублікованих роботах здобувач брав участь у постановці задач, формулюванні основних ідей і концепцій та обранні методів дослідження, написанні тексту робіт та особисто проводив усі розрахунки.

Статті [1, 2, 9, 14] опубліковані здобувачем особисто. У статті [3] здобувачем було побудовано теорію дифрагованого перехідного випромінювання «напівголого» електрона в кристалі та отримано вирази для кутового розподілу та інтегральної інтенсивності такого випромінювання. У роботах [4, 5] було побудовано аналітичний опис перехідного випромінювання «напівголого» електрона довільної енергії в міліметровому діапазоні довжин хвиль та розроблено пропозиції щодо відповідних експериментальних досліджень. У статтях [6, 7] здобувачем було отримано вирази для спектрально-кутового розподілу перехідного випромінювання у ближній зоні при його реєстрації з використанням параболічного дзеркала для довільного розміру та положення дзеркала. В роботі [8] було узагальнено теорію рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багат шарових періодичних мішенях для довільного поперечного розподілу частинок у пучку і розміру активної області детектора випромінювання та отримано умови для значного посилення інтенсивності такого випромінювання при малому куті аксептансу детектора. У статтях [10–12] здобувачем було побудовано теорію іонізаційних втрат електрон-позитронної пари у тонкій мішені, крізь яку вона проходить після вильоту з іншої мішені, де пара народжується, досліджено вплив непаралельності траєкторій електрона і позитрона на іонізаційні втрати пари та передбачено інтерференційний ефект в іонізаційних втратах пари, подібний до такого, що має місце при дифракції Фра-

унгофера в оптиці. У роботі [13] була продемонстрована можливість існування ефекту, що є зворотним до ефекту Чудакова в іонізаційних втратах електрон-позитронних пар. У статті [15] здобувачем було побудовано класичну теорію інтерференційних ефектів у втратах енергії електронних банчів на іонізацію та збудження атомних оболонок та показана можливість значного посилення цих втрат при параметрах, типових для рентгенівських лазерів на вільних електронах. В роботі [16] було побудовано квантову теорію іонізаційних втрат у зазначеному випадку і детально досліджено резонансний ефект в іонізаційних втратах електронних ансамблів із періодичною модуляцією густини. У статтях [17–19] здобувачем було виконано теоретичні розрахунки спектрально-кутової густини випромінювання позитронів у магнітосфері пульсара, що прискорюються в напрямку його поверхні, оцінено спектр цього випромінювання з урахуванням його когерентності та максимальне значення частоти, при якому даний механізм випромінювання може мати місце. У роботі [20] було продемонстровано значення інтерференційних ефектів для можливості пояснення на базі даного механізму випромінювання загадки зміщеного інтерімпульсу пульсара в Крабоподібній туманності.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на загальнофізичному семінарі фізико-технічного факультету Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, семінарі Лабораторії лінійного прискорювача (м. Орсе, Франція), семінарі Міжнародної науково-освітньої лабораторії радіаційної фізики Белгородського державного національного дослідницького університету (м. Белгород, Росія), лекціях в рамках Транс-європейської школи з фізики високих енергій (2016 р., м. Яремче; 2018 р., м. Полтава; 2019 р., оз. Світязь, Волинська обл.), а також на наступних міжнародних наукових конференціях та школах:

- International School of Subnuclear Physics (Erice, Italy, 24 June — 3 July, 2014);
- International Conference “Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena – Channeling 2014” (Capri, Italy, 5–10 October, 2014);

- Summer School on Diffractive and Electromagnetic Processes at High Energies (Bad Honnef, Germany, 17–21 August, 2015).
- French-Ukrainian workshop on the instrumentation developments for HEP (Orsay, France, 15–16 October, 2015);
- 16th IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Lviv, Ukraine, 5–7 July, 2016);
- International Conference “Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena – Channeling 2016” (Sirmione-Desenzano del Garda, Italy, 25–30 September, 2016);
- II International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering YSF-2016 (Kharkiv, Ukraine, 10–14 October, 2016);
- XII International Symposium “Radiation from relativistic electrons in periodic structures” (RREPS-17) (Hamburg, Germany, 18–22 September, 2017);
- 2017 IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering YSF-2017 (Lviv, Ukraine, 17–20 October, 2017);
- French-Ukrainian workshop on the instrumentation developments for HEP (Orsay, France, 6–8 November, 2017);
- XLVIII Міжнародна Туліновська конференція з фізики взаємодії заряджених частинок із кристалами (Москва, Росія, 29–31 травня, 2018);
- 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kyiv, Ukraine, 2–5 July, 2018);
- International Conference “Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena – Channeling 2018” (Ischia, Italy, 23–28 September, 2018);
- Міжнародна конференція молодих вчених та аспірантів – ІЕФ-2019 (Ужгород, Україна, 21–24 травня, 2019);
- XLIX Міжнародна Туліновська конференція з фізики взаємодії заряджених частинок із кристалами (Москва, Росія, 29–31 травня, 2019);

- XXXI International Conference on Photonic, Electronic and Atomic Collisions “ICPEAC 2019” (Deauville, France, 23–30 July, 2019);
- XIII International Symposium “Radiation from relativistic electrons in periodic structures” (RREPS-19) (Belgorod, Russia, 15–20 September, 2019);
- French-Ukrainian workshop on the instrumentation developments for HER (Orsay, France, 2–4 October, 2019);
- Щорічні конференції з фізики високих енергій, ядерної фізики та прискорювачів (Харків, Україна, 2014-2018);
- Щорічні конференції з фізики високих енергій та ядерної фізики (Харків, Україна, 2019-2020);

Зв’язок праці з науковими програмами, планами, темами. Дисертацію виконано в Інституті теоретичної фізики імені О.І. Ахієзера Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України. Вона є складовою частиною наступних програм і проєктів:

- базова програма «Відомче замовлення НАН України на проведення наукових досліджень з атомної науки і техніки Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» на 2011-2015 рр. по темі «Розвиток теорії електродинамічних процесів при взаємодії заряджених частинок високих та ультрависоких енергій з аморфною речовиною, кристалічними структурами та інтенсивними зовнішніми полями» (шифр теми III-6-11 (ІТФ), номер держреєстрації 0111U009550, виконавець);
- базова програма «Відомче замовлення НАН України на проведення наукових досліджень з атомної науки і техніки Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» на 2016-2020 рр. по темі «Електромагнітні процеси в інтенсивних зовнішніх полях та при взаємодії заряджених частинок великої енергії з кристалічними та аморфними середовищами» (шифр теми III-6-16 (ІТФ), номер держреєстрації 0116U007070, виконавець);
- проєкт Державного фонду фундаментальних досліджень України за темою «Дослідження динаміки заряджених частинок великої енергії в прямих

та зігнутих кристалах» (шифр теми Ф64/39, номери державної реєстрації 0115U005610, 0116U002983, термін виконання 2015-2016 рр., виконавець);

- науково-дослідна робота НАН України за темою «Розробка детекторних систем для експериментів на прискорювачах та технологій для фізики прискорювачів» (номери державної реєстрації 0115U005153, 0120U103567, терміни виконання 2015-2018 рр., 2020 р., виконавець);

- проєкт для молодих вчених НАН України за темою «Дослідження іонізаційних втрат енергії високоенергетичних електрон-позитронних пар, що мають нерівноважне електромагнітне поле» (шифр теми М63/56, номер державної реєстрації 0115U003806, термін виконання 2015-2016 рр., керівник);

- проєкт (спільний з ХНУ ім. В.Н. Каразіна) за темою «Електромагнітні процеси та процеси за участю короткоживучих частинок у кристалах при енергіях, досяжних у ЦЕРНі» (номер держреєстрації 0117U004866, термін виконання 2017-2019 рр., виконавець);

- проєкт для молодих вчених НАН України за темою «Когерентні ефекти в динаміці та втратах енергії високоенергетичних заряджених частинок у кристалічних і аморфних середовищах» (шифр теми Л10/56, номер державної реєстрації 0118U100199, термін виконання 2018-2019 рр., виконавець);

У 2019–2021 рр. робота над дисертацією проводилася в докторантурі Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут».

Публікації. Результати дисертації опубліковані у 41 науковій праці: у 20 статтях у фахових вітчизняних і міжнародних виданнях та у 21 тезі доповідей на вітчизняних і міжнародних наукових конференціях.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел із 331 найменування на 33 сторінках та одного додатку. Робота містить 69 рисунків у тексті. Загальний обсяг дисертаційної роботи складає 348 сторінок, обсяг основної частини складає 287 сторінок.

РОЗДІЛ 1

ПРОЦЕСИ ВИПРОМІНЮВАННЯ ТА ІОНІЗАЦІЙНИХ ВТРАТ ЕЛЕКТРОНІВ ВИСОКИХ ЕНЕРГІЙ У РЕЧОВИНІ ТА МЕТОДИ ЇХ ОПИСУ

При русі швидкої зарядженої частинки у речовині відбувається велика кількість різноманітних електродинамічних процесів, спричинених взаємодією електромагнітного поля частинки з атомами (див., наприклад, [42–46]). Зокрема, певна кількість енергії частинки втрачається на збудження електронів на атомних оболонках та іонізацію цих оболонок. Ця кількість визначає величину так званих іонізаційних втрат енергії частинки [47–49]. При подальшому заповненні вакансій на іонізованих оболонках з певною імовірністю, що визначається атомним номером речовини, можуть випромінюватися фотони характеристичного випромінювання [50]. Якщо швидкість частинки перевищує швидкість світла всередині речовини, виникає випромінювання Вавілова-Черенкова [51–53] (див. також [54]). У випадку руху частинки крізь неоднорідне середовище (зокрема, при її проходженні крізь межу поділу речовин із різними діелектричними проникностями) відбувається генерація перехідного випромінювання [55]. Випромінювання, подібне до перехідного та відоме як дифракційне [56], може виникати й у випадку, коли частинка лише пролітає поблизу мішені [57, 58]. Найвідомішим його прикладом є випромінювання Сміта-Парселла [59] (див. також [46, 60]), що має місце при русі частинки поблизу періодичної структури. Черенковське та перехідне випромінювання мають поляризаційний характер, тобто виникають внаслідок поляризації речовини полем частинки та генеруються, власне, атомами самої речовини (як і характеристичне випромінювання) в результаті отримання ними певної долі кінетичної енергії частинки. Сама частинка при цьому генерує гальмівне випромінювання,

зазнаючи багатократного розсіювання на атомах (див., наприклад, огляд [61]).

Палітра різноманітних видів випромінювання та їх властивостей є особливо багатою при русі частинки у кристалічному середовищі. У цьому випадку, завдяки періодичному розташуванню атомів, може мати місце ефект когерентного посилення гальмівного випромінювання [62–64]. Періодичність розташування кристалографічних площин призводить до виникнення так званого параметричного рентгенівського випромінювання [42, 45, 65], що розповсюджується поблизу напрямку Бреґґа та за своєю природою є подібним до явища брегівської дифракції рентгенівських хвиль у кристалі. Власне, така дифракція також має місце для рентгенівської частини спектру перехідного і гальмівного випромінювання частинки. Зі зростанням енергії частинки внесок дифрагованого перехідного випромінювання [66, 67] в сумарну інтенсивність рентгенівського випромінювання з кристалу поблизу напрямку Бреґґа збільшується, в той час як такий внесок від дифрагованого гальмівного випромінювання, навпаки, спадає [68].

Ще один механізм випромінювання пов'язаний із особливим характером руху частинок, що може реалізовуватися в кристалі, а саме, каналюванням. Цей механізм має місце при падінні частинки на кристал під дуже малим кутом до кристалічної осі або площини [69–72]. При цьому частинка може захоплюватися потенціалом атомних ланцюжків або площин і рухатися вздовж них, як вздовж каналів, виконуючи коливання малої амплітуди у площині, перпендикулярній до напрямку цих каналів. При високих енергіях частинки випромінювання при каналюванні [73], що виникає в даному випадку, є подібним за своєю природою до випромінювання в штучних ондуляторах, але є набагато більш жорстким. Це пов'язано зі значно більшими напруженостями полів у міжатомному просторі в речовині порівняно з макроскопічними електромагнітними полями, які наразі можна отримати в лабораторії.

Згадані вище процеси ретельно вивчалися теоретично і експериментально, причому деякі з них – протягом більш, ніж сторіччя. На сьогоднішній день

більшість із них має велике практичне значення для фізики високих енергій і фізики прискорювачів. Зокрема, процеси іонізаційних втрат, перехідного та черенковського випромінювання покладено в основу роботи багатьох детекторів частинок високих енергій. Перехідне випромінювання (здебільшого в міліметровому та оптичному діапазонах) широко використовується для проведення діагностики і контролю параметрів пучків заряджених частинок (коли за характеристиками випромінювання, що його генерує пучок, визначаються його поздовжній та поперечний розмір, просторовий розподіл частинок у ньому тощо). Параметричне та дифрагване рентгенівське перехідне випромінювання у кристалах вважаються перспективними для використання з цією ж метою на майбутніх лінійних колайдерах, таких як ILC [74] та CLIC [75], де планується отримати пучки електронів і позитронів з такими малими розмірами, для яких сучасні методи діагностики, що базуються, зокрема, на перехідному випромінюванні в оптичному діапазоні, будуть непридатними. Окрім цього, значна частина згаданих механізмів випромінювання лежить в основі роботи різноманітних джерел електромагнітного випромінювання, що використовуються для наукових та прикладних цілей.

Властивості електродинамічних процесів, що обговорюються, є добре вивченими для широкого спектру експериментальних умов, що були досяжні при відповідних дослідженнях. Однак розвиток прискорювальної техніки в останні десятиріччя призвів до можливості реалізації умов, за яких зазначені процеси ще не вивчалися. Зокрема, це стосується можливості проведення експериментів із використанням електронів дуже високих енергій ϵ (як наприклад, на прискорювачі SPS у CERN із типовими значеннями $\epsilon \sim 100$ GeV). Особливо актуальним це стає для майбутніх лінійних колайдерів, де планується досягти енергій електронів і позитронів, що за порядком величини становлять 1 TeV. Справа в тому, що електродинамічні процеси, які мають місце при взаємодії частинок високих енергій з речовиною та зовнішніми полями, можуть розвиватися на макроскопічно великій відстані від області взаємодії. За певних

умов ця відстань, відома як довжина формування l_F або довжина когерентності [63, 76–78], може перевищувати розміри вимірювальної апаратури або навіть всієї лабораторії. Наприклад, у вакуумі її можна оцінити за порядком величини як $l_F \sim \gamma^2/\omega$ або $l_F \sim \gamma^2\lambda$, де $\gamma = \epsilon/m$ – Лоренц-фактор частинки, m – її маса¹, ω та λ – частота та довжина хвилі компоненти Фур'є електромагнітного поля, що розглядається у відповідному процесі (наприклад, частота і довжина хвилі випромінювання). Зокрема, при енергіях, типових для майбутніх лінійних колайдерів, у рентгенівському діапазоні частот l_F може становити кілька сотень метрів. Для значно довших хвиль вона може бути макроскопічно великою навіть при відносно низьких енергіях частинок. Наприклад, при $\epsilon = 100$ МеВ у міліметровому діапазоні довжин хвиль l_F досягає кількох десятків метрів. У межах довжини формування електромагнітне поле навколо частинки суттєво відрізняється від звичайного кулонівського поля релятивістської частинки. Зазвичай у такому полі пригнічена значна частина компонент Фур'є порівняно з кулонівським полем. Це відбувається в результаті деструктивної інтерференції компонент Фур'є власного кулонівського поля частинки з такими компонентами поля випромінювання, що виникає в результаті вище згаданої взаємодії частинки з речовиною або зовнішнім полем. У межах довжини формування вздовж напрямку руху частинки ще не можна відділити її власне поле від поля випромінювання. Вони утворюють єдине поле (яке можна наочно уявити як пригнічене кулонівське поле, що не має значної частини компонент Фур'є), що еволюціонує з часом відповідно до того, як частинка віддаляється від області взаємодії. На відстанях, що перевищують довжину формування, ці поля відокремлюються одне від одного. При цьому частинка відновлює своє кулонівське поле, а випромінювання набуває звичної форми сферично розбіжних хвиль.

Через те, що при високих енергіях частинок довжина формування стає макроскопічно великою, частинки можуть зазнавати нових взаємодій із

¹Тут і в більшості випадків далі ми користуємося системою одиниць, у якій швидкість світла $c = 1$, іноді, для зручності, відновлюючи величину c у кінцевих формулах.

речовиною або зовнішніми полями в межах цієї відстані. Характеристики електродинамічних процесів, що матимуть місце при таких взаємодіях, будуть суттєво відрізнятися від подібних характеристик у випадку, коли налітаюча частинка має кулонівське поле. Це стосується, зокрема, спектральних та кутових розподілів випромінювання, величини іонізаційних втрат тощо. Подібну модифікацію характеристик процесів можна розглядати як інтерференційний ефект, адже вона виникає внаслідок інтерференції власного поля частинки з полем випромінювання (що утворилося ще при першій взаємодії частинки) всередині довжини формування. Вперше проблема модифікації поля частинки внаслідок її взаємодії була розглянута в роботі [79] для випадку розсіювання електрона на великий кут на нерухомому центрі. Тут електрон із пригніченим в результаті розсіювання полем було названо «напівголим». Велику увагу було приділено дослідженню подібних ефектів у гальмівному випромінюванні електронів у аморфній речовині, коли поля частинок пригнічуються в результаті їх багаторазового розсіювання на атомах речовини. Це призвело до теоретичного передбачення і подальшого експериментального спостереження ефектів пригнічення гальмівного випромінювання, відомих як ефекти Ландау-Померанчука-Мігдала [80–83] і Терновського-Шульги-Фоміна [84–88]. В експериментах [89,90] спостерігалось пригнічення дифракційного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль у випадку, коли перед проходженням біля провідної пластинки, на якій генерувалося випромінювання, частинка попередньо ставала «напівголою», пролітаючи поблизу іншої подібної пластинки. В роботах [91,92] ефекти, пов'язані з пригніченням поля частинок, було теоретично розглянуто для випромінювання частинок, що пролітають поблизу металевих кульок, насаджених на оптичні волокна, і для випромінювання Сміта-Парселла. Відповідні експериментальні та теоретичні дослідження для перехідного випромінювання міліметрового та оптичного діапазонів представлено в роботах [93–95], а в [96] – для рентгенівського перехідного випромінювання у багат шарових періодичних мішенях. У дослідженнях [97,98] показано можливість прояву таких ефектів

для іонізаційних втрат електронів у тонких шарах речовини.

Вивчення впливу інтерференційних ефектів на характеристики різноманітних електродинамічних процесів представляє не тільки фундаментальний, але й практичний інтерес, що пов'язано з великим практичним значенням цих процесів, яке було коротко згадано раніше. Справа в тому, що завдяки дуже великим розмірам, що їх набуває довжина формування при високих енергіях, вимірювання характеристик цих процесів може неминуче відбуватися за умов, коли зазначений вплив є дуже суттєвим. При цьому дуже важливо знати, до яких модифікацій цих характеристик призводить такий вплив задля коректної інтерпретації результатів вимірювань. Незважаючи на достатньо велику кількість досліджень зазначених інтерференційних ефектів, у їх вивченні залишилися прогалини, що стосуються, зокрема, впливу цих ефектів на рентгенівське випромінювання електронів у кристалічних і аморфних середовищах. Тут ми, насамперед, маємо на увазі когерентне рентгенівське випромінювання електронів високих енергій у кристалах (тобто параметричне та дифрагзоване перехідне випромінювання). Як зазначалося, воно є перспективним інструментом для діагностики пучків надмалого розміру, тому його дослідження є наразі актуальним завданням. У даній дисертаційній роботі ми всебічно вивчаємо модифікацію різноманітних характеристик такого випромінювання спричинених «напівголим» станом електрона, що його генерує.

Іншим видом рентгенівського випромінювання, для якого зазначені ефекти раніше не розглядалися, є характеристичне рентгенівське випромінювання, яке є розповсюдженим джерелом монохроматичних фотонів, що використовуються для різноманітних наукових і прикладних цілей. У даній роботі вивчено прояв інтерференційних ефектів для такого випромінювання та передбачено ефект суттєвого посилення його інтенсивності завдяки їм. Ефект значного посилення інтенсивності за певних умов тут також передбачено і для рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багат шарових періодичних мішенях. Раніше для такого випромінювання ефекти, пов'язані з довжиною

формування, вивчалися лише за умов, коли вони призводять до послаблення його інтенсивності [96], або до посилення, яке є досить незначним [99].

У випадку перехідного випромінювання ряд невирішених питань, пов'язаних із впливом великих розмірів довжини формування на характеристики випромінювання, залишився і для набагато більш низькочастотного діапазону. Наприклад, такою є проблема впливу розміру детектора на результати вимірювання спектрально-кутових розподілів перехідного випромінювання міліметрового діапазону в межах довжини його формування. Раніше розгляд (як теоретичний, так і експериментальний) цієї проблеми проводився лише для граничних випадків дуже малого (точкового) [100–102] та дуже великого детектора [103]. У якості останнього використовувалася детектуюча система на базі великого фокуруючого параболічного дзеркала. Залучення такого дзеркала зумовлено його можливістю нівелювати ефекти, пов'язані з вимірюванням у межах довжини формування (за умов достатньо великого розміру дзеркала і не дуже високих енергій частинок), а також підвищувати інтенсивність сигналу, що реєструється, внаслідок фокусування випромінювання. В даній дисертаційній роботі ми узагальнюємо розгляд проблеми вимірювання характеристик перехідного випромінювання в межах довжини формування на випадок використання дзеркала довільного розміру. Така проблема постає при збільшенні енергії електронів, коли дзеркало не може вважатися таким, що має асимптотично великий розмір, і не нівелює в повній мірі ефекти довжини формування.

Ефекти, що розглядаються, можуть грати важливу роль у процесах, що, на перший погляд, здаються зовсім не пов'язаними з процесами, які обговорювалися вище. Зокрема, це стосується електромагнітного випромінювання частинок високих енергій в астрофізичних об'єктах. Наприклад, такими об'єктами є нейтронні зірки, що швидко обертаються навколо своєї осі, відомі як пульсари. Згідно з сучасними моделями (див., наприклад, [104, 105]), такі зірки є природними прискорювачами заряджених частинок, поблизу поверхні

яких частинки можуть набувати надвисоких енергій (порядка 10 TeV) у межах достатньо малих просторових інтервалів (приблизно від сотні метрів до декількох кілометрів). У даній роботі запропоновано новий механізм радіовипромінювання пульсарів, в основі якого лежить випромінювання (в тому числі перехідне) позитронів, що рухаються в магнітосфері зірки. Показано, що інтерференційні ефекти у випромінюванні, які при цьому реалізуються, дозволяють за допомогою даного механізму пояснити одне загадкове явище у радіовипромінюванні пульсара у Крабоподібній туманності, для якого ще не було запропоновано теоретичного пояснення з моменту його виявлення у 1996 році [106, 107].

Інший тип інтерференції, прояв якого ми вивчаємо в даній дисертаційній роботі, походить від інтерференції власних полів частинок між собою. Такий тип інтерференції реалізується при проходженні крізь речовину груп заряджених частинок, що рухаються на дуже малій відстані одна від одної. Ряд теоретичних і експериментальних робіт було присвячено вивченню впливу такої інтерференції на іонізаційні втрати мікроскопічних груп із декількох частинок. Наприклад, у роботах [108–112] на основі різних методів було теоретично показано, що іонізаційні втрати ультрарелятивістської електрон-позитронної пари зменшуються поблизу точки її народження в речовині (при проходженні жорсткого фотона крізь цю речовину) порівняно з сумою незалежних втрат електрона і позитрона. Таке зменшення спричинене деструктивною інтерференцією електричних полів частинок між собою і відоме як ефект Чудакова. Експериментально цей ефект спостерігався в роботах [113–115] із використанням космічних променів у якості джерела фотонів для народження електрон-позитронних пар та бульбашкових камер для вимірювання їх іонізаційних втрат, а також у набагато пізнішому експерименті на прискорювачі SPS у CERN із використанням тонких кремнієвих детекторів [116, 117]. Подібні ефекти також вивчалися для черенковського [118, 119] та гальмівного [120] випромінювання пар поблизу точки їх народження в речовині. Інший приклад, що стосується

нерелятивістських частинок, вивчався в роботах [121, 122]. Тут автори розглядали падіння кластера з декількох протонів, пов'язаних спільним електроном, на тверду мішень. Всередині мішені такий кластер миттєво втрачав електрон і розлітався внаслідок “кулонівського вибуху”. В цьому випадку одразу після вибуху конструктивна інтерференція між полями протонів робила величину іонізаційних втрат частинок у кілька разів більшою, ніж у той момент часу, коли протони розліталися достатньо далеко один від одного та інтерференція зникала. На аналогію між цими процесами та ефектом Чудакова було вказано в роботі [123].

В усіх наведених роботах, присвячених вивченню іонізаційних втрат e^+e^- пар, ці втрати досліджувалися всередині мішеней, які можна було вважати такими, що мають нескінченну товщину. При цьому інтерференційні ефекти мали місце на дуже малих відстанях від точки народження пар. У даній роботі ми вивчаємо такі ефекти в дуже тонких шарах речовини і показуємо, що в цьому випадку зазначені ефекти проявляються на значно більших відстанях від точки народження пари, а спектр цих ефектів є набагато більш різноманітним, ніж в однорідних і безмежних середовищах². Всебічне вивчення інтерференційних ефектів для іонізаційних втрат таких найпростіших груп заряджених частинок, якими є e^+e^- пари, є преамбулою для дослідження подібних ефектів у набагато більш складних макроскопічних системах, що складаються з великої кількості частинок, як-от банчі електронів високих енергій. Розвиток прискорювальної техніки в останні десятиріччя (а в деяких випадках і в останні роки) призвів до можливості проводити експерименти з електронними банчами надмалого розміру з надвисокою густиною частинок, для яких вище згадані ефекти можуть бути дуже суттєвими та набагато перевищувати величину подібних

²При цьому, звичайно, вважається, що пари народжуються в інших мішенях, що розташовані перед згаданими тонкими шарами речовини на деякій відстані від них. Подібна ідея народжувати пари в одних мішенях, а вивчати їх іонізаційні втрати в інших (зумовлена тим, що оптимальні параметри для народження пар та дослідження їх іонізаційних втрат реалізуються у різних речовинах) була запропонована та експериментально реалізована в роботі [116]. Однак тут мішені, у яких пари втрачали енергію (кремнієві детектори) були все ж достатньо товстими, тому фізично це відповідало ситуації, що розглядалася в попередніх дослідженнях, коли іонізаційні втрати пари вивчалися у тій самій речовині (однорідній і безмежній), де вона народжувалася.

ефектів для e^+e^- пар.

Раніше ефекти такого типу вивчалися для втрат енергії банчів на утворення колективних поляризаційних коливань речовини при проходженні банчів крізь плазмове середовище [124–126]. При цьому була теоретично показана можливість значного посилення таких втрат для релятивістських аттосекундних банчів. Для нерелятивістських згустків із великої кількості частинок також обговорювалася можливість когерентного посилення їх енергетичних втрат на іонізацію та збудження окремих атомів середовища [127]. При цьому однак не вивчалось важливе питання про вплив розподілу частинок у згустку та його просторових розмірів на величину та можливість прояву такого ефекту. Це пов'язано з тим, що опис такого згустку тут проводився за допомогою набору координат окремих частинок у ньому, подібно до такого опису у випадку мікроскопічних кластерів із декількох частинок [121, 122].

У даній дисертаційній роботі ми проводимо розгляд втрат енергії банчами ультрамалого розміру на іонізацію та збудження атомних оболонок речовини у загальному релятивістському випадку та отримуємо вирази для величини таких втрат через макроскопічні характеристики банча (форм-фактори). Такий підхід дозволяє виявити ряд нових аспектів іонізаційних втрат банчів, пов'язаних із проявом інтерференційних (когерентних) ефектів. Зокрема, це стосується можливості резонансного посилення таких втрат для банчів із періодичною модуляцією густини, а також суттєвої модифікації умови прояву когерентних ефектів для цих втрат в ультратонких шарах речовини. Показано, що зазначені ефекти можуть призводити до значного посилення іонізаційних втрат для банчів, що є досяжними на прискорювачах сучасних рентгенівських лазерів на вільних електронах (як наприклад, European XFEL [128, 129]), а також на ряді прискорювачів, що наразі будуються (зокрема, SINBAD [130]).

Далі в цьому розділі ми наводимо деякі основні загальновідомі результати, що були раніше отримані при дослідженні процесів, яким присвячена дана робота, а також методи їх теоретичного опису, які ми будемо використовувати.

Окрім суто оглядової частини, тут також представлено ряд оригінальних результатів. Зокрема, це стосується еволюції поля частинки після її вильоту з речовини (підрозділ 1.1), перехідного випромінювання “напівголого” релятивістського електрона при достатньо низькій енергії частинки (підрозділ 1.2), а також розвитку метода, що є зручним для дослідження інтерференційних ефектів у іонізаційних втратах груп заряджених частинок (підрозділ 1.4).

1.1. Утворення «напівголих» електронів внаслідок взаємодії частинок із речовиною

Поле релятивістського електрона як пакет віртуальних фотонів. Скалярний φ та векторний \mathbf{A} потенціали поля, що його створює релятивістський електрон, який рухається у вакуумі за законом $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0(t)$, є розв’язками відповідних рівнянь Максвелла

$$\Delta\varphi - \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -4\pi\rho, \quad \Delta\mathbf{A} - \frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -4\pi\mathbf{j}, \quad (1.1)$$

де $\rho(\mathbf{r}, t) = e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t))$ та $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e\mathbf{v}(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t))$ представляють собою густину заряду та струм електрона, а e та \mathbf{v} – відповідно його заряд і швидкість. Якщо електрон рухається з постійною швидкістю, потенціали його власного кулонівського поля є частинним розв’язком рівнянь (1.1) із $\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{v}t$. При достатньо високих енергіях частинки, внаслідок релятивістських ефектів, її поле сильно “стискається” вздовж напрямку її руху та “розтягується” в поперечному напрямку. При цьому область простору навколо частинки, де це поле помітно відрізняється від нуля, за формою нагадує млинець із центром у точці розташування частинки в даний момент часу. В межах майже всієї цієї області поперечна (відносно напрямку \mathbf{v}) компонента електричного поля частинки значно перевищує відповідну поздовжню компоненту, і поле частинки можна наближено вважати поперечним (за винятком дуже близьких відстаней

від частинки). При цьому розв'язок рівнянь (1.1) можна знайти у вигляді інтеграла Фур'є, а окрема Фур'є-компонента електричного поля частинки $\mathbf{E} = -\nabla\phi - \partial\mathbf{A}/\partial t$ з частотою ω має вигляд

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{t}) e^{i\omega t} dt = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} Q_v e^{i\omega z/v + i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}. \quad (1.2)$$

де $Q_v = 1/(q^2 + \omega^2/\gamma^2)$, а $\gamma \gg 1$ — Лоренц-фактор частинки. Тут напрямок осі z обрано вздовж швидкості частинки, а $\boldsymbol{\rho}$ представляє собою радіус-вектор точки спостереження у площині xy . Інтегрування здійснюється за компонентами хвильового вектора $\mathbf{k} = (\mathbf{q}, \omega/v)$ у цій площині. Також у виразі (1.2) $q = |\mathbf{q}|$ і $v = |\mathbf{v}|$. Магнітне поле частинки є перпендикулярним до електричного поля і при високих енергіях майже дорівнює йому за абсолютною величиною. Інтегруючи (1.2) за кутом між \mathbf{q} та $\boldsymbol{\rho}$, і згодом за q , послідовно отримуємо:

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = 2e\mathbf{e}_\rho \int_0^\infty dq q^2 Q_v J_1(q\rho) e^{i\omega z/v} = 2e\frac{\omega}{\gamma} \mathbf{e}_\rho K_1\left(\frac{\omega\rho}{\gamma}\right) e^{i\omega z/v}, \quad (1.3)$$

де $J_1(x)$ — функція Бесселя, $K_1(x)$ — функція Макдональда (функція Бесселя уявного аргументу), а \mathbf{e}_ρ — одиничний вектор, спрямований вздовж $\boldsymbol{\rho}$. Звідси, зокрема, видно, що характерні відстані від траєкторії частинки, на яких компонента Фур'є її власного поля помітно відрізняється від нуля (тобто поперечний розмір кулонівського поля частинки на частоті ω) становлять $\rho_{\text{eff}} \sim \gamma/\omega = \gamma\lambda/2\pi$. Одразу зазначимо (див. більш детальний розгляд у підрозділі 1.4), що у випадку руху електрона всередині однорідної речовини з плазмовою частотою ω_p розв'язок для власного поля частинки при $\omega \gg \omega_p$ має вигляд

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} Q_s e^{i\omega z/v + i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} = 2e\mathbf{e}_\rho \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \omega_p^2} K_1\left(\rho \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \omega_p^2}\right) e^{i\omega z/v}, \quad (1.4)$$

де $Q_s = 1/(q^2 + \omega_p^2 + \omega^2/\gamma^2)$. Таким чином, різні форми виразу для власного поля частинки всередині речовини можна отримати, зробивши в (1.2) та (1.3) заміну $\omega/\gamma \rightarrow \sqrt{\omega^2/\gamma^2 + \omega_p^2}$.

Отже, електромагнітне поле навколо ультрарелятивістської частинки, що наближено є поперечним та складається зі взаємно перпендикулярних та майже рівних за величиною (у вакуумі) електричного і магнітного полів, а також рухається разом із частинкою зі швидкістю, близькою до швидкості світла, — за всіма характеристиками є близьким до поля плоскої (але не монохроматичної) електромагнітної хвилі. З фізичної точки зору, окремі компоненти Фур'є такого поля разом із множником $e^{-i\omega t}$ можна розглядати як об'єкти, що є близькими за своїми властивостями до плоских монохроматичних хвиль, або, з квантової точки зору, до фотонів. На цій аналогії ґрунтується потужний метод опису взаємодії частинок високих енергій із речовиною, відомий як метод еквівалентних (або віртуальних) фотонів [42, 131]. У цьому методі поле частинки, що влітає у речовину, замінюють на еквівалентний пакет електромагнітних хвиль (фотонів), що збігається з кулонівським полем, і далі вивчають взаємодію такого пакета з речовиною. Через близькість властивостей кулонівського поля ультрарелятивістської частинки до властивостей пакета реальних хвиль, результати такої взаємодії досить точно відтворюють результати взаємодії частинки з речовиною. Ідею такого методу було запропоновано в роботі [132], а основного розвитку він набув у дослідженнях [133, 134]. Подальше вдосконалення цього методу виконано в роботах [135, 136].

В рамках цього методу переріз σ певного процесу, що має місце при взаємодії частинки з речовиною, можна подати як

$$\sigma = \int \frac{dN}{d\omega} \sigma_{ph}(\omega) d\omega, \quad (1.5)$$

де $dN/d\omega$ — спектральна густина числа фотонів у пакеті, що замінює поле частинки (так званих еквівалентних, або віртуальних, фотонів), а σ_{ph} —

переріз відповідного процесу при взаємодії реального фотона з речовиною. В даній роботі ми застосовуємо цей метод при розгляді характеристичного рентгенівського випромінювання електронів високих енергій (див. підрозділи 1.4 та 3.3).

На основі (1.2) та співвідношення між компонентою Фур'є електричного поля і спектральною густиною потоку енергії, пов'язаного з цим полем,

$$\frac{d^2W(\omega, \mathbf{r})}{d\omega d^2\rho} = |\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r})|^2/4\pi^2 \quad (1.6)$$

можна отримати спектрально-кутовий розподіл числа віртуальних фотонів кулонівського поля частинки у вакуумі ($dW/d\omega = \hbar\omega dN/d\omega$) [67, 137]:

$$\frac{d^2N}{d\omega d\theta} = \frac{\alpha}{\pi^2\omega} \frac{\theta^2}{(\theta^2 + \gamma^{-2})^2}, \quad (1.7)$$

де $\theta = q/\omega$, а $\alpha \approx 1/137$ — постійна тонкої структури. Згідно з (1.4), для того, щоб отримати аналогічний розподіл всередині речовини, треба зробити тут заміну $\gamma^{-2} \rightarrow \gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega^2$. Інтегруючи розподіл (1.7) за θ , можна отримати спектр еквівалентних фотонів. Через те, що інтеграл за θ (або за q), є розбіжним, проміжок інтегрування в ньому треба обмежити зверху певним значенням $\theta_0 = q_0/\omega$. Тоді отримуємо:

$$\frac{dN}{d\omega} \approx \frac{2\alpha}{\pi\omega} \ln \frac{q_0\gamma}{\omega}. \quad (1.8)$$

Величина q_0 , яку, з фізичної точки зору, можна розглядати як максимальний імпульс, що його частинка передає при взаємодії з атомом речовини, визначає мінімальні прицільні параметри $\rho_0 \sim 1/q_0$, при яких метод еквівалентних фотонів ще є придатним для опису взаємодії частинки з атомами. Для розгляду більш близьких зіткнень може знадобитися залучення інших методів. Величина q_0 зазвичай визначається типом процесу, що розглядається, а також експериментальними умовами, за яких проводиться дослідження цього процесу.

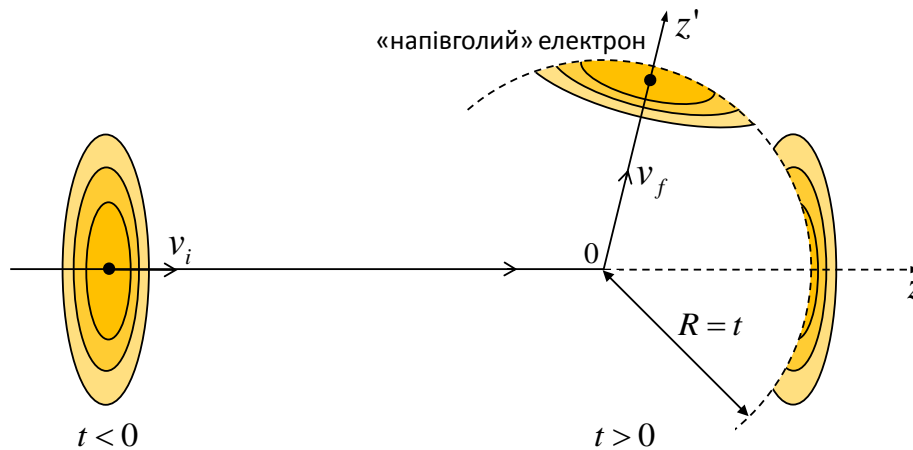


Рис. 1.1. Утворення «напівголого» електрона в результаті розсіювання частинки на великий кут.

Наприклад, у випадку жорстких процесів, для яких $\omega \gg m$ (де m — маса частинки) обирають $q_0 \sim m$ [76]. Такий випадок реалізується, зокрема, при розгляді процесів гальмівного випромінювання чи народження пар при проходженні частинок високих енергій крізь речовину. Нас однак здебільшого буде цікавити інший випадок, що відповідає $\omega \ll m$, який реалізується, зокрема, для процесів рентгенівського випромінювання частинок. Для такого випадку значення q_0 є набагато меншими (див. деталі у підрозділі 1.4 та розділах 4 і 5).

Випадок розсіювання на великий кут. До цього ми обговорювали випадок, коли електрон рухається рівномірно прямолінійно. Розглянемо, з точки зору класичної електродинаміки, процес, у якому електрон рухається вздовж осі z і поблизу точки $z = 0$ в момент часу $t = 0$ розсіюється на великий кут (рис. 1.1). Якщо лінійний розмір області простору, в межах якої на частинку діє відхиляюче поле³, є набагато меншим за довжину формування (при частоті компоненти Фур'є поля, що розглядається), можна вважати, що зміна швидкості частинки з початкового \mathbf{v}_i на кінцеве \mathbf{v}_f значення відбувається миттєво в одній точці (нехай це буде $z = 0$ в нашому випадку) і не цікавитися деталями руху частинки в межах вище згаданої області.

Згідно з розв'язком рівнянь (1.1) із током, що має вигляд $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) =$

³Це може бути, наприклад, поле атомного ядра, зовнішнє магнітне поле, або навіть поле, що діє на частинку на протязі всього її руху всередині тонкого шару речовини.

$e\mathbf{v}_i H(-t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_i t) + e\mathbf{v}_f H(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_f t)$, де $H(x)$ — ступінчаста функція Хевісайда, після такого миттєвого відхилення частинки поле навколо неї розділяється на дві частини. Перша частина представляє собою поле, яке ніби зривається з частинки в момент розсіювання, та продовжує рухатися в початковому напрямку. Це поле поступово перетворюється на сферично розбіжні хвилі гальмівного випромінювання поблизу початкового напрямку руху частинки. При цьому кожна компонента Фур'є цього поля перебудовується на відстані, що визначається довжиною формування l_F при частоті цієї компоненти.

Друга частина представляє собою поле навколо електрона, що зазнав розсіювання. При $\gamma \gg 1$ його компоненту Фур'є можна подати у наступному вигляді [44, 138]:

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = 2e\epsilon\rho' e^{i\omega z'/v} \int dq q^2 Q_v J_1(q\rho') \{1 - \exp[-i\omega z'(\gamma^{-2} + q^2/\omega^2)/2]\}, \quad (1.9)$$

де ρ' — радіус-вектор точки спостереження у площині, перпендикулярній до осі z' . Значний внесок в інтеграл у виразі (1.9) роблять значення q , що за порядком величини становлять ω/γ , на основі чого у показнику експоненти у фігурних дужках виконано розкладання за малим параметром q/ω . Цей вираз свідчить, що на відстанях $z' < \gamma^2/\omega \sim l_F$ від точки відхилення частинки компонента Фур'є з частотою ω поля навколо електрона пригнічена порівняно з відповідною компонентою кулонівського поля електрона (1.3) до розсіювання. Таке пригнічення є результатом деструктивної інтерференції⁴ кулонівського поля електрона, що рухається вздовж осі z' (перший доданок у фігурних дужках в (1.9)) та поля гальмівного випромінювання поблизу кінцевого напрямку руху частинки (другий доданок). Електрон із таким частково пригніченим полем⁵ навколо себе відомий як «напівголий» електрон [79]. При $z' \gg l_F$, внаслідок різної швидкості

⁴Зауважимо, що, строго кажучи, поняття інтерференції треба застосовувати до величини $|\mathbf{E}_\omega|^2$, що визначає потік енергії поля (1.9), і містить, окрім потоків, що відповідають кулонівському полю частинки та гальмівному випромінюванню, ще й, власне, інтерференційний доданок. Втім, ми будемо застосовувати це поняття й до напруженостей полів, маючи при цьому на увазі їх взаємне послаблення чи посилення.

⁵На певній відстані z' від точки відхилення у полі навколо електрона пригнічена низькочастотна частина компонент Фур'є, для яких має місце умова $\omega \lesssim \gamma^2/z'$

руху, поля частинки та випромінювання просторово відокремлюються одне від одного, що відповідає відновленню навколо електрона кулонівського поля та формуванню випромінювання у вигляді сферично розбіжних хвиль. При цьому інтерференційний доданок у величині $|\mathbf{E}_\omega|^2$ стає швидко осцилюючою функцією і при усередненні за малим інтервалом ω (що, наприклад, відповідає роздільній здатності детектора) зникає. Зазначимо, що в розглянутому випадку поле «напівголого» електрона можна розглядати окремо від поля, що «зривається» з частинки при розсіюванні тільки якщо таке розсіювання відбувається на достатньо великий кут, який значно перевищує величину $1/\gamma$.

В ідеалізованому випадку, коли електрон дійсно миттєво змінює напрямок своєї швидкості, пригнічення частини Фур'є компонент у полі навколо нього проявляється в тому, що це поле, як функція \mathbf{r} і t , стає відмінним від нуля всередині сфери радіуса $R = t$ з центром у точці відхилення (на рис. 1.1 структуру поля зображено саме для такого випадку). Це пов'язано з тим, що внутрішня частина цієї сфери представляє собою ділянку простору, в межах якої на момент часу t вже встиг розповсюдитися сигнал про те, що електрон змінив свою швидкість у момент часу $t = 0$. Інша частина поля, що пов'язана з гальмівним випромінюванням поблизу початкового напрямку руху частинки, — навпаки, існує зовні згаданої сфери, куди сигнал про розсіювання частинки на момент t ще не дістався. Крім того, ці поля існують також на поверхні сфери (що забезпечує неперервність силових ліній сумарного поля, які починаються на безкінечності і закінчуються на електроні), де вони утворюють сформовану частину гальмівного випромінювання поблизу напрямків \mathbf{v}_i та \mathbf{v}_f . Із плином часу поле зовні сфери «перетікає» в її середину, що призводить до відновлення кулонівського поля навколо електрона, від якого все далі віддаляється фронт сферичної хвилі випромінювання (поле на поверхні сфери). Наведену картину еволюції поля було розвинуто в роботах [139, 140], а також у книзі [44].

Розглянутий процес «роздягання» електрона в результаті розсіювання грає важливу роль у гальмівному випромінюванні електронів при їх бага-

торазовому розсіюванні в речовині, спричиняючи ряд ефектів пригнічення такого випромінювання (окрім наведених раніше посилань див. також огляди [61, 141]). На базовому рівні таке пригнічення зумовлене тим, що зі зменшенням частоти випромінювання довжина формування починає перевищувати довжину вільного пробігу електрона в речовині. У цьому випадку після розсіювання на атомі електрон у межах довжини формування може зазнати наступного розсіювання, на момент якого він ще не встигне регенерувати своє кулонівське поле після першого розсіювання. Через те, що частинка не матиме навколо себе повноцінного поля, яке можна «скинути» при відхиленні (подібно до того, як це зображено на рис. 1.1), нове розсіювання буде супроводжуватися менш інтенсивним випромінювання, аніж перше. Теж саме стосується й наступних розсіювань частинки.

У даній дисертаційній роботі показано, що подібне «роздягання» частинок (позитронів) високих енергій при їх русі за викривленою траєкторією, може грати важливу роль у поясненні однієї загадкової особливості у радіовипромінюванні пульсара в Крабоподібній туманності.

Випадок проходження крізь товстий шар речовини. «Напівголий» стан електрона, подібний до того, що має місце після розсіювання частинки, може виникати і внаслідок макроскопічної поляризації речовини, крізь яку електрон пролітає, навіть якщо його розсіюванням на атомах цієї речовини можна знехтувати. Розглянемо найпростіший випадок, у якому реалізується така ситуація, що відповідає проходженню електрона крізь пластинку речовини у вакуумі. Нехай електрон рухається вздовж осі z , а права поверхня пластини (та, через яку електрон вилітає з неї) розташована у площині $z = 0$. Ми будемо цікавитися еволюцією поля навколо електрона у рентгенівському діапазоні частот (а саме, енергіями фотонів порядку декількох кеВ), що представляє інтерес для наших подальших досліджень, представлених у даній роботі. Поле навколо частинки у вакуумі після її вильоту з пластини можна обчислити з рівнянь Максвелла з граничними умовами [42, 77, 99] на її поверхні. При достатньо

високих енергіях електрона, коли поле частинки можна вважати поперечним, у геометрії, що розглядається, достатньо лише однієї граничної умови, що враховує неперервність тангенційної компоненти сумарного електричного поля на поверхні пластини. При цьому з обох боків поверхні, що розглядається, таке поле складається з власного поля електрона (відповідно, (1.2) у вакуумі та (1.4) у речовині) та поля перехідного випромінювання (ПВ). Ми будемо враховувати граничну умову лише на правій поверхні, припускаючи, що мішень є достатньо товстою (товщиною принаймні $\gtrsim 10$ мкм), та поглинає перехідне випромінювання (на частотах, що розглядаються), яке генерується на лівій поверхні. При цьому однак будемо вважати мішень не дуже товстою, так що розсіянням електрона всередині неї, яке призводить до відхилення частинки від осі z , можна знехтувати. Тоді сумарне поле навколо частинки при $z > 0$ можна представити у вигляді [97]:

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} \left\{ Q_v e^{i\omega z/v} - Q_f e^{iz\sqrt{\omega^2 - q^2}} \right\} e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}, \quad (1.10)$$

де $Q_f = 1/(q^2 + \omega^2/\gamma^2) - 1/(q^2 + \omega_p^2 + \omega^2/\gamma^2) = Q_v - Q_s$, ω_p — плазмова частота пластини, а $\boldsymbol{\rho}$ та \mathbf{q} — як і раніше, відповідно компоненти радіус-вектора точки спостереження та хвильового вектора у площині xy . Перший доданок тут описує власне кулонівське поле електрона у вакуумі, а другий — пакет вільних хвиль, який поступово перетворюється на сферично розбіжні хвилі ПВ. У межах довжини формування $l_F \sim \gamma^2/\omega$ ці поля не відокремлені одне від одного і суттєво інтерферують. Після інтегрування за кутом між \mathbf{q} та $\boldsymbol{\rho}$ вираз (1.10) можна представити у вигляді

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = 2e\mathbf{e}_\rho e^{i\omega z/v} \int dq q^2 J_1(q\rho) \{ Q_v - Q_f \exp[-i\omega z(\gamma^{-2} + q^2/\omega^2)/2] \}, \quad (1.11)$$

що за своєю формою нагадує вираз (1.9) для поля навколо електрона після розсіювання. Тепер однак модифікація поля навколо електрона виникає внаслі-

док поляризації речовини, із якої він вилітає, що визначається величиною ω_p та призводить до виникнення ПВ (якщо $\omega_p = 0$, то $Q_f = 0$). У безпосередній близькості до пластини ($z \lesssim \omega/\omega_p^2$) при $\gamma \gg \omega/\omega_p$ вираз (1.11) перетворюється на [142]:

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = 2e\omega_p \mathbf{e}_\rho e^{i\omega z} K_1(\omega_p \rho). \quad (1.12)$$

Цей вираз показує, що навіть після вильоту електрона з мішені, на відстані $z \lesssim \omega/\omega_p^2$ від неї, компонента Фур'є сумарного поля навколо частинки має такий самий вигляд, як і відповідна компонента (1.4) всередині мішені. Порівняння (1.12) з (1.3) демонструє, що після вильоту частинки до вакууму Фур'є-компоненти з частотами $\omega < \gamma\omega_p$ в полі (1.10) що оточує електрон, пригнічені і відповідні віртуальні фотони в цьому полі майже відсутні. Зазначимо також, що у протилежній ситуації, коли частинка влітає всередину мішені з вакууму, у безпосередній близькості до поверхні мішені (всередині неї) поле навколо частинки все ще є дуже близьким до кулонівського поля у вакуумі і визначається виразом (1.2). Це є причиною пригнічення так званого ефекту густини у втратах енергії частинки на іонізацію атомів (див. детальніше секцію 1.4) у приповерхневому шарі мішені (або в ультратонких мішенях). Однак при вильоті високоенергетичної частинки з мішені до вакууму процес перебудови поля навколо неї відбувається в межах набагато більшої відстані вздовж її траєкторії, ніж у протилежному випадку вльоту частинки всередину мішені.

Отримаємо тепер аналітичний вираз для поля (1.10), що є дійсним у широкій (при $\gamma \gg 1$) проміжній області відстаней від пластинки: $\omega/\omega_p^2 \ll z \ll \gamma^2/\omega$. На відстанях $\rho \lesssim 1/\omega_p$ від траєкторії електрона поляризація пластини не впливає на поле навколо частинки, яке тут визначається формулою (1.3) при довільному z . Тому ми зосередимося на випадку $\rho \gg 1/\omega_p$. У цій області для частини другого доданку в (1.11), що пов'язана з Q_v , можна аналітично

обчислити відповідний інтеграл (див. [143]), отримавши

$$2e\mathbf{e}_\rho e^{i\omega z} \int dq q^2 Q_\nu J_1(q\rho) e^{-iq^2 z/2\omega} \quad (1.13)$$

$$\approx -2e\mathbf{e}_\rho e^{i\omega z} \left\{ \frac{2i}{\rho} \sin\left(\frac{\omega\rho^2}{4z}\right) e^{i\omega\rho^2/4z} + \frac{1}{\rho} - \frac{\omega}{\gamma} K_1\left(\frac{\omega\rho}{\gamma}\right) \right\}.$$

Іншу частину цього доданку, пов'язану з Q_s , можна обчислити, використовуючи метод стаціонарної фази [144]. У цьому випадку функцію Бесселя тут треба представити в асимптотичній формі як $J_1(q\rho) \approx \sqrt{2/\pi q\rho} \cos(q\rho - 3\pi/4)$. Косинус, представлений у вигляді різниці експонент, згідно з формулою Ейлера, разом з експонентою в підінтегральному виразі в (1.11) мають єдину стаціонарну точку $q_0 = \omega\rho/z$ на інтервалі інтегрування. В результаті сумарне поле (1.11) навколо електрона в цьому випадку може бути представлене у вигляді:

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = 2e\mathbf{e}_\rho e^{i\omega z} \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 + (\omega\rho/z)^2} \frac{e^{i\omega\rho^2/2z}}{\rho}. \quad (1.14)$$

В області $\rho \ll \sqrt{z/\omega}$ це поле збігається з (1.3) і представляє частину кулонівського поля, яку електрон вже встиг «регенерувати» навколо себе. Поле ПВ переважно зосереджене в області $\rho > \sqrt{z/\omega}$ і все ще суттєво інтерферує тут із власним полем електрона. Характерні кути $\alpha = \rho/z$ концентрації ПВ у цьому випадку складають $\sim \sqrt{1/\omega z}$ і зменшуються зі збільшенням z , досягаючи свого асимптотичного значення $1/\gamma$ при $z \sim \gamma^2/\omega$. При $\rho > z\omega_p/\omega$ поле (1.14) швидко спадає як $1/\rho^3$.

На основі (1.14) та (1.6) можна обчислити спектральний розподіл повної кількості електромагнітної енергії, що перетинає площину $z = \text{const}$, як функцію z . Як зазначалося (порівн., наприклад, (1.3) та (1.12)), поле навколо електрона відрізняється від кулонівського і змінюється з часом здебільшого на відстанях $\rho > 1/\omega_p$ від траєкторії частинки. Тому для того, щоб оцінити змінну (зі збільшенням z) частину зазначеного потоку енергії, достатньо проінтегрувати (1.6), використовуючи у якості нижньої межі $\rho \sim 1/\omega_p$. Тоді

в області відстаней $\omega/\omega_p^2 \ll z \ll \gamma^2/\omega$ з логарифмічною точністю отримуємо:

$$\frac{dW(\omega, z)}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi} \ln \frac{\omega_p^2 z}{\omega}. \quad (1.15)$$

Як бачимо, в межах довжини формування $l_F \sim \gamma^2/\omega$ відбувається логарифмічне зростання кількості електромагнітної енергії навколо електрона зі збільшенням z . Енергетичний баланс у цьому випадку забезпечується зменшенням кінетичної енергії електрона (ми нехтуємо зміною швидкості електрона через незначну величину цієї зміни). Якщо на відстані $z < l_F$ від шару речовини електрон буде зазнавати нової взаємодії з речовиною, яка породжуватиме певні електродинамічні процеси, то характеристики таких процесів можуть бути суттєво модифіковані, порівняно з випадком, коли шар речовини відсутній і налітаючий електрон має кулонівське поле. Наприклад, якщо подібним процесом є випромінювання (див. підрозділ 1.2 та розділ 2), то суттєво змінюватися може його інтенсивність (подібно до випадку з гальмівним випромінюванням «напівголого» електрона). Крім того, розглянута еволюція поля супроводжується зміною розподілу його енергії за \mathbf{q} , що може викликати зміну кутового розподілу вище згаданого випромінювання. Така еволюція може також суттєво впливати на процес іонізаційних втрат частинок (див. [97, 98] та розділ 4).

При $z \gg \gamma^2/\omega$ весь інтеграл, пов'язаний із другим доданком у (1.11), може бути обчислений із застосуванням методу стаціонарної фази, подібно до того, як це було зроблено у випадку менших z для його частини, що містить Q_f . Це безпосередньо призводить до наступної асимптотики для поля [142]:

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = 2e\mathbf{e}_\rho \left\{ \frac{\omega}{\gamma} K_1 \left(\frac{\omega\rho}{\gamma} \right) e^{i\omega z/v} + \frac{e^{i\omega r}}{r} A(\alpha) \right\}. \quad (1.16)$$

Тут використано наближення $z + \rho^2/2z \approx r$, де $r = |\mathbf{r}|$, що має місце за умови $\rho \ll z$. Наведений вираз свідчить про повне розділення поля навколо електрона

на власне кулонівське поле та сферично розбіжну хвилю ПВ при $z \gg \gamma^2/\omega$. Квадрат величини

$$A(\alpha) = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \gamma^{-2})(\alpha^2 + \omega_p^2/\omega^2 + \gamma^{-2})},$$

де $\alpha = \rho/z$, визначає добре відомий кутовий розподіл рентгенівського ПВ у хвильовій зоні (тобто на відстанях від межі поділу середовищ, що перевищує довжину формування ПВ) [77, 99].

На останок зазначимо, що розглянутий випадок проходження електрона крізь шар речовини є загальним прикладом подібних випадків, що часто мають місце за реальних експериментальних умов і можуть бути неминучими. Наприклад, електрони можуть проходити крізь вхідні вікна вакуумних камер, мішені телескопів, що вимірюють розбіжність пучка, сцинтилятори й інші мішені на попередніх стадіях діагностики пучка тощо. Через те, що при високих енергіях частинка може зберігати «напівголий» стан, який утворюється внаслідок таких взаємодій, на макроскопічно великих відстанях від області взаємодії, задача про вивчення впливу такого стану частинки на різноманітні електродинамічні процеси, якій присвячена частина даної дисертаційної роботи, є актуальною і представляє практичний інтерес.

1.2. Перехідне випромінювання

Перехідне випромінювання у міліметровому діапазоні довжин хвиль.

У попередній секції ми, зокрема, розглянули просторову картину розвитку поля навколо електрона високої енергії після проходження ним товстої мішені. Поступова перебудова поля навколо частинки при цьому була зумовлена формуванням ПВ. У даній секції ми розглянемо спектрально-кутові характеристики такого випромінювання, які зазвичай і вимірюються в експерименті.

Взагалі кажучи, при проходженні частинки крізь межу поділу середовищ ПВ генерується в обох напрямках від цієї межі. Спектр такого випромінювання є дуже широким і простягається до частот $\omega \sim \gamma\omega_p$, де ω_p — найбільша з двох плазмових частот речовин по обидва боки від межі (відповідно, у випадку проходження частинкою межі між вакуумом чи газом та твердим середовищем — це плазмова частота цього середовища). При достатньо високих енергіях частинки величина $\gamma\omega_p$ належить до рентгенівського діапазону, адже типові значення $\hbar\omega_p$ для твердих тіл становлять декілька десятків еВ. При низьких частотах (що можуть належати й до радіодіапазону) спектр ПВ починає спадати зі зменшенням частоти, якщо розмір мішені, на якій генерується випромінювання, стає меншим за характерний поперечний розмір кулонівського поля частинки $\gamma\lambda/2\pi$ (у випадку, якщо мішень розташована у вакуумі або газі) на довжині хвилі λ . Якщо ПВ генерується не на одній межі поділу, а на пластинці, що має дві таких межі, то спадання спектру зі зменшенням частоти може також відбуватися внаслідок деструктивної інтерференції внесків від обох поверхонь пластинки (що є характерним для рентгенівського ПВ). Вперше спектрально-кутові розподіли ПВ при проходженні частинкою крізь межу поділу двох середовищ було отримано в роботі [55], де, власне, й було теоретично передбачено існування такого випромінювання. Подальший розвиток теорія ПВ отримала в роботах [145–149], де вивчалось ПВ при проходженні частинок крізь пластинки і вплив багаторазового розсіювання частинки в речовині на це випромінювання, а також у багатьох пізніших роботах переважно радянських вчених (див. огляд [150], книги [42, 77, 99] та посилання в них).

Найпростішим процесом, у якому виникає ПВ є нормальне падіння частинки на металеву мішень, що розташована у вакуумі чи газі (рис. 1.2а). Для оптичних та більш низьких частот таку мішень можна вважати ідеально провідною, і вона як дзеркало відбиває назад щодо напрямку руху частинки відповідні еквівалентні фотони її кулонівського поля (ніби реальні електромагнітні хвилі). Відбившись від мішені, ці фотони перетворюються на реальні

хвилі ПВ назад у оптичному, інфрачервоному та міліметровому діапазонах⁶. Саме в оптичному діапазоні ПВ вперше спостерігалось експериментально [151]. Просторову еволюцію поля ПВ у випадку, що розглядається, було детально досліджено в роботах [152, 153] на базі точного розв'язку рівнянь Максвелла з граничною умовою для електричного поля на поверхні мішені. Ще раніше така еволюція обговорювалися в [154]. Спектрально-кутовий розподіл ПВ у хвильовій зоні (тобто на відстані від мішені, що перевищує довжину формування ПВ $l_F \sim \gamma^2 \lambda$) в даному випадку має вигляд [77]:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\vartheta} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\vartheta^2}{(\vartheta^2 + \gamma^{-2})^2}. \quad (1.17)$$

Тут ϑ — це кут між напрямком спостереження та напрямком $-\mathbf{v}$, де \mathbf{v} — швидкість частинки. Вираз (1.17) свідчить про наявність яскраво вираженого максимуму в кутовому розподілі ПВ при $\vartheta = 1/\gamma$ (див. товсту суцільну криву на рис. 1.2б) та про незалежність його спектра від ω в інтервалі частот, що розглядається (якщо можна знехтувати обмеженим розміром мішені). У загальному випадку (який є більш зручним, з експериментальної точки зору), коли поверхня мішені не перпендикулярна до швидкості частинки, вираз (1.17) також із хорошою точністю визначає розподіл ПВ, якщо енергія частинки є достатньо високою (при менших енергіях у цьому випадку розподіл ПВ втрачає аксіальну симетрію). При цьому однак ϑ представляє собою кут між напрямком спостереження та напрямком, що є дзеркальним відбиттям напрямку \mathbf{v} від поверхні мішені (далі ми будемо називати його дзеркальним напрямком).

Як було показано в [100, 102] та [101], при вимірюванні розподілу ПВ точковим детектором⁷ на відстані від мішені, що є меншою за l_F (у ближній зоні), отриманий результат суттєво відрізняється від (1.17). У цій області поле ПВ визначається тим самим виразом, що й поле, яке «зривається» з електрона

⁶Різде спадання спектру ПВ зі зменшенням частоти через обмежений розмір мішені починається при довжинах хвиль $\lambda \sim 2\pi R/\gamma$, де R — характерний лінійний розмір мішені. Тому при великих R та відносно малих γ можлива генерація ПВ і в більш низькочастотному діапазоні.

⁷Точковим ми будемо вважати детектор з лінійними розмірами активної поверхні, що є значно меншими за $\gamma\lambda/2\pi$.

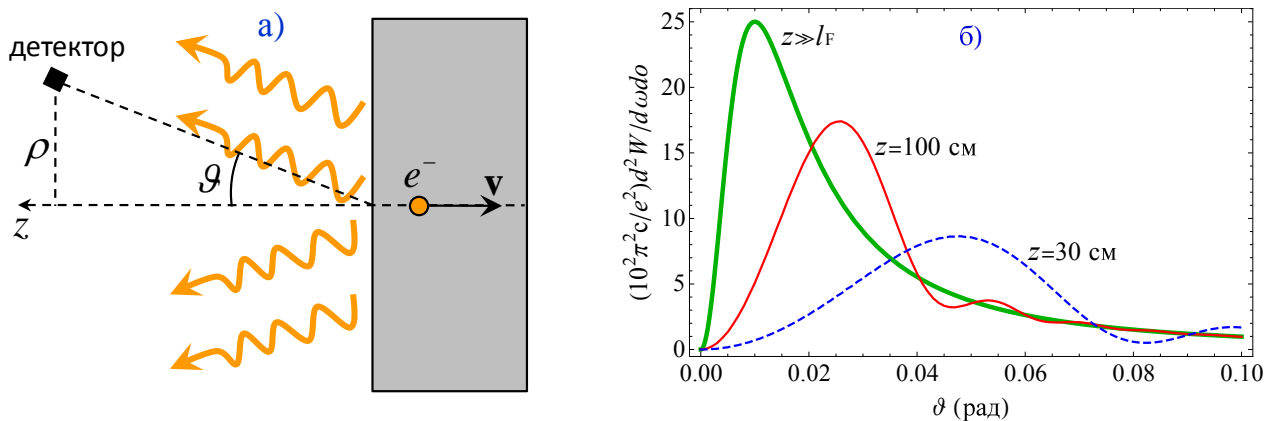


Рис. 1.2. а) Генерація ПВ при вльоті електрона в металеву мішень; б) кутові розподіли спектральної густини ПВ електрона з енергією $\epsilon \approx 50$ МеВ при $\lambda = 1$ мм ($\gamma = 100$, $l_F \sim \gamma^2 \lambda = 10$ м) на різних відстанях z від мішені.

при його розсіюванні на великий кут, тобто другим доданком в (1.9). Тому, використовуючи (1.6), де треба покласти $d^2 \rho = r^2 d\omega$ ($d\omega$ — елемент тілесного кута), спектрально-кутовий розподіл ПВ тут можна подати у вигляді:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\omega} = \frac{e^2 z^2}{\pi^2} \left| \int_0^\infty dq \frac{q^2 J_1(q\rho)}{q^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{-iq^2 z/2\omega} \right|^2. \quad (1.18)$$

Тут вісь z спрямовано проти напрямку руху електрона (або, в загальному випадку, в дзеркальному напрямку), а $\rho \ll z$ є відстанню від точки спостереження до цієї осі. Кутовий розподіл ПВ, що визначається цим виразом, є значно ширшим за розподіл (1.17) у хвильовій зоні (див. рис. 1.2б). Особливо гостро проблема реєстрації ПВ у ближній зоні постає для випромінювання у міліметровому діапазоні, коли величина l_F набуває особливо великих розмірів (як на рис. 1.2б).

В останні десятиріччя інтерес до вивчення ПВ відновився у зв'язку з можливістю його використання для вимірювання і контролю параметрів пучків заряджених частинок, що створюються на прискорювачах (коли за характеристиками ПВ, що його генерує пучок, прямо чи опосередковано визначаються його параметри). При цьому найбільший практичний інтерес наразі представляє саме ПВ у розглянутому найпростішому випадку, коли

воно генерується пучком, що перетинає металеву пластинку. Наприклад, у міліметровому та інфрачервоному діапазонах таке ПВ використовується для вимірювання поздовжнього розміру та профілю пучка [155–158] (див. також огляд [159]). ПВ у оптичному діапазоні є зручним інструментом для вимірювання його поперечного розміру [160–164]. Серію робіт було присвячено вивченню межі застосування такого методу у випадку дуже малих поперечних розмірів пучків [165, 166], а також дослідженню можливості використання ПВ в ультрафіолетовому діапазоні [167] для поліпшення цієї межі.

Перехідне випромінювання «напівголого» електрона. Як зазначалося, для ПВ у міліметровому діапазоні особливо гостро постає проблема впливу великого розміру довжини формування на характеристики випромінювання, що вимірюються. Окрім, власне, великого розміру відстані від мішені, на якій відбувається перетворення поля ПВ на сферично розбіжні хвилі, яким відповідає розподіл (1.17), така проблема може бути також пов'язана з «напівголим» станом електрона, що налітає на мішень. Такий стан частинки може виникнути внаслідок її попередньої взаємодії з речовиною або зовнішнім полем і зберігається в межах тієї ж самої довжини формування. В міліметровому діапазоні довжин хвиль l_F може легко перевищити відстань від області взаємодії частинки до мішені, і ПВ буде генеруватися «напівголим» електроном. Тому для коректного аналізу результатів вимірювання в цьому випадку важливо враховувати не тільки ефект ближньої зони, а й ефекти, пов'язані з зазначеним станом частинки. Раніше такі ефекти розглядалися для випадку достатньо високих енергій електронів, що перед падінням на мішень зазнавали розсіювання на великий кут [94, 152] або проходили крізь таку ж саму провідну мішень [93]. Як зазначалося, у таких випадках кутовий розподіл ПВ має аксіальну симетрію відносно дзеркально напрямку. Далі ми наведемо результати більш точного розрахунку спектрально-кутового розподілу ПВ у хвильовій зоні (на відстані більшій за $\gamma^2\lambda$ від мішені), що є придатними при довільних енергіях частинки. Будемо, як і в [93], вважати, що електрон втрачає значну частину компонент

Фур'є власного поля внаслідок проходження крізь провідну мішень (рис. 1.3).

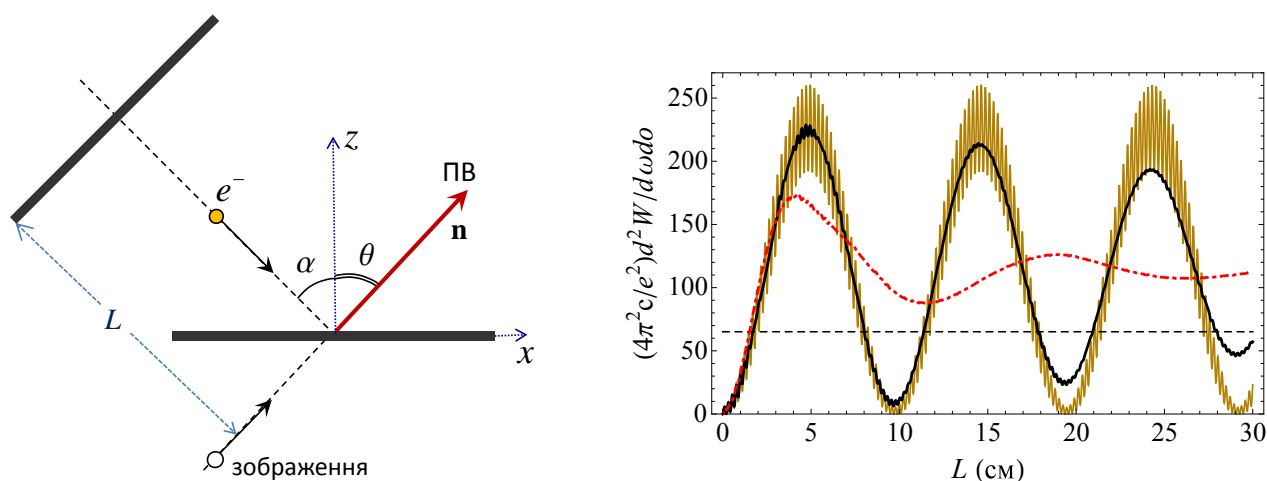


Рис. 1.3. Зліва: ПВ при похилому падінні «напівголого» електрона на металеву мішень; справа: залежність інтенсивності ПВ електрона з енергією $\epsilon = 3.5$ MeV при $\lambda = 2$ мм, $\alpha = \pi/4$, $\theta = \pi/4 + 1/\gamma$ ($l_F \sim \gamma^2 \lambda \approx 10$ см) від відстані між пластинками (крива зі швидкими осциляціями); суцільна крива — усереднення за $\Delta\lambda = \pm 0.1$ мм і $\Delta\theta = \pm 0.5^\circ$; штрих-пунктирна крива — усереднення за $\Delta\lambda = \pm 1$ мм і $\Delta\theta = \pm 1.5^\circ$; пунктирна лінія — відповідна інтенсивність для електрона з кулонівським полем.

Найпростіший спосіб обчислення спектрально-кутового розподілу ПВ у даному випадку дає метод зображень, який можна застосовувати навіть за ультрарелятивістських швидкостей налітаючої частинки у випадку, якщо поверхня мішені є плоскою [77, 168]. В рамках цього методу ПВ, що виникає при падінні частинки на мішень, обчислюється як гальмівне випромінювання, що виникає при миттєвій зупинці частинки та її зображення в мішені, що рухалися за дзеркально симетричними траєкторіями (рис. 1.3), у спільній точці на поверхні. При цьому ніби відбувається анігіляція частинки з її зображенням (адже два протилежні та рівні за величиною заряди опиняються в одній точці), що відповідає екрануванню заряду частинки при її вльоті до мішені вільними зарядами останньої. У випадку, що розглядається, ми також повинні врахувати, що в момент часу $t = -L/v$ (якщо вважати, що електрон та його зображення «зустрічаються» при $t = 0$) відбувається миттєве прискорення електрона (і зображення) від стану спокою до швидкості v , що відповідає вильоту частинки

з мішені, що її «роздягає». Компонента Фур'є магнітного поля, що його створює кожна з частинок, які розглядаються (електрон і зображення) на великій відстані від себе (тобто поле випромінювання у хвильовій зоні), має вигляд [169]:

$$\mathbf{H}_\omega(\mathbf{r}) = \frac{ie\omega}{c^2 r} e^{ikr} \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{n}, \mathbf{v}(t)] e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}_0(t))}, \quad (1.19)$$

де $\mathbf{r}_0(t)$ — закон руху відповідної частинки, $\mathbf{r} = r\mathbf{n}$ — радіус-вектор точки спостереження, $\mathbf{k} = \mathbf{n}k = \mathbf{n}\omega/c$ — хвильовий вектор випромінювання та $\mathbf{v} = d\mathbf{r}_0/dt$. Для зручності тут і далі в цій секції ми відновили у формулах величину c . Використовуючи (1.6), куди замість \mathbf{E}_ω треба підставити компоненти Фур'є сумарного магнітного поля електрона і зображення (враховуючи, що $d^2\rho = r^2 d\phi$), для спектрально-кутового розподілу ПВ «напівголого» електрона отримуємо:

$$\frac{\pi^2 c}{e^2} \frac{d^2 W}{d\omega d\phi} = \left(\frac{\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}_1}{1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_1} \right)^2 I_1 + \left(\frac{\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta}_2}{1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_2} \right)^2 I_2 - \frac{\boldsymbol{\beta}_1 \boldsymbol{\beta}_2 - (\mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_1)(\mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_2)}{(1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_1)(1 - \mathbf{n}\boldsymbol{\beta}_2)} I_{12}, \quad (1.20)$$

де

$$\begin{aligned} I_1 &= \sin^2[\omega l(1 - \beta_x \sin \theta \cos \phi + \beta_z \cos \theta)/2v], \\ I_2 &= \sin^2[\omega l(1 - \beta_x \sin \theta \cos \phi - \beta_z \cos \theta)/2v], \\ I_{12} &= \sin^2[\omega l(1 - \beta_x \sin \theta \cos \phi + \beta_z \cos \theta)/2v] - \sin^2[\omega l \beta_z \cos \theta/2v] \\ &\quad + \sin^2[\omega l(1 - \beta_x \sin \theta \cos \phi - \beta_z \cos \theta)/2v]. \end{aligned}$$

Для того щоб отримати звідси вираз для ПВ електрона з кулонівським полем (див., наприклад, [150]), який при $\gamma \gg 1$ є близьким до (1.17), треба покласти $I_1 = I_2 = 1/4$ і $I_{12} = 1/2$.

Величина ϕ в (1.20) представляє собою азимутальний кут у площині xy (кут між віссю x і проекцією вектора \mathbf{n} на поверхню мішені), θ — кут між

\mathbf{n} і віссю z , β_1 і β_2 — безрозмірні швидкості електрона та його зображення, які мають однакову абсолютну величину v/c . Також $\beta_x = (v/c) \sin \alpha$ та $\beta_z = (v/c) \cos \alpha$. При достатньо високих енергіях електрона вираз (1.20) співпадає з відповідним виразом, що його було отримано в попередніх роботах [93, 94]⁸:

$$\frac{d^2W}{d\omega do} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\vartheta^2}{(\vartheta^2 + \gamma^{-2})^2} 2\{1 - \cos[\omega l(\vartheta^2 + \gamma^{-2})/2c]\}, \quad (1.21)$$

Рис. 1.3 демонструє приклад залежності інтенсивності ПВ від відстані L між пластинками для достатньо низької енергії електрона ($\epsilon = 3.5$ MeV). Звідси видно, що ця залежність має характер осциляцій (що очевидно з виду високоенергетичної асимптотики (1.21)), і області пригнічення випромінювання (порівняно з випадком, що відповідає електрону з кулонівським полем) чергуються з областями, де інтенсивність посилюється. Період цих осциляцій за порядком величини співпадає з l_F . Можливість спостерігати принаймні кілька таких коливань залежить від спектральної та кутової роздільної здатності детектора, що використовується. Наприклад, суцільна лінія (без швидких осциляцій) на рис. 1.3 зображує результат, отриманий після усереднення виразу (1.20) за інтервалом довжин хвиль $\lambda = 2 \pm 0.1$ мм та кутовим інтервалом в 1° навколо $\theta = \pi/4 + 1/\gamma$. При цьому усереднена інтенсивність випромінювання все ще зберігає коливальну поведінку, типову для неусередненої величини (лише швидкі осциляції, спричинені першим і третім доданками в (1.20) зникають після зазначеного усереднення). Зі збільшенням інтервалів усереднення за ϑ і λ коливання усередненої інтенсивності ПВ поступово зникають (штрихпунктирна лінія на рис. 1.3). У цьому випадку пригнічення інтенсивності ПВ має місце лише при $L \lesssim l_F$. При більших L інтенсивність випромінювання наближається до суми інтенсивностей ПВ при вильоті електрона з верхньої пластинки (та, яку електрон перетинає першою), що відбивається від нижньої пластинки, та ПВ електрона з кулонівським полем від нижньої пластинки, які не інтерферують одне з одним.

⁸Звертаємо увагу на наявність у цій формулі саме кута ϑ між \mathbf{n} та дзеркальним напрямком, а не θ .

Рентгенівське перехідне випромінювання в багатошаровій мішені. Взагалі, ПВ є випромінюванням достатньо низької інтенсивності і для його спостереження потрібні високі інтенсивності пучків. У рентгенівському діапазоні, на відміну від випадку менших ω , більша частина ПВ випромінюється вперед під малими кутами до напрямку руху частинки і відносно слабо поглинається в речовині (коефіцієнт поглинання при цьому сильно залежить від ω). Це дозволяє генерувати рентгенівське ПВ у багатошарових мішенях, що складаються з великої кількості тонких фольг. При цьому інтенсивність випромінювання може досягати значення в середньому одного фотона на електрон, що дозволяє використовувати такі мішені у якості детекторів частинок високих енергій [170–172] та як джерела рентгенівського випромінювання [173–176]. Ба більше, через те, що рентгенівське ПВ має пороговий характер (ПВ з частотою ω може ефективно генеруватися тільки якщо Лоренц-фактор частинки задовольняє умові $\gamma > \omega/\omega_p$), відповідні детектори дозволяють також ідентифікувати заряджені частинки з приблизно однаковою енергією [177–180], розрізняючи важкі адрони (з підпороговими γ) і легкі лептони (з надпороговими γ). Це зумовило підвищений інтерес до вивчення рентгенівського ПВ у багатошарових мішенях.

Найбільш прямий метод обчислення характеристик ПВ у багатошаровій мішені полягає в послідовному застосуванні граничних умов для розв'язку рівнянь Максвелла на поверхнях фольг та знаходження асимптотики цього розв'язку на великій відстані від мішені (яка й представляє собою сформоване поле випромінювання). У серії робіт [181–184] було розвинено спрощені методи опису рентгенівського ПВ у тонких фольгах та багатошарових структурах, що, з математичної точки зору, є аналогами ейконального та борнівського наближення у квантовій механіці. Зокрема, при проходженні електрона крізь тонку фольгу товщини l_A , що має плазмову частоту ω_{pA} та знаходиться у середовищі з плазмовою частотою ω_{pB} , спектрально-кутова густина числа

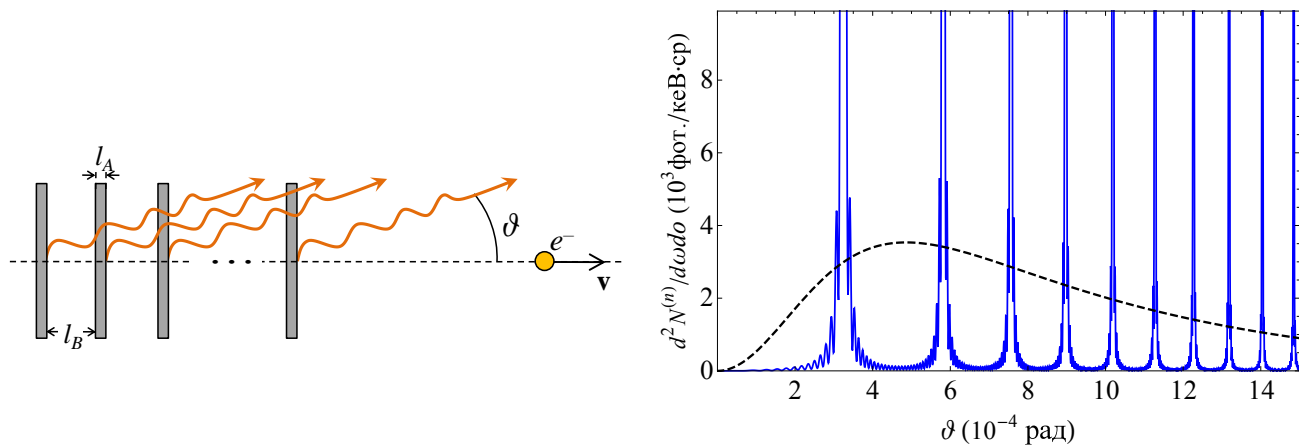


Рис. 1.4. Зліва: генерація ПВ при проходженні електрона крізь багатошарову мішень; справа: суцільна крива — кутовий розподіл спектральної густини ПВ електрона з енергією 1 ГеВ у мішені з $n = 30$ алюмінієвих фольг при $l_A = 10$ мкм, $l_B = 1$ мм та $\hbar\omega = 10$ кеВ; пунктирна крива — відповідний розподіл без урахування інтерференції між внесками окремих фольг.

фотонів ПВ має наступний вигляд:

$$\frac{d^2 N^{(1)}}{d\omega d\vartheta} = \frac{\alpha}{\pi^2 \omega} \frac{(\omega_{pA}^2 - \omega_{pB}^2)^2}{\omega^4} \frac{4\vartheta^2 \sin^2[l_A/2l_{FA}]}{(\gamma^{-2} + \vartheta^2 + \omega_{pA}^2/\omega^2)^2 (\gamma^{-2} + \vartheta^2 + \omega_{pB}^2/\omega^2)^2}, \quad (1.22)$$

де ϑ — кут між напрямком спостереження і швидкістю електрона, а

$$l_{FA} = 2v\omega^{-1}/(\gamma^{-2} + \vartheta^2 + \omega_{pA}^2/\omega^2) \quad (1.23)$$

представляє собою довжину формування випромінювання всередині фольги, визначену з урахуванням її залежності від напрямку спостереження та впливу поляризації речовини. Аналогічно, шляхом заміни $\omega_{pA} \rightarrow \omega_{pB}$ визначається відповідна довжина l_{FB} у середовищі поза межами фольги. Множник $4 \sin^2[l_A/2l_{FA}]$ описує інтерференцію внесків від обох поверхонь фольги.

Якщо електрон проходить крізь цілу стопку з n таких пластин, що розташовані на відстані l_B одна від одної у тому ж середовищі (рис. 1.4), розподіл ПВ набуває вигляду [96, 175]:

$$\frac{d^2 N^{(n)}}{d\omega do} = \frac{d^2 N^{(1)} \sin^2(n\varphi/2) + \text{sh}^2(n\kappa/4)}{d\omega do \sin^2(\varphi/2) + \text{sh}^2(\kappa/4)} e^{(1-n)\kappa/2}, \quad (1.24)$$

де $\varphi = l_A/l_{FA} + l_B/l_{FB}$, $\kappa = \mu_A l_A + \mu_B l_B$, а μ_A та μ_B — коефіцієнти поглинання ПВ у відповідних середовищах. Рис. 1.4 демонструє приклад кутового розподілу спектральної густини числа фотонів ПВ, обчисленого на основі виразу (1.24). Пунктирна крива демонструє такий самий розподіл, але обчислений без урахування інтерференції між внесками окремих фольг, тобто $n_{\text{eff}} d^2 N^{(1)}/d\omega do$, де $n_{\text{eff}}(\omega) = (1 - e^{-n\kappa})/(1 - e^{-\kappa})$ — ефективна кількість фольг, що робить внесок в інтенсивність ПВ (через часткове поглинання ПВ у мішені $n_{\text{eff}} < n$). З рисунку видно, що внаслідок вищезгаданої інтерференції випромінювання концентрується поблизу дискретного набору напрямків. Кути, що відповідають цим напрямкам визначаються виразом

$$\vartheta_k^2 = 4\pi k c / \omega l - \gamma^{-2} - \langle \omega_p^2 \rangle / \omega^2, \quad (1.25)$$

де $\langle \omega_p^2 \rangle = (\omega_{pA}^2 l_A + \omega_{pB}^2 l_B) / l$, а також $l = l_A + l_B$. Розглядаючи наближено піки інтенсивності при $\vartheta = \vartheta_k$ як такі, що є пропорційними до δ -функцій (це справедливо при $n \gg 1$), можна легко проінтегрувати (1.24) за ϑ і отримати спектр ПВ у даному випадку:

$$\frac{dN}{d\omega} = n_{\text{eff}}(\omega) \frac{8\alpha}{\omega} \frac{(\omega_{pA}^2 - \omega_{pB}^2)^2}{\omega^4} \frac{2v}{\omega l} \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{\vartheta_k^2 \sin^2[\omega l_A (\gamma^{-2} + \vartheta_k^2 + \omega_{pA}^2 / \omega^2) / 4v]}{(\gamma^{-2} + \vartheta_k^2 + \omega_{pA}^2 / \omega^2)^2 (\gamma^{-2} + \vartheta_k^2 + \omega_{pB}^2 / \omega^2)^2}, \quad (1.26)$$

де

$$k_{\min} = \text{Int} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left(\frac{l_A}{l_{FA}(0)} + \frac{l_B}{l_{FB}(0)} \right) \right\} + 1, \quad k_{\max} = \text{Int} \left\{ \frac{1}{2\pi} \left(\frac{l_A}{l_{FA}(\vartheta_{\max})} + \frac{l_B}{l_{FB}(\vartheta_{\max})} \right) \right\}, \quad (1.27)$$

а $\text{Int}\{x\}$ позначає цілу частину x . Довжини формування l_{FA} та l_{FB} роз-

глядаються тут як функції ϑ . Вираз (1.26) є аналогічним до відповідних виразів, отриманих у [96, 174, 176], але представлений у формі, яка явно відображає залежність $dN/d\omega$ від довжин формування (через вирази для k_{\min} і k_{\max}). Численні експериментальні дослідження (див., наприклад, [176, 185–187]) підтвердили придатність наведених вище виразів для опису рентгенівського ПВ у багатошарових мішенях з достатньо високою точністю. Зазначимо також, що в роботі [188] було проведене інтегрування виразу (1.24) за частотою і отримано аналітичну формулу для кутового розподілу даного випромінювання.

1.3. Когерентне рентгенівське випромінювання в кристалах

*Параметричне рентгенівське випромінювання (ПРВ)*⁹. При русі швидкої зарядженої частинки у кристалічній речовині виникає так зване параметричне рентгенівське випромінювання (рис. 1.5). На відміну від випромінювання при каналюванні чи когерентного гальмівного випромінювання, для своєї генерації ПРВ не потребує, щоб кристалографічні площини чи вісі були орієнтовані під малим кутом до швидкості частинки і може виникати для широкого діапазону орієнтацій кристала. Це випромінювання поляризаційного типу (як перехідне або черенковське) і може генеруватися навіть при рівномірному та прямолінійному русі частинок у кристалі (якщо знехтувати віддачею збоку випромінювання, яка в даному випадку є дуже малою).

ПРВ — це також випромінювання резонансного типу, імпульс якого формується великою кількістю паралельних періодично розташованих кристалографічних атомних площин, які налітаюча частинка (для визначеності ми будемо говорити про електрон) послідовно перетинає під час свого руху. При цьому кулонівське поле електрона поляризує атоми кожної площини, змушуючи їх випромінювати. Хвилі, що генеруються різними площинами, інтерферують одна з одною, що призводить до когерентного посилення випромінювання

⁹Англійською — parametric x-ray radiation (PXR).

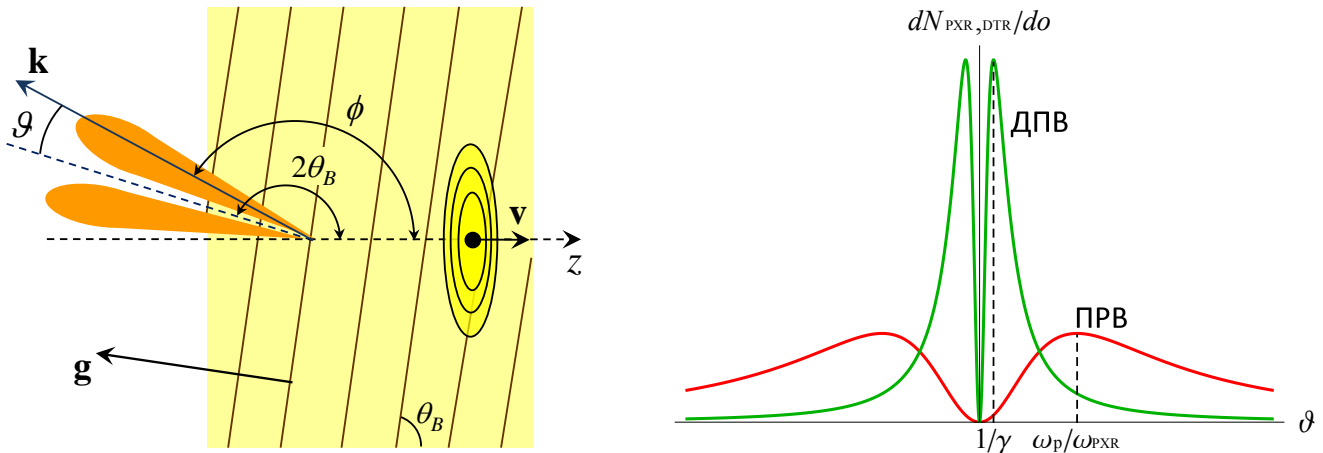


Рис. 1.5. Зліва: генерація когерентного рентгенівського випромінювання (ПРВ або ДПВ) електроном у кристалі (похилі лінії позначають кристалічні площини); справа: схематичне зображення кутових розподілів ПРВ та ДПВ при $\gamma \gg \omega_{\text{PXR}}/\omega_p$.

при певній резонансній частоті (що залежить від напрямку спостереження) і формуванню майже монохроматичного імпульсу (або, як кажуть, рефлексу). Він має вузький кутовий розподіл навколо напрямку, що є дзеркально симетричним до швидкості електрона відносно площин (далі ми називатимемо його дзеркальним напрямком або напрямком Брегга). Резонансна частота ПРВ дуже близька до бреггівської частоти рентгенівських променів, які, падаючи на кристал паралельно до швидкості електрона, зазнавали б дифракції у дзеркальному напрямку. У цьому відношенні ПРВ тісно пов'язане з явищем дифракції рентгенівських променів у кристалах. Однак у випадку ПРВ ми маємо справу з дифракцією віртуальних фотонів власного поля електрона замість реальних електромагнітних хвиль.

Вперше розгляд резонансного випромінювання швидкими частинками в штучних періодичних структурах було представлено в [189] для відносно великих довжин хвиль. Теорія такого випромінювання в кристалах при довжинах хвиль, що за порядком величини є близькими до міжатомної відстані (рентгенівський діапазон), була побудована в [42]. У цій книзі вираз для спектрально-кутової густини ПРВ було виведено з застосуванням кінематичного підходу, заснованого на розв'язку рівнянь Максвелла методом теорії збурень. Подаль-

шого розвитку теорія цього випромінювання набула в роботах [190,191]. В роботі [192] вираз для спектрально-кутової густини ПРВ, аналогічний результату [42], було отримано на базі квантового розгляду. Динамічна теорія цього явища, що враховує можливість багаторазової повторної дифракції випромінених хвиль на системі кристалографічних площин, була представлена в роботі [193] (див. також [43]).

Про перші спостереження ПРВ було повідомлено в роботах [194, 195], що надихнуло подальші експериментальні дослідження цього випромінювання (див. [137, 196, 197] та посилання тут). Серію експериментальних і теоретичних досліджень було, зокрема, присвячено вивченню ефектів динамічної дифракції для ПРВ (тобто появі імпульсу випромінювання також і вздовж напрямку швидкості частинки) [198–201] та відповідності між кінематичним та динамічним підходами до розгляду ПРВ (див. [67, 202–205] та посилання тут).

У [206, 207] було запропоновано використовувати ПРВ для діагностики пучків заряджених частинок в області їх параметрів (зокрема, при субмікронному поперечному розмірі пучка), де інші методи (що базуються, наприклад, на оптичному ПВ) не можуть бути застосовані. Така можливість була експериментально підтверджена [208] і наразі продовжує розроблятися (див., наприклад, [209]). Крім того, на основі ПРВ можна створювати компактні джерела монохроматичного рентгенівського випромінювання [210–212]. Все це зумовлює актуальність подальшого всебічного дослідження випромінювання цього типу. Розглянемо далі коротко особливості кінематичного підходу [42] до розрахунку спектрально-кутових характеристик ПРВ.

Локальну діелектричну проникність кристала можна записати у вигляді $\varepsilon(\omega, \mathbf{r}) = \varepsilon_0(\omega) + \varepsilon'(\omega, \mathbf{r})$. Тут ε_0 — це середня макроскопічна частина діелектричної проникності, яка при частотах, вищих за характерні атомні частоти, дорівнює $\varepsilon_0(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ і в нашому випадку є дуже близькою до одиниці. Доданок ε' у виразі для проникності описує мікроскопічну частину проникності кристала, що періодично змінюється. Вона є пропорційною до різниці між

локальною мікроскопічною електронною густиною в атомах кристала та її макроскопічним середнім значенням. Для ε' має місце умова $|\varepsilon'| \ll \varepsilon_0$, і рівняння Максвелла для поля, що створюється електроном всередині кристала, можна розв'язати з використанням теорії збурень. Розв'язок провідного порядку (коли $\varepsilon' = 0$) у даному випадку, який ми позначимо як $\mathbf{E}^{(0)}$, природно, представляє собою власне поле частинки в поляризованій речовині, компонента Фур'є якого має вигляд (1.4). Поле, розсіяне на збуренні ε' діелектричної проникності (тобто поле ПРВ), зручно шукати у вигляді розкладання за векторами \mathbf{g} оберненої ґратки кристала. Записуючи попередньо в такому ж вигляді ε' як

$$\varepsilon'(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} n_{\mathbf{g}} e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}}, \quad (1.28)$$

можна в решті-решт отримати вираз для поля ПРВ, який є розв'язком другого порядку (наступного за провідним) рівнянь Максвелла і має вигляд:

$$\mathbf{E}'_{\omega}(\mathbf{r}) = -\frac{e^{ikr}}{4\pi r} \sum_{\mathbf{g}} n_{\mathbf{g}} \mathbf{k} \times \left[\mathbf{k} \times \int d^3r' \mathbf{E}_{\omega}^{(0)}(\mathbf{r}') e^{i(\mathbf{g}-\mathbf{k})\mathbf{r}'} \right], \quad (1.29)$$

де $\mathbf{k} = \omega\sqrt{\varepsilon_0}\mathbf{r}/r$ — хвильовий вектор розсіяного (випроміненого) поля всередині кристала. Далі ми будемо нехтувати малою відмінністю \mathbf{k} від хвильового вектора випромінювання після його виходу з кристала. Інтегрування в (1.29) виконується за об'ємом кристала. Компоненти Фур'є $n_{\mathbf{g}}$ величини ε' визначаються параметрами кристалічної ґратки (див. детальніше [45]). Вираз (1.29) описує поле у хвильовій зоні, де $|\mathbf{r}| \gg |\mathbf{r}'|$. Використовуючи (1.29), (1.4) та (1.6), де, як і при виведенні (1.18), треба покласти $d^2\rho = r^2 d\omega$, можна отримати наступний вираз для спектрально-кутового розподілу ПРВ (який є ультрарелятивістським наближенням загального результату [42, 192]):

$$\frac{d^2W}{d\omega d\omega} = \frac{e^2 L}{2\pi} \sum_{\mathbf{g}} |n_{\mathbf{g}}|^2 \frac{|\mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times \boldsymbol{\kappa}_{\perp}]|^2}{(\kappa_{\perp}^2 + \omega_p^2 + \omega^2/\gamma^2)^2} \delta(\omega - \boldsymbol{\kappa}\mathbf{v}), \quad (1.30)$$

де $\boldsymbol{\kappa} = (\boldsymbol{\kappa}_\perp, \kappa_z) = \mathbf{k} - \mathbf{g}$, а L — товщина кристала вздовж напрямку руху частинки¹⁰, $\delta(\omega - \boldsymbol{\kappa}\mathbf{v})$ — дельта-функція, яка встановлює залежність між напрямком випромінювання, що визначається одиничним вектором \mathbf{n} , і його частотою $\omega_{\text{ПХР}}$ у вигляді

$$\omega_{\text{ПХР}} = \frac{|\mathbf{v}\mathbf{g}|}{1 - \sqrt{\varepsilon_0}\mathbf{v}\mathbf{n}}. \quad (1.31)$$

Зауважимо, що ε_0 є функцією ω , тому (1.31) слід розглядати як рівняння для $\omega_{\text{ПХР}}$. У розділі 2, а також далі в цій секції, ми будемо розглядати лише піки випромінювання найнижчого порядку дифракції для певного набору паралельних кристалічних площин. Ці піки відповідають значенню $|\mathbf{g}| = 2\pi/a$, де a — міжплощинна відстань для даного набору площин. Проінтегрувавши (1.30) за ω , можна отримати вираз для кутового розподілу числа фотонів ПРВ ($dW = \hbar\omega dN_{\text{ПХР}}$) у розрахунку на одиницю шляху частинки [45]:

$$\frac{dN_{\text{ПХР}}}{do} \approx \frac{\alpha}{4\pi} \frac{\omega}{c} |n_{\mathbf{g}}|^2 \frac{\vartheta_\perp^2 + \vartheta_\parallel^2 \cos^2 2\theta_B}{\sin^2 \theta_B (\gamma^{-2} + \vartheta^2 + \omega_p^2/\omega^2)^2}, \quad (1.32)$$

де $\omega = \omega_{\text{ПХР}}$, а θ_B — кут між кристалічною площиною, що розглядається, і швидкістю електрона (кут Бреґга). Також тут $\vartheta_\parallel, \vartheta_\perp \ll 1$ — це компоненти кута випромінювання ϑ (що рахується від напрямку Бреґга $\phi = 2\theta_B$), паралельна та перпендикулярна площині векторів \mathbf{v} і \mathbf{g} . Формула (1.32) свідчить про наявність максимуму в кутовому розподілі ПРВ при $\vartheta \approx \omega_p/\omega_{\text{ПХР}}$ (якщо $\gamma \gg \omega_{\text{ПХР}}/\omega_p$). Зазначимо, що, згідно з (1.31), $\omega_{\text{ПХР}}$ дещо змінюється в межах рефлексу. Однак у діапазоні частот, що буде нас цікавити (який відповідає значенням $\hbar\omega$ від декількох кеВ до близько 10 кеВ) область кутів, у межах яких сконцентрована значна частина енергії рефлексу ($\vartheta \lesssim \omega_p/\omega_{\text{ПХР}}$), є дуже малою, і в її межах можна наближено знехтувати зміною $\omega_{\text{ПХР}}$, вважаючи рефлекс

¹⁰Тут ми знехтували поглинанням ПРВ всередині кристала. У випадку, якщо $L \gg l_{\text{abs}}$, де l_{abs} — довжина поглинання, в (1.30) треба зробити заміну $L \rightarrow l_{\text{abs}}$. Про відповідну заміну для загального випадку довільних L , орієнтацій кристалічних площин і поверхні мішені див., наприклад, [209].

монохроматичним. Також зазначимо, що поява δ -функції в (1.30) зумовлена тим, що товщина кристалу L вважалася достатньо великою. У надтонких кристалах, взагалі кажучи, вираз (1.30) має іншу форму і замість δ -функції містить певну функцію розподілу кінцевої ширини, а рівняння (1.31) можна розглядати лише як наближене (див. деталі у підрозділі 2.1).

*Дифраговане рентгенівське перехідне випромінювання (ДПВ)*¹¹. ПРВ генерується поблизу траєкторії електрона всередині кристала. Коли частинка тільки влітає всередину кристала, вона також утворює ПРВ. Його спектр простягається до частот порядку $\gamma\omega_p$ і для високоенергетичних частинок досягає рентгенівського діапазону. У кристалі частина цих хвиль може задовольнити умові Брегга та зазнати дифракції на кристалографічних площинах, утворюючи імпульс випромінювання (який, як і у випадку ПРВ, зазвичай називають рефлексом) поблизу напрямку Брегга. Таке дифраговане перехідне випромінювання глибоко вивчалось теоретично (див., наприклад, [65–67]) і спостерігалось експериментально [195]. Зокрема, було показано, що ДПВ характеризується високим ступенем монохроматичності та має частоту, яка, природно, дорівнює частоті Брегга ω_B і залежить від кута спостереження та параметрів кристалічної ґратки. Якщо Лоренц-фактор частинки задовольняє умові $\gamma \gg \omega_{\text{PHR}}/\omega_p$, ДПВ має набагато більш вузький кутовий розподіл навколо напрямку Брегга, ніж ПРВ, адже максимум його інтенсивності відповідає куту $\vartheta \approx 1/\gamma$ до цього напрямку (див. рис. 1.5). Крім того, частоти ПРВ та ДПВ трохи відрізняються, і інтерференція між ними, як правило, дуже слабка (ситуація є іншою в ультратонких кристалах, див. детальніше підрозділ 2.1). Зазначені факти дають можливість розглядати ці види випромінювання окремо одне від одного. При $\gamma \gg \omega_B/\omega_p$ інтенсивність ПРВ перестає залежати від енергії частинки, тоді як інтенсивність ДПВ продовжує зростати зі збільшенням γ . Це робить ДПВ домінуючим при високих енергіях частинок, принаймні для кутів спостереження $\vartheta \ll \omega_p/\omega_B$.

Зазначимо також, що всебічне дослідження ДПВ представляє не лише

¹¹ Англійською — diffracted transition radiation (DTR).

фундаментальний інтерес, але й практичний. Наприклад, у [209, 213] було запропоновано використовувати таке випромінювання для діагностики пучків заряджених частинок високої енергії. Очікується, що це відкриє нові можливості для діагностики пучків, що мають поперечний розмір набагато менше за мікрон і дуже малий кут розбіжності, які планується використовувати на майбутніх лінійних колайдерах. При цьому зауважено, що, завдяки дуже вузькому кутовому розподілу при високих енергіях, ДПВ у цьому аспекті може мати переваги над ПРВ.

Для теоретичного опису ДПВ, взагалі кажучи, не можна, як у випадку ПРВ, використовувати кінематичний підхід (за винятком випадку ультратонкого кристалу). Це пов'язано з тим, що в даному випадку не можна знехтувати послабленням поля ПВ внаслідок його дифракції, через що воно в решті-решт перестає бути набагато більшим за дифраговане поле. Також, на відміну від ПРВ, для ДПВ суттєвим є динамічний ефект, що полягає у багаторазовій повторній дифракції цього випромінювання перед його виходом із кристалу, який не враховується в рамках кінематичного підходу. Ми будемо розглядати ПРВ та ДПВ для випадку геометрії Брегга, коли випромінювання виходить із кристала через ту саму поверхню, через яку частинка в нього влітає. При цьому частина поля ПВ, яка дифрагує, повністю зникає на відстані від поверхні порядку довжини екстинкції. Взагалі кажучи, для обчислення поля ДПВ потрібно розв'язувати рівняння Максвелла всередині кристала з граничними умовами для напруженості електричного поля та індукції на його поверхні. Такий підхід використовувався, зокрема, в [193, 214, 215]. Однак в окремих випадках можна застосовувати й набагато простіші підходи. Наприклад, кутовий розподіл ДПВ можна отримати, помноживши спектрально-кутову густину ПВ, що генерується частинкою на поверхні кристала (яка визначається виразом (1.22) без множника $4 \sin^2[l_A/2l_{FA}]$), на коефіцієнт відбиття кристала $R(\omega)$ та проінтегрувавши отриманий вираз за ω . Таку процедуру можна легко зробити, використовуючи наступне співвідношення, справедливе у випадку, коли кристалографічні

площини, на яких відбувається дифракція ПВ, паралельні поверхні кристала [209, 216]:

$$\int R(\omega) d\omega/\omega = \frac{16}{3} \left(\frac{\omega_B}{cg} \right)^2 |\chi_{\mathbf{g}}| P, \quad (1.33)$$

де для зручності ми зберегли швидкість світла c . Тут $g = |\mathbf{g}|$, $\chi_{\mathbf{g}}$ — коефіцієнти розкладання в ряд Фур'є діелектричної сприйнятливості кристала¹² $\chi = 1 - \varepsilon$ за \mathbf{g} , P — поляризаційний множник, який дорівнює одиниці для перпендикулярної поляризації (щодо площини векторів \mathbf{v} та \mathbf{g}) та $|\cos \phi|$ для паралельної, де, як і раніше, ϕ — кут між хвильовим вектором випромінювання \mathbf{k} та віссю z .

Коефіцієнт відбиття $R(\omega)$ відрізняється від нуля та є дуже близьким до одиниці у вузькій області частот (відомій як стілець Дарвіна) навколо частоти Бреґга ω_B . Така частота визначається формулою

$$\omega_B = cg/[2 \sin(\phi/2)] \quad (1.34)$$

і представляє собою частоту ДПВ у напрямку спостереження (взагалі кажучи, це справедливо у випадку, якщо товщина кристала перевищує довжину екстинкції). У випадку достатньо високих енергій електронів, що розглядається, можна знехтувати варіацією ω_B в межах основної частини рефлексу ($\vartheta \lesssim \gamma^{-1}$) і покласти в (1.34) $\phi = 2\theta_B$. Мала ширина стільця Дарвіна (яка в даному випадку за порядком величини дорівнює 1 eВ) дозволяє також покласти $\omega = \omega_B$ у виразі для спектрально-кутового розподілу ПВ у межах ефективної області інтегрування в (1.33). У ситуації, що розглядається, для кутового розподілу числа фотонів ДПВ даний метод призводить до виразу

$$\frac{dN_{\text{DTR}}}{do} = \frac{16\alpha |\chi_{\mathbf{g}}|}{3\pi^2} \left(\frac{\omega_B}{cg} \right)^2 \frac{\omega_p^4}{\omega_B^4} \frac{\vartheta_{\perp}^2 + \vartheta_{\parallel}^2 |\cos 2\theta_B|}{(\gamma^{-2} + \vartheta^2)^2 (\gamma^{-2} + \vartheta^2 + \omega_p^2/\omega_B^2)^2}, \quad (1.35)$$

¹²Зазначимо, що $|\chi_{\mathbf{g}}| = |n_{\mathbf{g}}|$, якщо $\mathbf{g} \neq 0$. Тут ми використовуємо саме коефіцієнти $\chi_{\mathbf{g}}$ через загальноприйняте їх вживання у роботах, присвячених ДПВ і дифракції рентгенівських променів у кристалах загалом.

де ми поклали $\cos \phi \approx \cos 2\theta_B$ (звертаємо увагу на те, що тут цей косинус фігурує в першому ступені, а не в другому, як в (1.32)). При $\gamma \gg \omega_B/\omega_p$ цей розподіл схематично наведено на рис. 1.5.

1.4. Іонізаційні втрати енергії та характеристичне рентгенівське випромінювання

При проходженні швидкої зарядженої частинки крізь речовину вона втрачає частину своєї енергії на збудження та іонізацію атомних оболонок. Ця частина складає іонізаційні втрати (ІВ) частинки. При обчисленні цієї величини можна знехтувати внеском від взаємодії частинки з ядрами атомів через велику масу останніх та наближено вважати, що енергія частинки передається виключно атомним електронам. Перша класична теорія ІВ була представлена в роботах [217, 218] (див. також [219]). З квантової точки зору цей процес було розглянуто в роботах [47, 48], де було отримано відому формулу Бете-Блоха для середньої величини іонізаційних втрат частинки на одиниці шляху. В роботі [49] було досліджено вплив поляризації речовини на ІВ і показано, що при високих енергіях частинки він призводить до зменшення величини ІВ порівняно з результатом, що визначається формулою Бете-Блоха. Цей ефект, відомий як ефект густини, в подальшому детально вивчався теоретично в роботах [220–227] та неодноразово спостерігався експериментально (див., наприклад, [228–231]). Формулу Бете-Блоха, в яку введено поправку на ефект густини, ми далі іноді будемо називати формулою Фермі. В роботі [232] було показано, що в достатньо тонкому шарі речовини, завдяки внеску перехідного випромінювання в іонізацію атомів цього шару, ефект густини може повністю зникати. Це явище згодом спостерігалось експериментально [233, 234]. Аналогічну поведінку було виявлено і для частини ІВ, пов'язаної з іонізацією виключно внутрішніх атомних оболонок (К-оболонок) тонких шарів речовини та характеристичного рентгенівського випромінювання, що при цьому генерується (див. детальніше

нижче). В роботах [235, 236] спостерігалось подібне пригнічення ефекту густини для вторинної емісії низькоенергетичних дельта-електронів із поверхні тонкої мішені при падінні на неї пучка електронів високої енергії.

Формула Бете-Блоха з поправкою на ефект густини визначає середню величину ІВ частинок у мішені, і саме цю величину ми будемо вивчати в даній дисертаційній роботі (див. розділи 4 та 5). Зауважимо однак, що в тонких шарах речовини величина ІВ кожної окремої частинки з налітаючого пучка є випадковою і може суттєво відрізнитися від її середнього значення. Це пов'язано з випадковістю кількості зіткнень частинки з атомами всередині мішені та величини передачі енергії атомним електронам при кожному такому зіткненні. Як було показано в [237], густина ймовірності $f(x, \Delta)$ того, що в шарі речовини товщиною x частинка втратить енергію Δ , розподілена (за Δ) за законом, що нагадує розподіл Гаусса, але є асиметричним відносно найбільш імовірної величини ІВ, тобто точки що відповідає максимуму $f(x, \Delta)$ (див. рис. 1.6а). Завдяки цій асиметрії, середня величина ІВ завжди перевищує найбільш імовірну. Зі збільшенням x відносна різниця між цими величинами зменшується, а $f(x, \Delta)$ набуває гаусового вигляду. Подальше вдосконалення теорії спектрів іонізаційних втрат $f(x, \Delta)$ частинок в аморфних шарах речовини було проведено в роботах [238–240]. Експериментально ці спектри всебічно вивчалися насамперед у газових мішенях (див. [241, 242] та посилання тут), що пов'язано з широким використанням газових детекторів, заснованих на вимірюванні ІВ, для ідентифікації швидких заряджених частинок. У твердих мішенях систематичне вивчення таких спектрів було виконано в роботах [229, 230]. Експериментальне дослідження поступової еволюції функції $f(x, \Delta)$ зі збільшенням товщини мішені було проведено в роботах [243, 244] із використанням тонких кремнієвих детекторів, товщина яких регулювалася напруженою живлення. Серію робіт [229, 245–247] було присвячено вивченню спектрів і середньої величини ІВ для частинок, що рухаються в режимі каналювання в кристалах. Зокрема, було показано, що для позитивно заряджених частинок

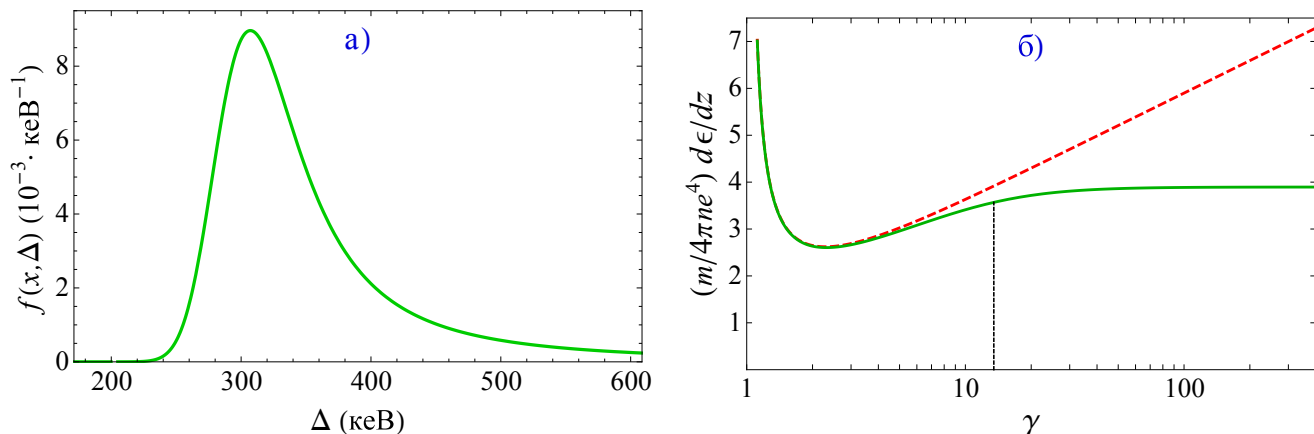


Рис. 1.6. а) Функція розподілу ІВ електрона високої енергії у кремнієвій мішені товщиною 1 мм; б) залежність середньої величини ІВ електрона у свинцю від Лоренц-фактора частинки: суцільна лінія — обчислення з урахуванням ефекту густини; пунктирна лінія — обчислення без урахування ефекту густини ($\omega_p = 0$ в аргументі логарифма); вертикальна лінія відповідає значенню $\gamma = I/\omega_p$ (I — середній потенціал іонізації).

у цьому випадку як середня, так і найбільш імовірна величина ІВ помітно зменшуються порівняно з випадком руху частинок у разорієнтованому кристалі (що є моделлю аморфної мішені). Невеликий зворотний ефект спостерігався у випадку негативно заряджених частинок [229]. У роботі [248] було запропоновано метод визначення довжини деканалювання негативно заряджених частинок на основі вимірювання спектрів їх ІВ у тонких кристалах.

Про метод обчислення середньої величини ІВ. Ефекти в ІВ, які ми досліджуємо в даній роботі, пов'язані з еволюцією електромагнітного поля навколо частинок, з інтерференцією полів частинок між собою та з іншими полями, що вони створюють під час взаємодії з речовиною. Тому нам буде зручно використовувати підхід, у якому середня величина ІВ виражається безпосередньо через поле, яке частинки створюють всередині речовини. В основі цього підходу лежить модель речовини як набору гармонійних осциляторів, що представляють собою зв'язані електрони в атомах [49, 230, 242]. Кількість енергії, що передається класичному гармонійному осцилятору (тобто електрону з масою m і зарядом e у полі ядра) з власною частотою ω_0 зовнішнім

електричним полем, визначається виразом [131]

$$\delta\epsilon = e^2 |\mathbf{E}_{\omega_0}|^2 / (2m), \quad (1.36)$$

де \mathbf{E}_{ω_0} — компонента Фур'є цього поля при частоті $\omega = \omega_0$. Цей вираз отримано шляхом розв'язання рівняння руху осцилятора у зовнішньому полі \mathbf{E} . При його застосуванні до обчислення енергії, що передається частинкою атомному електрону, постає питання про те, яке саме поле потрібно підставляти до цього виразу. З першого погляду, може здатися що в (1.36) повинен фігурувати загальний розв'язок рівнянь Максвелла для поля частинки всередині речовини, адже він визначає сумарне зовнішнє поле, яке діє на осцилятор (атомний електрон). Втім, отриманий при цьому вираз для іонізаційних втрат частинки на одиниці шляху $d\epsilon/dz$ є неправильним і суттєво відрізняється від формул Бете-Блоха і Фермі. У роботах [97, 98], де формулу (1.36) вперше було використано для розгляду ІВ, на основі якісних фізичних міркувань у якості \mathbf{E}_{ω_0} обиралася компонента Фур'є (1.4) власного поля частинки, обчислена у плазмовій моделі речовини (коли $\omega_0 = 0$). Такий вибір забезпечував збіг результатів обчислень зі згаданими відомими формулами у випадку руху частинки всередині однорідного необмеженого середовища (тобто на великих відстанях від поверхні мішені, де можна знехтувати граничними ефектами, зокрема, впливом ПВ). Далі ми проведемо кількісний аналіз цієї проблеми, який підтверджує правильність зазначеного вибору.

Для простоти будемо розглядати випадок руху частинки всередині однорідного необмеженого середовища з плазмовою частотою ω_p та набором гармонійних осциляторів, що мають єдину власну частоту ω_0 . Діелектрична проникність такого середовища визначається виразом:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 (\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\nu)^{-1}, \quad (1.37)$$

де $\nu \ll \omega_0, \omega_p$ — декремент загасання коливань осцилятора. Розв'язок рівнянь Максвелла (методом перетворень Фур'є) для поля навколо ультрарелятивістської частинки в такій речовині має вигляд:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{ie}{2\pi^2} \int d^2q \mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\rho} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{e^{i\omega(z/v-t)}}{\varepsilon(q^2 + \omega^2/v^2 - \varepsilon\omega^2)}. \quad (1.38)$$

Сконцентруємося спочатку на інтегралі за ω у даному виразі. Використовуючи (1.37) його можна подати у вигляді:

$$I(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)^2}{\omega^2 - \omega_0^2 - \omega_p^2 + i\omega\nu} \frac{e^{i\omega(z/v-t)}}{[(\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\nu)(q^2 + \omega^2/\gamma^2) + \omega^2\omega_p^2]}. \quad (1.39)$$

Перші два полюси підінтегрального виразу (пов'язані з лівим дробом) дорівнюють

$$\omega_{1,2} = \left[-i\nu \pm \sqrt{-\nu^2 + 4(\omega_0^2 + \omega_p^2)} \right] / 2 \approx \pm \sqrt{\omega_0^2 + \omega_p^2} - i\nu/2. \quad (1.40)$$

Щодо полюсів, пов'язаних із правим дробом, то розглянемо спочатку більш простий випадок, що відповідає $\nu = 0$. При цьому для зазначених полюсів отримуємо рівняння:

$$\omega^4 + [(q^2 + \omega_p^2)\gamma^2 - \omega_0^2]\omega^2 - q^2\omega_0^2\gamma^2 = 0. \quad (1.41)$$

При достатньо високих енергіях частинок, якими ми цікавимося, можна вважати, що $\omega_0 \ll \gamma\omega_p$. Тоді з рівняння (1.41) отримуємо наступні вирази для решти полюсів:

$$\omega_{3,4} = \pm \omega_0 q / \sqrt{q^2 + \omega_p^2}, \quad \omega_{5,6} = \pm i \left(\gamma \sqrt{q^2 + \omega_p^2} - \frac{\omega_0^2 \omega_p^2}{2\gamma(q^2 + \omega_p^2)^{3/2}} \right). \quad (1.42)$$

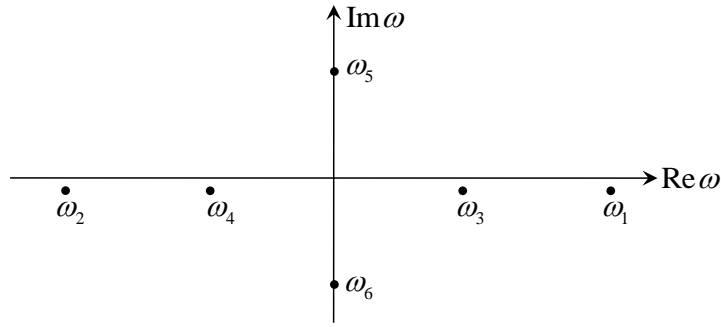


Рис. 1.7. Схема розташування полюсів підінтегрального виразу в (1.39).

Вирази для $\omega_{3,4,5,6}$ у загальному випадку $\nu \neq 0$ можна отримати з (1.42) за допомогою формальної заміни $\omega_0^2 \rightarrow \omega_0^2 - i\omega\nu$, яка випливає з (1.37). Це призводить до зсуву полюсів $\omega_{3,4}$ у нижню напівплощину комплексної змінної ω :

$$\omega_{3,4} = \pm\omega_0 q / \sqrt{q^2 + \omega_p^2} - i\nu q^2 / [2(q^2 + \omega_p^2)]. \quad (1.43)$$

Зазначимо, що вираз (1.43) збігається з результатом, який можна отримати при числовому розв'язку рівняння для $\omega_{3,4}$ з $\nu \neq 0$. У свою чергу, полюси для $\omega_{5,6}$ не зазнають помітних змін (подібно до зсуву у нижню напівплощину значень $\omega_{3,4}$) при зазначеній заміні, і для них можна й надалі використовувати вираз (1.42). Схема розташування усіх обчислених полюсів представлена на рис. 1.7.

Поля, що пов'язані з полюсами $\omega_{1,2,3,4}$, існують лише в області простору позаду частинки (при $z < vt$, коли контур інтегрування в (1.39) треба замикати в нижній напівплощині) і представляють собою власні коливання поляризаційного заряду речовини, збуджені пролітаючою частинкою. Наприклад, обчислення відрахувань у полюсах $\omega_{1,2}$ призводить до наступного виразу для їх сумарного внеску в поле всередині речовини:

$$\mathbf{E}_{1,2}(\mathbf{r}, t) = 2e\omega_p^2 \mathbf{e}_\rho K_1\left(\rho\sqrt{\omega_p^2 + \omega_0^2}\right) \sin\left[(z/v - t)\sqrt{\omega_p^2 + \omega_0^2}\right] e^{-\nu(t-z/v)/2}. \quad (1.44)$$

Це є відоме кильватерне поле (див., наприклад, [44, 249]), яке використовується

у плазмових методах прискорення частинок, що забезпечують високі темпи прискорення і наразі активно розвиваються (див. [250, 251] та посилання тут). Подібне поле, що представляє собою так звану діелектричну хвилю і має більш громіздку структуру, ніж (1.44), пов'язане також і з полюсами $\omega_{3,4}$. Через те, що зазначені поля містять енергію, яку частинка вже передала речовині, вони не мають фігурувати у виразі (1.36) в якості складової частини поля \mathbf{E}_{ω_0} навколо частинки, що передає енергію атомному електрону. Це поле пов'язане виключно з полюсами $\omega_{5,6}$, які відповідають власному полю частинки в речовині.

Полюси ω_5 та ω_6 дають наступний внесок до інтегралу (1.39):

$$I(q) = \frac{\pi\gamma}{\sqrt{q^2 + \omega_p^2}} \exp \left[\left(-\gamma\sqrt{q^2 + \omega_p^2} + \frac{\omega_0^2\omega_p^2}{2\gamma(q^2 + \omega_p^2)^{3/2}} \right) (z/v - t) \right], \quad (1.45)$$

де у множнику перед експонентою ми знехтували другим доданком у виразі для $\omega_{5,6}$ порівняно з першим. З'ясуємо, чи можна зробити те ж саме у показнику експоненти. Максимальне значення другого доданку у цьому показнику (при $q = 0$) становить $\omega_0^2(z/v - t)/(2\gamma\omega_p)$. Зважаючи на те, що характерний поздовжній розмір поля частинки (тобто відстань вздовж осі z від точки $z = vt$, де перебуває частинка, в межах якої її поле помітно відрізняється від нуля) становить $\Delta z \sim 1/(\gamma\omega_p)$ [44], це максимальне значення є $\sim \omega_0^2/(2\gamma^2\omega_p^2)$. При достатньо високих енергіях налітаючої частинки (коли $\omega_0 \ll \gamma\omega_p$) воно є набагато меншим за одиницю, і другим доданком у показнику експоненти в (1.45) можна знехтувати, що формально відповідає плазмовому наближенню ($\omega_0 = 0$) при обчисленні поля частинки.

Підставляючи спрощений таким чином вираз (1.45) до (1.38) і обчислюючи тут інтеграл за \mathbf{q} , для власного поля частинки отримуємо:

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, t) = e\gamma\boldsymbol{\rho} \frac{1 + \omega_p\sqrt{\rho^2 + \gamma^2(z - vt)^2}}{[\rho^2 + \gamma^2(z - vt)^2]^{3/2}} e^{-\omega_p\sqrt{\rho^2 + \gamma^2(z/v - t)^2}}. \quad (1.46)$$

Це є власне електричне поле ультрарелятивістської частинки, частково екра-

новане внаслідок поляризації середовища (скалярний потенціал такого поля наведено, наприклад, в [44]) порівняно з кулонівським полем частинки у вакуумі (з яким воно збігається при $\omega_p = 0$). Зокрема, це поле помітно відрізняється від нуля лише на відстані від траєкторії частинки $\rho \lesssim 1/\omega_p$. При енергіях частинки $\gamma > I/\omega_p$, де I — середній потенціал іонізації атомів середовища [227, 252], таке екранування її поля призводить до зменшення інтенсивності взаємодії частинки з речовиною, що спричиняє ефект густини в іонізаційних втратах¹³. Як показав аналіз виразу (1.45), зв'язаний стан атомних електронів майже не впливає на величину цього поля, і для використання у формулі (1.36) воно може бути обчислене на основі плазмової моделі речовини ($\omega_0 = 0$). У такій самій моделі в даній роботі ми будемо обчислювати й поля у більш складних ситуаціях при розгляді ІВ частинок на базі виразу (1.36), а також на базі більш акуратного підходу, заснованому на борнівському наближенні квантової механіки (див. деталі в підрозділі 5.2).

Вираз для $d\epsilon/dz$ частинки у безмежній однорідній речовині можна отримати, підставляючи компоненту Фур'є поля (1.46), яка визначається виразом (1.4), до (1.36) і інтегруючи за всіма атомними електронами навколо траєкторії частинки:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{\pi e^2 n}{m} \int_{\rho_0}^{\infty} d\rho \rho |\mathbf{E}_{\omega_0}(\rho, z)|^2. \quad (1.47)$$

Обчислювати інтеграл за ρ тут зручно, використовуючи компоненту Фур'є поля частинки у вигляді інтегралу за величиною \mathbf{q} , яка, з фізичної точки зору, представляє собою імпульс, переданий цим полем атомному електрону. Інтеграл в (1.47) є розбіжним при $\rho \rightarrow 0$. Тому тут введено обмеження проміжку інтегрування певним мінімальним значенням ρ_0 . Це пов'язано з неможливістю застосування класичної макроскопічної електродинаміки для опису зіткнень

¹³Поляризація речовини також проявляється, зокрема, у пригніченні гальмівного випромінювання частинки при частотах $\omega < \gamma\omega_p$ [42, 77, 253] та в тому факті, що інтенсивність параметричного рентгенівського випромінювання частинки в кристалі перестає, згідно з (1.32), залежати від її енергії при $\gamma \gg \omega_{\text{PKR}}/\omega_p$.

частинки з атомними електронами з прицільними параметрами $\rho < \rho_0$ (так званих близьких зіткнень), які супроводжуються великими передачами імпульсу $q > q_0 = 1/\rho_0$. У цій області q взаємодію налітаючої частинки з атомним електроном треба розглядати в рамках квантової електродинаміки як розсіяння вільних частинок одна на одній у вакуумі [76]. Взагалі кажучи, значення ρ_0 залежить від конкретних експериментальних умов. Для теоретичних оцінок його зазвичай обирають таким, що дорівнює характерній міжатомній відстані в речовині, тобто $\rho_0 \sim 10^{-8}$ см для твердих тіл. Часто в експерименті зручно вимірювати не повну величину ІВ частинки, а лише її частину, пов'язану з так званими далекими зіткненнями, тобто ІВ за рахунок зіткнень із прицільними параметрами $\rho > \rho_0$ (або таких, що супроводжуються передачами імпульсу $q < q_0$). Саме такі ІВ (відомі як обмежені ІВ [231, 254]) ми і будемо розглядати в даній роботі. Через те, що ми використовуємо компоненту Фур'є поля частинки у вигляді інтегралу за \mathbf{q} , нам буде зручніше зробити обмеження інтервалу інтегрування в (1.47) не в координатному просторі, а в імпульсному. Це відповідає інтегруванню за ρ на інтервалі $0 < \rho < \infty$, але за q у виразі для \mathbf{E}_{ω_0} — на інтервалі $0 < q < q_0$. Тоді, підставляючи (1.4) до (1.47), врешті-решт отримуємо

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n e^4}{m v^2} \left\{ \ln \frac{q_0}{\sqrt{\omega_0^2/\gamma^2 + \omega_p^2}} - \frac{1}{2} \right\}. \quad (1.48)$$

Якщо для ω_0 тут обрати найбільш природне значення, що відповідає $\omega_0 = I$, то вираз (1.48) з точністю до членів порядку одиниці у фігурних дужках (які зазвичай є малими порівняно з логарифмом) збігається з відомою формулою Бете-Блоха (точніше, її частиною, що відповідає далеким зіткненням) з поправкою на ефект густини. При $\gamma \ll I/\omega_p$ цей ефект не проявляється, і вираз у фігурних дужках приблизно дорівнює $\ln(q_0\gamma/I)$, що свідчить про логарифмічне зростання ІВ частинки зі збільшенням її енергії. При $\gamma \gg I/\omega_p$ перший доданок у дужках, внаслідок прояву ефекту густини, змінюється на

$\ln(q_0/\omega_p)$, та обмежені ІВ частинки перестають залежати від її енергії і виходять на плато (плато Фермі). На рис. 1.6б зображено приклад залежності обмежених ІВ швидкої частинки від γ у свинцю ($I \approx 823$ еВ, $\hbar\omega_p \approx 61$ еВ).

Таким чином, в даній секції на основі детального аналізу розв'язку рівнянь Максвелла в речовині, було виділено частину цього розв'язку, яка має братися до уваги при обчисленні ІВ на основі виразу (1.36), та показано, що ця частина може бути обчислена без урахування зв'язаного стану атомних електронів.

Іонізація атомних К-оболонки і характеристичне рентгенівське випромінювання. Процес іонізації атомних оболонок при проходженні заряджених частинок або рентгенівських фотонів крізь речовину представляє особливий інтерес, коли йдеться про внутрішні атомні оболонки (зокрема, К-оболонки), оскільки фотони, що випромінюються в результаті їх рекомбінації¹⁴, належать до рентгенівського діапазону і досить слабо поглинаються. Таке випромінювання, відоме як характеристичне рентгенівське випромінювання (ХРВ), було відкрите більше ста років тому [50] як один із видів вторинного випромінювання, що виникало при опроміненні мішені рентгенівськими фотонами. Наразі воно широко використовується як джерело рентгенівського випромінювання та у спектроскопії. Його спектр складається з монохроматичних піків, частоти яких визначаються структурою енергетичних рівнів атомів речовини. ХРВ є неполяризованим та має рівномірний кутовий розподіл (якщо знехтувати його поглинанням всередині мішені).

Щодо досліджень іонізації К-оболонки частинками високих енергій, то багато експериментальних [256–265] і теоретичних [263, 266–269] робіт було присвячено вимірюванням (на основі реєстрації ХРВ, що при цьому виникає) та обчисленням перерізів цього процесу в різних речовинах з метою вивчення впливу поляризації середовища на цей переріз та прояву для нього ефекту

¹⁴Альтернативним процесом, що має місце при рекомбінації внутрішніх оболонок, є випромінювання Оже-електронів. Імовірність випромінювання фотона при рекомбінації визначається так званим фактором флюоресценції w_f та зростає зі збільшенням атомного номера речовини (див., наприклад, рис. 11.11 в [255]).

густини, як це має місце для середньої величини $d\epsilon/dz$ іонізаційних втрат. При цьому було виявлено, що на такий переріз (як і на $d\epsilon/dz$) суттєво впливає ПВ, що виникає при вльоті частинки в мішень. Внесок такого випромінювання в іонізацію К-оболонки призводить до повного зникнення ефекту густини поблизу вхідної поверхні мішені (тобто поверхні, через яку частинка влітає до мішені). Процес відновлення ефекту густини всередині мішені визначається еволюцією поля ПВ. Ця еволюція зводиться як до процесу формування випромінювання, так і до його поглинання всередині мішені. Якщо товщина мішені перевищує як довжину формування, так і довжину поглинання, ефект густини повністю проявляється в перерізі іонізації К-оболонки на вихідній поверхні мішені [264, 265]. У цьому випадку поперечний переріз на вхідній поверхні мішені (на який не впливає ефект густини) зростає зі збільшенням енергії частинок і перевищує переріз на вихідній поверхні (для якого ефект густини має місце), що не залежить від енергії.

Для обчислення перерізу іонізації К-оболонки налітаючими швидкими частинками було запропоновано розглядати цей переріз як суму двох доданків σ_d та σ_c , що пов'язані відповідно з далекими та близькими зіткненнями (подібно до випадку з $d\epsilon/dz$). При високих енергіях частинок величину σ_d можна обчислити за допомогою методу еквівалентних фотонів. А саме, ця частина перерізу визначається виразом (1.5), який у даному випадку має вигляд:

$$\sigma_d = \int_{\omega_K}^{\infty} \frac{dN}{d\omega} \sigma_{ph}^K(\omega) d\omega, \quad (1.49)$$

де $\hbar\omega_K$ — мінімальна порогова енергія, необхідна для іонізації, $\sigma_{ph}^K(\omega)$ — переріз фотоіонізації К-оболонки, а $dN/d\omega$ — спектр фотонів у просторі навколо частинки. У загальному випадку, цей спектр може містити як віртуальні фотони власного поля частинки, так і фотони випромінювання, що налітає на мішень разом із частинкою (або фотони ПВ, що виникають при вльоті частинки в мішень). На основі (1.6) цей спектр можна наступним чином виразити через

поле навколо частинки:

$$\frac{dN}{d\omega} = (4\pi^2 \hbar \omega)^{-1} \int_{\rho_0}^{\infty} |\mathbf{E}_\omega|^2 2\pi \rho d\rho, \quad (1.50)$$

де ρ_0 обирається таким, що дорівнює $\sqrt{\hbar/2m\omega_K}$ [134, 268], тобто за порядком величини відповідає радіусу Бора електронної орбіти на К-оболонці. Числові значення σ_{ph}^K можна отримати на основі даних про довжини загасання фотонів (див., наприклад, [270]) з використанням співвідношення $\sigma_{ph}^K = p_K \mu / n_a$ (яке є дійсним через те, що у діапазоні ω , що нас цікавить ($\omega \sim \omega_K$), загасання потоку фотонів майже цілком обумовлене його поглинанням, тобто атомним фотоелементом, і внеском комптонівського розсіювання можна знехтувати [271]). Тут n_a — атомна густина мішені, μ — коефіцієнт загасання фотонів, а $p_K = (J_K - 1)/J_K$, де $J_K \approx 125/Z + 3.5$ — масштабний коефіцієнт [268], що визначає внесок електронів К-оболонки до загального перерізу фотоіонізації атома (Z — атомний номер речовини, що розглядається).

Наприклад, як зазначалося, всередині мішені у безпосередній близькості до її вхідної поверхні поле навколо частинки майже не відрізняється від кулонівського поля у вакуумі. Тому тут $dN/d\omega$ визначається виразом (1.8) з $q_0 = 1/\rho_0$, що зумовлює відсутність ефекту густини в цій області. Вглибині мішені, на відстані від поверхні, що перевищує довжину поглинання фотонів ПВ, які роблять помітний внесок в іонізацію К-оболонки, спектр еквівалентних фотонів треба обрати у вигляді (1.8), але з заміною $\omega/\gamma \rightarrow (\omega^2/\gamma^2 + \omega_p^2)^{1/2}$, яка враховує вплив ефекту густини.

Нарешті, внесок близьких зіткнень σ_c у загальний переріз можна обчислити як [263, 268]:

$$\sigma_c = \int_{\omega_K}^{\infty} d\omega d\sigma_M/d\omega, \quad (1.51)$$

де $d\sigma_M/d\omega$ є перерізом Меллера [76] для передачі енергії налітаючого електрона атомному (тут він містить додатковий коефіцієнт 2, що враховує кількість електронів на К-оболонці). При $\gamma \gg 1$ цей внесок не залежить від енергії електрона і не зазнає впливу збоку поляризації речовини. Наприклад, для мідної мішені σ_c складає близько 52 барн (для порівняння, σ_d для електрона високої енергії за умови повноцінного прояву ефекту густини при цьому становить близько 320 барн).

1.5. Електродинамічні процеси в магнітосфері пульсарів

Процеси електромагнітного випромінювання ультрарелятивістськими частинками є широко розповсюдженими у нашому Всесвіті і відбуваються природним чином у багатьох астрофізичних об'єктах. Досить часто саме завдяки аналізу характеристик такого випромінювання можна отримати уявлення про властивості таких об'єктів та, взагалі, дізнатися про їх існування. Яскравим прикладом подібних об'єктів є пульсари (див. [104, 105] та огляди [272, 273]). Вони були відкриті кембриджською групою радіоастрономів у 1967 році [274]. Незабаром після цього було запропоновано фізичну модель пульсарів [275]. Згідно з нею, пульсар представляє собою нейтронну зірку¹⁵ з радіусом порядку 10 км та масою порядку маси Сонця, яка створює навколо себе надпотужне магнітне поле і швидко обертається навколо своєї осі. Взагалі кажучи, напрямки осі обертання і магнітної осі зірки не збігаються і можуть становити довільний кут один з одним. Магнітні полюси пульсара є джерелами електромагнітного випромінювання, що може належати до дуже широкого діапазону частот — від радіохвиль до гамма-квантів. Діаграма спрямованості такого випромінювання є досить вузькою (рис. 1.8). Тому якщо при обертанні зірки ця діаграма «зачіпає» Землю, телескопи фіксують періодичні імпульси випромінювання, тривалість

¹⁵В роботі [276] існування зірок із густиною, що відповідає густині ядерної матерії, було передбачено ще до відкриття нейтрона в 1932 році. Існування власне нейтронних зірок було передбачено в роботі [277].

яких є значно меншою за період обертання. Зазначимо, що «сирі» імпульси, що їх реєструє телескоп, не мають чіткої періодичної структури та містять певну хаотичну складову. Втім, після усереднення за великою кількістю періодів залежність інтенсивності випромінювання від часу набуває строго періодичного характеру, а унікальна форма імпульсу стає візитівкою відповідного пульсара (яких на даний момент відкрито близько 2600). Приклади таких усереднених імпульсів, відомих як середні світлові криві, наведено на рис. 6.1 у розділі 6.

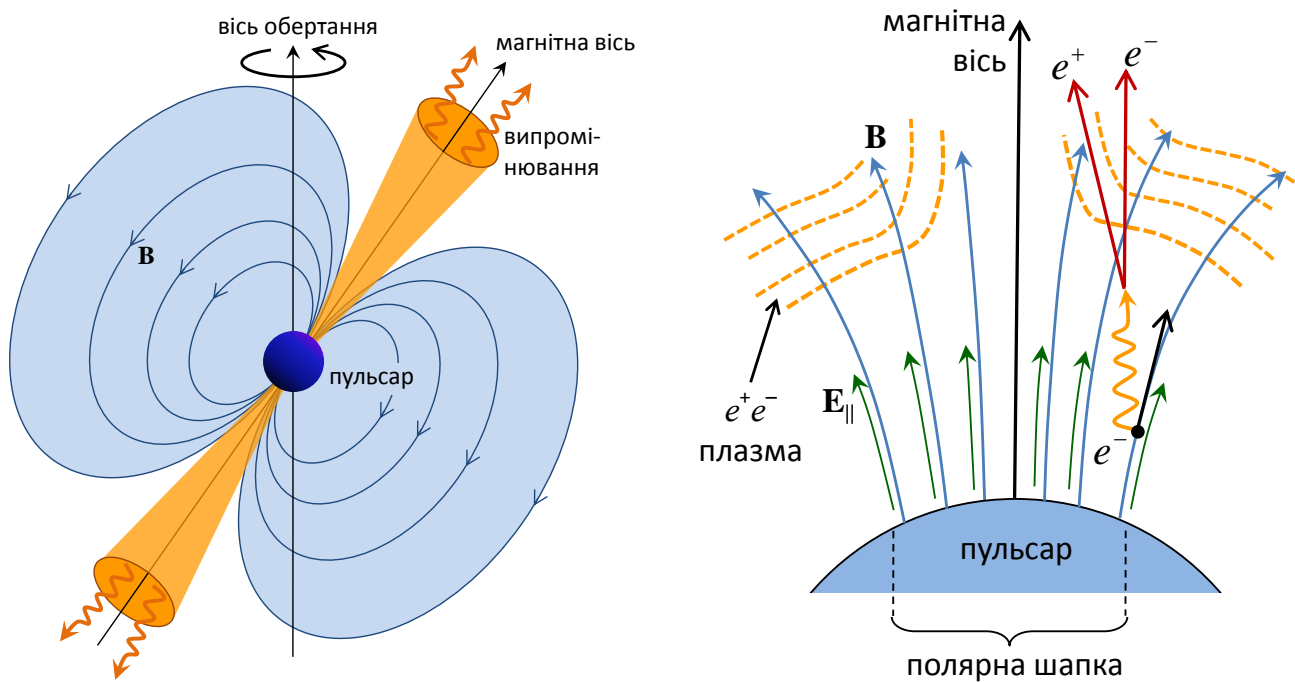


Рис. 1.8. Зліва: Схематичне зображення пульсара та випромінювання від його полюсів; справа: схематичне зображення області поблизу магнітного полюса пульсара, де відбувається прискорення електронів поздовжньою компонентою електричного поля, випромінювання ними жорстких фотонів та народження e^+e^- пар.

Якщо кут між віссю обертання та магнітною віссю пульсара є близьким до 90° , під час одного періоду обертання зірки до телескопу може потрапити випромінювання від обох її полюсів (вважається [104], що така ситуація має місце для пульсара PSR B0531+21 у Крабоподібній туманності, який ми розглядаємо в розділі 6). Тоді один із таких імпульсів називають головним (ГІ), а інший — інтерімпульсом (ІІ). У даній роботі ми приймаємо саме такий варіант

пояснення походження П [278]¹⁶. При цьому треба зауважити, що, зокрема, через те, що магнітне поле поблизу пульсара можна вважати дипольним лише наближено, фазовий проміжок між П та П може дещо відрізнятись від половини періоду (що, наприклад, має місце на вище згаданому рис. 6.1).

Пульсари (та нейтронні зірки загалом) представляють величезний інтерес для досліджень, адже у цих об'єктах реалізуються такі екстремальні фізичні умови, яких не можна досягти в лабораторії [281]. Зокрема, це стосується надпотужних магнітних полів ($\sim 10^{11} - 10^{12}$ Гс, а у так званих магнетарах аж до 10^{16} Гс), гравітаційних полів (радіус пульсара лише в декілька разів перевищує відповідний гравітаційний радіус r_g), а також надвисоких значень густини та температури матерії, з якої складаються ці зірки. Зауважимо, що, незважаючи на свою назву, вони містять не лише нейтрони. Зокрема, зовнішні шари зірки складаються з атомних ядер (або навіть частково іонізованих атомів), що занурені в «рідину» з вироджених електронів [272]. Головне джерело інформації про пульсари — це випромінювання, яке вони генерують. Це може бути як теплове випромінювання їх поверхні, що зазвичай досягає рентгенівського діапазону частот, так і випромінювання релятивістських заряджених частинок, що рухаються в магнітному полі зірки. Сюди, зокрема, входить також випромінювання речовини, що зазнає акреції збоку нейтронної зірки, у випадку, якщо остання утворює подвійну систему з іншою зіркою. Дослідження механізмів випромінювання пульсарів має велике значення для коректної інтерпретації даних спостережень та отримання інформації про різноманітні процеси, що відбуваються в цих зірках. У даній роботі ми будемо цікавитися радіовипромінюванням пульсарів, що пов'язане з рухом частинок високої енергії поблизу їхньої поверхні.

Багато робіт було присвячено розвитку теорії електродинамічних процесів, що мають місце в магнітосфері пульсарів (тобто в області простору

¹⁶Зазначимо, що в роботах [279,280] було запропоновано й іншу теорію походження інтерімпульсу, згідно якої він утворюється навпроти того ж самого полюсу, що й П, внаслідок індукованого розсіювання випромінювання, що формує П, на заряджених частинках магнітосфери пульсара, які рухаються в сильному магнітному полі зірки.

навколо зірки, де характер цих процесів визначається її магнітним полем) та призводять до генерування випромінювання цими зірками. Основи цієї теорії було закладено в роботах [282–287]. Велику увагу було приділено (та наразі приділяється) побудові картини електричних токів, що протікають у магнітосфері пульсарів та вивченню механізмів енергетичних втрат цих зірок. Основні етапи цього дослідження відповідають роботам [288–296]. У спрощеному вигляді (який, втім, дозволяє пояснити основні особливості випромінювання, що генерується пульсарами) картину процесів у магнітосфері пульсара можна подати наступним чином.

Завдяки швидкому обертанню зірки, простір навколо неї поділяється на дві області. Перша з них розташована всередині циліндра (так званого світлового циліндра) радіуса $R_c = c/\Omega$ (де c — швидкість світла, а Ω — кутова частота обертання пульсара) з віссю, що збігається з віссю обертання пульсара. Друга область лежить поза межами цього циліндра. Всередині світлового циліндра має місце «твердотільне» обертання магнітного поля разом із зіркою. Зовні циліндра таке обертання є неможливим, адже воно мало б відбуватися зі швидкістю, що перевищує c . Це призводить до поділу магнітосфери на області замкнених і відкритих ліній магнітного поля. Перші з них повністю розташовані всередині світлового циліндра. Другі виходять із поверхні зірки поблизу магнітних полюсів і перетинають світловий циліндр. Область на поверхні зірки навколо магнітної осі, із якої виходять відкриті силові лінії, відома як полярна шапка.

Швидке обертання сильно намагніченої зірки призводить до генерації потужного електричного поля навколо неї. В районі магнітних полюсів це поле має поздовжню складову, паралельну магнітному полю (рис. 1.8). Воно прискорює електрони, що вилітають із поверхні зірки вздовж відкритих ліній магнітного поля аж до значення Лоренц-фактора γ порядку 10^7 . Частинки рухаються саме вздовж ліній магнітного поля, адже їх поперечний рух є сильно пригніченим внаслідок майже миттєвої втрати поперечної енергії

шляхом синхротронного випромінювання у надпотужному магнітному полі. Рухаючись вздовж викривлених силових ліній, частинки генерують так зване випромінювання кривини (що є подібним до синхротронного випромінювання). При великих γ фотони цього випромінювання стають дуже жорсткими і, рухаючись у магнітному полі зірки, викликають народження каскаду електрон-позитронних пар [285,297], внаслідок чого магнітосфера пульсара заповнюється електрон-позитронною плазмою. Така плазма може суттєво екранувати електричне поле поблизу поверхні зірки. Фотони кривини випромінюються майже вздовж напрямку руху електрона, а ймовірність народження пари фотонам у магнітному полі суттєво зменшується зі зменшенням кута між імпульсом фотона і силовою лінією поля. Через це в області простору поблизу магнітної осі утворення плазми є сильно пригніченим. Це є причиною утворення так званого полярного зазору над полярною шапкою, крізь який у навколишній простір може виходити випромінювання, що генерується навіть поблизу поверхні зірки. Крім того, рухаючись вздовж відкритих силових ліній плазма може покидати магнітосферу пульсара, утворюючи так званий пульсарний вітер.

Що стосується механізмів радіовипромінювання пульсарів, то, незважаючи на те, що наведена вище картина магнітосфери зірки дозволяє пояснити головні загальні риси імпульсів, що спостерігаються, такого пояснення наразі нема для значної кількості деталей та особливостей цих імпульсів, і на даний момент у багатьох аспектах це питання ще залишається відкритим і потребує подальших досліджень (див. огляд [298]). Загальноприйнятим є підхід, у якому це випромінювання пов'язується з ультрарелятивістськими частинками, що рухаються вздовж відкритих силових ліній над полярною шапкою зірки. Це може бути, наприклад, випромінювання кривини [286,299] або випромінювання внаслідок розвитку нестійкостей у магнітосферній плазмі, що рухається вздовж відкритих силових ліній [300]. Аналіз інтенсивності такого випромінювання свідчить про те, що воно повинно генеруватися когерентно великими групами частинок. При цьому наразі немає узгодженості щодо того, на якій висоті над

поверхнею зірки відбувається генерування радіовипромінювання [301]. Також відкритим є питання про механізми розвитку нестійкостей у магнітосферній плазмі, що призводять до виникнення неоднорідностей її густини, амплітуда яких є достатньою для генерування випромінювання у когерентному режимі. Наприклад, один із імовірних механізмів такого типу може бути пов'язаний із двопотоковою нестійкістю, що реалізується при проходженні первинних більш високоенергетичних електронів (з $\gamma \sim 10^6$) крізь вторинну більш низькоенергетичну магнітосферну плазму (з $\gamma \sim 10^2$) [286, 299, 302, 303]. Природно вважати, що різні особливості радіоімпульсів пульсарів при різних частотах можуть бути зумовлені різними механізмами випромінювання. У розділі 6 ми пропонуємо новий механізм випромінювання, що дає можливість пояснити одну з загадок, пов'язану з радіовипромінюванням пульсара в Крабоподібній туманності.

Висновки до розділу 1

У даному розділі було коротко розглянуто основні властивості електродинамічних процесів, які ми будемо досліджувати в наступних розділах дисертації, та методи опису цих процесів, які будуть використовуватися. Обговорено мотивацію цих досліджень та їх зв'язок із попередніми дослідженнями у цій галузі. Розділ має здебільшого оглядовий характер, однак містить і ряд оригінальних результатів, серед яких можна виділити наступні.

Отримано аналітичний вираз для компоненти Фур'є електричного поля навколо високоенергетичного електрона після проходження ним товстої мішені у вакуумі, який є справедливим у широкій проміжній області відстаней від мішені, що є меншими за довжину формування. Показано, що потік електромагнітної енергії, пов'язаний із цим полем, логарифмічно зростає зі збільшенням відстані від мішені, що відображає процес відновлення кулонівського поля навколо частинки після її вильоту з мішені та формування перехідного випромінювання. Відзначено, що цей процес може суттєво впливати на характеристики

різноманітних електродинамічних процесів при подальшій взаємодії електрона з речовиною в межах довжини формування.

Побудовано теорію перехідного випромінювання «напівголого» електрона при його похилому падінні на металеву пластину, справедливу при довільних енергіях частинки (зокрема, й достатньо малих) та кутах її падіння на пластину. Випромінювання вивчалось в міліметровому діапазоні довжин хвиль. Розглядався випадок, коли електрон опинявся в «напівголому» стані внаслідок попереднього перетину іншої металевої пластини.

Проведено аналіз нового методу обчислення іонізаційних втрат енергії частинок, який є зручним для дослідження впливу інтерференційних ефектів на ці втрати. Показано, що, незважаючи на те, що даний метод базується на розгляді речовини в рамках моделі гармонійних осциляторів (які представляють собою зв'язані електрони в атомах), поле, що його створює частинка, в даному методі можна обчислювати на базі плазмової моделі речовини, вважаючи атомні електрони вільними. Крім того, при обчисленні цього поля також треба не брати до уваги полюси, пов'язані з нулями діелектричної проникності.

Розділ містить результати, опубліковані в статтях [1, 3–5].

РОЗДІЛ 2

КОГЕРЕНТНЕ РЕНТГЕНІВСЬКЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ «НАПІВГОЛИХ» ЕЛЕКТРОНІВ У КРИСТАЛІЧНИХ МІШЕНЯХ

У даному розділі ми вивчаємо властивості КРВ електронів високих енергій у монокристалі у спеціальному випадку, коли вони значно відрізняються від звичних властивостей такого випромінювання, описаних у підрозділі 1.3. У даному випадку розглядається КРВ, що генерується електроном, поле якого є пригніченим порівняно з кулонівським полем, внаслідок попередньої взаємодії частинки з речовиною. У якості прикладу такої взаємодії, внаслідок якої частинка стає «напівголою», тут розглядається проходження електрона крізь товсту аморфну мішень. Як зазначено в підрозділі 1.1, подібні взаємодії, що призводять до пригнічення поля навколо частинки, можуть бути неминучими на реальних прискорювачах. Регенерація поля електрона після проходження мішені відбувається в межах довжини формування перехідного випромінювання $l_F \sim \gamma^2/\omega$, яка при досить високих енергіях частинки може бути макроскопічно великою навіть у рентгенівському діапазоні частот ω (зокрема, при параметрах, типових для майбутніх лінійних колайдерів, l_F може досягати кількох сотень метрів при $\hbar\omega \sim 10$ кеВ). При цьому кристалічна мішень, у якій генерується КРВ, може опинитися в межах довжини формування, і характеристики такого випромінювання будуть суттєво модифіковані. Тому для практичного застосування КРВ за таких умов (наприклад, для діагностики параметрів пучків) дуже важливо коректно описувати його характеристики. Даний розділ присвячено вивченню таких характеристик як в ультратонких кристалах (що представляють інтерес для проблем неруйнівної діагностики пучків), так і в кристалах значно більшої товщини (цей випадок є зручним для відповідних експериментальних досліджень).

2.1. Особливості когерентного рентгенівського випромінювання в ультратонких кристалах

Спектрально-кутова густина випромінювання. У підрозділах 2.1–2.3 ми будемо розглядати кристали товщиною менше довжини екстинкції для рентгенівських фотонів. У цьому випадку можна знехтувати (див., наприклад, [67]) ефектами динамічної дифракції, а також поглинанням випромінювання та базуватися на кінематичному підході до опису процесу рентгенівського випромінювання. Зазначимо, що, як було показано в роботах [192, 202, 205], характеристики рефлексу ПРВ (яке є складовою частиною рефлексу КРВ) поблизу кута Брегга досить добре описуються кінематичною теорією навіть для значно більших товщин мішеней. Ми будемо використовувати підхід, розроблений у [42] для випадку безмежного кристала (див. підрозділ 1.3), який ми адаптуємо для випадку ультратонкого кристала. Розглянемо спочатку на базі цього підходу випадок, коли електрон, що налітає на кристал, попередньо не перетинає інших мішеней і має кулонівське поле. Це, в першу чергу, є необхідним тестом даного відносно простого підходу, адже отримані результати для характеристик випромінювання можна буде порівняти з відповідними результатами, отриманими в [304] у рамках набагато більш складної динамічної теорії. Крім того, тут ми дослідимо характерні кутові та спектральні ширини піків КРВ у надтонкому кристалі, які згодом будуть використані для визначення відповідних інтервалів чисельного інтегрування при обчисленні повної інтенсивності КРВ.

У випадку ультратонкого кристала, строго кажучи, величину $\varepsilon'(\omega, \mathbf{r})$ потрібно подавати у вигляді інтеграла Фур'є, а не ряду. Однак ми будемо вважати, що представлення (1.28) є дійсним, так само як і в необмеженому кристалі, оскільки нас цікавлять мішені, які складаються більш ніж із тисячі атомних шарів. Вираз (1.29) також може бути застосований для обчислення поля випромінювання у випадку, що розглядається. Однак наразі розв'язок провідного порядку для електричного поля, тобто поля, яке має місце при

$\varepsilon(\omega, \mathbf{r}) = \varepsilon_0(\omega)$ всередині мішені та $\varepsilon(\omega, \mathbf{r}) = 1$ поза нею, відрізняється від (1.4). Тепер разом з (1.4) це поле також включає в себе перехідне випромінювання (ПВ), що генерується при перетині частинкою поверхонь мішені.

Для визначеності розглянемо процес у геометрії Бреґґа, як показано на рис. 1.5, для випадку нормального падіння електронів на поверхню кристала. Для того щоб знайти розв'язок провідного порядку для сумарного поля всередині кристала при ультрарелятивістських енергіях налітаючого електрона, достатньо врахувати лише внесок лівої поверхні кристала в поле ПВ, нехтуючи таким внеском з боку правої. Розв'язання рівнянь Максвелла з граничними умовами для електричного поля на лівій поверхні призводить до наступного виразу для цього поля:

$$\mathbf{E}_\omega^{(0)}(\mathbf{r}) = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} \left\{ Q_s e^{i\omega z/v} + Q_f e^{iz\sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 - q^2}} \right\} e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}, \quad (2.1)$$

де, як і раніше, $Q_s = 1/(q^2 + \omega_p^2 + \omega^2/\gamma^2)$, $Q_f = 1/(q^2 + \omega^2/\gamma^2) - Q_s$. Підставляючи (2.1) до (1.29) та інтегруючи його за змінними \mathbf{q} та $\boldsymbol{\rho}'$ (на даному етапі ми вважаємо кристал таким, що має нескінченний поперечний розмір, так що $0 < |\boldsymbol{\rho}'| < \infty$), а також за величиною z' у діапазоні $0 < z' < L$, де L — товщина кристала, для поля рентгенівського випромінювання отримуємо:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'_\omega(\mathbf{r}) = & ie \frac{e^{ikr}}{r} \sum_{\mathbf{g}} n_{\mathbf{g}} \mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times \boldsymbol{\kappa}_\perp] \\ & \times \left\{ K_s e^{iLq_s/2} \frac{\sin(Lq_s/2)}{q_s/2} + K_f e^{iLq_f/2} \frac{\sin(Lq_f/2)}{q_f/2} \right\}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де $q_f = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 - \boldsymbol{\kappa}_\perp^2} - \kappa_z$, $q_s = \omega/v - \kappa_z$, тоді як $K_{s,f}$ визначаються тими ж виразами, що й $Q_{s,f}$, але з заміною $q^2 \rightarrow \boldsymbol{\kappa}_\perp^2$.

Перший член у (2.2) описує поле тієї ж природи, що і в необмеженому кристалі. Воно генерується в результаті розсіювання власного кулонівського поля електрона (перший доданок у (2.1)) на періодичній неоднорідності ε'

діелектричної проникності. Другий доданок описує поле ПВ, що зазнало бреггівської дифракції.

Якщо умова $L < 1/|q_s - q_f|$ є виконаною, можна знехтувати відмінністю між q_s і q_f в аргументах синусів та експонент у (2.2) і подати вираз у фігурних дужках у наступній формі:

$$K_v e^{iLq_s/2} \frac{\sin(Lq_s/2)}{q_s/2},$$

де $K_v = 1/(\kappa_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2)$. Цей вираз збігається з першим членом у (2.2), якщо там покласти $\omega_p = 0$. Це вказує на те, що за умови для товщини кристала, що розглядається, поляризація мішені не впливає на характеристики випромінювання, і ефект густини відсутній, що узгоджується з відповідними твердженнями у [67, 304]. Такий ефект пригнічення впливу поляризації на електромагнітні процеси в надтонких мішенях має аналоги у процесах іонізаційних втрат енергії та збудження атомних К-оболонки (див. підрозділ 1.4). Після незначних перетворень зазначену умову для L можна переписати у вигляді

$$L < \frac{2}{\omega(\gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega^2 + \kappa_{\perp}^2/\omega^2)} = l_p, \quad (2.3)$$

де l_p — довжина формування (або довжина когерентності) ПВ всередині мішені. У мішені такої товщини поля ПРВ та ДПВ, що описуються відповідно першим та другим доданками в (2.2), суттєво інтерферують та мають розглядатися як поле єдиного неподільного рентгенівського імпульсу. Саме такі кристали ми будемо називати надтонкими (або ультратонкими). При частотах порядку 1 кеВ l_p досягає значення порядку 1 μm .

Використовуючи (2.2) та (1.6), враховуючи, що $d^2\rho = r^2 do$, можна безпосередньо отримати вираз для спектрально-кутової густини випромінювання:

$$\frac{d^2W}{d\omega do} = \frac{e^2\omega^2}{4\pi^2v^2} \sum_{\mathbf{g}} |n_{\mathbf{g}}|^2 |\mathbf{k} \times \kappa_{\perp}|^2 \quad (2.4)$$

$$\times \left\{ K_s^2 S_s^2 + K_f^2 S_f^2 + 2K_s K_f S_s S_f \cos[L(q_f - q_s)/2] \right\},$$

де ми позначали $S_{s,f} = \sin(Lq_{s,f}/2)/(q_{s,f}/2)$. Для мішеней, що задовольняють умові (2.3), вираз у фігурних дужках спрощується до $K_v^2 S_s^2$, що робить (2.4) аналогічним результату, отриманому в [304]. Характерна кутова ширина імпульсу в цьому випадку становить $\sim \gamma^{-1}$ при довільних енергіях налітаючого релятивістського електрона.

Ширина піка та можливість інтерференції ПРВ та ДПВ в ультратонкому кристалі. Взагалі кажучи, в (2.4) заміну

$$S_{s,f}^2 \rightarrow 2\pi L \delta(q_{s,f}), \quad (2.5)$$

за прикладом (1.30), зробити неможливо. Мала кінцева товщина мішені в цьому випадку призводить до розширення кутового та спектрального розподілу піка випромінювання. Обговоримо більш детально спектральні та кутові ширини такого піка в ультратонкій мішені, що розглядається. Для спрощення будемо розглядати випромінювання у площині векторів \mathbf{v} і \mathbf{g} .

Зазначені ширини піка визначаються коефіцієнтами $S_{s,f}$ у (2.4). Область піка приблизно відповідає діапазону $-2\pi/L < q_s, q_f < 2\pi/L$ аргументів синусів у цих коефіцієнтах. Величина $q_s \approx \omega(1 - \sqrt{\varepsilon_0}v \cos \theta) + \mathbf{g}\mathbf{v}$, де θ — кут між \mathbf{k} і \mathbf{v} , дорівнює нулю за умови (1.31). Зробимо тут невелику зміну кута спостереження на $\delta\theta/2$, залишивши частоту недоторканою. Вимагаючи, щоб відповідна зміна q_s дорівнювала $2\pi/L$, можна отримати наступну оцінку для кутової ширини піка, що пов'язана з S_s :

$$\delta\theta \sim \frac{4\pi}{\omega L \sin \theta}. \quad (2.6)$$

Зауважимо, що зараз ми розглядаємо кутову ширину піка (2.6), яка представляє здебільшого теоретичний інтерес, задля того щоб дослідити можливість інтер-

ференції внесків ПРВ та ДПВ у даному випадку. Така інтерференція можлива, якщо відповідні піки цих типів випромінювання мають достатню ширину для того, щоб помітно перекриватися як у кутовій, так і в частотній областях. Величину (2.6) не слід плутати з характерною кутовою шириною рефлексу ($\sim \omega_p/\omega$ для ПРВ та $\sim 1/\gamma$ для ДПВ), яка визначається функціями K_s^2 і K_f^2 у (2.4).

Чисельні оцінки ми будемо проводити для випадку кремнієвих мішеней ($\omega_p \approx 31$ еВ) товщиною $L = 0.5$ мкм. У цьому випадку, наприклад, при $\omega \sim 3$ кеВ маємо $\delta\theta \sim 10^{-3}/\sin\theta$. Для таких θ , що є далекими від π , ця ширина є помітно меншою, ніж $\omega_p/\omega \sim 10^{-2}$, і заміну (2.5) можна наближено застосувати для S_s . Однак це не так поблизу напрямку випромінювання назад, де $\pi - \theta \ll 1$. Заміну (2.5) також не можна застосовувати при розгляді розподілу (2.4) під кутами $\sim \gamma^{-1}$ до дзеркального напрямку при $\gamma > 10^3$, адже в цьому випадку $\delta\theta > \gamma^{-1}$. Приклади спектрально-кутового розподілу рентгенівських піків, що пов'язані з першим доданком у (2.4), для різних значень частоти та кута θ_B між \mathbf{v} та кристалографічною площиною, що розглядається, представлені на рис. 2.1 для $\gamma \gg \omega/\omega_p$. Пунктирні криві представляють собою обвідну лінію, на якій лежать вершини безперервного ряду монохроматичних піків з дещо різними частотами, які відповідають дещо різним напрямкам випромінювання (форма такої обвідної лінії збігається з кутовим розподілом усього рефлексу випромінювання, проінтегрованого за частотою). Для визначеності тут і далі ми будемо розглядати один доданок суми за \mathbf{g} в (2.4), що відповідає площині (220) кристала кремнію (а саме, пік, що відповідає найменшому порядку дифракції). У цьому випадку частота ω_{PXR} у дзеркальному напрямку при $2\theta_B = 2\pi/3$ (лівий графік) становить $\omega_{\text{PXR}} \approx 3.727$ кеВ, тоді як при $2\theta_B = \pi$ (правий графік), що відповідає напрямку випромінювання назад, це $\omega_{\text{PXR}} \approx 3.228$ кеВ. Ми бачимо що, відповідно до (2.6), у першому випадку мають місце досить гострі піки, тоді як у другому випадку, через малість величини $\sin\theta$, ширина піків майже збігається з шириною $\sim \omega_p/\omega$ усього рефлексу.

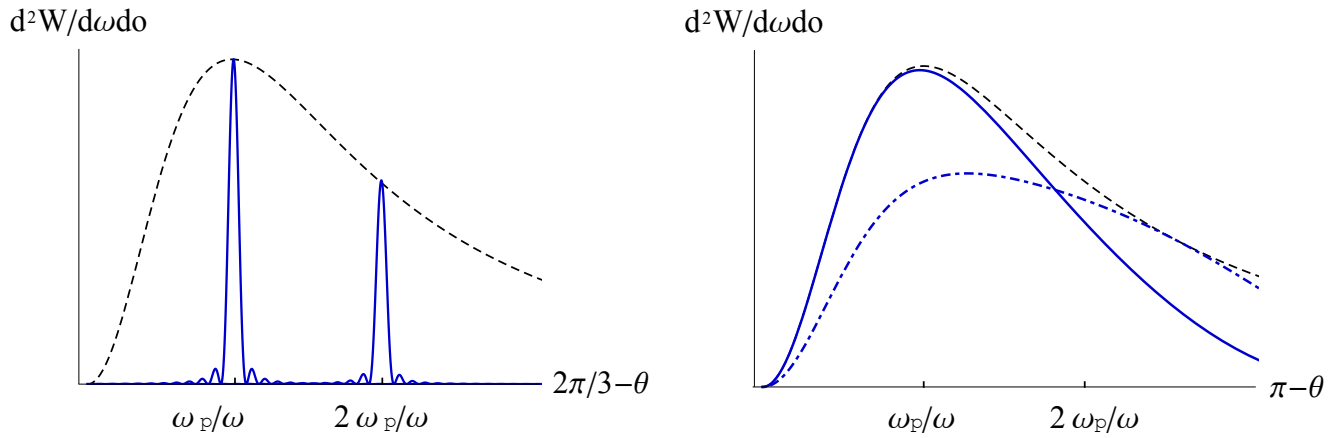


Рис. 2.1. Кутові розподіли спектральної густини випромінювання, пов'язані з першим доданком (виключно ПРВ) у (2.4). Зліва: $2\theta_B = 2\pi/3$; $\omega \approx 3.745$ кеВ (лівий пік), $\omega \approx 3.763$ кеВ (правий пік). Праворуч: $2\theta_B = \pi$; $\omega \approx 3.228$ кеВ (суцільна лінія), $\omega \approx 3.2285$ кеВ (штрих-пунктирна лінія). Пунктирна крива являє собою обвідну лінію, на якій лежать вершини піків при різних ω (її форма збігається з кутовим розподілом рефлексу, що має характерну ширину $\sim \omega_p/\omega$).

Змінюючи на малу величину частоту ω у виразі для q_s , можна отримати мінімальну спектральну ширину піку випромінювання, зумовлену кінцевим значенням товщини мішені (оскільки ми не розглядаємо випадок $\theta \ll 1$, тут можна покласти $\varepsilon_0 = 1$):

$$\delta\omega \sim \frac{4\pi v}{L(1 - v \cos \theta)}, \quad (2.7)$$

що узгоджується з [43] і в нашому випадку ($L = 0.5$ мкм) становить приблизно кілька еВ. Таким чином, при розглянутій товщині кристала ступінь монохроматичності піку випромінювання залишається дуже високою.

Як зазначалося раніше, при розглянутому значенні L фази синусів у S_s і S_f близькі одна до одної. Через це кутові та спектральні ширини піків випромінювання, що визначаються множителем S_f , є близькими до (2.6–2.7). Рис. 2.2 демонструє порівняння кутових розподілів випромінювання у розглянутому випадку, що пов'язані з першим (ПРВ) та другим (ДПВ) доданками в (2.4) при енергії електрона 100 МеВ. Штрихові та штрих-пунктирні криві представляють собою рефлекси ДПВ та ПРВ відповідно (точніше, обвідні лінії,

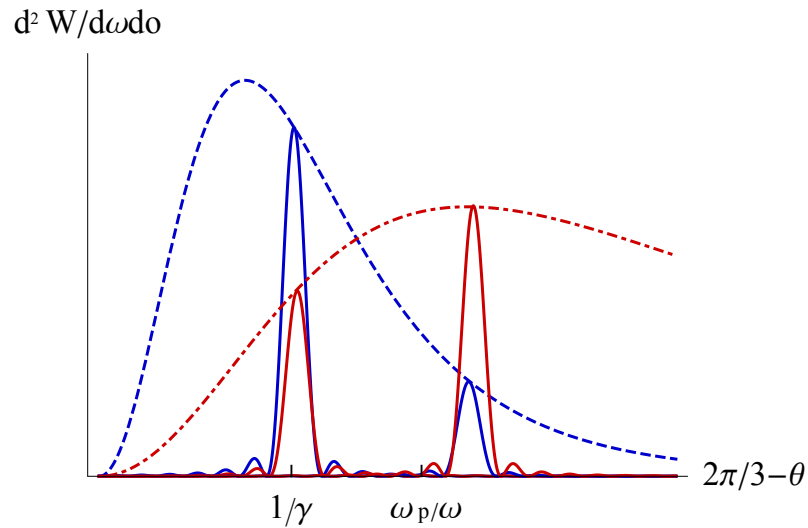


Рис. 2.2. Кутові розподіли ПРВ та ДПВ у кристалі товщиною $L = 0.5$ мкм для двох значень частоти: 3.738 кеВ (ліві вузькі піки) та 3.748 кеВ (праві вузькі піки) і $\gamma = 200$, $2\theta_B = 2\pi/3$. Штрихові та штрих-пунктирні лінії — рефлекси ДПВ та ПРВ відповідно.

на яких лежать вершини монохроматичних піків з різними частотами). Як показано на рисунку, у розглянутому випадку кутові ширини монохроматичних піків (2.6) для цих типів випромінювання є достатніми для їх перекриття (майже повного), незважаючи на те, що максимуми цих піків відповідають дещо різним кутам спостереження. Цей факт обумовлює можливість значної інтерференції ПРВ та ДПВ у даному випадку, що описується третім доданком у (2.4).

Аналогічна ситуація має місце, якщо порівняти спектральні ширини піків, що обговорюються. На рис. 2.3 показані спектральні розподіли (нормовані на однакову висоту максимумів) доданків у (2.4), що відповідають ПРВ (суцільна лінія) і ДПВ (пунктирна лінія). Звідси видно, що при розглянутому значенні L ширина піків значно перевищує зсув між положеннями їх максимумів (частота Брегга $\omega_B = g^2/(2\sqrt{\epsilon_0}\mathbf{gn})$, що відповідає максимуму ДПВ, як і зазвичай, трохи перевищує $\omega_{\text{ПХР}}$), що наразі дозволяє знехтувати різницею між ω_B і $\omega_{\text{ПХР}}$. Графіки на рисунку відповідають куту спостереження $\theta = 2\theta_B - \omega_p/\omega$ з $2\theta_B = 2\pi/3$. Зі зменшенням значення $2\theta_B - \theta$ різниця $\omega_B - \omega_{\text{ПХР}}$ стає ще меншою. Наведені міркування показують, що для обраної товщини кристалічної

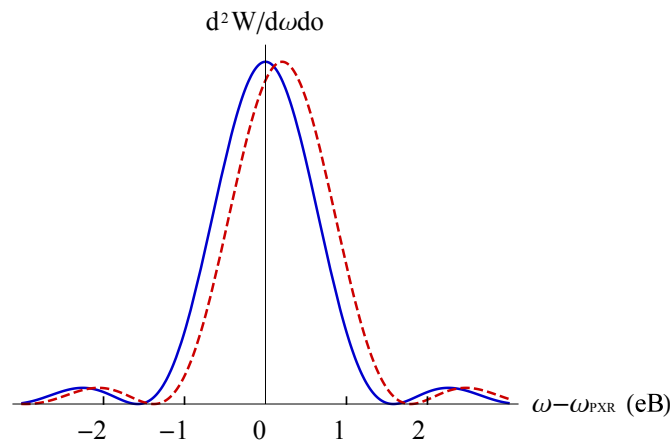


Рис. 2.3. Нормовані спектральні розподіли ПРВ (суцільна лінія) і ДПВ (пунктирна лінія) у тонкому кристалі при $\theta = 2\theta_B - \omega_p/\omega$, де $2\theta_B = 2\pi/3$ і $\omega_{\text{PXR}} \approx 3.745$ кеВ.

мішені рентгенівські піки все ще залишаються досить вузько спрямованими (за винятком випадку $2\theta_B = \pi$) та монохроматичними. Втім, піки ПРВ і ДПВ перекриваються як у кутовій, так і в спектральній області і можуть інтерферувати один з одним.

Зауважимо, що тут ми обговорювали збільшення спектральної та кутової ширини піків випромінювання, що пов'язане лише з кінцевою шириною мішені, і не враховували впливу кінцевої роздільної здатності детектора, багаторазового розсіювання електронів у мішені тощо. Отримані результати для ширини піків будуть справедливі також і при подальшому розгляді випадку налітаючого електрона з нерівноважним полем (такі ж самі величини $S_{s,f}$ з'являються у відповідних формулах (2.10) та (2.24)). Вони будуть використані для визначення ефективних областей для чисельного інтегрування інтенсивності випромінювання за частотою та кутами спостереження у підрозділах 2.2 та 2.3.

2.2. Когерентне рентгенівське випромінювання «напівголого» електрона в ультратонкому кристалі

У попередньому підрозділі було розглянуто властивості рентгенівських імпульсів, що випромінюються ультрарелятивістським електроном у надтонкій

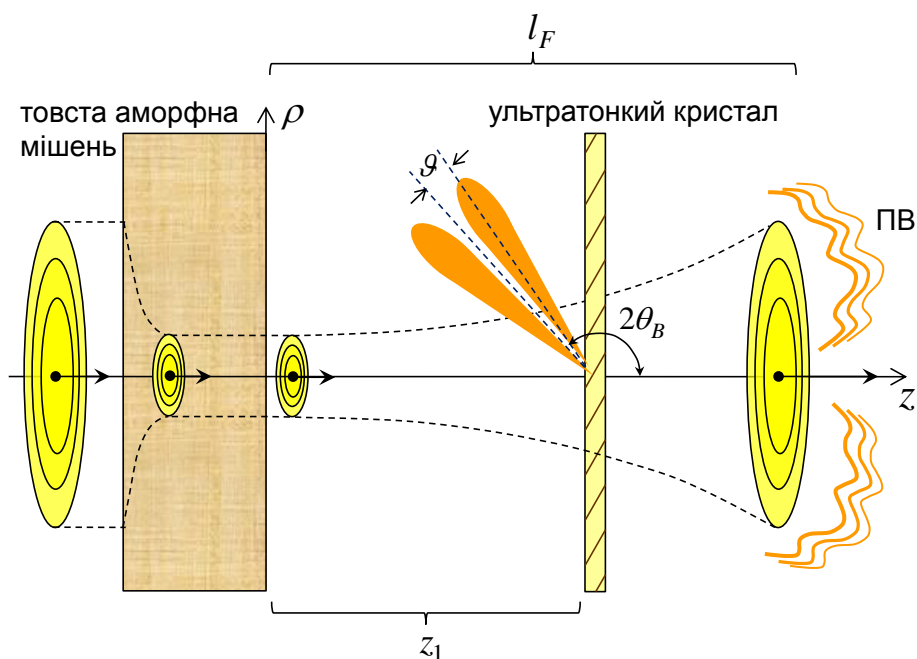


Рис. 2.4. Проходження електроном системи з двох мішеней — товстої аморфної і (згодом) тонкої кристалічної — та схематична картина перебудови поля, що при цьому відбувається.

кристалічній мішені. У цьому випадку (так само як і у випадку товстого кристала) вважалося, що перед падінням на мішень налітаючий електрон рухається рівномірно прямолінійно у вакуумі та створює навколо себе рівноважне кулонівське поле. У цьому підрозділі вивчається вплив нерівноважного стану поля навколо електрона, який спричиняється взаємодією частинки з речовиною, на характеристики рентгенівського випромінювання, що згодом генерується електроном у надтонкому кристалі. У якості прикладу процесу, в якому поле навколо електрона модифікується, ми розглядаємо проходження частинки крізь товсту аморфну мішень (рис. 2.4). У цьому випадку через процес формування ПВ після вильоту електрона з мішені поле навколо частинки може суттєво відрізнитися від кулонівського в межах макроскопічно великої області простору. Ми показуємо, що це призводить до зміни характеристик випромінювання в ультратонкій кристалічній мішені, що розташована всередині цієї області. Товсту мішень ми вважаємо аморфною, для того щоб усе випромінювання, що пов'язане з кристалічною структурою речовини, генерувалося виключно ультратонкою мішенню.

Поле всередині кристалічної мішені. Поле всередині тонкої кристалічної мішені, розміщеної справа (далі за напрямком руху електрона) від товстої аморфної мішені, можна обчислити, підставляючи (1.10) до граничної умови для тангенційної складової електричного поля на лівій поверхні кристалічної мішені. Нехай ця поверхня розташовується у площині $z = z_1$. Гранична умова у цьому випадку має вигляд: $\mathbf{E}_\omega^v(\rho, z_1) = \mathbf{E}_\omega^t(\rho, z_1)$. Ліва та права сторони цього рівняння позначають відповідно сумарні поля у вакуумі та мішені. Що стосується \mathbf{E}^v , то ми будемо використовувати для нього вираз (1.10). Тим самим ми нехтуємо хвилями ПВ, що поширюються проти осі z , через малий коефіцієнт відбиття пластини у рентгенівському діапазоні частот. Те ж саме наближення ми використовуємо й для \mathbf{E}^t , нехтуючи впливом правої поверхні кристалу на поле всередині нього. У такому випадку поле \mathbf{E}^t складається з власного поля електрона всередині пластини, що визначається першим доданком у (2.1), і вільного поля, яке можна подати у вигляді [42]

$$\mathbf{E}_\omega^{t(f)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{t(f)} \delta(\omega^2 \varepsilon_0 - k^2) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

де $\mathbf{k} = (\mathbf{q}, k_z)$, та проінтегрувати за k_z лише з урахуванням кореня $k_z = +\sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 - q^2}$ аргументу дельта-функції. В результаті з граничної умови отримуємо наступний вираз для сумарного поля (розв'язок провідного порядку) навколо електрона всередині мішені:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\omega^{t(0)}(\mathbf{r}) = & -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\rho} \left\{ Q_s e^{i\omega z/v} \right. \\ & \left. + [Q_f e^{i\omega z_1/v} - Q'_f e^{i z_1 \sqrt{\omega^2 - q^2}}] e^{i(z-z_1)\sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 - q^2}} \right\}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Тут Q'_f відрізняється від Q_f заміною $\omega_p \rightarrow \eta_p$, де η_p — плазмова частота аморфної мішені (ω_p , як і раніше, позначає плазмову частоту кристала). За умови (2.3) в межах усього об'єму кристала ($z_1 \leq z \leq z_1 + L$) поле (2.8) стає близьким до нерівноважного поля у вакуумі (1.10) при $z = z_1$, що налітає

на мішень. Тому еволюція поля електрона після його вильоту з речовини, детально розглянута в підрозділі 1.1, повинна безпосередньо проявлятися у властивостях випромінювання частинки в достатньо тонких мішенях, які вона згодом перетинає.

Спектрально-кутова густина рентгенівського випромінювання «напівголого» електрона в ультратонкому кристалі. Розглянемо властивості рентгенівського імпульсу, який генерується у надтонкій кристалічній мішені у процесі, що розглядається (рис. 2.4). Поле такого імпульсу можна отримати, підставивши (2.8) у (1.29). В результаті для цього поля отримуємо (як і раніше, ми розглядаємо один доданок суми за \mathbf{g}):

$$\mathbf{E}'_{\omega}(\mathbf{r}) = ie \frac{e^{ikr}}{r} n_{\mathbf{g}} \mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times \boldsymbol{\kappa}_{\perp}] \left\{ K_s S_s e^{i(z_1 + L/2)q_s} + S_f e^{iLq_f/2 - iz_1 \kappa_z} [K_f e^{i\omega z_1/v} - K'_f e^{iz_1 \sqrt{\omega^2 - \kappa_{\perp}^2}}] \right\}, \quad (2.9)$$

де K'_f дорівнює Q'_f із заміною $q^2 \rightarrow \kappa_{\perp}^2$.

Форми виразів для K_s , K_f і K'_f вказують на те, що поле (2.9) помітно відрізняється від нуля лише при малих значеннях κ_{\perp} порівняно з ω . Це дозволяє розкласти квадратний корінь у показнику експоненти за малим параметром κ_{\perp}/ω і подати вираз у квадратних дужках у формі

$$K_f e^{i\omega z_1/v} - K'_f e^{iz_1 \sqrt{\omega^2 - \kappa_{\perp}^2}} \approx e^{i\omega z_1/v} (K_f - K'_f e^{-iz_1/l_F}).$$

За допомогою l_F ми позначаємо тут довжину формування у вакуумі, що визначається виразом (2.3) з $\omega_p = 0$.

Використовуючи (1.6) можна отримати вираз для спектрально-кутової густини випромінювання:

$$\frac{d^2W}{d\omega do} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2} |n_{\mathbf{g}}|^2 |\mathbf{k} \times \boldsymbol{\kappa}_{\perp}|^2 \left\{ K_s^2 S_s^2 + S_f^2 |K_f - K'_f e^{-iz_1/l_F}|^2 \right\}$$

$$+2K_s S_s S_f \operatorname{Re} \left[e^{iL(q_f - q_s)/2} (K_f - K'_f e^{-iz_1/l_F}) \right] \Big\}. \quad (2.10)$$

При $z_1 \ll l_F$, якщо виконується умова (2.3), вираз у дужках спрощується до $S_s^2 / (\kappa_\perp^2 + \eta_p^2 + \omega^2/\gamma^2)^2$. У цьому випадку (2.10) є аналогом розподілу (1.30) і відрізняється від нього заміною $\omega_p \rightarrow \eta_p$ та наявністю величини S_s^2 замість δ -функції, відповідно до співвідношення (2.5). Це означає, що в такому випадку на кутову ширину рефлексу впливає ефект густини навіть попри те, що випромінювання генерується в ультратонкій мішені. Однак перша відмінність ($\omega_p \rightarrow \eta_p$) вказує на те, що в даному випадку така ширина визначається не плазмовою частотою ω_p кристалічної мішені, як у (1.30), а подібною частотою η_p аморфної мішені. Друга відмінність викликана малою товщиною кристалічної мішені, яка призводить до розширення піку (як у спектральній, так і в кутовій області) порівняно з випадком (1.30), що відповідає наближенню необмеженої мішені.

Зауважимо, що при $\gamma \gg \omega/\eta_p$ значення l_F значно змінюється в межах рефлексу (воно зменшується зі збільшенням кута спостереження ϑ , що відраховується від напрямку $\kappa_\perp = 0$, що майже збігається з дзеркальним напрямком). Тому для різних кутів спостереження умова $z_1 \ll l_F$, за якої вирази (2.10) та (1.30) є подібними один до одного, досягається на різних відстанях між мішенями. Масштаб характерної максимальної ширини розглянутих рефлексів становить $\sim \eta_p/\omega$ (що відповідає $\kappa_\perp^{max} \sim \eta_p$). Це дозволяє визначити відстань, на якій вираз (2.10) є близьким до (1.30) при довільному ϑ , як $l_\eta \sim \omega/\eta_p^2$. Це, природно, збігається з відстанню, на якій поле навколо електрона є близьким до поля всередині товстої мішені і описується формулою (1.12). За умови $z_1 < l_\eta$ (припускаючи, що має місце (2.5)) рефлекс, що відповідає (2.10), є таким самим, як і рефлекс ПРВ (1.30) у необмеженому кристалі, але з заміною $\varepsilon_0 = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ на проникність аморфної мішені $1 - \eta_p^2/\omega^2$. Якщо ж $\eta_p = \omega_p$, ми маємо повний збіг (2.10) та (1.30). Саме такий випадок розглянуто при чисельних оцінках, результати яких наведено на відповідних рисунках.

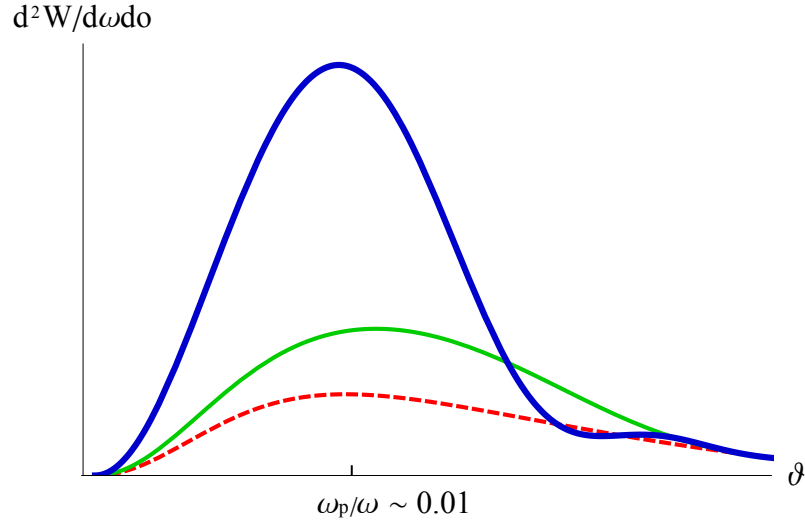


Рис. 2.5. Кутові розподіли спектральної густини випромінювання (2.12) для $2\theta_B = \pi$ і $\gamma = 10^4$. Штрихова лінія — розподіл при $z_1 \ll l_\eta$ з формою $\vartheta^2/(\vartheta^2 + \omega_p^2/\omega^2)^2$; тонка суцільна лінія — $z_1 = l_\eta$; товста суцільна лінія — $z_1 = 3l_\eta$.

Зі збільшенням відстані між мішенями кутівий розподіл випромінювання поступово змінюється. Кут, що відповідає максимуму рефлексу, зміщується до менших значень, тоді як спектрально-кутова густина випромінювання в цьому максимумі зростає. Рис. 2.5 та рис. 2.6 показують еволюцію такого кутового розподілу для значень z_1 порядку l_η і l_F відповідно для енергії електронів $\epsilon = 5$ ГеВ. Вони зображують найпростіший випадок $2\theta_B = \pi$, коли кристалографічні площини паралельні поверхні мішені. У цьому випадку відповідні складові виразу (2.10) можуть бути представлені у вигляді:

$$|\mathbf{k} \times \boldsymbol{\kappa}_\perp|^2 = \omega^4 \vartheta^2, \quad \kappa_\perp^2 = \omega^2 \vartheta^2, \quad (2.11)$$

що робить розподіл (2.10) аксіально симетричним відносно осі z . На рисунках зображено випадок $\eta_p = \omega_p$, для якого вираз (2.10) перетворюється на

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\theta} = & \frac{e^2 \omega^6 \vartheta^2}{4\pi^2} |n_{\mathbf{g}}|^2 \left\{ K_s^2 S_s^2 + 2K_f^2 S_f^2 [1 - \cos(z_1/l_F)] \right. \\ & \left. + 2K_s K_f S_s S_f \operatorname{Re} [e^{iL(q_f - q_s)/2} (1 - e^{-iz_1/l_F})] \right\}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

На рисунках показано кутовий розподіл спектральної густини випромінювання (2.12) при частоті ω_{PXR} , що відповідає напрямку $\theta = 2\theta_B$. У даному випадку ϑ — це кут між напрямком спостереження та $-\mathbf{v}$. Зауважимо, що тут представлено саме монохроматичні піки, а не рефлекси. Втім, кожен розподіл на рис. 2.6 збігається за формою з відповідним рефлексом. Причиною цього є велика ширина піка (2.6) при $2\theta_B = \pi$ порівняно з характерною шириною $\sim \gamma^{-1}$ рефлексу. Ситуація є майже такою ж самою і на рис. 2.5, де невеликі розбіжності між формами піку та рефлексу проявляються лише при $\vartheta > \omega_p/\omega$ (як і для суцільної лінії на правій частині рис. 2.1).

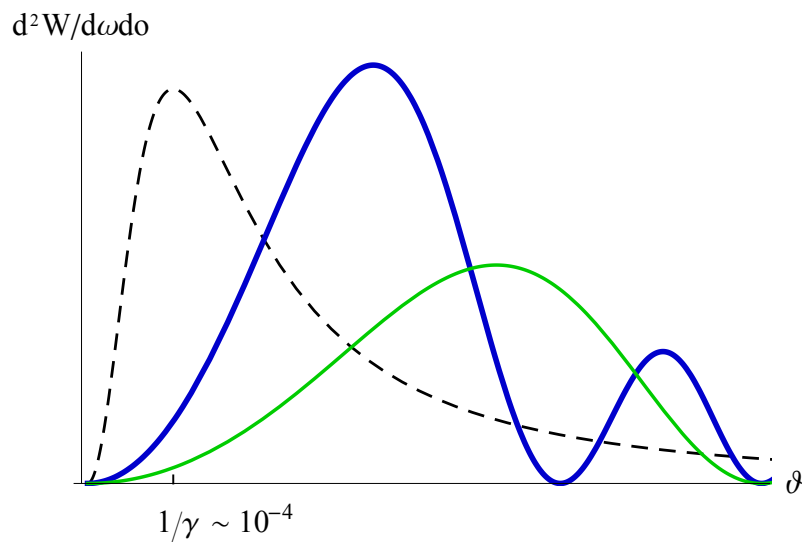


Рис. 2.6. Те ж саме, що й на рис. 2.5. Тонка суцільна лінія — $z_1 = 0.1l_F$; товста суцільна лінія — $z_1 = 0.2l_F$. Пунктирна лінія — розподіл (2.4) з формою $\vartheta^2/(\vartheta^2 + \gamma^{-2})^2$, характерний для налітаючого електрона з кулонівським полем в ультратонкій мішені.

При подальшому збільшенні z_1 понад значення l_F косинус і експонента у круглих дужках в (2.12) стають швидко осцилюючими функціями ϑ (а також ω). Тому при $z_1 \gg l_F$ має сенс вивчати розподіл, усереднений за невеликими інтервалами ϑ , що відповідає заміні $e^{-iz_1/l_F}, \cos(z_1/l_F) \rightarrow 0$. Штрихпунктирна лінія на рис. 2.7 демонструє такий усереднений асимптотичний розподіл. Максимум цього розподілу розташований у тому ж самому напрямку ($\vartheta = \gamma^{-1}$), що й у розподілу (2.4) для електрона з кулонівським полем у надтонкій мішені (штрихова лінія), проте перевищує його за інтенсивністю.

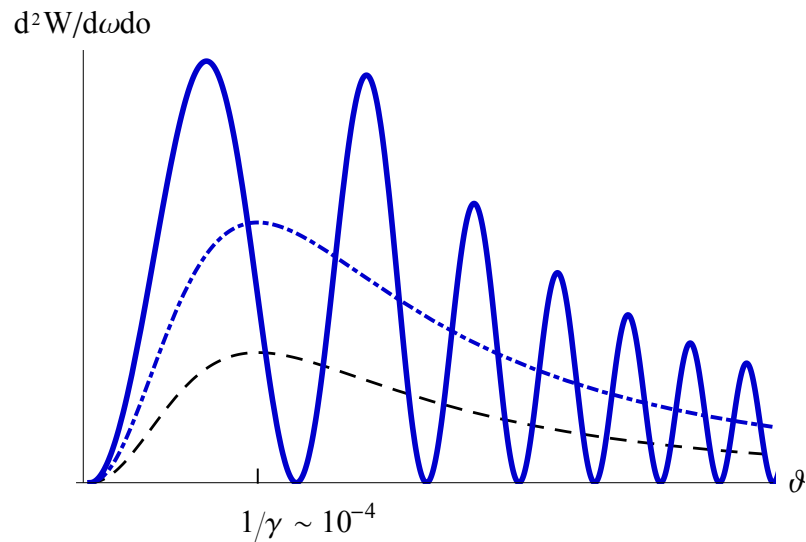


Рис. 2.7. Те ж саме, що й на рис. 2.6. Штрихова лінія — те ж саме, що й на рис. 2.6; штрих-пунктирна лінія — середня поведінка швидко осцилюючого розподілу при $z_1 \gg l_F$; суцільна лінія — неусереднений розподіл при $z_1 = 2.5l_F$.

Така додаткова інтенсивність пов'язана з ПВ, що утворюється при вильоті електрона з аморфної мішені (другий доданок у (1.16)) та зазнає дифракції у кристалі. Суцільна лінія демонструє приклад неусередненого розподілу при $z_1 = 2.5l_F$.

Інтегральна інтенсивність випромінювання. Розглянемо тепер еволюцію сигналу, проінтегрованого за частотою та кутом спостереження, зі збільшенням відстані z_1 між мішенями. Для простоти ми, як і раніше, зосередимось на аксіально симетричному випадку $2\theta_B = \pi$. Результати мають аналогічний вигляд і для різноманітних інших орієнтацій кристалу (наприклад, для випадку геометрії Лауе, яка може бути більш зручною для експериментальних досліджень), оскільки вони, в першу чергу, відображають еволюцію поля, що оточує налітаючий електрон, зі збільшенням z .

Що стосується інтегрування за частотою, то інтервал, що робить основний внесок, залежить від відповідного інтервалу інтегрування за кутами. Зі співвідношення (1.31) випливає, що для високоенергетичного електрона в умовах, що розглядаються, зміна значення ω_{PXR} приблизно на 1 еВ викликається зміною кута спостереження (від $\vartheta = 0$) на 0.035 рад. У свою чергу, характерна кутова ширина імпульсу має масштаб $\sim \eta_p/\omega$, що становить ~ 0.01 рад у випадку,

що розглядається. Тому наразі зміною резонансної частоти можна знехтувати, а ефективна область чисельного інтегрування (2.12) визначається шириною піку (рис. 2.3), що становить приблизно кілька еВ навколо значення $\omega_{\text{PXR}}(0)$. Зауважимо, що ситуація може відрізнятись при менших значеннях θ_B через більш швидку зміну ω_{PXR} зі зміною кута у цьому випадку.

Рис. 2.8 показує залежність інтегральної інтенсивності сигналу від z_1 для енергії електронів $\epsilon = 1$ ГеВ та двох значень діапазону інтегрування за кутом ϑ . Безрозмірна величина W_{int} визначається тут як

$$W_{\text{int}} = \frac{10^{-5}4\pi^2}{e^2\omega^2|n_{\mathbf{g}}|^2L^2} \int d\omega \int_0^{\vartheta_0} 2\pi\vartheta d\vartheta \frac{d^2W}{d\omega d\vartheta}. \quad (2.13)$$

Під кутом аксептансу на рис. 2.8 ми маємо на увазі подвоєне значення $2\vartheta_0$ верхньої межі інтегрування за кутом у (2.13), тобто кут розчину конуса, що відповідає тілесному куту, який включає частину рефлексу, що розглядається. На рисунку видно, що зі збільшенням відстані між мішенями до декількох значень l_F , що в цьому випадку становить близько 0.23 мм для $\vartheta = \gamma^{-1}$, сигнал монотонно зростає. При подальшому збільшенні z_1 можна спостерігати зменшення сигналу та його поведінку, подібну до загасаючих коливань в районі асимптоти. Така поведінка є залишком коливань повної амплітуди (від нуля до максимального значення) косинуса та експоненти в (2.12), які частково розмиваються інтегруванням за кутом (інтегрування за частотою не впливає на такі коливання через високий ступінь монохроматичності імпульсу). Зазначена поведінка сигналу, зокрема, його зменшення зі збільшенням z_1 , може спостерігатися для кутів аксептансу, що не перевищують декількох значень γ^{-1} , що є цілком досяжним (експериментально) значенням у розглянутому випадку.

Зі збільшенням енергії електронів довжина формування l_F дуже швидко зростає при досить малих значеннях ϑ . У цьому випадку інтенсивність рентгенівського випромінювання від кристалічної мішені може залежати від z_1 у межах макроскопічно великих значень цієї відстані. Така ситуація зображена

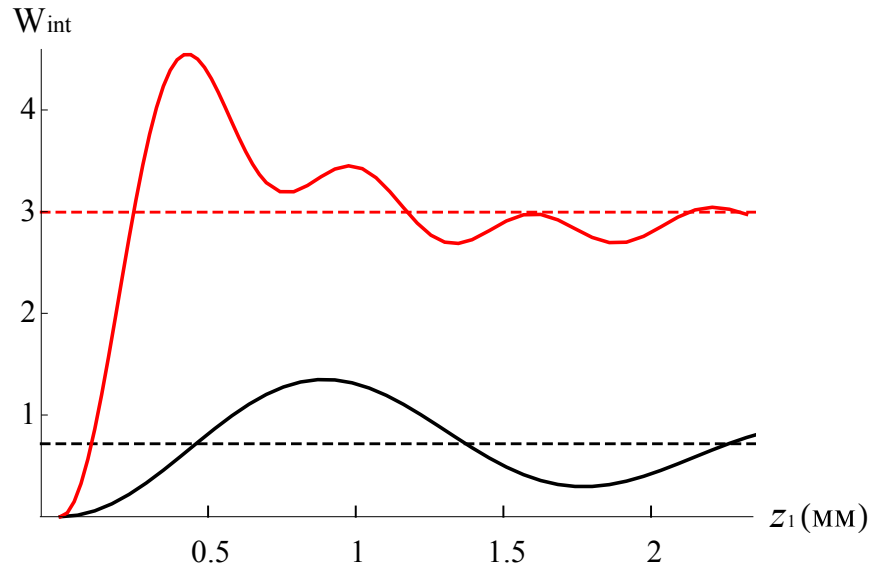


Рис. 2.8. Залежність інтегрального сигналу від відстані z_1 між мішенями при енергії електронів $\epsilon = 1$ ГеВ і $2\theta_B = \pi$. Інтегрування за ω здійснено в межах $\omega_{\text{PXR}} \pm 2$ еВ. Кут акцептансу дорівнює $2/\gamma$ (нижня суцільна лінія) та $4/\gamma$ (верхня суцільна лінія). Штрихові лінії — відповідні асимптотичні значення при $z_1 \gg l_F$.

на рис. 2.9 для випадку $\epsilon = 100$ ГеВ. Тут значення кута акцептансу обрано таким, що дорівнює $200/\gamma$ та $600/\gamma$, що в розглянутому випадку відповідає 1 та 3 мрад. Наразі усі осциляції майже усуваються інтегруванням до $\vartheta_0 \gg \gamma^{-1}$, і ми отримуємо монотонне логарифмічне зростання сигналу на відстані близько декількох метрів (тут $l_F \approx 230$ см при $\vartheta = 1/\gamma$).

Зауважимо, що розглянутий тут ефект залежності інтенсивності рентгєнівського імпульсу від відстані між мішенями має аналоги у процесі іонізаційних втрат енергії високоенергетичними електронами в системі з двох мішеней [97].

Про внесок гальмівного випромінювання. У розглянутій постановці задачі з двома мішенями електрон генерує гальмівне випромінювання як у аморфній, так і в кристалічній мішені. Це випромінювання може зазнавати дифракції у кристалі та робити внесок у вимірювану величину рентгєнівського імпульсу. Для того, щоб приблизно оцінити відносне значення такого внеску, достатньо врахувати лише гальмівне випромінювання від аморфної (набагато товщої) мішені.

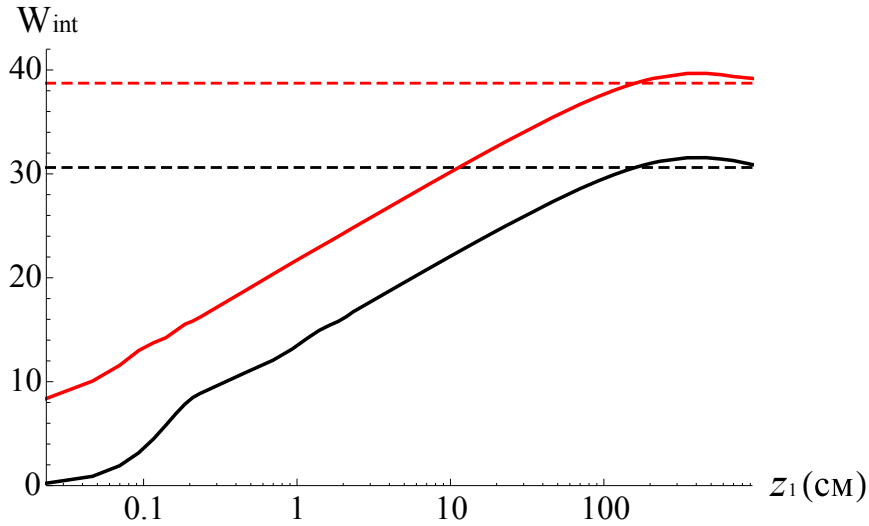


Рис. 2.9. Залежність інтегрального сигналу від відстані z_1 між мішенями для енергії електронів $\epsilon = 100$ ГеВ і $2\theta_B = \pi$. Інтегрування за ω здійснюється в межах $\omega_{\text{РХР}} \pm 2$ еВ. Кут аксептансу дорівнює $200/\gamma = 1$ мрад (нижня суцільна лінія) та $600/\gamma = 3$ мрад (верхня суцільна лінія). Штрихові лінії — відповідні асимптотичні значення при $z_1 \gg l_F$.

Завдяки ефекту густини Тер-Мікаеляна [42, 77], кутовий розподіл гальмівного випромінювання в цьому випадку має характерну ширину $\sim \eta_p/\omega$ замість $1/\gamma$. Він збігається (або, принаймні, того ж порядку величини у випадку, якщо кристал має іншу плазмову частоту) з відповідною кутовою шириною рефлексу ПРВ, породженого власним полем електрона, частково екранованим поляризацією мішені. Таким чином, про співвідношення внесків двох зазначених типів випромінювання в сумарний рентгенівський імпульс у цьому випадку можна судити з порівняння спектрально-кутової густини гальмівного випромінювання, що падає на кристал, із такою густиною потоку віртуальних фотонів, пов'язаного з екранованим кулонівським полем. При $\gamma \gg 1$ у діапазоні частот, що розглядається, зазначена густина гальмівного випромінювання може бути представлена наступним чином [77]:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\theta} = \frac{2\xi^2 d}{\pi\gamma^2 X_0} [1 - 2\theta_\nu^2 \xi^2 (\xi^{-1} - \theta_\nu^2)], \quad (2.14)$$

де $\xi = 1/(\gamma^{-2} + \theta_\nu^2 + \eta_p^2/\omega^2)$, θ_ν — кут випромінювання щодо швидкості електрона,

d — товщина аморфної мішені, а X_0 — радіаційна довжина. Постійну Планка \hbar тут ми обираємо такою, що дорівнює одиниці. Вираз (2.14) слід радше вважати верхнім обмеженням для $d^2W/d\omega do$, оскільки він не враховує додаткове (однак, набагато слабше, ніж завдяки ефекту густини) пригнічення випромінювання через ефект Ландау-Померанчука-Мігдала [80–83].

Відповідна густина потоку еквівалентних фотонів становить (див. підрозділ 1.1)

$$\frac{d^2W}{d\omega do} \approx \frac{\alpha}{\pi^2} \theta_\nu^2 \xi^2, \quad (2.15)$$

де α — постійна тонкої структури.

Для порівняння значень (2.14) і (2.15) природно обрати максимуми цих розподілів, що відповідають куту випромінювання щодо швидкості електрона $\theta_\nu = 0$ для гальмівного випромінювання та $\theta_\nu = \eta_p/\omega$ для віртуальних фотонів (при $\gamma \gg \omega/\eta_p$). Зробимо оцінку для кремнієвої мішені ($X_0 \approx 10$ см) товщини $d = 10$ мкм, енергії електронів $\epsilon = 1$ ГеВ і частоти випромінювання $\omega = 3$ кеВ. Відношення (2.14) до (2.15) у цьому випадку надзвичайно мале і становить близько 10^{-3} . Зі збільшенням ϵ це значення зменшується як $1/\epsilon^2$. Такий результат узгоджується з тим фактом (див., наприклад, [68]), що за умови $\gamma \gg \omega/\omega_p$ (тут ω_p — плазмова частота кристала) інтенсивність дифрагованого гальмівного випромінювання є дуже малою порівняно з ПРВ, що генерується у тій самій мішені. Наведена оцінка показує, що за умов, розглянутих у цьому розділі, це справедливо і для інтенсивності гальмівного випромінювання від товстої аморфної мішені, яким, таким чином, можна знехтувати.

Зауважимо, що спосіб, застосований тут для порівняння інтенсивності ПРВ та дифрагованого гальмівного випромінювання шляхом порівняння інтенсивностей, що падають на кристал, є дійсним, завдяки достатньо малій товщині кристалічної мішені (меншій за довжину екстинкції).

2.3. Вплив поперечного розміру кристалічної мішені на інтенсивність когерентного рентгенівського випромінювання

Раніше ми вивчали еволюцію характеристик когерентного рентгенівського випромінювання зі зміною відстані між мішенями, розглядаючи кристалічну мішень як нескінченну в поперечному (ортогональному до осі z) напрямку. У цьому випадку асимптотичне значення інтенсивності рефлексу при $z_1 \gg l_F$ перевищує відповідне значення (2.4) для налітаючого електрона з кулонівським полем (тобто для випадку, коли аморфна мішень відсутня). Це відбувається завдяки внеску ПВ від аморфної мішені, яке зазнає дифракції у нескінченній кристалічній мішені при довільному z_1 . Ситуація відрізняється, якщо кристалічна мішень має обмежений розмір у поперечному напрямку. При цьому частина хвиль ПВ може пройти повз цю мішень і не зазнати дифракції при достатньо великому z_1 . У даному підрозділі вивчається вплив поперечного розміру кристалічної мішені на інтенсивність рефлексу КРВ. Основну увагу приділено дослідженню процесу зменшення інтенсивності рефлексу зі збільшенням z_1 до очікуваного значення, типового для електрона з кулонівським полем, при достатньо великих z_1 .

З цією метою зручно записати поле (2.8) всередині кристалічної мішені у вигляді явної суми внесків, пов'язаних із власним кулонівським полем електрона у вакуумі та ПВ, що генерується при вильоті частинки з аморфної мішені:

$$\mathbf{E}_\omega^{(0)}(\mathbf{r}) = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} \left\{ Q_v e^{i\omega z_1/v} - Q_f e^{iz_1 \sqrt{\omega^2 - q^2}} \right\} e^{i(z-z_1) \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 - q^2} + i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}, \quad (2.16)$$

де $Q_v = 1/(q^2 + \omega^2/\gamma^2)$. Така форма виразу (2.8) є дійсною в кристалах, що задовольняють умові (2.3), які ми наразі й вивчаємо. Для простоти будемо розглядати круглу кристалічну мішень, що має радіус R . Отримаємо для такого випадку вираз для спектрально-кутової густини випромінювання на основі (1.29), використовуючи (2.16) у якості розв'язку провідного порядку.

Підінтегральний вираз у (1.29), як і раніше, містить дві експоненти, $e^{iq_f z'}$ і $e^{i\rho'(\mathbf{q}-\boldsymbol{\kappa}_\perp)}$, які підлягають інтегруванню за z' і ρ' відповідно. Зазначимо, що тут величина q_f містить змінну q замість κ_\perp , оскільки у випадку, що розглядається, немає дельта-функції $\delta(\mathbf{q}-\boldsymbol{\kappa}_\perp)$, яка дозволяла б одразу виконати інтегрування за \mathbf{q} (що мало місце у випадку необмеженого у поперечному напрямку кристала). Природно, лише інтегрування за ρ' робить даний випадок відмінним від випадку $R \rightarrow \infty$. Тепер замість $(2\pi)^2 \delta(\mathbf{q}-\boldsymbol{\kappa}_\perp)$ маємо:

$$\int d^2 \rho' e^{i\rho'(\mathbf{q}-\boldsymbol{\kappa}_\perp)} = 2\pi R \frac{J_1(|\mathbf{q}-\boldsymbol{\kappa}_\perp|R)}{|\mathbf{q}-\boldsymbol{\kappa}_\perp|} \quad (2.17)$$

Також наразі можна замінити вираз $e^{iLq_f/2} S_f$, що з'являється в результаті інтегрування за z' , на $e^{iLq_s/2} S_s$ (завдяки умові $L|q_f - q_s| \ll 1$), що не залежить від q . В результаті для поля випромінювання отримуємо:

$$\mathbf{E}'_\omega(\mathbf{r}) = \frac{ieR}{2\pi} \frac{e^{ikr}}{r} S_s n_{\mathbf{g}} e^{i(Lq_s/2 - z_1 \kappa_z)} \mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times \mathbf{I}_R], \quad (2.18)$$

де

$$\mathbf{I}_R = \int d^2 q \mathbf{q} \frac{J_1(|\mathbf{q}-\boldsymbol{\kappa}_\perp|R)}{|\mathbf{q}-\boldsymbol{\kappa}_\perp|} \left\{ Q_v e^{i\omega z_1/v} - Q_f e^{iz_1 \sqrt{\omega^2 - q^2}} \right\}. \quad (2.19)$$

Перший доданок у (2.19) пов'язаний із кулонівським полем електрона у вакуумі (1.3). Таким чином, значення R , менше якого обмежений розмір мішені ніяк не проявляється у цьому доданку, може бути визначене як $R \sim \gamma/\omega$. У рентгенівській області це значення є досить малим навіть при великих енергіях частинок (наприклад, для $\epsilon = 100$ ГеВ воно досягає $\sim 10^{-3}$ см для енергій фотонів у декілька кеВ), і на практиці розмір мішені значно його перевищує. При $z_1 < l_F$ така ж ситуація має місце і для сумарного поля (2.18). У цьому випадку основна частина енергії поля навколо напівголого електрона зосереджена в межах відстані $\rho \sim \sqrt{z/\omega} < \gamma/\omega$ від його траєкторії. При цьому

значення R , при яких умова $R \rightarrow \infty$ є непридатною, є ще меншими, ніж у випадку частинки з кулонівським полем. Таким чином, при $z_1 < l_F$ результати, отримані в попередніх розділах, є дійсними для мішеней з $R \gg \gamma/\omega$, і далі ми сконцентруємося на випадку $z_1 \gg l_F$.

Для подібних z_1 типовими значеннями κ_\perp слід вважати $\kappa_\perp \sim \omega/\gamma$, які відповідають характерній кутовій ширині $\sim \gamma^{-1}$ рефлексу в цьому випадку. Для мішеней з $R \gg \gamma/\omega$ вираз (2.18) для поля випромінювання можна додатково спростити. У цьому випадку в першому доданку в (2.19) структуру (2.17) можна замінити на дельта-функцію, і відповідна частина (2.19) набуває вигляду:

$$\frac{2\pi}{R} \frac{\kappa_\perp}{\kappa_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{i\omega z_1/v}. \quad (2.20)$$

Що стосується другого доданка, то, як і раніше, розкладемо тут квадратний корінь у експоненті за малим параметром q/ω та зробимо заміну $\mathbf{q} = \mathbf{u} + \kappa_\perp$. Значення u_{eff} величини u , що роблять внесок в інтеграл, суттєво не перевищують $1/R$ через наявність $J_1(uR)$ у підінтегральному виразі (завдяки наявності експоненти ці значення можуть бути ще меншими). За умови $R \gg \gamma/\omega$ це означає, що $u_{\text{eff}} \ll \omega/\gamma \sim \kappa_\perp$. Таким чином, вектором \mathbf{u} можна знехтувати порівняно з κ_\perp у підінтегральному виразі за винятком показника експоненти. Це дозволяє аналітично обчислити інтеграл за кутом між \mathbf{u} і κ_\perp і представити відповідну частину виразу (2.19) у вигляді:

$$-\frac{2\pi}{R} \frac{\kappa_\perp \eta_p^2 e^{i\omega z_1(1-\kappa_\perp^2/2\omega^2)}}{(\kappa_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)(\kappa_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2 + \eta_p^2)} F_R, \quad (2.21)$$

де функція

$$F_R = R \int_0^\infty du J_1(uR) J_0(uz_1 \kappa_\perp/\omega) e^{-iz_1 u^2/2\omega} \quad (2.22)$$

залежить від ω , R , z_1 та кута спостереження ϑ .

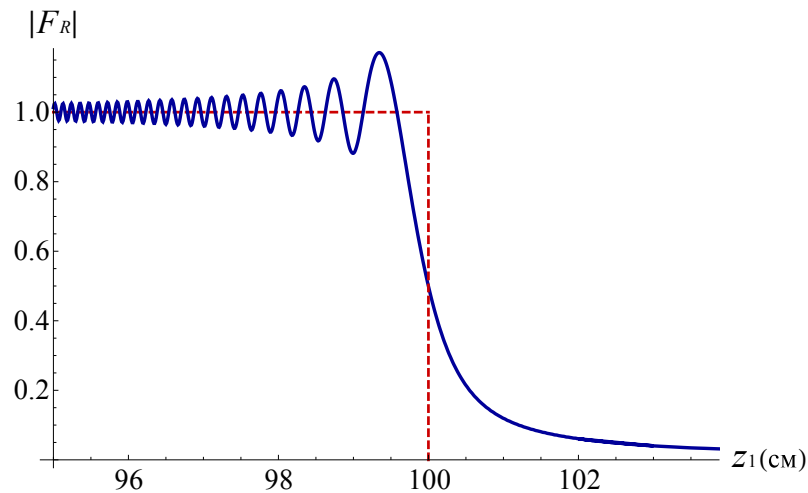


Рис. 2.10. Залежність величини $|F_R|$ від z_1 поблизу $z_1 = R/\vartheta = 100$ см (суцільна лінія — (2.22), пунктирна лінія — (2.23)) при $\gamma = 400$, $R = 0.25$ см, $\vartheta = \gamma^{-1}$, $\omega \approx 3.228$ кеВ, $2\theta_B = \pi$.

Суцільна крива на рис. 2.10 демонструє приклад залежності $|F_R|$ від z_1 для $\epsilon = 200$ МеВ, $\vartheta = \gamma^{-1}$ і частоти $\omega_{\text{ПХР}}$ (1.31). Діаметр мішені обрано таким, що дорівнює 0.5 см. Як і раніше ми розглядаємо випадок $2\theta_B = \pi$ і використовуємо рівність $\kappa_{\perp} = \omega\vartheta$. На рисунку видно, що при $z \approx R/\vartheta$ внесок (2.21) ПВ у поле випромінювання швидко спадає. При менших z_1 значення $|F_R|$ є близьким до одиниці, і обмежений розмір мішені не грає ніякої ролі. Швидкі осциляції тут походять від експоненти у підінтегральному виразі в (2.22). Такі осциляції розмиваються в результаті інтегрування за ϑ та ω . Більше того, при $z_1 \gg l_F$ (а саме цей випадок ми й розглядаємо) значення експоненти, що обговорюється, залишається близьким до одиниці для u , що роблять основний внесок у (2.22). Тому можна зробити заміну $e^{-iz_1 u^2/2\omega} \rightarrow 1$, яка дозволяє аналітично обчислити інтеграл (2.22) і для F_R отримати:

$$F_R \approx H(R\omega/\kappa_{\perp} - z_1), \quad (2.23)$$

де $H(x)$ — ступінчаста функція Хевісайда, яка дорівнює одиниці при $x > 0$ і нулю — при $x < 0$. Залежність (2.23) представлена на рис. 2.10 за допомогою штрихової лінії.

Використовуючи (1.6,2.18,2.20,2.21), для спектрально-кутової густини ви-

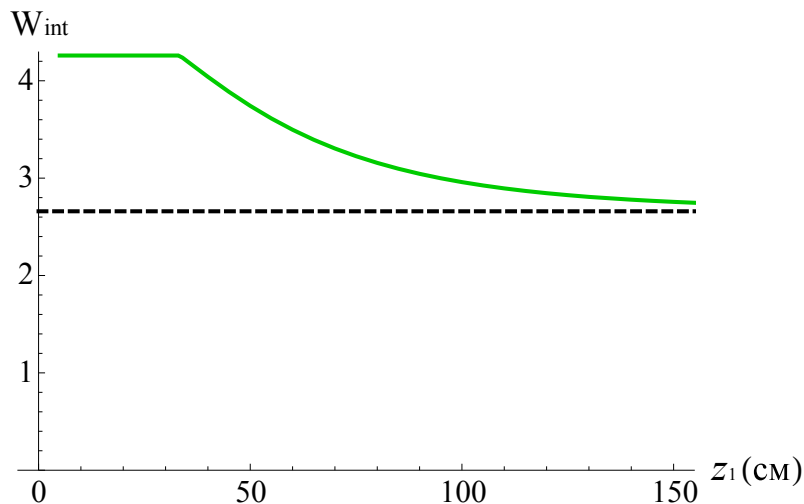


Рис. 2.11. Залежність інтегральної інтенсивності КРВ від відстані z_1 між мішенями при енергії електронів $\epsilon = 200$ МеВ, $R = 0.25$ см і $2\theta_B = \pi$. Інтегрування за ω проводиться в діапазоні $\omega_{PXR} \pm 3$ еВ. Кут акцептансу $2\vartheta_0 \approx 6/\gamma \approx 15$ мрад. Штрихова лінія – відповідне асимптотичне значення при $z_1 \gg R/\vartheta_0$.

промінювання від мішені обмеженого поперечного розміру можна отримати вираз ($z_1 \gg l_F$):

$$\frac{d^2W}{d\omega d\vartheta} = \frac{e^2\omega^2}{4\pi^2} |n_g|^2 |\mathbf{k} \times \boldsymbol{\kappa}_\perp|^2 S_s^2 \left\{ K_v^2 + K_f'^2 |F_R|^2 \right\}, \quad (2.24)$$

Тут ми нехтуємо доданком, що описує інтерференцію між полями (2.20) та (2.21), який при таких великих z_1 є швидко осцилюючою функцією κ_\perp і ω і зникає при усередненні за невеликими інтервалами значень цих величин.

Рис. 2.11 демонструє залежність інтенсивності КРВ (2.24), проінтегрованої за ω і ϑ , для кута акцептансу $2\vartheta_0 \approx 6/\gamma$. Енергія електронів обирається такою, що дорівнює 200 МеВ. Міркування, аналогічні тим, що були представлені в попередньому підрозділі, показують, що наразі достатньо інтегрувати за ω в інтервалі $\omega_{PXR} \pm 3$ еВ, щоб врахувати майже всю енергію, що випромінюється в обраній кутовій області. У розглянутому випадку довжина формування l_F при $\vartheta = \gamma^{-1}$ дорівнює лише приблизно 10 мкм. На рисунку видно, що обмежений поперечний розмір кристалічної мішені призводить до залежності інтенсивності випромінювання від відстані між мішенями для значень цієї

відстані порядку l_R (визначення цієї величини див. нижче), що значно більша за l_F . Ця відстань може бути макроскопічно великою навіть при не дуже високих енергіях електрона (як та, що обрана на рис. 2.11). Для певного значення кута аксептансу $2\vartheta_0$ зменшення інтенсивності починається з $z_1 = R/\vartheta_0$. Оскільки на розглянутих відстанях ($z_1 \gg l_F$) значна кількість енергії випромінювання зосереджена поблизу $\vartheta \sim \gamma^{-1}$, то верхньою оцінкою l_R для відстані, на якій інтенсивність рефлексу зменшується, є $l_R \sim R\gamma$. Зі збільшенням z_1 у межах l_R інтенсивність поступово змінюється від асимптотичного ($z \gg l_F$) значення для необмеженої кристалічної мішені (що визначається інтегралом (2.13) із виразом (2.10), усередненим за швидкими осциляціями функції e^{-iz_1/l_F}) до типового значення для електрона з кулонівським полем, який налітає на необмежений у поперечному напрямку ультратонкий кристал (що визначається виразами (2.13) та (2.4)). Різниця між цими значеннями зростає зі збільшенням енергії електронів.

Зауважимо, що різка зміна dW_{int}/dz_1 при $z_1 = R/\vartheta_0 = 100$ см на рис. 2.11 пов'язана з наближеною формою (2.23) функції F_R , що відповідає розгляду ПВ від аморфної мішені в рамках геометричної оптики. При цьому значення $z_1 = R/\vartheta_0$ є мінімальним, при якому починає проявлятися обмежений розмір мішені.

2.4. Дифраговане перехідне випромінювання «напівголого» електрона у товстій кристалічній мішені

Вступні зауваження. У попередніх підрозділах було досліджено модифікацію когерентного рентгенівського випромінювання високоенергетичного електрона в ультратонкому кристалі в результаті попереднього проходження ним крізь товсту аморфну мішень. Розглянуте випромінювання складалося з сильно інтерферуючих (через малу товщину кристала) компонент ДПВ і ПРВ, які не можна було відокремити одну від одної. У цьому та наступному

підрозділах ми розглянемо дещо іншу постановку задачі, яка є більш зручною для експериментального дослідження впливу еволюції поля навколо електрона на характеристики його КРВ у кристалі. Ми, як і раніше, будемо застосовувати товсту аморфну мішень, щоб «роздягнути» частинку, але вивчати будемо ДПВ у геометрії Брегга, що випромінюється у кристалі достатньо великої товщини, який так само розташовується далі за рухом електрона на певній відстані від аморфної мішені. Таке випромінювання утворюється в тонкому шарі поблизу поверхні кристала, крізь яку частинка влітає до нього, товщина якого визначається довжиною екстинкції рентгенівських променів у кристалі (товщина кристала буде вважатися такою, що помітно перевищує цю довжину). Таким чином, характеристики цього випромінювання чутливі до стану поля електрона, що налітає, як і в розглянутому раніше випадку надтонкого кристала. Це, звичайно, не стосується ПРВ, яке зазвичай утворюється у значно більш товстому шарі кристала, ніж довжина екстинкції. Але, як було зазначено у підрозділі 1.3, у товстому кристалі можна знехтувати інтерференцією ДПВ з ПРВ та розглядати ці типи випромінювання окремо. Можливість відокремлення внесків ДПВ і ПРВ один від одного в даному випадку зумовлена, в першу чергу, суттєво різною кутовою шириною їх рефлексів (для випадку налітаючого електрона з кулонівським полем така ширина становить $\sim \gamma^{-1}$ для ДПВ та $\sim \omega_p/\omega$ для ПРВ). Крім того, при $\gamma \gg \omega/\omega_p$ інтенсивність ПРВ виходить на насичення, тоді як інтенсивність ДПВ продовжує зростати зі збільшенням γ . Завдяки цьому, ДПВ стає домінуючим при великих енергіях частинок, принаймні, при кутах спостереження $\vartheta \ll \omega_p/\omega$.

Зазначимо, що ДПВ з декількох послідовно розташованих мішеней вивчалася як теоретично, так і експериментально, наприклад, у серії робіт [214, 305, 306]. Однак основну увагу в цих роботах було здебільшого приділено меті розвитку інтенсивних джерел рентгенівських фотонів на базі комбінованого випромінювання, що складається з ДПВ та ПРВ, у багат шарових структурах. У даному підрозділі ми вивчаємо еволюцію характеристик ДПВ (як-от його

кутовий розподіл та інтегральна інтенсивність) зі зміною відстані між мішенями в межах довжини формування. При цьому розглянуто різноманітні орієнтації кристалічної мішені та обговорюються оптимальні умови для експериментального спостереження даного ефекту.

2.4.1. Дифраговане перехідне випромінювання при похилій орієнтації кристалічної мішені

Розглянемо властивості ДПВ у геометрії, зображеній на рис. 2.12, коли кристалічна мішень має певний нахил θ_B відносно осі z . У випадку, якщо кристалографічні площини, на яких відбувається дифракція, є паралельними поверхні кристала (такий випадок ми і будемо розглядати), подібний нахил дозволяє ДПВ уникнути проходження крізь аморфну мішень на шляху до детектора. Для визначення інтенсивності ДПВ, по-перше, необхідно обчислити поле перехідного випромінювання всередині кристала, яке зазнає дифракції. Це можна зробити, використовуючи вираз (1.10) для поля, що падає на кристал, та граничні умови на його поверхні, які передбачають безперервність тангенційних компонент електричного поля та нормальних компонент електричної індукції. Враховуючи близькість діелектричної проникності кристала до одиниці в діапазоні частот, що розглядається ($\hbar\omega$ становить декілька кеВ), можна наближено вважати, що остання умова констатує безперервність нормальних компонентів електричного поля на поверхні кристала. Таким чином, обидві зазначені граничні умови зводяться до безперервності вектора сумарного електричного поля на поверхні мішені. Однак у даному випадку, на відміну від ситуації, розглянутої у підрозділі 2.2, таку граничну умову, через нахил поверхні кристала, можна записати не для всієї поверхні в цілому, а окремо для кожної точки на цій поверхні, що відповідає певній величині вектора ρ .

Поле всередині кристала складається з поля перехідного випромінювання та власного поля електрона. Перше можна представити у загальному вигляді

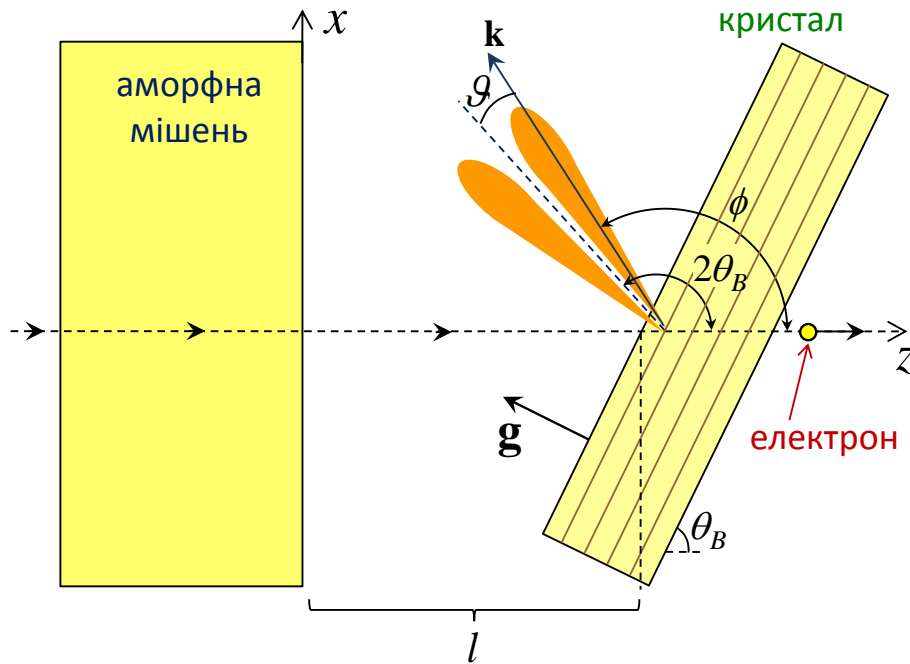


Рис. 2.12. Проходження електрона крізь товсту аморфну мішень та подальше його падіння на кристал із випроміненням ДПВ.

[42] як

$$\mathbf{E}_{tr}(\omega, \mathbf{r}) = \int d^2q \mathbf{E}_{tr}(\omega, \mathbf{q}) e^{iz\sqrt{\omega^2\epsilon - q^2} + i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}, \quad (2.25)$$

тоді як друге визначається виразом 1.4. Рівняння лівої поверхні кристала можна подати у вигляді $z = z(\boldsymbol{\rho}) = l + \boldsymbol{\rho} \mathbf{e}_x \text{ctg} \theta_B$, де \mathbf{e}_x — одиничний вектор у напрямку осі x . Гранична умова призводить до наступного виразу для поля перехідного випромінювання в безпосередній близькості від поверхні кристала для певного значення $\boldsymbol{\rho}$:

$$\mathbf{E}_{tr}(\omega, \boldsymbol{\rho}) = \frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} f(q, \boldsymbol{\rho}) e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}, \quad (2.26)$$

де

$$f(q, \boldsymbol{\rho}) = G(q, \omega_p) e^{i\omega z(\boldsymbol{\rho})/v} - G(q, \eta_p) e^{iz(\boldsymbol{\rho})\sqrt{\omega^2 - q^2}},$$

$$G(q, x) = 1/(q^2 + x^2 + \omega^2/\gamma^2) - 1/(q^2 + \omega^2/\gamma^2).$$

Використовуючи (1.6) та (2.26), для спектральної густини електромагнітної енергії, пов'язаної з перехідним випромінюванням отримуємо:

$$\frac{dW_{tr}(\omega)}{d\omega} = \int d^2\rho d^2q d^2q' \mathbf{q}\mathbf{q}' f(q, \boldsymbol{\rho}) f^*(q', \boldsymbol{\rho}) / 4\pi^2. \quad (2.27)$$

Множники в підінтегральному виразі в (2.27), що містять $G(q, \omega_p)G(q', \eta_p)$ та відповідну комплексно спряжену величину, містять експоненти типу $e^{i\rho e_x \text{ctg}\theta_B(\omega/v - \sqrt{\omega^2 - q^2})}$. В ультрарелятивістському випадку для значень q , що роблять основний внесок у (2.26), справедлива умова $q \ll \omega$. Вона ілюструє той факт, що перехідне випромінювання генерується переважно під невеликими кутами відносно швидкості частинок (а саме $q/\omega \sim 1/\gamma$). Таким чином, зазначена експонента може бути записана як $e^{i\rho e_x \text{ctg}\theta_B(\gamma^{-2} + q^2/\omega^2)\omega/2}$. Характерний поперечний розмір кулонівського поля електрона у вакуумі становить порядку γ/ω . Тому ефективні значення виразу в показнику експоненти не перевищують $\text{ctg}\theta_B/\gamma$. Відповідно, якщо нахил кристалічної мішені задовольняє умові $\theta_B \gg 1/\gamma$, яку ми надалі вважатимемо дійсною, зазначену експоненту можна вважати такою, що дорівнює одиниці. У цьому випадку інтеграли в (2.27) за $\boldsymbol{\rho}$ і q' можна просто обчислити, що дає:

$$\frac{dW_{tr}(\omega)}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi^2} \int d^2q q^2 \left\{ G^2(q, \omega_p) + G^2(q, \eta_p) - 2G(q, \omega_p)G(q, \eta_p) \cos[\omega l(\gamma^{-2} + q^2/\omega^2)/2] \right\}. \quad (2.28)$$

Записуючи поперечну складову q хвильового вектора перехідного випромінювання як $q = \omega\beta$ (тут ми застосовуємо наближення $\varepsilon \approx 1$ для діелектричної проникності кристала) з (2.28) можна безпосередньо отримати спектрально-

кутовий розподіл енергії випромінювання:

$$\frac{d^2 W_{tr}(\omega)}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \beta^2}{\pi^2} \left\{ G_1^2(\beta, \omega_p) + G_1^2(\beta, \eta_p) - 2G_1(\beta, \omega_p)G_1(\beta, \eta_p) \cos[\omega l(\gamma^{-2} + \beta^2)/2] \right\}, \quad (2.29)$$

де $G_1(\beta, x) = (\beta^2 + \gamma^{-2} + x^2/\omega^2)^{-1} - (\beta^2 + \gamma^{-2})^{-1}$, а β є кутом між напрямком спостереження та віссю z .

Кутовий розподіл ДПВ можна отримати за допомогою процедури, описаної у підрозділі 1.3, тобто помноживши (2.29) на коефіцієнт відбиття кристала $R(\omega)$ та інтегруючи отриманий вираз за ω з використанням співвідношення (1.33). В результаті для кутового розподілу кількості фотонів ДПВ отримуємо наступний вираз:

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{16\alpha|\chi_{\mathbf{g}}|}{3\pi^2} \left(\frac{\omega_B}{c\mathbf{g}} \right)^2 (\vartheta_{\perp}^2 + |\cos\phi|\vartheta_{\parallel}^2) \left\{ G_1^2(\vartheta, \omega_p) + G_1^2(\vartheta, \eta_p) - 2G_1(\vartheta, \omega_p)G_1(\vartheta, \eta_p) \cos(l/l_F) \right\}, \quad (2.30)$$

де $l_F = 2c\omega_B^{-1}/(\gamma^{-2} + \vartheta^2)$ — довжина формування випромінювання, а у функції G_1 треба покласти $\omega = \omega_B$. Для зручності у виразі (2.30) швидкість світла c було відновлено. Також тут $\vartheta_{\parallel}, \vartheta_{\perp} \ll 1$ є компоненти кута випромінювання ϑ (що відраховується від напрямку Бреґга $\phi = 2\theta_B$), відповідно паралельна та перпендикулярна до площини векторів \mathbf{v} і \mathbf{g} .

Далі ми будемо робити оцінки для площини (220) кристала кремнію, для якого числове значення (1.33) при $P = 1$ становить 7.45×10^{-5} . Воно не залежить від орієнтації кристала та від ω_B (ω_B^2 у явному виразі для величини $\chi_{\mathbf{g}}$ скорочується з ω_B^2 у множнику перед нею).

На рис. 2.13 показано приклади кутового розподілу ДПВ для випадку чистої перпендикулярної поляризації ($\vartheta_{\parallel} = 0$) при різних значеннях довжини шляху частинки l між мішенями (суцільні лінії). Енергія електронів вибрана

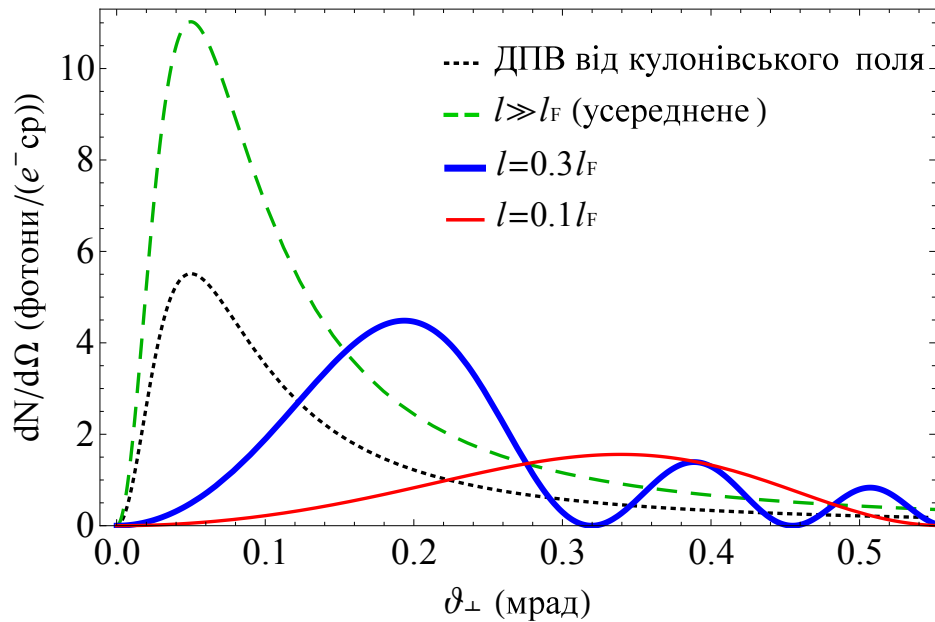


Рис. 2.13. Кутовий розподіл кількості фотонів ДПВ для різних відстаней l між мішенями при $\vartheta_{\parallel} = 0$. Енергія електронів дорівнює 10 ГеВ.

такою, що дорівнює 10 ГеВ. У наведеному діапазоні кутів ($\omega_B \vartheta_{\perp} \ll \omega_p, \eta_p$) ці розподіли не залежать від кута нахилу кристалічної мішені. Для порівняння пунктирна лінія показує відповідний розподіл ДПВ [65, 66, 209] у випадку налітаючого електрона з кулонівським полем (за відсутності аморфної мішені). Звідси видно, що при $l < l_F$ (l_F обчислено для $\vartheta = 1/\gamma$) кутовий розподіл ДПВ є набагато ширшим, ніж звичний розподіл (1.35) із положенням максимуму при $\vartheta = 1/\gamma$ (у випадку $\gamma \gg \omega_B/\omega_p$). Зі збільшенням l положення головного максимуму зміщується до менших значень ϑ_{\perp} , а амплітуда додаткових максимумів зростає. При $l \gg l_F$ розподіл приймає характер швидких осциляцій. У цьому випадку, з практичної точки зору, має сенс усереднити цей розподіл за малими інтервалами кутів спостереження. Така асимптотична середня поведінка кількості випромінених квантів представлена на рисунку за допомогою штрихової лінії.

Як показано на рисунку, при $l \gg l_F$ інтенсивність випромінювання помітно перевищує інтенсивність, характерну для електрона з кулонівським полем (пунктирна лінія). Як і на рис. 2.7, це відбувається завдяки додатковому внеску перехідного випромінювання від аморфної мішені, яке зазнає дифракції

Брегга в кристалі. При $z < l_F$ поле цього випромінювання, що перебуває на етапі формування, не може бути відокремлене від власного кулонівського поля електрона. Деструктивна інтерференція цих полів призводить до пригнічення власного поля електрона і викликає ефект «напівголості» частинки. При $z > l_F$ зазначена інтерференція зникає, і ми маємо справу з некогерентною сумою внесків з боку власного поля електрона та поля перехідного випромінювання.

У проміжному діапазоні відстаней $\omega_B/\eta_p^2 \ll z \ll \gamma^2/\omega_B$, що відповідає області придатності виразу (1.15), кутовий розподіл ДПВ (2.30) можна спростити. У цьому випадку характерні значення кутів випромінювання $\vartheta \gg 1/\gamma$. При достатньо високих енергіях електронів ($\gamma \gg \omega_B/\omega_p$) такі кути все ще набагато менші, ніж ω_p/ω_B (а також η_p/ω_B). Завдяки цьому, $G_1(\vartheta, \omega_p) \approx G_1(\vartheta, \eta_p) \approx \vartheta^{-2}$, і (2.30) перетворюється на

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{16\alpha|\chi_{\mathbf{g}}|}{3\pi^2} \left(\frac{\omega_B}{cg}\right)^2 \frac{4(\vartheta_{\perp}^2 + |\cos\phi|\vartheta_{\parallel}^2)}{\vartheta^4} \sin^2\left(\frac{\omega_B l \vartheta^2}{4c}\right). \quad (2.31)$$

На основі цього виразу можна вивести формулу для кута, що відповідає положенню основного максимуму кутового розподілу випромінювання у розглянутій області l . Для простоти розглянемо випромінювання з чистою перпендикулярною поляризацією ($\vartheta_{\parallel} = 0$). У цьому випадку положення $\vartheta_{\perp} = \vartheta_m$ головного максимуму розподілу (2.31) визначається трансцендентним рівнянням $\operatorname{tg}x = 2x$, де $x = \omega_B l \vartheta_m^2 / 4c$. Його числовий розв'язок дає

$$\vartheta_m(l) \approx \sqrt{\frac{4.66c}{\omega_B l}}. \quad (2.32)$$

Такий же результат, природно, є справедливим і для випадку чистої паралельної поляризації випромінювання ($\vartheta_{\perp} = 0$). Він також є дійсним для довільної поляризації при $|\cos\phi| \approx 1$, що має місце, якщо θ_B є близьким до $\pi/2$ або до нуля, за умови якщо виконується нерівність $\theta_B \gg 1/\gamma$. У цьому випадку ϑ_m — це значення ϑ , що відповідає максимуму майже азимутально

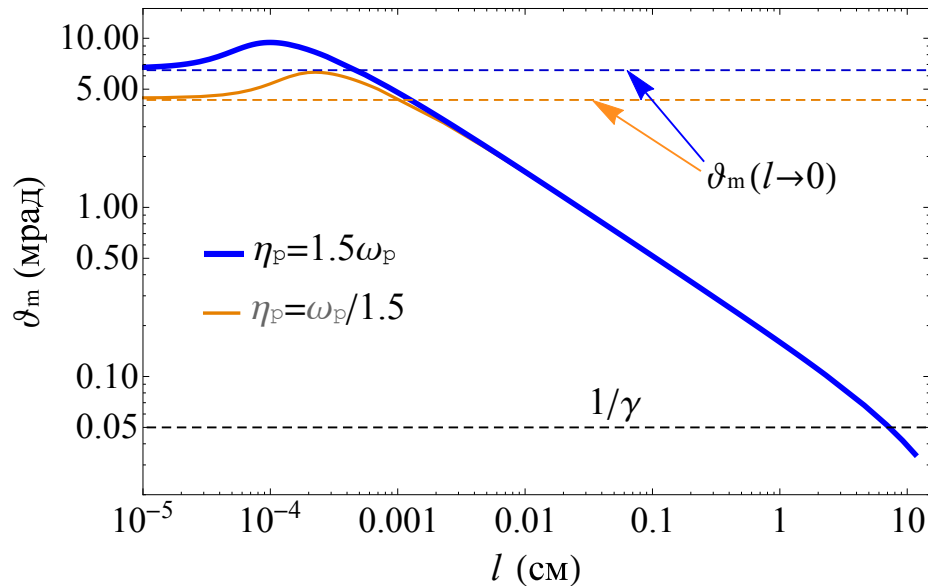


Рис. 2.14. Еволюція положення максимуму кутового розподілу ПРВ зі збільшенням l для двох значень плазмової частоти аморфної мішені η_p . Енергія електронів дорівнює 10 ГеВ.

симетричного розподілу ДПВ.

На рис. 2.14 показано залежність ϑ_m від l . Тут зображено результат числового розрахунку для випадку $\vartheta_{\parallel} = 0$ (як на рис. 2.13) і $\theta_B = 75^\circ$ (що відповідає $\omega_B \approx 3.343$ кеВ) на основі (2.30) для довільного l , який добре узгоджується з (2.32) в області, де ця формула може бути застосована. Для обраної енергії електронів (10 ГеВ) довжина формування при $\vartheta = 0$ наразі становить $l_F \approx 4.5$ см. З рисунку видно, що при великих енергіях електронів зі зміною відстані між мішенями значення ϑ_m зазнає зміни на кілька порядків. При дуже малих значеннях l ця зміна не є монотонною. При $l \gg l_F$ значення ϑ_m перестає характеризувати кутовий розподіл, оскільки, як було сказано раніше, у цьому випадку $dN/d\Omega$ має багато максимумів і приймає характер швидких осциляцій. Однак після усереднення за такими осциляціями положення максимуму (єдиного) приймає значення $1/\gamma$, як показано на рис. 2.13.

Граничне значення ϑ_m при $l \rightarrow 0$ однозначно визначається величинами ω_p , η_p і ω_B і може бути за потреби легко отримане з (2.30). Варто зазначити, що у розглянутому випадку похилої кристалічної мішені досить малі значення

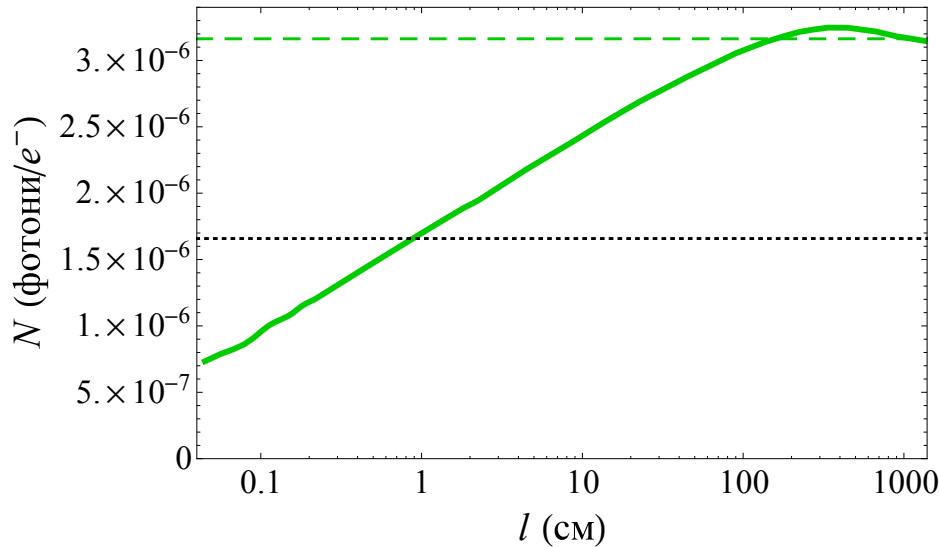


Рис. 2.15. Залежність інтегрального виходу ДПВ від l для енергії електронів 100 ГеВ та кута акцептансу $2\vartheta_0 = 2$ мрад. Розрахунок проведено на основі (2.30) для $\theta_B = 75^\circ$. Штрихова лінія — асимптотичне значення при $l \gg l_F$. Пунктирна лінія — інтенсивність ДПВ за відсутності аморфної мішені.

l , безумовно, експериментально недосяжні і представляють лише теоретичний інтерес. Однак ситуація є іншою у дещо модифікованій постановці цієї задачі, що розглядається в секції 2.4.2. У зазначеній секції більш докладно вивчається випадок геометрії випромінювання назад, у якому на шляху до детектора ДПВ повинно перетинати аморфну мішень. Така геометрія дозволяє, в принципі, проводити вимірювання при довільних значеннях l .

Так само, як і в розділі 2.2, еволюція поля електрона після його вильоту з аморфної мішені у процесі, що розглядається, може бути найбільш наочно представлена при вивченні залежності інтенсивності ДПВ, проінтегрованої за кутами спостереження, від відстані l між мішенями. На рис. 2.15 показано результат такого інтегрування розподілу (2.30) в інтервалі $-\vartheta_0 < \vartheta_\perp, \vartheta_\parallel < \vartheta_0$, з $\vartheta_0 = 200/\gamma$. Енергія електронів вибрана такою, що дорівнює 100 ГеВ, тому діапазон зміни ϑ_\perp і ϑ_\parallel становить 2 мрад. Рисунок засвідчує помітне зростання інтенсивності ДПВ зі збільшенням відстані між мішенями до $l \sim l_F$. У випадку, що обговорюється, $l_F \approx 4.5$ м (для $\vartheta = 0$).

На основі (2.31) можна отримати простий аналітичний вираз для інте-

гральної інтенсивності ДПВ у проміжному діапазоні відстаней $\omega/\eta_p^2 \ll z \ll \gamma^2/\omega$. Для додаткового спрощення припустимо, що наближення $|\cos \phi| \approx 1$ є дійсним. У цьому випадку, інтегруючи (2.31) за ϑ до $\vartheta = \vartheta_0$, для зазначеної інтенсивності отримуємо:

$$N(l, \vartheta_0) = \frac{32\alpha|\chi_g|}{3\pi} \left(\frac{\omega_B}{cg}\right)^2 \left\{ \Gamma + \ln \frac{\omega_B l \vartheta_0^2}{2c} \right\}, \quad (2.33)$$

де $\Gamma \approx 0.577$ — стала Ейлера, а також вважається, що $\vartheta_0 \gg 1/\gamma$. Цей вираз свідчить про логарифмічний характер зростання інтенсивності ДПВ, що відображає аналогічний характер збільшення потоку електромагнітної енергії (1.15) в області між мішенями.

2.4.2. Дифраговане перехідне випромінювання у геометрії випромінювання назад

Розглянемо обговорений раніше процес ДПВ у випадку, коли $\theta_B = \pi/2$, або є близьким до цього значення, а мішені паралельні одна одній. Цей випадок представляє особливий інтерес, оскільки він надає принципову можливість проводити вимірювання при довільних відстанях l між мішенями. Раніше для простоти ми вважали аморфну мішень достатньо товстою і що ДПВ не проходить крізь неї на шляху до детектора. У випадку, що розглядається тепер, випромінювання генерується у зворотному напрямку відносно швидкості частинки, і таке проходження стає неминучим. Тепер аморфна мішень повинна бути досить тонкою, щоб дозволити значній частині ДПВ вийти назовні, але в той же час достатньо товстою, щоб «роздягнути» електрон. Це означає, що значення товщини цієї мішені L має лежати між довжиною формування випромінювання всередині неї, яку ми позначимо як L_F , та довжиною поглинання ДПВ L_{abs} в мішені.

Для зручності виберемо початок осі z на лівій поверхні аморфної мішені.

У випадку, що розглядається, перехідне випромінювання з цієї поверхні не дуже суттєво поглинається всередині мішені, і при обчисленнях сумарного поля в цьому процесі слід також брати до уваги граничну умову при $z = 0$. Враховуючи це та виконуючи процедуру, аналогічну до тої, що була описана в попередній секції, для поля перехідного випромінювання всередині кристала в безпосередній близькості від його поверхні ($z \approx L + l$) отримуємо:

$$\mathbf{E}_{tr}(\omega, \boldsymbol{\rho}) = \frac{ie}{\pi} e^{i\omega(L+l)/v} \int d^2\mathbf{q} \mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} \left\{ G(q, \omega_p) - G(q, \eta_p) e^{-i\omega l(\gamma^{-2} + q^2/\omega^2)/2} \left(1 - e^{-L[i\omega(\gamma^{-2} + (q^2 + \eta_p^2)/\omega^2) + \sigma]/2} \right) \right\}, \quad (2.34)$$

де σ — коефіцієнт поглинання енергії випромінювання при частоті ω . Використовуючи (2.34), (1.6) та (1.33), можна отримати вираз для кутового розподілу ДПВ (після його проходження крізь аморфну мішень) у цьому випадку:

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{16\alpha|\chi_g|}{3\pi^2} \left(\frac{\omega_B}{cg} \right)^2 e^{-L\sigma} \vartheta^2 \left\{ G_1^2(\vartheta, \omega_p) + G_1^2(\vartheta, \eta_p) [1 + e^{-L\sigma} - 2e^{-L\sigma/2} \cos(L/L_F)] - 2G_1(\vartheta, \omega_p)G_1(\vartheta, \eta_p) \left[\cos\left(\frac{l}{l_F}\right) - e^{-L\sigma/2} \cos\left(\frac{l}{l_F} + \frac{L}{L_F}\right) \right] \right\}, \quad (2.35)$$

де $L_F = 2\omega_B^{-1}/(\gamma^{-2} + \vartheta^2 + \eta_p^2/\omega_B^2)$ — довжина формування всередині аморфної мішені.

Аналогом виразу (2.33), що наближено описує еволюцію інтегральної інтенсивності ДПВ у діапазоні відстаней $\omega_B/\eta_p^2 \ll z \ll \gamma^2/\omega_B$, у цьому випадку є:

$$N(l, \vartheta_0) = \frac{32\alpha|\chi_g|}{3\pi} \left(\frac{\omega_B}{cg} \right)^2 e^{-L\sigma} \left\{ [\ln(\gamma\vartheta_0) - 1/2] e^{-L\sigma} + \left[1 - e^{-L\sigma/2} \cos\left(\frac{L\eta_p^2}{2\omega_B c}\right) \right] \left[\Gamma + \ln\frac{\omega_B l \vartheta_0^2}{2c} \right] - \frac{\pi}{2} e^{-L\sigma/2} \sin\left(\frac{L\eta_p^2}{2\omega_B c}\right) \right\}. \quad (2.36)$$

Для чисельних оцінок будемо вважати, що аморфна мішень складається

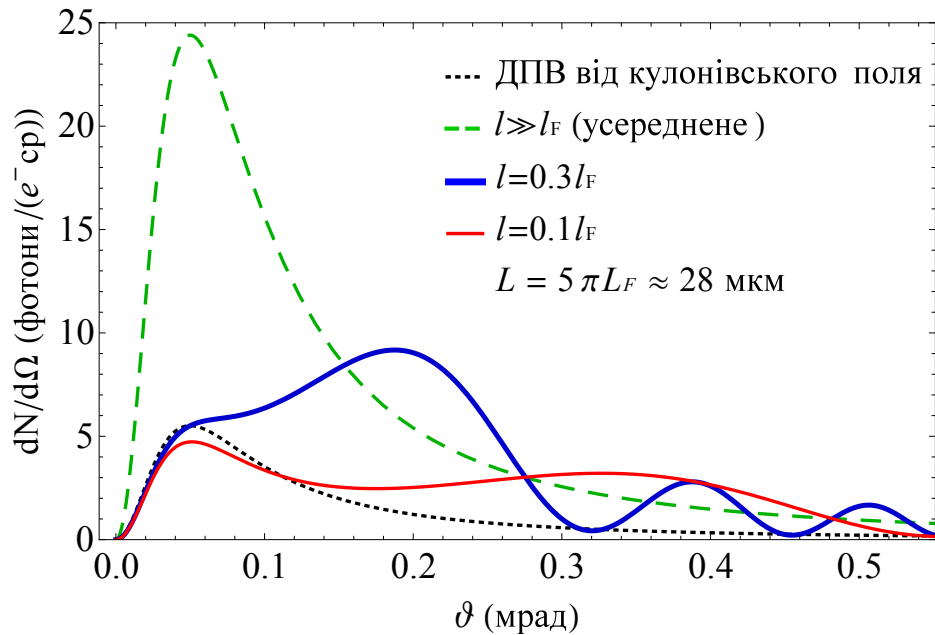


Рис. 2.16. Кутівий розподіл кількості фотонів ДПВ для геометрії випромінювання назад і берилієвої лівої мішені товщиною $L = 5\pi L_F \approx 28$ мкм. Енергія електронів дорівнює 10 ГеВ. Криві мають те саме значення, що й на рис. 2.13.

з берилію. Такий варіант дуже добре підходить, оскільки в цьому випадку маємо $L_{\text{abs}} \approx 320$ мкм та $L_F \approx 2\omega_B c/\eta_p^2 \approx 1.8$ мкм і є величезний проміжок між цими величинами, у якому може лежати значення L . Тут ми використали $\eta_p = 26.1$ еВ, а також $\omega_B = 3.229$ кеВ, що відповідає $2\theta_B = \pi$. Оцінку L_F виконано для $\vartheta \ll \eta_p/\omega_B$. Вирази (2.35) та (2.36) демонструють осциляційну залежність від товщини аморфної мішені. Ці формули свідчать, що природно очікувати найбільшої інтенсивності ДПВ при $L \approx (2n + 1)\pi L_F$, де n — ціле число. На рис. 2.16 показано кутові розподіли числа фотонів ДПВ для випадку $L = 5\pi L_F \approx 28$ мкм. Для зручності криві представлені для тих же значень l , що й на рис. 2.13. Звідси видно, що в даному випадку кутовий розподіл ДПВ є аналогічним тому, що має місце для похилої кристалічної мішені. Відмінність між цими розподілами, однак, є значною при $\vartheta \sim 1/\gamma$ через вплив лівої поверхні берилієвої мішені. Ба більше, у розглянутому випадку інтенсивність випромінювання помітно вище.

Криві, що зображують еволюцію інтенсивності ДПВ у цьому випадку, показані на рис. 2.17. Тут представлено три випадки, що відповідають товщи-

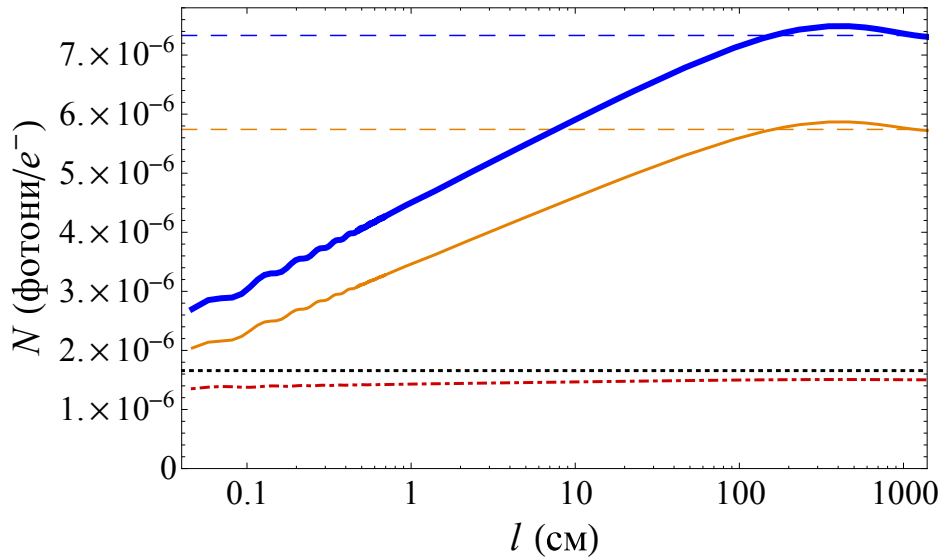


Рис. 2.17. Залежність інтегральної інтенсивності ДПВ від l для енергії електрона 100 Гев і кута акцептансу $2\vartheta_0 = 2$ мрад у геометрії випромінювання назад. Розрахунок виконано для берилієвої лівої мішені товщиною $L = 5\pi L_F \approx 28$ мкм (товста суцільна лінія), $L = 15\pi L_F \approx 84$ мкм (тонка суцільна лінія) і $L = 6\pi L_F \approx 33.5$ мкм (штрих-пунктирна лінія). Пунктирна лінія — те саме, що й на рис. 2.15.

нам берилієвої мішені $L = 5\pi L_F$, $L = 15\pi L_F$ і $L = 6\pi L_F$. Для перших двох значень L , які є окремими випадками для $L \approx (2n + 1)\pi L_F$, спостерігається помітна зміна інтенсивності ДПВ у межах $l \sim l_F$. Для третього значення L , як і для аналогічних значень $L \approx 2n\pi L_F$ (за умови $L \ll L_{\text{abs}}$), вплив берилієвої мішені дуже малий. У цьому випадку внески від обох поверхонь цієї мішені майже скорочуються внаслідок деструктивної інтерференції, а інтенсивність ПРВ близька до інтенсивності за відсутності цієї мішені. Тому для того, щоб спостерігати зростання інтенсивності ДПВ зі збільшенням l похибка у визначенні товщини берилієвої мішені повинна бути помітно меншою, ніж πL_F , що в даному випадку становить приблизно 5.5 мкм.

Висновки до розділу 2

Результати досліджень, представлених у даному розділі опубліковано в статтях [1–3]. Серед основних результатів в якості висновків можна виділити наступні:

- Побудовано кінематичну теорію когерентного рентгенівського випромінювання (КРВ) релятивістського електрона в ультратонкому кристалі. Показано, що в такому кристалі не можна відділити один від одного внески від дифракції на кристалічних площинах віртуальних фотонів власного поля електрона (ПРВ) та реальних фотонів перехідного випромінювання (ДПВ), що генерується при вльоті частинки в кристал, через їх суттєву інтерференцію. Обчислено кутову ширину монохроматичного піку випромінювання в даному випадку.

- Досліджено модифікацію спектрально-кутового розподілу та інтегральної інтенсивності КРВ у надтонкому кристалі внаслідок попередньої взаємодії електрона з речовиною, прикладом якої обрано товсту аморфну мішень. Показано, що зі збільшенням відстані між аморфною та кристалічною мішенями має місце поступова зміна спектрально-кутового розподілу КРВ та логарифмічне зростання його інтенсивності. При достатньо високих енергіях електрона таке зростання відбувається в межах великих макроскопічних відстаней між мішенями, а кутове положення максимуму розподілу зазнає зміни на декілька порядків величини.

- Спеціальну увагу приділено вивченню впливу обмеженого поперечного розміру кристалічної мішені на характеристики КРВ у розглянутому процесі. Показано, що на практиці такий розмір проявляється здебільшого при відстанях z_1 між мішенями, що суттєво перевищують довжину формування і можуть бути макроскопічно великими навіть при не дуже високих енергіях електронів (менших за 1 ГеВ). Це призводить до поступового зменшення інтенсивності випромінювання зі збільшенням z_1 , внаслідок чого ця інтенсивність набуває

значення, типового для налітаючого електрона з кулонівським полем.

- Показано, що еволюція поля навколо електрона після проходження ним товстої аморфної мішені впливає на характеристики ДПВ при подальшому падінні частинки на товсту кристалічну мішень подібно до того, як це має місце для КРВ у надтонкому кристалі. Виведено аналітичні вирази для кутового розподілу та інтегральної інтенсивності ДПВ у цьому випадку, а також їх прості наближення. Розглянуто випадок геометрії випромінювання Бреґга при майже довільній орієнтації кристала. Особливу увагу приділено випадку геометрії випромінювання назад, коли ДПВ має проходити крізь аморфну мішень на шляху до детектора.

РОЗДІЛ 3

ЕФЕКТИ ДОВЖИНИ ФОРМУВАННЯ В ПЕРЕХІДНОМУ І ХАРАКТЕРИСТИЧНОМУ ВИПРОМІНЮВАННІ ЕЛЕКТРОНІВ

У попередньому розділі було досліджено модифікацію характеристик когерентного рентгенівського випромінювання ультрарелятивістського електрона, спричинену ефектами, що пов'язані з великим розміром довжини формування, в межах якої відбувається відновлення поля частинки після її вильоту з речовини. Подібні ефекти можуть також призводити й до суттєвої модифікації характеристик інших видів поляризаційного випромінювання частинки, що мають велику практичну цінність для фізики детекторів та проблем діагностики пучків. У даному розділі ми вивчаємо прояв зазначених інтерференційних ефектів у перехідному та характеристичному випромінюванні електронів.

Як зазначалося, перехідне випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль λ є зручним інструментом для проведення діагностики поздовжнього розміру пучків та просторового розподілу частинок у них. Однак при цьому, завдяки відносно великим λ , що розглядаються, довжини формування можуть набувати макроскопічно великих розмірів навіть при не дуже великих енергіях частинок у декілька десятків МеВ. Це часто призводить до необхідності проведення вимірювань у ближній зоні, де характеристики ПВ суттєво відрізняються від таких характеристик у хвильовій зоні. Як було показано в [103], такий ефект ближньої зони можна усунути¹, якщо проводити вимірювання з використанням великого параболічного металевого дзеркала, що збирає ПВ у точці свого фокуса, де знаходиться детектор випромінювання (див. рис. 3.2 нижче). Отриманий при цьому кутовий розподіл випромінювання виявляється таким, що дорівнює розподілу, який реєструється точковим детектором

¹Це є зручним (наприклад, для діагностики пучків) оскільки розподіл випромінювання (1.17) у хвильовій зоні не залежать від частоти та відстані між детектором і мішенню, на відміну від розподілу (1.18) в ближній зоні.

у хвильовій зоні (про причини цього див. детальніше в секції 3.1). Це має місце за умов, коли радіус дзеркала ρ_0 значно перевищує характерний лінійний розмір ділянки на поверхні мішені $l_T \sim \gamma\lambda/2\pi$, що відповідає за формування ПВ. Крім того, зазначене дзеркало може використовуватися просто з метою збільшення інтенсивності сигналу (що зазвичай є актуальним завданням при реєстрації такого низькоінтенсивного типу випромінювання, яким є ПВ) шляхом фокусування випромінювання в точці розташування детектора [307].

При достатньо високих енергіях електронів відстань l_T стає макроскопічно великою і може перевищити розміри фокусувального дзеркала (наприклад, така ситуація має місце в експерименті [5] з дослідження ПВ «напівголого» електрона, що наразі готується в IJCLab, м. Орсе, Франція). При цьому ефект ближньої зони зникає не повністю і виникає необхідність коректно описувати результати вимірювань для довільного значення ρ_0 . Така задача раніше не розглядалася, і підрозділ 3.1 присвячено побудові аналітичного опису спектрально-кутового розподілу ПВ, що реєструється в даному випадку.

Решта підрозділів даного розділу присвячена дослідженню рентгенівського випромінювання електронів високих енергій у багат шарових періодичних мішенях (радіаторах), що складаються з великої кількості паралельних тонких фольг. У підрозділі 3.2 вивчається рентгенівське ПВ у таких мішенях. В усіх попередніх роботах, присвячених цьому питанню, це випромінювання розглядалося як таке, що генерується окремими частинками і не вивчався вплив на його характеристики поперечного розміру пучка налітаючих частинок та розподілу частинок у цьому пучку. Таким впливом можна знехтувати, якщо розмір активної області детектора випромінювання значно перевищує зазначений розмір пучка (зокрема, це має місце при вимірюванні спектрального розподілу ПВ, проінтегрованого за кутами випромінювання). Ситуація відрізняється, якщо радіатор використовується для отримання вузько колімованого пучка фотонів, коли реєструються лише фотони, які вилітають в межах дуже малого інтервалу кутів. Це відповідає ситуації, коли вимірювання виконується з використанням

детектора, що має достатньо малу площу активної області та розташований достатньо далеко від радіатора. При цьому результати вимірювання можуть помітно відрізнятися від таких, що передбачаються теорією випромінювання окремих частинок. У підрозділі 3.2 ми узагальнюємо таку теорію на випадок довільного (аксіально симетричного) поперечного розподілу частинок у пучку та довільного поперечного розміру детектора. Такий підхід, зокрема, дає можливість врахувати вплив неоднорідності поперечного розподілу частинок у пучку, що може виникати в експерименті, на характеристики випромінювання. Спеціальну увагу приділено дослідженню ефекту посилення інтенсивності ПВ внаслідок конструктивної інтерференції внесків окремих фольг при певному оптимальному періоді мішені. Такий ефект може бути використано для досягнення помітного посилення інтенсивності ПВ у випадку, коли багат шарова мішень використовується як джерело вузькоколімованого пучка фотонів.

У підрозділі 3.3 ми досліджуємо характеристичне рентгенівське випромінювання (ХРВ) електронів високих енергій у багат шаровій мішені. При цьому значну увагу приділено вивченню процесу іонізації електронами атомних К-оболонок у такій мішені, який є джерелом виникнення ХРВ. Інтерес до такого дослідження викликано тією обставиною, що еволюція електромагнітного поля навколо електрона при його русі всередині багат шарової мішені є набагато більш різноманітною, ніж у ситуації, коли частинка проходить крізь одну тонку фольгу, що розглядалася в багатьох попередніх роботах (див. підрозділ 1.4). Тому в багат шарових мішенях природно очікувати прояву нових ефектів у іонізації К-оболонок та ХРВ. Зокрема, ми показуємо, що в цих мішенях поперечний переріз такої іонізації, усереднений за товщиною мішені, може бути у кілька разів більший, ніж відповідний переріз на передній поверхні (тій, яку електрон перетинає при вльоті до фольги) однієї фольги, де ефект густини відсутній. Це є одним із факторів, які призводять до значного підвищення інтенсивності ХРВ у багат шаровій мішені порівняно з випадком проходження електронем однієї фольги, товщина якої дорівнює сумарній товщині мішені. Цей

результат дозволяє розглядати ХРВ частинок високої енергії в багатошарових мішенях як перспективне і зручне джерело рентгенівських фотонів.

3.1. Ефект ближньої зони при вимірюванні характеристик перехідного випромінювання міліметрового діапазону з використанням параболічного дзеркала обмеженого розміру

При вимірюванні кутового розподілу спектральної густини перехідного випромінювання можна виділити два різні підходи до цієї проблеми. Перший підхід, який було описано в підрозділі 1.2, полягає у вимірюванні просторового розподілу енергії ПВ. При цьому використовується детектор дуже малого розміру (точковий детектор), який реєструє кількість енергії випромінювання, що проходить крізь ділянку малої площі, яка розташована в певній точці простору. Ідея іншого підходу передбачає вимірювання розподілу енергії випромінювання за компонентами з різними напрямками хвильового вектора, тобто розподілу за $\alpha = q/k$, де α — кут між хвильовим вектором \mathbf{k} та напрямком, що є дзеркальним відображенням напрямку швидкості електрона відносно поверхні мішені (ми вважаємо $\alpha \ll 1$). Оберемо вісь z вздовж цього напрямку. Тоді \mathbf{q} , як і раніше, представлятиме собою компоненту хвильового вектора у площині xy . Обидва зазначені підходи збігаються, якщо вимірювання проводиться у хвильовій зоні процесу випромінювання (тобто, коли координата z детектора задовольняє умові $z \gg \gamma^2 \lambda$). Справді, у хвильовій зоні поле випромінювання представляє собою сферичну хвилю, що розходить від точки падіння електрона на мішень. Напрямок хвильового вектора \mathbf{k} у кожній точці сферичного фронту такої хвилі збігається з напрямком радіус-вектора \mathbf{r} цієї точки, який бере початок у тій самій точці падіння електрона на мішень (див. праву частину рис. 3.1). Отже, у розглянутому випадку кути $\alpha = q/k$ і $\vartheta = \rho/z$ однакові і розподіл випроміненої енергії за α збігається з відповідним розподілом за ϑ .

Ситуація відрізняється, якщо вимірювання проводиться в ближній зоні,

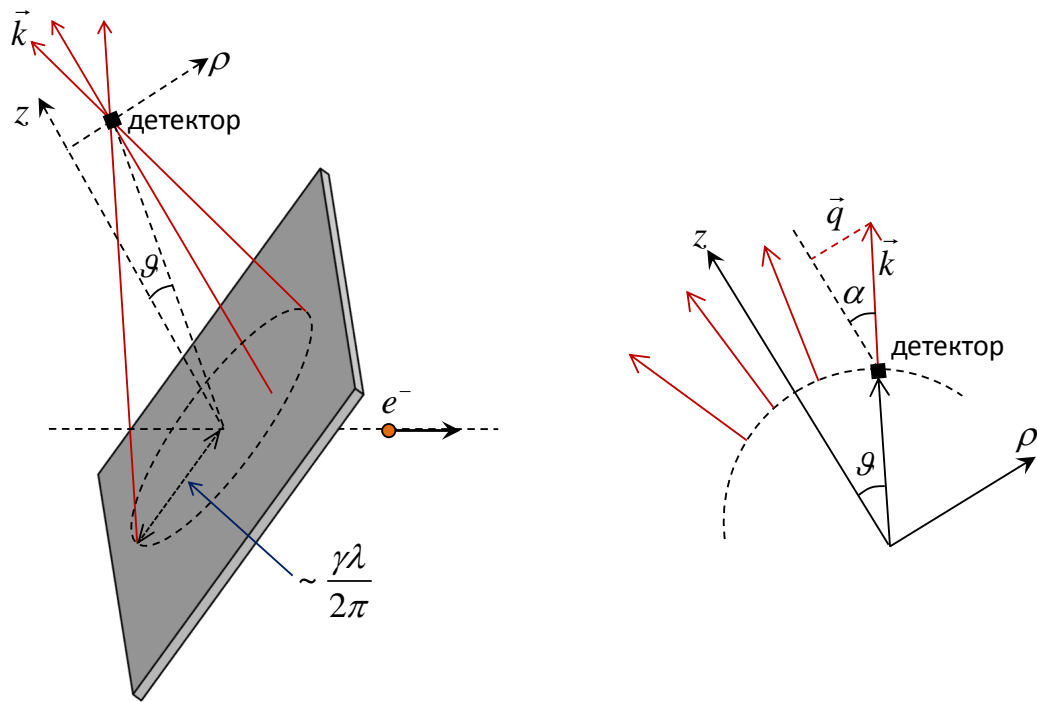


Рис. 3.1. Особливості вимірювання кутового розподілу ПВ точковим детектором у ближній (ліва частина) та хвильовій (права частина) зонах.

де координата z детектора задовольняє умові $z < \gamma^2\lambda$. Тут поле випромінювання складається як зі сферично розбіжної хвилі (поле на поверхні сфери радіуса ct , як у випадку розсіювання частинки на великий кут), так і з частини кулонівського поля поза сферою. Останнє поле є суперпозицією хвиль з різними напрямками хвильових векторів у кожній точці простору. Тому в ближній зоні немає однозначної відповідності між положенням точки спостереження та напрямком хвильового вектора випромінювання в цій точці. Кожна точка містить цілий «пучок» хвильових векторів з різними напрямками (див. ліву частину рис. 3.1). Це призводить до відмінності результатів, отриманих при використанні двох зазначених підходів до вимірювання розподілу випромінювання в ближній зоні.

Підхід, пов'язаний із вимірюванням розподілу випромінювання за напрямками хвильових векторів, не є лише теоретичною абстракцією. Він природно реалізується при використанні різноманітних фокусуєчих приладів у процесі вимірювання. Прикладом таких приладів можуть бути звичайні оптичні лінзи або параболічні дзеркала. Як зазначалося, метою використання таких

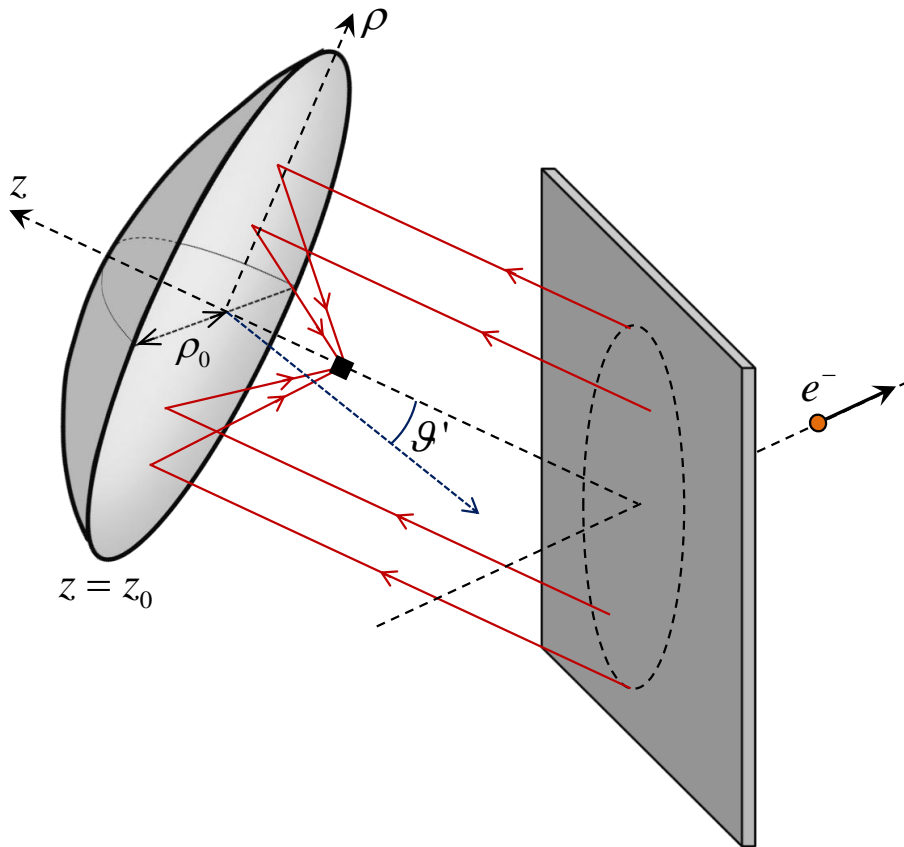


Рис. 3.2. Вимірювання кутового розподілу ПВ за допомогою параболічного дзеркала, у фокусі якого розташований точковий детектор.

приладів може бути необхідність позбавитися ефектів ближньої зони при проведенні вимірювань на відносно малій відстані від джерела випромінювання та для збільшення інтенсивності сигналу. Далі в цьому підрозділі ми сконцентруємося на прикладі параболічного металевого дзеркала, що є зручним приладом для фокусування випромінювання при роботі з ПВ у міліметровому діапазоні довжин хвиль (рис. 3.2). Таке дзеркало збирає всі хвилі з напрямком хвильового вектора, паралельним своїй осі, у точці фокуса (в якій можна розмістити точковий детектор). Обертання такого дзеркала (тобто зміна напрямку його вісі) призводить до того, що в детектор потрапляють хвилі з різними напрямками хвильових векторів. Таким чином, кожний набір хвиль із заданим значенням $\alpha = qc/\omega$ зазначене дзеркало збирає до купи і відокремлює від хвиль з іншими значеннями α . При цьому проводиться вимірювання розподілу енергії випромінювання саме за напрямками хвильових векторів.

Вираз для розподілу випромінювання за α , що вимірюється за допомогою

дзеркала в ближній зоні можна отримати наступним чином. Інтегруючи (1.18) за $d\vartheta = 2\pi\vartheta d\vartheta$ (де $\vartheta = \rho/z$), можна обчислити спектральну густину енергії випромінювання, що падає на дзеркало (тобто енергії, що проходить крізь кругову область у площині $z = z_0$, яка обмежена краєм дзеркала):

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^2\omega^2}{\pi^2c^3} \int d\Omega \left\{ \frac{\alpha}{\alpha^2 + \gamma^{-2}} e^{-iz_0\omega\alpha^2/2c} \int d\alpha' \frac{\alpha'^2 e^{iz_0\omega\alpha'^2/2c}}{\alpha'^2 + \gamma^{-2}} \times \int_0^{\rho_0} d\rho \rho J_1(\omega\alpha\rho/c) J_1(\omega\alpha'\rho/c) \right\}. \quad (3.1)$$

де $d\Omega = 2\pi\alpha d\alpha$. Якщо дзеркало має нескінченний поперечний розмір, ($\rho_0 \rightarrow \infty$) інтеграл за ρ дорівнює $\delta(\alpha - \alpha')c^2/\omega^2\alpha$, де $\delta(x)$ — δ -функція, і вираз (3.1) може бути представлений у такій формі:

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi^2c} \int d\Omega \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + \gamma^{-2})^2}, \quad (3.2)$$

яка демонструє, що розподіл енергії випромінювання за напрямками α хвильових векторів

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2c} \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + \gamma^{-2})^2} \quad (3.3)$$

дорівнює кутовому (за ϑ) розподілу ПВ (1.17), що реєструється точковим детектором у хвильовій зоні. Зауважимо, що для того, щоб у ближній зоні було зареєстровано розподіл (3.3), дзеркало, звичайно, не має бути нескінченно великим. Воно повинно лише помітно перевищувати ефективний поперечний розмір $l_T \sim \gamma\lambda/2\pi$ області, відповідальної за формування випромінювання на довжині хвилі, що розглядається. У цьому випадку вся енергія, що випромінюється з відповідною частотою, збирається дзеркалом, яке реєструє розподіл виду (3.3).

Поперечна довжина формування випромінювання l_T (яка визначається характерним поперечним розміром кулонівського поля частинки) є пропор-

ційною як до енергії налітаючого електрона, так і до довжина хвилі випромінювання. Зі збільшенням енергії частинки або при більших значеннях довжин хвиль ПВ, що розглядаються, l_T може перевищити поперечний радіус ρ_0 дзеркала, що використовується для вимірювання розподілу ПВ у ближній зоні. У цьому випадку виникає проблема вимірювання кутового розподілу ПВ за допомогою дзеркала довільного радіуса, який не можна розглядати як нескінченно великий. Розглянемо більш детально цей випадок і отримаємо вирази для спектрально-кутового розподілу випромінювання, що реєструється у цьому випадку.

Можна очікувати, що зазначений спектрально-кутовий розподіл у цій ситуації визначається підінтегральним виразом у (3.1) (виразом у фігурних дужках разом із коефіцієнтом перед інтегралом за Ω) так само, як і у випадку $\rho_0 \rightarrow \infty$. Однак це не так. Справа в тому, що при довільних значеннях ρ_0 цей підінтегральний вираз є комплексним і як його реальна, так і уявна частини не є позитивно визначеними (цей вираз стає реальним і позитивним, яким і має бути розподіл $dW/d\omega$, тільки після інтегрування за $d\Omega$). Ця обставина не дозволяє розглядати такий вираз як кутовий розподіл спектральної густини випромінювання. Даний підінтегральний вираз при певному значенні α описує не тільки кількість енергії, що пов'язана з хвилями, які відповідають даному значенню α . Він також містить результат інтерференції таких хвиль із хвилями, що мають інші напрямки хвильових векторів α' у площині $z = z_0$. Така інтерференційна картина зникає після усереднення за всією зазначеною площиною (що включає інтегрування в інтервалі $0 < \rho_0 < \infty$). При цьому залишаються лише «діагональні» члени (з $\alpha = \alpha'$), які визначають густину енергії при даному значенні $\alpha = \alpha'$, і ми отримуємо вираз (3.3) для спектрально-кутового розподілу ПВ.

Для довільних значень ρ_0 слід використовувати дещо інший підхід для обчислення кутового розподілу спектральної густини ПВ за напрямками хвильового вектора, що реєструється точковим детектором, розташованим у

фокусі дзеркала. Такий підхід полягає в обчисленні частини енергії випромінювання з певною довжиною хвилі λ , яка відбивається дзеркалом кінцевого розміру. Ця частина має бути представлена у вигляді інтеграла за напрямками хвильових векторів (тобто за $d\Omega$). У цьому випадку підінтегральний вираз і буде представляти собою розподіл, що розглядається.

Кількість енергії, яка пов'язана з електромагнітними хвилями з певним хвильовим вектором \mathbf{k} , зібраними дзеркалом у точці фокуса, можна обчислити за допомогою наступного спрощеного способу. А саме, її можна розглядати як кількість енергії, яку несуть хвилі з хвильовим вектором \mathbf{k} , що відбиваються від уявного круглого плоского дзеркала, що розташоване в площині $z = z_0$ та має радіус ρ_0 . Таке дзеркало представляє собою проєкцію параболічної поверхні реального дзеркала на площину $z = z_0$. Подібна уявна заміна параболічного дзеркала плоским спрощує обчислення поля випромінювання, що відбивається від дзеркала. Однак плоске дзеркало не збирає всі хвилі з певним напрямком хвильового вектора в одній точці на кінцевій відстані від себе. Тому для обчислення розподілу відбитої енергії випромінювання за напрямками хвильового вектора необхідно розглянути кутовий (за ϑ' , див. рис. 3.2) розподіл такого випромінювання в хвильовій зоні (в області $z < -\gamma^2\lambda$). Як зазначалося, такий кутовий розподіл збігається з розподілом відбитої від дзеркала частини ПВ за напрямками α хвильового вектора.

Розглянемо проблему про падіння пакета хвиль, що його випромінює електрон при проходженні крізь пластинку, на кругле дзеркало радіуса ρ_0 , розташоване в площині $z = z_0$ з центром на осі z . Як зазначалося в підрозділі 1.2, такий пакет визначається другим доданком у виразі (1.9), де наразі треба зробити заміни $z' \rightarrow z$ та $\rho' \rightarrow \rho$. Сумарне поле в просторі у цьому випадку складається з поля цього пакета \mathbf{E}_ω^P та поля \mathbf{E}_ω^R , відбитого від дзеркала. Останнє можна представити у наступній формі:

$$\mathbf{E}_\omega^R(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \mathbf{E}_{k,\omega}^R \delta(\omega^2/c^2 - k^2) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (3.4)$$

де δ -функція обмежує область інтегрування значеннями k , що задовольняють дисперсійному співвідношенню для електромагнітних хвиль у вакуумі. Інтегрування (3.4) за k_z веде до наступного виразу для поля пакета відбитих хвиль:

$$\mathbf{E}_\omega^R(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^2q \mathbf{E}_{q,\omega}^R e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho} - iz\sqrt{\omega^2/c^2 - q^2}}, \quad (3.5)$$

де ми позначили $\mathbf{E}_{q,\omega}^R = \mathbf{E}_{k,\omega}^R / |2k_z|$ із $k_z = \sqrt{\omega^2/c^2 - q^2}$.

Сумарне поле має задовольняти граничній умові на поверхні провідного дзеркала, де воно повинно дорівнювати нулю. Поза цією поверхнею (при $z = z_0$ та $\rho > \rho_0$) сумарне поле в ультрарелятивістському випадку, що розглядається, можна наближено вважати таким, що дорівнює полю налітаючого пакета хвиль \mathbf{E}_ω^P . Це призводить до наступної форми граничної умови:

$$\mathbf{E}_\omega^R(\boldsymbol{\rho}, z_0) = -H(\rho_0 - \rho) \mathbf{E}_\omega^P(\boldsymbol{\rho}, z_0), \quad (3.6)$$

де $H(x)$ — ступінчаста функція Хевісайда.

Для того щоб отримати вираз для однієї компоненти Фур'є $\mathbf{E}_{q,\omega}^R$ у розкладанні (3.5) відбитого поля за напрямками хвильових векторів ($q = \omega\alpha/c$) треба переписати умову (3.6) в термінах таких компонент Фур'є. Виконуючи зворотне перетворення Фур'є співвідношення (3.6), можна врешті-решт отримати величину $\mathbf{E}_{q,\omega}^R$ в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{q,\omega}^R = & -\frac{8\pi^2 i e \mathbf{q}}{c q} e^{iz_0 \sqrt{\omega^2/c^2 - q^2}} \int dq' \frac{q'^2 e^{iz_0 \sqrt{\omega^2/c^2 - q'^2}}}{q'^2 + \omega^2/c^2 \gamma^2} \\ & \times \int_0^{\rho_0} d\rho' \rho' J_1(q\rho') J_1(q'\rho'). \end{aligned} \quad (3.7)$$

В ультрарелятивістському випадку можна зробити розкладання в цьому виразі за малим кутом випромінювання $\alpha = qc/\omega$. Підставляючи (3.7) у (3.5) та виконуючи тут інтегрування за кутом між \mathbf{q} і $\boldsymbol{\rho}$, отримуємо наступний вираз

для поля відбитого випромінювання:

$$\mathbf{E}_\omega^R(\rho, z) = 2 \frac{e \boldsymbol{\rho}}{c \rho} e^{-i\omega(z-2z_0)/c} \int dq q J_1(q\rho) F(q, \rho_0) e^{iq^2 c(z-z_0)/2\omega}, \quad (3.8)$$

де

$$F(q, \rho_0) = \int_0^\infty d\eta \frac{\eta^2 e^{-iz_0 \eta^2 c/2\omega}}{\eta^2 + \omega^2/c^2 \gamma^2} \int_0^{\rho_0} dx x J_1(qx) J_1(\eta x). \quad (3.9)$$

Поле (3.8) — це пакет вільних хвиль з різними напрямками $\alpha = qc/\omega$ хвильового вектора \mathbf{k} . Для того щоб отримати розподіл енергії відбитого випромінювання за α , треба обчислити його кутовий розподіл за $\vartheta' = \rho/|z - z_0|$ (див. рис. 3.2) у хвильовій зоні (при $z < -\gamma^2 \lambda$). Такий розподіл буде збігатися з тим, який ми прагнемо отримати, оскільки у хвильовій зоні в точку спостереження, яка розташована в напрямку, що визначається кутом ϑ' , потрапляє лише хвиля з напрямком $\alpha = \vartheta'$ вектора \mathbf{k} .

Кутовий розподіл відбитого випромінювання у хвильовій зоні можна отримати, використовуючи асимптотику виразу для \mathbf{E}_ω^R при великих від'ємних значеннях z . Вона може бути отримана з (3.8) на основі метода стаціонарної фази. Як випливає з (3.1) і (3.2), такий розподіл можна також отримати і простішим шляхом, інтегруючи вираз для спектрально-кутової густини відбитого випромінювання²

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\vartheta'} = \frac{c(z - z_0)^2}{4\pi^2} |\mathbf{E}_\omega^R(\rho, z)|^2 \quad (3.10)$$

за $d\vartheta' = 2\pi \vartheta' d\vartheta' = 2\pi \rho d\rho / (z - z_0)^2$ в межах $0 < \rho < \infty$. Результат такого інтегрування потрібно представити у формі інтеграла за $d\Omega = 2\pi \alpha d\alpha$. У

²При $\vartheta' \ll 1$ ми використовуємо наближене співвідношення $r' \approx |z - z_0|$, де r' — це відстань від центра дзеркала до точки спостереження.

випадку, що розглядається, це призводить до співвідношення:

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{e^2\omega^2}{\pi^2c^3} \int d\Omega |F(q, \rho_0)|^2. \quad (3.11)$$

З (3.11) ми нарешті отримуємо необхідний спектрально-кутовий розподіл енергії відбитого випромінювання:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2w^4}{\pi^2c} \left| \int_0^{\rho_0} d\rho \rho J_1(w\alpha\rho) \int_0^\infty d\eta \frac{\eta^2 J_1(w\eta\rho)}{\eta^2 + \gamma^{-2}} e^{-i\omega z_0 \eta^2/2} \right|^2. \quad (3.12)$$

де $w = \omega/c = 2\pi/\lambda$. Результат (3.12) обчислено як розподіл енергії випромінювання, відбитого від круглого плоского дзеркала радіуса ρ_0 . Він описує розподіл енергії ПВ за напрямками хвильових векторів, що вимірюється з використанням параболічного дзеркала довільного поперечного радіуса ρ_0 , яке розташовано на довільній відстані z_0 від точки падіння електрона на пластинку.

У випадку $\rho_0 \rightarrow \infty$ вираз (3.12) збігається з результатом (3.3) для розподілу випромінювання, отриманого з використанням дзеркала нескінченного поперечного розміру.

Для довільних значень ρ_0 інтеграли в (3.12) можуть бути обчислені чисельно. Проте вираз (3.12) можна спростити, якщо ρ_0 не набагато менше, ніж $l_T \sim \gamma\lambda/2\pi$. Дійсно, інтеграл за η збігається як завдяки наявності експоненти, так і завдяки відповідній функції Бесселя, що залежить від η , у підінтегральному виразі. Остання визначає значення η , які роблять основний внесок у зазначений інтеграл, як такі, що задовольняють умові $\eta \lesssim \eta_{\max} = 1/w\rho$. При таких η вираз при $-i$ у показнику експоненти має значення порядку $z_0/2w\rho^2$. У ближній зоні $z_0 \ll \gamma^2\lambda$ даний вираз є набагато меншим за $(\gamma\lambda/2\pi\rho)^2$. Отже, для значень ρ_0 порядку $\gamma\lambda/2\pi$ експоненту в (3.12) можна замінити на одиницю. У цьому випадку всі інтеграли в (3.12) можна обчислити аналітично

і для розподілу випромінювання отримати наступний вираз:

$$\frac{d^2W^{(0)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + \gamma^{-2})^2} |S^{(0)}|^2, \quad (3.13)$$

де

$$S^{(0)}(\alpha, \omega, \rho_0) = 1 + \frac{w\rho_0}{\gamma} J_2(w\alpha\rho_0) K_1(w\rho_0/\gamma) - \frac{w\rho_0}{\gamma^2\alpha} J_1(w\alpha\rho_0) K_2(w\rho_0/\gamma),$$

а $K_i(x)$ — функції Макдональда.

Наближення, що тут використовується (ми будемо називати його нульове наближення), в рамках якого експонента в (3.12) замінюється на одиницю, відповідає ситуації, коли розпливанням хвильового пакета \mathbf{E}_ω^P знехтувано. У такому випадку це поле дорівнює кулонівському полю електрона, що рухається вздовж осі z . Таким чином, розподіл (3.13) збігається зі спектрально-кутовою густиною ПВ (що вимірюється в хвильовій зоні), яке генерується електроном у напрямку назад при нормальному перетині ним круглого провідного дзеркала радіуса ρ_0 [308].

Спростимо тепер вираз (3.12) більш точно (перше наближення), з урахуванням розпливання хвильового пакета \mathbf{E}_ω^P (тобто його відмінності від кулонівського поля). Інтеграл за η можна подати у вигляді

$$\int_0^\infty d\eta \frac{\eta^2 J_1(w\eta\rho)}{\eta^2 + \gamma^{-2}} e^{-iwz_0\eta^2/2} = P_1 - P_2, \quad (3.14)$$

де

$$P_1 = \int_0^\infty d\eta J_1(w\eta\rho) e^{-iwz_0\eta^2/2} = -\frac{2i}{w\rho} \sin\left(\frac{w\rho^2}{4z_0}\right) e^{iw\rho^2/4z_0}$$

та

$$P_2 = \gamma^{-2} \int_0^{\infty} d\eta \frac{J_1(w\eta\rho)}{\eta^2 + \gamma^{-2}} e^{-iwz_0\eta^2/2}. \quad (3.15)$$

Значення η , які роблять основний внесок в інтеграл P_2 , не перевищують $1/\gamma$. Для таких η у ближній зоні вираз у показнику експоненти є набагато меншим за одиницю, і експоненту можна замінити на одиницю. Інтеграл P_2 у цьому випадку дорівнює

$$P_2 = 1/w\rho - K_1(w\rho/\gamma)/\gamma. \quad (3.16)$$

Підставляючи (3.14) у (3.12), можна в решті-решт представити вираз для розподілу випромінювання в наступній формі:

$$\frac{d^2W^{(1)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + \gamma^{-2})^2} |S^{(0)} + S^{(1)}|^2, \quad (3.17)$$

де

$$S^{(1)}(\alpha, \omega, \rho_0) = -\frac{w}{\alpha} (\alpha^2 + \gamma^{-2}) \int_0^{\rho_0} d\rho J_1(w\alpha\rho) e^{iw\rho^2/2z_0}.$$

На рис. 3.3 та рис. 3.4 представлено розподіли спектральної густини ПВ за напрямками хвильових векторів, які можна отримати при вимірюванні за допомогою параболічного дзеркала поперечного радіуса ρ_0 , для різних значень ρ_0 і положення дзеркала z_0 вздовж осі z . Тут введено позначення $F_{\omega, \alpha} = (c\pi^2/e^2)d^2W/d\omega do$. Розподіли розраховано для довжини хвилі випромінювання $\lambda = 3$ мм та енергії налітаючих електронів $\epsilon = 50$ МеВ ($\gamma = 100$). У даному випадку розмір довжини формування випромінювання у поздовжньому напрямку (вздовж осі z) можна оцінити як $l_F \sim \gamma^2\lambda = 30$ м, тоді як відповідний її розмір у поперечному напрямку становить $l_T \sim \gamma\lambda/2\pi \approx 5$ см. Для

порівняння на рисунках наведено як результати точних чисельних розрахунків на основі виразу (3.12), так і наближені результати, отримані з формул (3.13) та (3.17).

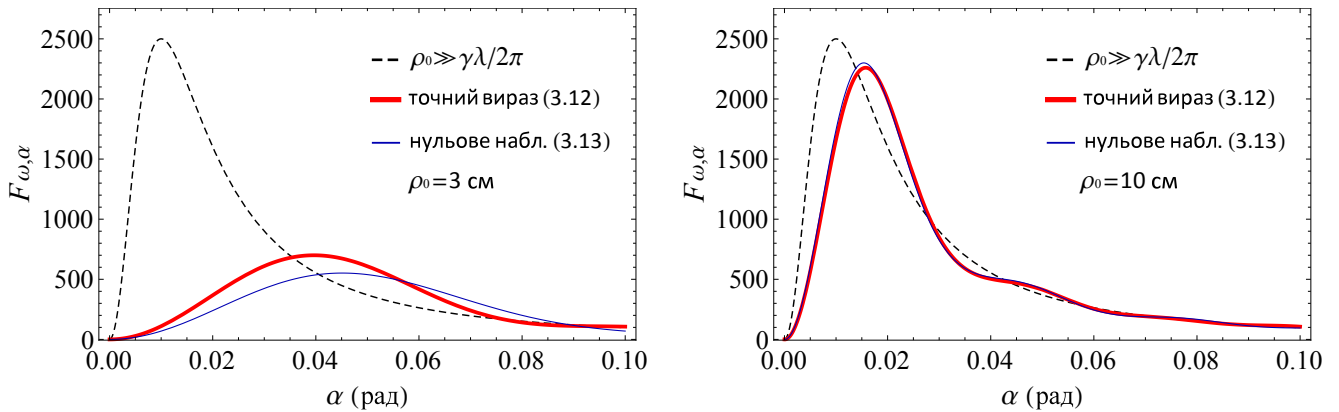


Рис. 3.3. Розподіли спектральної густини випромінювання за α для різних значень радіуса параболічного дзеркала ρ_0 при $\gamma = 100$, $\lambda = 3$ мм та $z_0 = 20$ см. Розподіл, обчислений у першому наближенні на базі (3.17), тут не представлено, адже він в обох випадках збігається з точним розподілом, отриманим на базі (3.12).

Графіки демонструють, що для значень $\rho_0 < l_T$ розподіл випромінювання суттєво відрізняється від розподілу (3.3), що реєструється з використанням дзеркала, поперечний розмір якого можна вважати нескінченним (або точковим детектором у хвильовій зоні). Така відмінність зростає зі збільшенням відстані z_0 між дзеркалом і точкою падіння електрона на пластинку. Це обумовлено тим, що для більшого z_0 менша частина випромінених хвиль ПВ потрапляють на поверхню дзеркала обмеженого поперечного розміру і спрямовуються до точки його фокуса. Зі збільшенням ρ_0 розподіл випромінювання наближається до асимптотичного розподілу (3.3) і перестає залежати від z_0 , оскільки досить велике дзеркало вловлює майже всі випромінені хвилі ПВ незалежно від свого розташування. Однак, як показують наведені графіки, навіть при $\rho_0 > l_T$ параметри кутового розподілу випромінювання, що вимірюється, все ще можуть помітно відрізнитися від параметрів асимптотичного розподілу (3.3). Наприклад, права частина рис. 3.3 ілюструє ситуацію, коли радіус дзеркала є в два рази більшим за l_T . Однак кут, що відповідає максимуму розподілу

випромінювання в цьому випадку все ще майже вдвічі більший за відповідний кут у випадку асимптотичного розподілу.

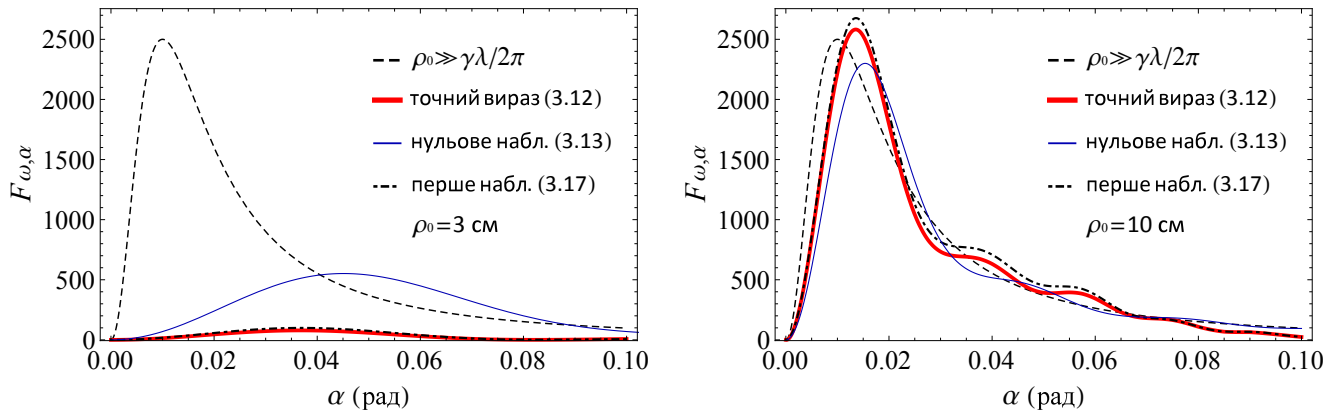


Рис. 3.4. Те ж саме, що й на рис. 3.3, тільки для $z_0 = 100$ см.

Наведені графіки показують, що при розглянутих значеннях $z_0 \ll l_F$ формула (3.17) є дуже добрим наближенням для точного виразу (3.12) при довільних значеннях ρ_0 (зокрема при $z_0 < 1$ м за розглянутих умов відповідні результати повністю збігаються). Вираз (3.13), який не враховує розпливання пакета випромінених хвиль, є дійсним лише при досить великих значеннях ρ_0 . Зазначимо, що використання отриманих наближень (3.13) та (3.17) замість точного виразу (3.12) дозволяє значно скоротити час чисельних обчислень спектрально-кутових розподілів ПВ у ситуації, що розглядається.

3.2. Рентгенівське перехідне випромінювання електронних пучків у багат шарових періодичних структурах

Окрім міліметрового ПВ, що розглядалося в попередньому підрозділі, велику практичну цінність має також ПВ у оптичному та рентгенівському діапазоні частот. Зокрема, як зазначалося в підрозділі 1.2, для генерації рентгенівського ПВ, яке лежить в основі роботи багатьох детекторів заряджених частинок та джерел рентгенівських фотонів, природно використовувати багат шарові періодичні структури, які дозволяють отримувати достатньо високі інтенсивності ПВ (порядка одного фотона на електрон). У даному підрозділі

проведено узагальнення теорії такого випромінювання на випадок, коли воно генерується не окремими частинками, а пучком електронів із довільним поперечним розміром та розподілом частинок у ньому. При цьому також враховується кінцевий розмір та форма активної області детектора випромінювання. Показано, що дана теорія набагато краще описує експериментальні результати за умов, коли поперечний розмір пучка є співставним із розміром детектора. Досліджено ефект різкого зростання інтенсивності ПВ при певному періоді структури за умов вузької колімації пучка фотонів ПВ.

ПВ при довільному поперечному розподілі густини пучка налітаючих електронів. Отримаємо спектральний розподіл рентгенівського перехідного випромінювання, що генерується в періодичній мішені пучком електронів із довільним (аксіально симетричним) поперечним розподілом частинок. Будемо вважати, що мішень складається з великої кількості тонких паралельних пластинок (наприклад, металевих фольг), а для всіх параметрів, що її характеризують, оберемо ті ж самі позначення, що і в підрозділі 1.2. Нехай активна область детектора випромінювання має форму кола радіуса R , а її центр розташовується на осі пучка на відстані L від мішені (див. рис. 3.5).

У цьому випадку усереднене за поперечним розподілом частинок у пучку значення спектральної густини числа фотонів ПВ (у розрахунку на одну частинку пучка) можна обчислити як

$$\left\langle \frac{dN}{d\omega} \right\rangle_{\text{circ}} = \frac{2\pi}{L^2} \int_0^R r dr \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\infty} \rho f(\rho) N_{\omega, \vartheta} d\rho. \quad (3.18)$$

Тут r і ϕ — полярні координати на поверхні детектора (див. рис. 3.5), а ρ представляє собою відстань від частинки, що розглядається, до осі пучка. Функція $f(\rho)$, яка нормована на одиницю, описує поперечний розподіл частинок у пучку. Величина $N_{\omega, \vartheta}$ представляє собою спектрально-кутовий розподіл числа фотонів ПВ, що його створює окрема частинка пучка, який визначається виразом (1.24). Зазначимо, що тут ми вважаємо, що хвилі ПВ генеруються

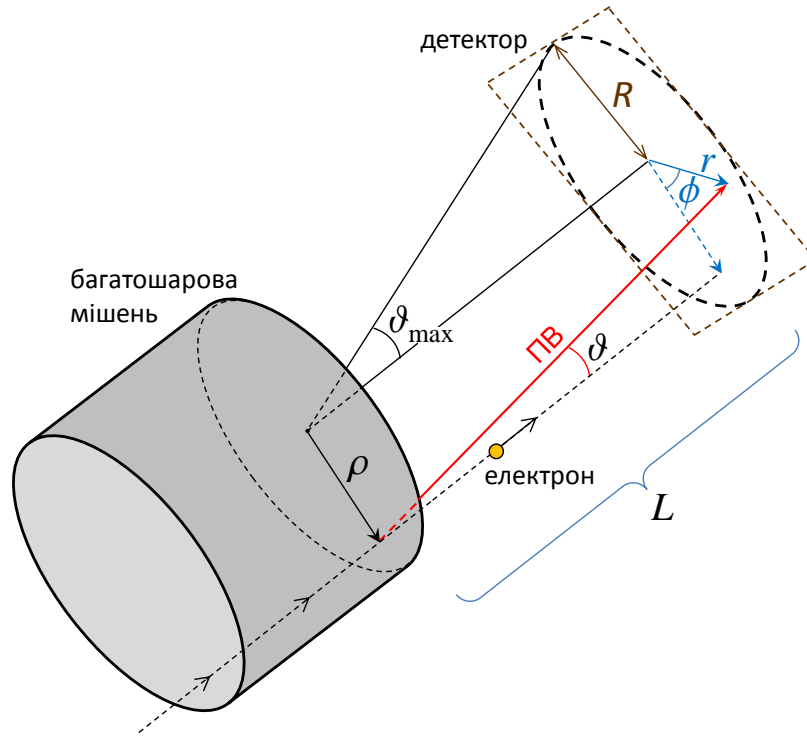


Рис. 3.5. Схема розташування мішені та детектора, що використовується для обчислень.

різними частинками незалежно і не інтерферують між собою. Тому вираз (3.18) представляє собою просто усереднення кількості фотонів, що потрапляють до детектора з урахуванням геометрії цього детектора та форми пучка налітаючих частинок. Для того щоб усі величини в підінтегральному виразі були виражені через змінні інтегрування, треба записати кут ϑ у виразі для $N_{\omega, \vartheta}$ як $\vartheta = \sqrt{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \phi} / L$. Обчислюючи інтеграли за r і ϕ в (3.18), врешті-решт отримуємо:

$$\left\langle \frac{dN}{d\omega} \right\rangle_{\text{circ}} = \frac{32\alpha\pi c N_{\text{eff}}(\omega)}{\omega^2 l} \frac{(\omega_{pA}^2 - \omega_{pB}^2)^2}{\omega^4} \int_0^\infty d\rho \rho f(\rho) \quad (3.19)$$

$$\times \sum_{k=k_{\min}}^{k^+(R, \rho)} g_k \left\{ H(R - \rho) H(k^-(\rho) - k) + \frac{1}{\pi} \arccos \left(\frac{\rho^2 + L^2 \vartheta_k^2 - R^2}{2\rho L \vartheta_k} \right) H(k - k^-(\rho)) \right\},$$

де

$$g_k = \frac{\vartheta_k^2 \sin^2[\omega l_A (\gamma^{-2} + \vartheta_k^2 + \omega_{pA}^2 / \omega^2) / 4c]}{(\gamma^{-2} + \vartheta_k^2 + \omega_{pA}^2 / \omega^2)^2 (\gamma^{-2} + \vartheta_k^2 + \omega_{pB}^2 / \omega^2)^2},$$

$$k^{\pm}(R, \rho) = \frac{\omega l}{4\pi c} \left(\left(\frac{\rho \pm R}{L} \right)^2 + \gamma^{-2} + \frac{\langle \omega_p^2 \rangle}{\omega^2} \right),$$

а $H(x)$ — ступінчаста функція Хевісайда. Величини ϑ_k^2 і $\langle \omega_p^2 \rangle$ визначені відповідно у виразі (1.25) та одразу після нього. Як і в (1.26), у (3.19) потрібно брати цілу частину величини k^+ , однак цього не треба робити для k^- , яка в загальному випадку не має цілого значення.

Якщо форма активної області детектора представляє собою квадрат (як це мало місце в експерименті [8], теоретичний аналіз якого й мотивував дані розрахунки), то для того, щоб отримати вираз для усередненого спектра випромінювання, треба просто додати до (3.19) вираз, що враховує внесок площі у вершинах зазначеного квадрата (сторона якого дорівнює $2R$):

$$\left\langle \frac{dN}{d\omega} \right\rangle_{\text{sq}} = \left\langle \frac{dN}{d\omega} \right\rangle_{\text{circ}} + \left\langle \frac{dN}{d\omega} \right\rangle_{\text{vert}}, \quad (3.20)$$

де

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dN}{d\omega} \right\rangle_{\text{vert}} &= \frac{8}{\pi} \frac{32\alpha c N_{\text{eff}}(\omega)}{\omega^2 l} \frac{(\omega_{pA}^2 - \omega_{pB}^2)^2}{\omega^4} \sum_{k=k_{\text{min}}}^{\infty} g_k \int_0^{\infty} d\rho \rho f(\rho) \\ &\times \int_R^{\sqrt{2}R} dr r \frac{\arcsin((R - \sqrt{r^2 - R^2})/\sqrt{2}r)}{\sqrt{4r^2\rho^2 - (r^2 + \rho^2 - L^2\vartheta_k^2)^2}} H(k - k^-(r, \rho)) H(k^+(r, \rho) - k). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Для чисельних оцінок ми оберемо $f(\rho)$ у формі гаусового розподілу:

$$f(\rho) = e^{-\rho^2/2d^2} / 2\pi d^2,$$

де величина d пов'язана з повною шириною D пучка на половині висоти поперечного розподілу частинок у ньому співвідношенням $D = d\sqrt{8 \ln 2}$. Ми оберемо $D = 2R = 0.5$ см, що відповідає лінійному розміру вихідного вікна коліматора, який формував пучок в експерименті [8].

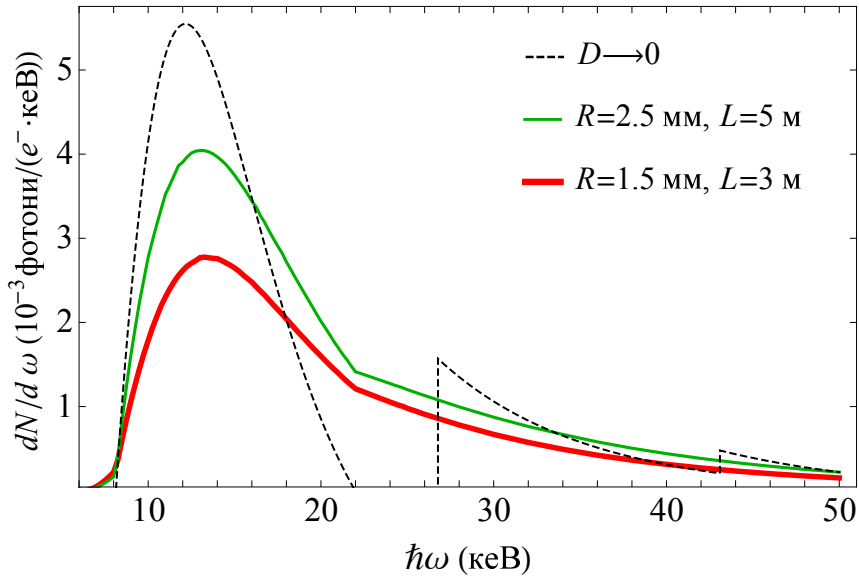


Рис. 3.6. Спектри ПВ електронів з енергією 1 ГеВ у багатошаровій мішені. Пунктирна крива — розрахунок на базі виразу (1.26), суцільні криві — розрахунки на базі (3.20) для різних положень та розмірів квадратних детекторів (сторони квадратів дорівнюють $2R$). Усі криві відповідають значенню $\vartheta_{\max} = R/L = 1/\gamma$.

На рис. 3.6 представлено приклад розрахунку спектрів ПВ, що їх реєструють детектори з квадратною формою активної області, розташовані на осі пучка на різних відстанях від радіатора, що складається з 50 фольг товщиною $l_A = 13$ мкм, відстань між якими становить $l_B = 0.3$ мм. В усіх випадках вважається, що детектор (точніше, коло радіуса R , вписане у його квадратну активну область) видно під однаковим тілесним кутом із точки вильоту пучка (його центральної частини) з радіатора, що відповідає $\vartheta_{\max} = 1/\gamma$ (див. рис. 3.5). Пунктирна крива демонструє спектр, розрахований за формулою (1.26), яка не враховує поперечний розмір пучка електронів. Звідси видно, що за умови $R \lesssim D$ результати формули (3.20) помітно відрізняються від результатів, що можуть бути отримані на базі (1.26) без урахування ненульового поперечного розміру пучка.

Рис. 3.7 демонструє порівняння результатів обчислення спектрів на основі виразу (3.20) із результатами відповідних експериментальних вимірювань [8]. У даному експерименті, що проводився на тестовому пучку синхротрона DESY II (м. Гамбург, Німеччина), досліджувався вплив значення довжини форму-

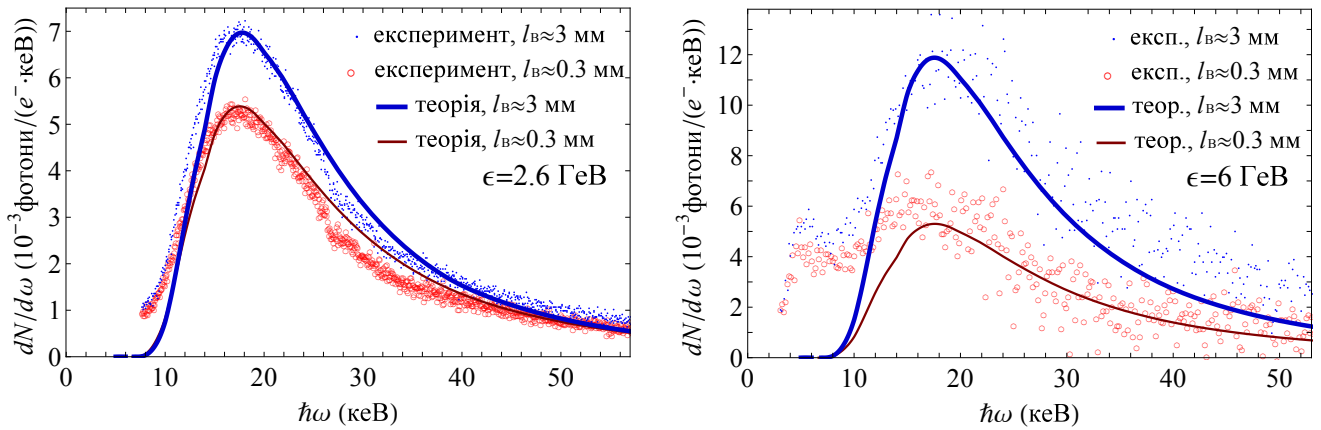


Рис. 3.7. Спектри ПВ електронів з енергіями 2.6 GeV і 6 GeV, отримані в експерименті [8], та відповідні теоретичні розрахунки на основі (3.20). Для кожної енергії наведено спектри, що відповідають різним значенням відстані l_B між фольгами у багатошаровій мішені.

вання l_F (точніше відношення l_B/l_F) ПВ GeV-них електронів на спектральну інтенсивність такого випромінювання. Зокрема, на наведених графіках цей вплив проявляється у пригніченні інтенсивності ПВ при $l_B < l_F$ (у радіаторах з $l_B \approx 0.3$ мм) порівняно з випадком $l_B > l_F$ (у радіаторах з $l_B \approx 3$ мм). Кожен радіатор складався з 50 алюмінієвих фольг товщиною 13 мкм. Квадратний детектор зі стороною 5 мм розташовувався на відстані $L \approx 3.7$ м від радіатора. Загалом, графіки свідчать про достатньо хорошу придатність формули (3.20) для опису результатів вимірювань за умов, коли поперечним розміром пучка електронів не можна знехтувати (у випадку, що розглядається, $D \approx 2R$). Деякі розбіжності (зокрема при $\hbar\omega < 10$ кеВ) можна пояснити впливом фону синхротронного випромінювання з боку поворотного магніту, що відхиляв пучок електронів після його вильоту з радіатора, а також розбіжністю пучка, яка не враховується виразами (3.18) та (3.20) (див. деталі в роботі [8]).

Ефект посилення інтенсивності ПВ при малому куті колімації пучка фотонів. За певних умов інтерференція внесків від окремих фольг може призводити не до пригнічення ПВ (як, наприклад, на рис. 3.7 для випадків $l_B < l_F$), а до його посилення, внаслідок чого залежність інтенсивності ПВ від l_B набуває максимуму при певному оптимальному значенні відстані між

фольгами. На можливість існування подібного максимуму було вказано у книзі [99]. Однак автори розглядали тут кількість фотонів ПВ, проінтегровану по всьому діапазону кутів спостереження. У цьому випадку інтенсивність випромінювання в максимумі перевищує асимптотичне значення інтенсивності ПВ при $l_B \gg l_F$ менш ніж на 30%. Далі ми покажемо, що зазначений ефект посилення інтенсивності ПВ може бути набагато більш значним за умови, що кут аксептансу детектора (або кут колімації пучка фотонів) $2\vartheta_{\max}$ є достатньо малим. Оцінки для різних значень ϑ_{\max} показують, що такий ефект є найбільш суттєвим при $\vartheta_{\max} \sim 1/\gamma$. Значення l_B , що відповідає найбільшій величині інтенсивності ПВ, може бути оцінене з наступних якісних міркувань. Значення $\vartheta = \vartheta_k$, які визначають кутові положення піків, у яких сконцентрована основна частина енергії випромінювання, зменшуються зі збільшенням l_B відповідно до (1.25). Зростання інтенсивності ПВ при збільшенні l_B спричиняється потраплянням нових значень ϑ_k всередину області $(0, \vartheta_{\max})$. Для даної частоти ω природно очікувати раптового зростання інтенсивності зі збільшенням l_B кожного разу, коли значення ϑ_k (для кожного наступного k) стає меншим за ϑ_{\max} . Насправді ж виявляється, що в діапазоні енергій електронів, який ми наразі розглядаємо ($\epsilon \sim 1 \div 10$ GeV), різке зростання інтенсивності, що призводить до появи ярко вираженого максимуму, є достатньо помітним лише при $k = 1$. Потрапляння піків вищого порядку всередину області аксептансу детектора просто призводить до поступового встановлення асимптотичного значення інтенсивності, що відповідає випадку $l_B \gg l_F$ (число піків в області $(0, \vartheta_{\max})$ збільшується зі зростанням l_B , у той час як внесок кожного піку зменшується через зменшення його ширини). Підставивши $\vartheta_k = \vartheta_{\max}$ та поклавши $k = 1$ у (1.25), можна наступним чином оцінити значення l_B^m величини l_B , що відповідає максимуму інтенсивності:

$$l_B^m \approx \frac{4\pi c/\omega - \omega_{pA}^2 l_A/\omega^2}{\vartheta_{\max}^2 + \gamma^{-2}}, \quad (3.22)$$

де ми застосували наближення $\langle \omega_p^2 \rangle \approx \omega_{pA}^2 l_A / l$ та $l \approx l_B$, які зазвичай є дійсними на практиці. Якщо випромінювання вивчається в певному діапазоні частот, то величину ω в (3.22) слід розглядати як деяку характерну частоту спектра, наприклад, ту, що відповідає його максимуму (за умови, що такий максимум існує в межах діапазону частот, що досліджується). Вираз (3.22) досить добре описує положення максимуму при енергіях електрона $\lesssim 7$ ГеВ та $\vartheta_{\max} \lesssim 2/\gamma$. При більш високих енергіях формула (3.22) дає завищену оцінку для l_B^m . У цьому випадку (за умови $\vartheta_{\max} \sim 1/\gamma$) залежність інтенсивності ПВ від l_B набуває додаткових максимумів, що відповідають $k \geq 2$.

Рис. 3.8а показує приклад залежності інтенсивності ПВ від l_B для умов, що є типовими для експерименту [8] ($\epsilon = 1$ ГеВ, $\vartheta_{\max} = 6.8 \times 10^{-4} \approx 1.35/\gamma$). Спектр випромінювання тут проінтегровано в діапазоні енергій фотонів від 10 до 30 кеВ. Наразі при обчисленні кількості фотонів ПВ, які реєструє детектор, ми не враховуємо поглинання випромінювання у повітрі на шляху до детектора. Товста суцільна крива зображує результат обчислень на основі (1.26), який є справедливим для пучка дуже малого поперечного розміру (набагато меншого, ніж розмір детектора). Графік свідчить про наявність у цьому випадку помітного зростання (приблизно в два рази) інтенсивності випромінювання, порівняно з його асимптотичним значенням при $l_B \gg l_{FB}$. Вираз (3.22) наразі дає значення $l_B^m \approx 0.134$ мм для відстані l_B між фольгами, при якій має місце максимум інтенсивності (для $\hbar\omega = 15$ кеВ, що приблизно відповідає максимуму спектра за відсутності поглинання фотонів у повітрі), що чудово збігається з положенням максимуму на графіку. Довжина формування у цьому випадку (для того ж ω і $\vartheta = 0$) становить $l_{FB} \approx 0.1$ мм та, як і передбачається співвідношенням (3.22), має той же порядок величини, що й l_B^m .

Тонка крива на рис. 3.8а відповідає інтенсивності, усередненій за поперечним розміром пучка при значенні $D = 0.5$ см, яке ми використовували раніше. Обчислення проведено для випадку квадратного детектора на основі виразу (3.20), а параметри L та R (і відповідно ϑ_{\max}) збігаються з тими які мали місце

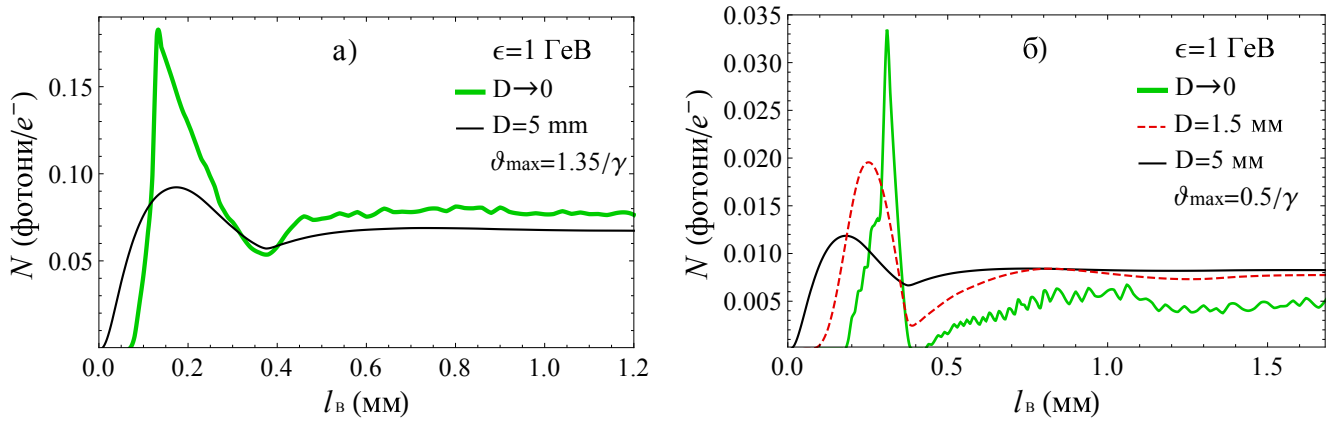


Рис. 3.8. Залежність інтенсивності ПВ в області енергій фотонів 10–30 кеВ від l_B для двох значень кута акцептансу детектора $2\vartheta_{\max}$. Криві відповідають різним значенням D , що визначає поперечний розмір пучка електронів.

в експерименті [8]). Звідси видно, що зазначене усереднення помітно зменшує інтенсивність ПВ у максимумі. Таким чином, для прояву ефекту посилення ПВ, що обговорюється, бажаними є пучки досить малого поперечного розміру (меншого за розмір детектора).

Ефект посилення інтенсивності ПВ стає більш суттєвим для менших значень кута акцептансу ϑ_{\max} . Наприклад, рис. 3.8б демонструє результати обчислень для $\vartheta_{\max} = 0.5/\gamma$. Звідси видно, що в даному випадку для досить тонкого пучка інтенсивність у максимумі перевищує відповідне значення при $l_B \gg l_{FB}$ приблизно в шість разів. Наразі, згідно з (3.22), $l_B^m \approx 0.3$ мм. Як і раніше, за порядком величини це значення збігається з довжиною формування ($l_{FB} \approx 0.1$ мм), однак у даному випадку $l_B^m/l_{FB} \approx 3$. Криві на рис. 3.8б, що відповідають значенням $D = 1.5$ мм і $D = 5.0$ мм, отримано на основі виразу (3.19) для випадку круглого детектора.

Зауважимо, що у випадку $\vartheta_{\max} < 1/\gamma$ може бути більш практичним розмістити центр активної області детектора в напрямку $\vartheta = 1/\gamma$, а не $\vartheta = 0$, щоб досягти більшого виходу фотонів ПВ. Залежність інтенсивності ПВ від l_B у цьому випадку є аналогічною до тої, що зображена на рис. 3.8, а формула (3.22) при цьому, як і раніше, визначає положення різкого максимуму.

Загалом, наведені графіки свідчать про те, що для кутів акцептансу

детектора $\vartheta_{\max} \sim 1/\gamma$ існує оптимальне значення l_B відстані між фольгами. Вибравши таку оптимальну відстань, можна помітно збільшити кількість випромінених фотонів ПВ порівняно з випадком аналогічної мішені, що діє як набір незалежних фольг (як у випадку $l_B \gg l_{FB}$). Цей результат може бути важливим, з практичної точки зору, при використанні багатошарових мішеней у якості джерел вузькоколімованих пучків фотонів.

3.3. Іонізація атомних К-оболонок і характеристичне рентгенівське випромінювання у багатошарових періодичних структурах

Перехідне випромінювання, що розглядалося в попередніх підрозділах, є «поверхневим» ефектом у тому сенсі, що воно виникає при перетині зарядженою частинкою поверхні, що розділяє речовини з різною діелектричною проникністю. Тому природним є той факт, що інтенсивність рентгенівського ПВ є пропорційною до числа поверхонь, що їх перетинає частинка на своєму шляху (якщо знехтувати поглинанням ПВ у мішені), і в багатошарових мішенях є значно вищою, аніж у випадку проходження частинкою крізь одну пластинку. У свою чергу, процеси характеристичного рентгенівського випромінювання (ХРВ) та іонізації К-оболонок атомів речовини, що є джерелом виникнення ХРВ, є «об'ємними». Тому кількість іонізованих атомів та випромінених при цьому фотонів природно вважати такими, що є пропорційними до сумарної товщини мішені, яку перетинає частинка (якщо знову ж таки знехтувати поглинанням фотонів всередині мішені). Як зазначалося в секції 1.4, для іонізації К-оболонок (і, відповідно, для ХРВ) існує приповерхневий ефект, що проявляється у збільшенні перерізу цього процесу поблизу поверхні мішені, у яку влітає частинка, внаслідок додаткового внеску з боку ПВ. Це призводить до певного порушення лінійного характеру залежності кількості іонізованих атомів від товщини мішені, але таке порушення поступово зникає зі збільшенням

цієї товщини. У даному підрозділі ми всебічно досліджуємо процеси іонізації К-оболонок та ХРВ електронів високих енергій у багатошарових мішенях і показуємо, що в цьому випадку зазначене порушення є набагато більш суттєвим. При цьому, завдяки складному характеру еволюції поля навколо електрона всередині такої мішені й, зокрема, через інтерференцію власного кулонівського поля електрона з ПВ, що його частинка тут генерує, інтенсивність ХРВ із багатошарової мішені не визначається однозначно матеріалом мішені та її сукупною товщиною (сумарною товщиною фольг), а залежить від кількості фольг, на які мішень розділена, та від відстані між ними. Зокрема, при цьому можливий ефект суттєвого посилення перерізу іонізації К-оболонок та інтенсивності ХРВ, завдяки чому вихід фотонів цього випромінювання з багатошарової мішені, навіть після його інтегрування за досить малим тілесним кутом, може бути близьким до відповідного виходу (у вузькому діапазоні енергій фотонів), характерного для радіаторів на базі ПВ.

3.3.1. Вирази для перерізу іонізації К-оболонок

Для обчислення середнього перерізу іонізації К-оболонок атомів високоенергетичними електронами, що пролітають крізь багатошарову мішень, ми будемо застосовувати підхід, який було розглянуто в підрозділі 1.4. В рамках цього підходу повний переріз σ_t розглядається як сума двох доданків. Перший із них (σ_c) пов'язаний із близькими зіткненнями налітаючих частинок з атомними електронами, тоді як другий (σ_d) — із далекими зіткненнями. Величина σ_c не чутлива до процесу еволюції електромагнітного поля навколо електрона під час його проходження крізь мішень та визначається виразом (1.51), як у безмежному однорідному середовищі. Основну увагу ми приділимо величині σ_d , яка залежить від стану поля навколо електрона і змінюється вздовж його шляху всередині мішені. Переріз σ_d обчислимо на базі методу еквівалентних фотонів, подібно до того, як це робилося для простіших випадків у підрозділі

1.4.

Для того, щоб визначити спектр еквівалентних фотонів у випадку, що розглядається, необхідно обчислити компоненту Фур'є електричного поля навколо електрона всередині кожної фольги мішені. Нехай мішень складається з N паралельних фольг товщиною a , що знаходяться на відстані b одна від одної. Для простоти будемо вважати, що мішень розташована у вакуумі, який, відповідно, займає область між фольгами. Чисельні оцінки буде зроблено для випадку, коли фольги виготовлено з міді. Нехай електрон рухається вздовж осі z зі швидкістю v і нормально перетинає фольги, а ліва поверхня (та, яку електрон перетинає при вльоті всередину фольги) першої фольги на шляху електрона лежить у площині $z = 0$. Всередині кожної з фольг компонента Фур'є власного поля налітаючого електрона з частотою ω може бути представлена у вигляді (1.4):

$$\mathbf{E}_\omega^{\text{pr}}(\mathbf{r}) = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} Q_s e^{i\omega z/v + i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}, \quad (3.23)$$

де $Q_s = 1/(q^2 + \omega_p^2 + \omega^2/\gamma^2)$, ω_p — плазмова частота фольг, $\boldsymbol{\rho}$ — радіус-вектор точки спостереження у площині xy , $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$. Власне поле електрона у вакуумі відповідно має вигляд (1.2). Поле ПВ, що генерується при вльоті частинок у кожну фольгу (яке поширюється всередину фольги), у загальному випадку (при $\gamma \gg 1$) можна подати наступним чином:

$$\mathbf{E}_\omega^{\text{tr}}(\mathbf{r}) = \int d^2q \mathbf{E}'_\omega(\mathbf{q}) e^{i\omega z[1 - (q^2 + \omega_p^2)/2\omega^2] - \mu z/2 + i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}, \quad (3.24)$$

де ми врахували, що $\omega_p \ll \omega$, а також $q \ll \omega$ в діапазоні q , що робить основний внесок в інтеграли (3.23) і (3.24) при $\gamma \gg 1$. Величина μ представляє собою коефіцієнт поглинання енергії рентгенівського випромінювання (поглинання відповідної амплітуди напруженості поля (3.24) описується коефіцієнтом $\mu/2$). Поле ПВ, що генерується при вльоті частинки з фольги, має той самий вигляд, що й (3.24), але з $\omega_p, \mu = 0$. При великих енергіях електронів у

рентгенівському діапазоні частот можна знехтувати ПВ, що випромінюється в напрямку, протилежному до напрямку швидкості електрона.

Послідовне застосування граничних умов для електричного поля на межах поділу вакуум-фольга, які електрон перетинає, із застосуванням (3.23) та (3.24) призводить до наступного виразу для компоненти Фур'є електричного поля навколо електрона всередині n -ї фольги:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\omega^{(n)}(\mathbf{r}) = & \mathbf{E}_\omega^{\text{pr}}(\mathbf{r}) + \frac{ie}{\pi} e^{i\omega(n-1)(a+b)/v} \int d^2q \mathbf{q} (Q_s - Q_v) \\ & \times F(q) e^{i\omega[z-(n-1)(a+b)][1-(q^2+\omega_p^2-i\mu\omega)/2\omega^2]+i\mathbf{q}\rho}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Тут

$$F(q) = 1 - e^{-i\phi_v}(1 - e^{-i\phi_s - \mu a/2}) \frac{e^{-(n-1)[i(\phi_v+\phi_s)+\mu a/2]} - 1}{e^{-[i(\phi_v+\phi_s)+\mu a/2]} - 1}, \quad (3.26)$$

де

$$\phi_v = \frac{\omega b}{2}(\gamma^{-2} + q^2/\omega^2), \quad \phi_s = \frac{\omega a}{2}(\gamma^{-2} + q^2/\omega^2 + \omega_p^2/\omega^2).$$

Підінтегральний вираз у (3.25) є аналогічним до відповідного виразу, отриманого в [305] для поля ПВ у наборі тонких кристалічних пластин (у випадку їх періодичного розташування), але враховує також поглинання ПВ у мішені.

Підставляючи (3.25) у (1.50), можна в решті-решт отримати вираз для спектрального розподілу фотонів навколо налітаючого електрона всередині n -ї фольги, що пов'язаний із полем (3.25):

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\omega} = & \frac{2\alpha}{\pi\omega} \left\{ \ln \frac{q_0}{\sqrt{\omega^2/\gamma^2 + \omega_p^2}} - 1/2 \right. \\ & \left. + e^{-\mu[z-(n-1)(a+b)]} \int_0^\infty dq q^3 (Q_s - Q_v)^2 |F(q)|^2 \right. \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned}
& - 2e^{-\mu[z-(n-1)(a+b)]/2} \int_0^{\infty} dq q^3 (Q_s - Q_v) Q_s \\
& \times \operatorname{Re} \left(e^{-i\omega[z-(n-1)(a+b)][\gamma^{-2}+(q^2+\omega_p^2)/\omega^2]/2} F(q) \right) \Bigg\}.
\end{aligned}$$

Зазначимо, що в даному випадку обмеження інтервалу інтегрування в (1.50) значеннями $\rho > \rho_0$, яким відповідають $q < q_0$, стосується лише доданку $\mathbf{E}_{\omega}^{\text{pr}}$ в (3.25), тоді як інтеграл в (1.50), що містять поле ПВ, добре збігаються і не потребують аналогічних обмежень. Формула (3.27) представляє собою спектр як функцію координати z вздовж шляху електрона всередині мішені. У випадку, що розглядається, n -та фольга займає область $(n-1)(a+b) < z < na + (n-1)b$. Вираз (3.27) показує, що, як правило, потік фотонів навколо електрона змінюється від фольги до фольги. Він також змінюється зі зміною z всередині кожної фольги.

Доданки з першого рядка в (3.27), після їх підстановки до співвідношення (1.49), дають поперечний переріз за умови наявності повноцінного ефекту густини, характерний для високоенергетичної частинки всередині товстої фольги на досить великій відстані від її поверхні [264, 265]. Другий рядок у виразі (3.27) визначає спектральну густину кількості фотонів ПВ у просторі навколо електрона. Решта виразу для $dN/d\omega$ описує інтерференцію власного поля електрона і поля ПВ всередині фольги. У першій фользі мішені, поблизу її лівої поверхні ($z \rightarrow 0$), $dN/d\omega$ спрощується до першого рядка виразу (3.27), але з $\omega_p = 0$. Після підстановки до (1.49) такий спектр фотонів, відповідно до [268, 269], призводить до звичайного перерізу К-іонізації без впливу ефекту густини.

Можна зробити певне спрощення виразу (3.27), яке значно скорочує час чисельних обчислень на його основі. А саме, при $q \gg \sqrt{2\omega/b}$ величина ϕ_v є великою, і функція $F(q)$ стає швидко осцилюючою. Тому в цій області q зазначену функцію можна замінити її середнім значенням. Усереднення $F(q)$ за швидкими осциляціями $e^{-i\phi_v}$ і $e^{-i(n-1)\phi_v}$, природно, дає $\langle F \rangle = 1$, тоді як для

$|F|^2$ в результаті обчислень отримуємо:

$$\langle |F|^2 \rangle = 1 + 4e^{-(n-1)\mu a/2} \left(\text{sh}^2 \frac{\mu a}{4} + \sin^2 \frac{\phi_s}{2} \right) \text{sh} \frac{(n-1)\mu a}{2} / \text{sh} \frac{\mu a}{2}. \quad (3.28)$$

Зазначимо, що у проведеній процедурі усереднення передбачалося, що $e^{-i\phi_s}$ є функцією, яка повільно змінюється у порівнянні з $e^{-i\phi_v}$ через те, що $a \ll b$, що зазвичай має місце на практиці. Крім того, аналіз (див. секцію 3.3.2) показує, що в багат шарових мішенях іонізація К-оболонки найбільш інтенсивно відбувається, коли $a \sim 2\pi\omega_K/\omega_p^2$, тоді як значення ω , що роблять внесок у (1.49), мають порядок ω_K . Внесок в інтегралі у виразі (3.27) роблять значення q , що задовольняють умові $q < \omega_p$. З вищезазначеного випливає, що типові значення ϕ_s в (3.26) та (3.28) за порядком величини дорівнюють одиниці, і усереднення за осциляціями $e^{-i\phi_s}$ робити, взагалі кажучи, не можна.

Таким чином, у чисельних розрахунках на основі (3.27) при $q \gg \sqrt{2\omega/b}$ можна використовувати відповідні усереднені значення $\langle F \rangle = 1$ і $\langle |F|^2 \rangle$ у формі (3.28) замість F і $|F|^2$. Для менших q слід використовувати неусереднені значення цих величин. При $b \gg \omega/\omega_p^2$, що зазвичай має місце на практиці, значення $q \gg \sqrt{2\omega/b}$ займають основну частину ефективного проміжку інтегрування ($0 < q < \omega_p$), і вищезазначене усереднення дозволяє помітно скоротити час обчислення. Якщо інтервал b між фольгами перевищує довжину формування ПВ у вакуумі $l_F \sim 2\gamma^2/\omega$, область $q \lesssim \sqrt{2\omega/b}$, де усереднення F і $|F|^2$ не є можливим, робить дуже малий внесок в інтегралі в (3.27). У цьому випадку усереднені значення величин, що обговорюються, можна застосовувати на всьому проміжку інтегрування за q .

Для обчислення середнього перерізу іонізації в багат шаровій мішені необхідно усереднити вираз (3.27) за z всередині кожної фольги і далі виконати усереднення отриманого виразу за всіма фольгами мішені (тобто за n). В

результаті отримуємо:

$$\frac{d\bar{N}}{d\omega} = \frac{2\alpha}{\pi\omega} \left\{ \ln \frac{q_0}{\sqrt{\omega^2/\gamma^2 + \omega_p^2}} - 1/2 + \frac{1 - e^{-\mu a}}{\mu a} \int_0^\infty dq q^3 (Q_s - Q_v)^2 G(q) \right. \\ \left. - \frac{4}{a} \int_0^\infty dq q^3 (Q_s - Q_v) Q_s \operatorname{Re} \left(\frac{1 - e^{-a[\mu + i\omega(\gamma^{-2} + (q^2 + \omega_p^2)/\omega^2)]/2}}{\mu + i\omega(\gamma^{-2} + (q^2 + \omega_p^2)/\omega^2)} S(q) \right) \right\}, \quad (3.29)$$

де

$$G(q) = 1 + \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{\mu a}{4} + \sin^2 \frac{\phi_s}{2}}{\operatorname{sh}^2 \frac{\mu a}{4} + \sin^2 \frac{\phi_s + \phi_v}{2}} [1 + f(\mu a) - f(\mu a/2 - i(\phi_s + \phi_v))] \\ - f(\mu a/2 + i(\phi_s + \phi_v))] - 2\operatorname{Re}(1 - S(q)), \quad (3.30)$$

$$S(q) = 1 - \frac{e^{-i\phi_v}(1 - e^{-i\phi_s - \mu a/2})}{e^{-i(\phi_v + \phi_s) - \mu a/2} - 1} [f(\mu a/2 + i(\phi_s + \phi_v)) - 1], \quad (3.31)$$

$$f(x) = \frac{e^{-Nx} - 1}{N(e^{-x} - 1)}.$$

Аналогічне усереднення за швидкими осциляціями $e^{-i\phi_v}$, як у формулі (3.27), можна виконати також і у виразі (3.29). У результаті для значень $q \gg \sqrt{2\omega/b}$ (або для довільного q у випадку $b > l_F$) величина $S(q)$ перетворюється на одиницю, тоді як $G(q)$ набуває вигляду:

$$\langle G(q) \rangle = 1 + 2 \frac{\operatorname{sh}^2[\mu a/4] + \sin^2[\phi_s/2]}{\operatorname{sh}[\mu a/2]} (1 - f(\mu a)). \quad (3.32)$$

Зауважимо, що вирази (3.30), (3.31) та (3.32) є дійсними для довільних N і a . У випадку, якщо сукупна товщина мішені $Na \gg \mu(\omega)^{-1}$ (ця умова повинна бути виконана для усіх ω , що роблять внесок в інтеграл у (1.49)) і $N \gg 1$, усіма функціями f у цих виразах можна знехтувати.

3.3.2. Ефект збільшення середньої величини перерізу іонізації

У цій секції представлено результати чисельних оцінок перерізу іонізації К-оболонок у багатошарових мішенях на основі отриманих виразів. Ми будемо розглядати середній переріз $\bar{\sigma}_d$ у мішені, що визначається формулами (1.49) та (3.29). Як приклад, дослідимо випадок мішені з мідних фольг та енергії налітаючого електрона $\epsilon = 5$ ГеВ, коли виконаною є умова $\gamma \gg \omega_K/\omega_p$. Числові значення σ_{ph}^K можна отримати, наприклад, на основі даних про довжини поглинання фотонів μ^{-1} , представлених у [270] (див. деталі у підрозділі 1.4). Для міді $\hbar\omega_K \approx 8.979$ кеВ. Завдяки досить швидкому зменшенню σ_{ph}^K зі збільшенням ω саме частоти порядку ω_K роблять основний внесок в інтеграл у формулі (1.49). Для чисельних оцінок обмежимо область інтегрування в цій формулі значенням $\hbar\omega_{\max} = 30$ кеВ, що дозволяє врахувати майже всю іонізацію К-оболонок, яку здійснює налітаючий електрон.

Показовим є розгляд середнього перерізу $\bar{\sigma}_d$ у багатошаровій мішені з фіксованою сукупною товщиною $L = aN$ (без урахування проміжків між фольгами), але змінними іншими параметрами, такими як кількість фольг N , із яких вона складається, та відстань b між ними. Рис. 3.9 показує залежність $\bar{\sigma}_d$ від інтервалу між фольгами для чотирьох різних кількостей фольг N у мішені. Відстань b на графіку змінюється приблизно від мікрона до декількох значень $l_F = 2\gamma^2/\omega_K$ довжини формування ПВ у вакуумі в напрямку вздовж швидкості електрона при мінімальній частоті $\omega = \omega_K$, що робить внесок у (1.49). Товщина мішені L дорівнює $35\mu^{-1}(\omega_K)$, де довжина поглинання фотонів із частотою ω_K становить $\mu^{-1}(\omega_K) \approx 4$ мкм. Значення L обрано таким, що перевищує довжину поглинання $\mu^{-1}(\omega_{\max}) \approx 106$ мкм при максимальній частоті, яку ми враховуємо при обчисленнях на основі (1.49). Довжина формування ПВ усередині фольги в напрямку вздовж швидкості електрона при $\omega = \omega_K$ є в кілька разів меншою за $\mu^{-1}(\omega_K)$ і дорівнює $l_s = 2\omega_K^{-1}/(\gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega_K^2) \approx 1$ мкм. Таким чином, якщо мішень є суцільною пластиною товщиною L і не розділена на фольги, середній

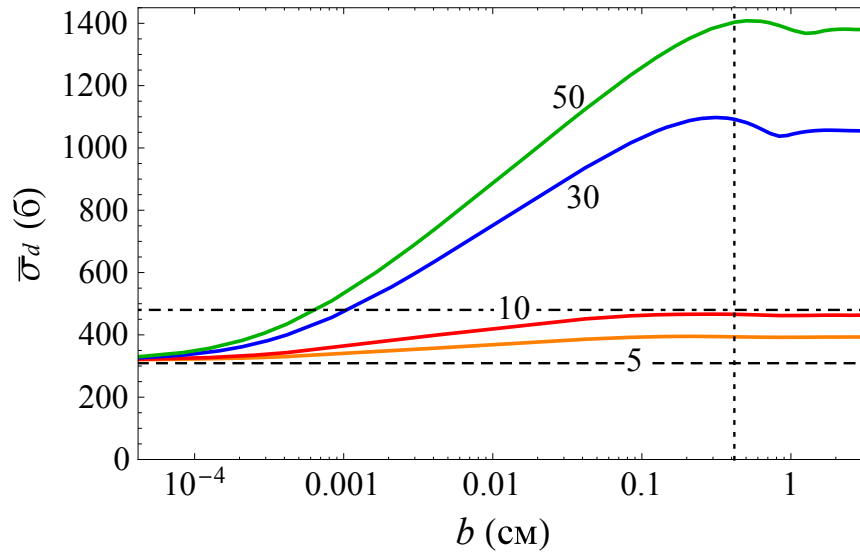


Рис. 3.9. Залежність середнього перерізу іонізації К-оболонки (внаслідок далеких зіткнень) у мідній багатошаровій мішені від інтервалу між фольгами для різної кількості фольг у мішені (відповідне число N вказано біля кожної кривої). Загальна товщина мішені $L \approx 141$ мкм $\approx 1.33\mu^{-1}(\omega_{\max})$, енергія налітаючого електрона становить 5 ГеВ. Штрихова лінія — переріз за умови повноцінного прояву ефекту густини; штрих-пунктирна лінія — переріз за відсутності ефекту густини. Вертикальна лінія позначає величину $b = l_F$.

переріз всередині неї майже дорівнює такому, що має місце за умов повноцінного прояву ефекту густини (штрихова лінія на графіку), що визначається першими двома доданками в (3.29). У свою чергу, переріз у тонкому приповерхневому шарі такої мішені (при $z \ll l_s$), відповідно до [268, 269], демонструє повну відсутність ефекту густини (штрих-пунктирна лінія на графіку).

Загалом, рис. 3.9 демонструє, що середній переріз К-іонізації високоенергетичними електронами в багатошаровій мішені не визначається однозначно матеріалом фольг та енергією електрона. Він суттєво залежить від кількості фольг, на які розділено мішень. Більше того, при $b < l_F$ для процесу іонізації К-оболонки мають місце ефекти довжини формування, подібні до таких ефектів у перехідному випромінюванні в багатошарових радіаторах [8, 96]. У цій області переріз логарифмічно зростає зі збільшенням b . На рис. 3.9 також видно, що при великих N (і, відповідно, малих a), коли вплив ПВ на $\bar{\sigma}_d$ є найбільш суттєвим, зі збільшенням b криві проходять через невеликий максимум перед виходом

на постійне асимптотичне значення. Як зазначалося в підрозділі 3.2, така поведінка є характерною для інтенсивності ПВ у багатошарових мішенях при $b \sim l_F$. Ці максимуми є залишками набагато більшого максимуму в залежності спектрально-кутової густини ПВ від b , що виникає внаслідок конструктивної інтерференції внесків окремих фольг (див. рис. 3.8). Такий максимум майже (а іноді й повністю) зникає внаслідок інтегрування цієї густини за кутом спостереження, що в нашому випадку відповідає інтегруванню за q . Зазначимо також, що значення $\bar{\sigma}_d$ при $N = 5$ очікувано є близьким до значення перерізу за умов повноцінного прояву ефекту густини (пунктирна лінія), оскільки в цьому випадку товщина a фольг все ще помітно перевищує довжину поглинання ПВ при $\omega = \omega_K$ (а саме, $a\mu(\omega_K) = 7$).

Однією з найцікавіших особливостей $\bar{\sigma}_d$, як видно з рис. 3.9, є те, що зі збільшенням кількості фольг у мішені (при фіксованому L) та відстані між ними $\bar{\sigma}_d$ стає більшим, ніж переріз за відсутності ефекту густини. Таке зростання перерізу відбувається завдяки тому, що в даному випадку довжина поглинання фотонів μ^{-1} помітно перевищує довжину формування ПВ l_s всередині фольг (зауважимо, що різниця між цими довжинами зростає зі збільшенням ω). Цей ефект є найбільш вираженим, якщо товщина фольги a є більшою за l_s і одночасно $a \lesssim \mu^{-1}$ (як наприклад, при $N = 50$ на рис. 3.9). У цьому випадку поле ПВ, що генерується при вльоті електрона в першу фольгу мішені, стає повністю відокремленим від власного поля частинки до моменту її вильоту з цієї фольги (оскільки $a > l_s$), але майже не послабленим внаслідок поглинання (оскільки $a \lesssim \mu^{-1}$). Таким чином, на момент перетину правої поверхні фольги електрон може знову генерувати ПВ, яке не буде пригнічуватися внаслідок деструктивної інтерференції з ПВ від лівої поверхні цієї фольги (що мало б місце, якби було $a < l_s$). Отже, електрон падає на другу фольгу разом із двома майже повноцінними полями ПВ, що були утворені на кожній із поверхонь першої фольги (більше того, ці поля можуть конструктивно інтерферувати одне з одним). Налітаючи на третю фольгу, частинка супроводжується чотирма

полями ПВ з попередніх фольг тощо. Максимальна («стаціонарна») кількість фольг N_{eff} , які роблять внесок у сумарне поле ПВ (яке можна наближено вважати таким, що не послаблено внаслідок поглинання), що супроводжує електрон всередині мішені, можна природно оцінити як $N_{\text{eff}} \sim (\mu a)^{-1}$. Таке накопичення фотонів ПВ (які також є джерелом іонізації К-оболонки разом із власним полем електрона) у просторі навколо електрона призводить до збільшення перерізу іонізації.

Наведені вище міркування можна найбільш чітко проілюструвати за допомогою виразу (3.32). У випадку, якщо поглинанням ПВ можна знехтувати в межах усієї мішені ($\mu Na \ll 1$), він набуває вигляду:

$$\langle G(q) \rangle = 1 + 2(N - 1) \sin^2(\phi_s/2), \quad (3.33)$$

який свідчить про лінійне зростання внеску ПВ³ до $d\bar{N}/d\omega$ (третій доданок у формулі (3.29)) зі збільшенням N . У більш реалістичному випадку поглинання обмежує таке лінійне зростання при $N \sim N_{\text{eff}}$. Зауважимо, що N_{eff} може суттєво змінюватися зі зміною ω в межах інтервалу, який робить внесок у (1.49).

Рис. 3.10 показує залежність перерізу від кількості фольг у мішені, коли її сукупна товщина є фіксованою. Тут наведено результати для двох значень сумарної товщини мішені, одне з яких відповідає такому значенню на рис. 3.9, а інше — товщині $L = 5\mu^{-1}(\omega_K) \approx 20$ мкм, яка лише в декілька разів перевищує довжину поглинання ПВ при мінімальній частоті $\omega = \omega_K$, що робить внесок у (1.49). Наразі ми розглядаємо випадок $b \gtrsim l_F$, коли переріз набуває максимального значення для кожного N . Представлені тут результати отримано з використанням асимптотичної форми виразу (3.29), в якій усереднені значення $G(q)$ і $S(q)$ застосовуються на всьому проміжку інтегрування за q . Строго кажучи, ця форма є дійсною при $b \gg l_F$. Однак, як видно з рис. 3.9, у випадку, що розглядається, $\bar{\sigma}_d$ стає дуже близьким до свого асимптотичного значення вже при $b \approx l_F$ або навіть менших значеннях

³Якщо вважати a і, відповідно, ϕ_s фіксованими, а L — таким, що зростає зі збільшенням N .

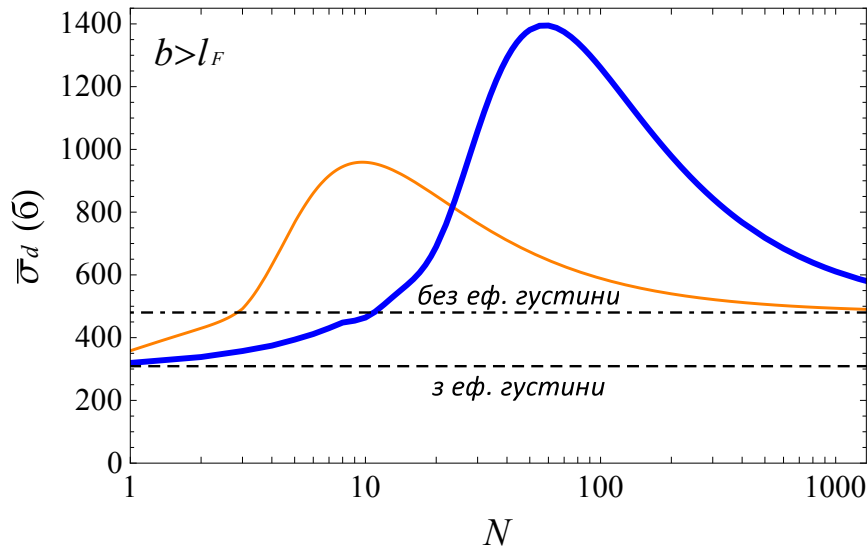


Рис. 3.10. Залежність $\bar{\sigma}_d$ у багатошаровій мідній мішені фіксованої сукупної товщини $L \approx 141$ мкм (товста крива) та $L \approx 20$ мкм (тонка крива) від кількості фольг у ній при $b > l_F$. Енергія налітаючого електрона становить 5 ГеВ. Штрихова та штрих-пунктирна лінії — те ж саме, що й на рис. 3.9.

інтервалу між фольгами (те саме стосується й випадків із $N > 50$, які не представлено на зазначеному рисунку). Отже, з досить високою точністю асимптотична форма виразу (3.29), що використовується, є дійсною, починаючи з $b \sim l_F$. Для таких b загальна довжина L_t мішені, в якій враховано також інтервали між фольгами, визначається, в першу чергу, саме цими інтервалами і може бути оцінена як $L_t \approx (N - 1)b$ (для $N \geq 2$). Наприклад, можна обрати $b = l_F$. Тоді довжина мішені становитиме близько 20 см при кількості фольг $N = 50$ (при такому N , згідно з рис. 3.10, $\bar{\sigma}_d$ є близьким до свого максимального значення при $L \approx 141$ мкм).

Для малих N і великих a величина $\bar{\sigma}_d$ є близькою до перерізу, пригніченого ефектом густини, що характерно для товстих фольг. У протилежному випадку великих N і малих a величина $\bar{\sigma}_d$ очікувано наближається до звичайного перерізу, на який не впливає ефект густини, що характерно для надтонких фольг, а також ділянок у безпосередній близькості до поверхні фольги (крізь яку частинка потрапляє всередину фольги) довільної товщини. Найцікавішою особливістю залежностей, наведених на рис. 3.10, є те, що вони не монотонні та

мають яскраво виражений максимум. Значення $\bar{\sigma}_d$ у цьому максимумі в кілька разів перевищує переріз за відсутності ефекту густини. Максимум відповідає товщині фольги $a = L/N$, близькій до $\pi l_s(\omega_K)$, що в нашому випадку становить близько 3 мкм. При такому a для $q \ll \omega_p$ маємо $\phi_s = \pi$ (аргумент відповідного синуса у виразах (3.32) та (3.33) при цьому дорівнює $\pi/2$), що визначає умову найбільш конструктивної інтерференції між полями ПВ від лівої та правої поверхонь кожної фольги.

Зі збільшенням енергії електрона відношення $\bar{\sigma}_d$ у максимумі до перерізу за відсутності ефекту густини монотонно зростає (обидві ці величини зростають зі збільшенням енергії), якщо зберігається умова $b > l_F(\omega_K)$. Наприклад, при $L \approx 141$ мкм зі зростанням енергії електрона від 1 до 100 ГеВ це відношення змінюється від 2.1 до 4. Однак при дуже високих енергіях, з технічної точки зору, має бути проблематичним виконати умову $b > l_F$ через великі значення l_F (при 100 ГеВ ця величина перевищує 1.5 м). При таких енергіях може бути неминучим проведення вимірювань при $b \ll l_F$, де вищезгадане відношення є меншим за рахунок ефектів довжини формування.

Рис. 3.11 демонструє залежність максимального значення $\bar{\sigma}_d$ від кількості фольг у мішені. У даному випадку сукупна товщина мішені L не є фіксованою та визначається величиною N і товщиною фольги a . Для кожного N значення a вибирається таким, при якому $\bar{\sigma}_d$ є максимальним. Це оптимальне значення a майже не залежить від N при $N \gg 1$ і є трохи меншим за $2\pi\omega_K/\omega_p^2 \approx 3$ мкм. Таким чином, у розглянутому випадку сукупна товщина мішені L зростає майже лінійно зі збільшенням N . З рис. 3.11 видно, що $\bar{\sigma}_d$ не насичується при малих N порядку $(\mu(\omega_K)a)^{-1} \approx 1.5$, як можна очікувати, але продовжує своє монотонне зростання при більших N . Це відбувається завдяки внеску в (1.49) фотонів ПВ з $\omega > \omega_K$, які мають довжину поглинання більшу, ніж $\mu(\omega_K)^{-1}$.

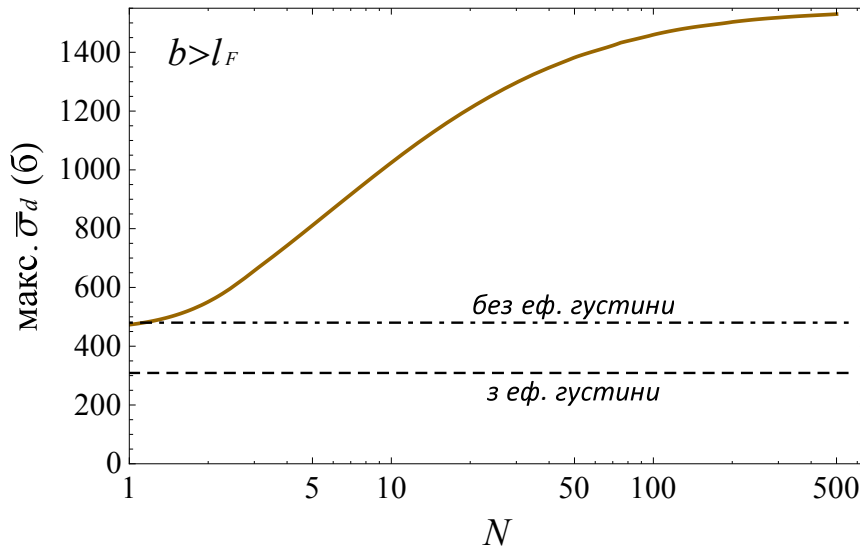


Рис. 3.11. Залежність максимального значення $\bar{\sigma}_d$ від кількості фольг у мішені. L не є фіксованим і залежить від N та від товщини фольг a , яка обирається оптимальною для кожного N . Відстань між фольгами є $b > l_F$. Енергія налітаючого електрона становить 5 ГеВ. Штрихова та штрих-пунктирна лінії — те ж саме, що й на рис. 3.9.

3.3.3. Характеристичне рентгенівське випромінювання у багатопаровій мішені

Кількість фотонів ХРВ, що випромінюються при русі електрона в багатопаровій мішені, можна оцінити на основі виразів (1.49) та (1.51) з $dN/d\omega$ у вигляді (3.27). Кутову густину кількості фотонів, що випромінюються зі всієї мішені, можна подати наступним чином:

$$\frac{dN_{\text{CXR}}}{d\omega} = \frac{n_a w_f}{4\pi} \sum_{n=1}^N \int_0^a d\xi \sigma_t^{(n)}(\xi) g^{(n)}(\xi, \vartheta), \quad (3.34)$$

де w_f — фактор флуоресценції К-оболонки, що визначає ймовірність випромінювання фотонів у результаті заповнення вакансії на іонізованій оболонці. Для міді $w_f \approx 0.44$. Також $\xi = z - (n-1)(a+b)$, тоді як $\sigma_t^{(n)}(\xi)$ дорівнює $\sigma_t(z)$ всередині n -ї фольги. Функція $g^{(n)}(\xi, \vartheta)$ враховує поглинання ХРВ у n -й фользі, де воно генерується, та в усіх фольгах, які це випромінювання проходить

на шляху до детектора. За допомогою ϑ ми позначаємо кут між напрямком спостереження і напрямком, протилежним до напрямку швидкості електрона. Нехай кожна фольга має форму кола з радіусом R . Якщо випромінювання розглядається у задній півкулі щодо швидкості електрона ($\vartheta < \pi/2$), то для $g^{(n)}(\xi, \vartheta)$ отримуємо:

$$\begin{aligned}
g^{(n)}(\xi, \vartheta) &= \exp(-\mu\xi/\cos\vartheta) \exp(-\text{Int}[R/btg\vartheta]\mu a/\cos\vartheta) \\
&\times H(n-1-\text{Int}[R/btg\vartheta]+\varepsilon) \\
&+ \exp(-\mu\xi/\cos\vartheta) \exp(-(n-1)\mu a/\cos\vartheta) \\
&\times H(\text{Int}[R/btg\vartheta]-n+\varepsilon).
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Тут $H(x)$ — ступінчаста функція Хевісайда, а ε — довільне число з проміжку $(0,1)$, яке забезпечує те, що $H(x+\varepsilon)$ дорівнює одиниці при $x=0$. $\text{Int}[x]$ позначає цілу частину величини x . Якщо випромінювання розглядається в передній півкулі ($\vartheta > \pi/2$), вираз (3.35) все ще є дійсним за умови, що в ньому виконано наступні заміни: $\xi \rightarrow a - \xi$, $n \rightarrow N - n + 1$ та $\vartheta \rightarrow \pi - \vartheta$.

ХРВ, що виникає в результаті рекомбінації атомних К-оболонки в мідних фольгах можна наближено розглядати як таке, що складається з двох монохроматичних ліній K_α і K_β . Через відносно невелику різницю між частотами цих ліній, а також через відносно невеликий внесок лінії K_β в загальний вихід ХРВ у міді (приблизно 0.14 від K_α [309]), ми будемо брати коефіцієнт поглинання $\mu(\omega)$ в (3.35) при частоті лінії K_α : $\hbar\omega_{K_\alpha} \approx 8.05$ кеВ. Насправді, це енергія лінії $K_{\alpha 1}$, що домінує в дублеті ліній $K_{\alpha 1}$ і $K_{\alpha 2}$. Цей дублет ми наразі розглядаємо як єдину лінію через дуже малу різницю між енергіями $\hbar\omega_{K_{\alpha 1}}$ і $\hbar\omega_{K_{\alpha 2}}$ (близько 20 еВ). Для довжини поглинання ХРВ у цьому випадку маємо $\mu^{-1} \approx 22$ мкм.

Рис. 3.12 демонструє кутовий розподіл ХРВ, що генерується електронами з енергією 5 ГеВ у багатошаровій мішені сукупної товщини $L = 35\mu^{-1}(\omega_K) \approx 141$ мкм за умов, коли $\bar{\sigma}_d$ є близьким до свого максимального значення ($a \approx 2\pi\omega_K/\omega_p^2$ і $b \sim l_F$). Відмінність кутового розподілу ХРВ від сферично-

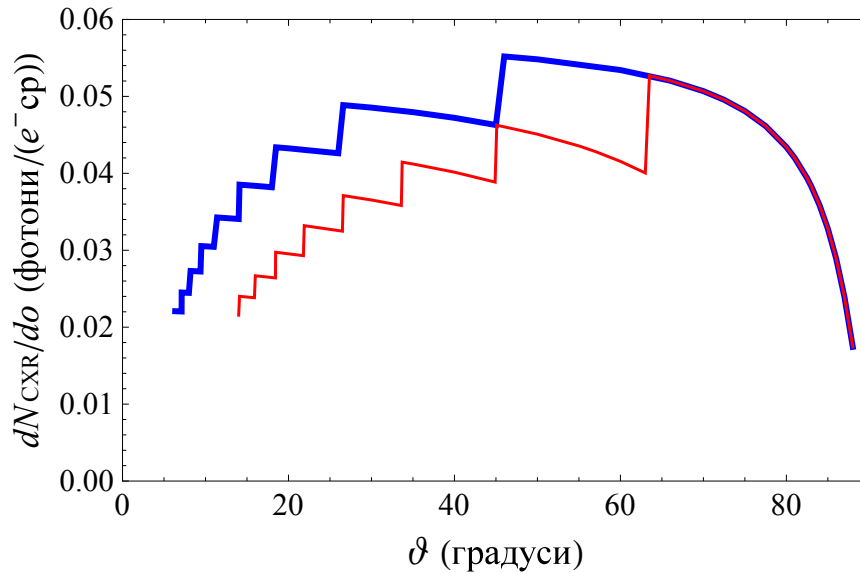


Рис. 3.12. Кутювий розподіл ХРВ від багатшарової мідної мішені з $N = 50$, $a \approx 2.8$ мкм і $R = 0.5$ см. Товста крива — $b = 0.5$ см, тонка крива — $b = 0.25$ см. Енергія налітаючого електрона становить 5 ГеВ.

симетричного, що пов'язана з функцією $g(\xi, \vartheta)$, обумовлена поглинанням випромінювання у фольгах, крізь які йому потрібно пройти, щоб залишити мішень. Кожен «стрибок» інтенсивності випромінювання, що відбувається при $\vartheta = \arctg(R/kb)$, де k є цілим додатним числом, спричинений новою фольгою, яка з'являється на шляху фотонів зі зменшенням ϑ .

Зі збільшенням кількості фольг у мішені, якщо a залишається близьким до свого оптимального значення $2\pi\omega_K/\omega_p^2$ і $b \sim l_F$, для широкої області значень ϑ (за винятком таких, що є близькими до 0 і π) кутюва густина ХРВ dN_{CXR}/do зростає приблизно пропорційно до $N\bar{\sigma}_d$ (зростання $\bar{\sigma}_d$ в цьому випадку представлено на рис. 3.11). Це відбувається завдяки тому, що для таких ϑ випромінюванню потрібно перетнути досить невелику кількість фольг, щоб полишити мішень, і збільшення N понад цію кількість не збільшує вплив, що його здійснює на це випромінювання поглинання всередині фольг.

Згідно з рис. 3.12, при $b = 0.5$ см максимальна кількість фотонів випромінюється у напрямку $\vartheta \approx 50^\circ$. Якщо розглянути нормальне падіння електрона на одну фольгу тієї ж товщини, що й ціла мішень (тобто з $a \approx 141$ мкм), або будь-якої іншої товщини, що задовольняє умові $a \gg \mu^{-1}(\omega_{K\alpha})$, для того ж кута

ϑ можна отримати густину фотонів $dN_{\text{CXR}}^{(1)}/do \approx 0.0017$ фотони/(e^- ср). Цей результат можна отримати з використанням загальних виразів (1.49), (3.27), (1.51) та (3.34), поклавши тут $n = N = 1$. Таким чином, ми бачимо, що завдяки ефекту збільшення $\bar{\sigma}_d$ (рис. 3.10), що обговорювався вище, а також за рахунок меншого поглинання випромінювання, у багатошаровій мішені можна отримати значне підвищення інтенсивності ХРВ порівняно з такою інтенсивністю в одній фользі тієї ж сукупної товщини. Зокрема, за розглянутих умов $(dN_{\text{CXR}}/do)/(dN_{\text{CXR}}^{(1)}/do) \approx 32$.

Порівняння інтенсивностей ХРВ і ПВ у багатошарових мішенях. З точки зору питання про можливість використання ХРВ у багатошарових мішенях у якості джерела монохроматичних фотонів, представляє інтерес порівняння інтенсивності ХРВ у випадку, що обговорюється, з інтенсивністю інших типів рентгенівського випромінювання у багатошарових мішенях. Далі ми проведемо порівняння інтенсивності випромінювання, яке можна отримати з радіатора на базі ХРВ із такою інтенсивністю для радіаторів на базі перехідного випромінювання, які широко використовуються для отримання вузько колімованих пучків рентгенівських фотонів, а також для реєстрації та ідентифікації заряджених частинок високих енергій. Зазначимо, що однією з відмінностей ХРВ від ПВ є однорідність його кутового розподілу (якщо знехтувати поглинанням випромінювання у мішені). Рентгенівське ж ПВ ультрарелятивістських частинок є сильно сконцентрованим навколо напрямку їх швидкості. Таким чином, багатошарові випромінювачі, засновані на механізмі ПВ, можуть забезпечити набагато вищу кутову густину випромінювання, ніж відповідний багатошаровий радіатор на базі ХРВ. Втім, проведений нижче аналіз демонструє, що навіть якщо вихід ХРВ з багатошарової мішені інтегрувати за досить малим тілесним кутом (тобто отримувати достатньо колімований пучок фотонів), він все ж може бути близьким до виходу (у вузькому діапазоні частот), типового для радіаторів на базі ПВ.

Інтенсивність ХРВ будемо обчислювати за умов, що відповідають

рис. 3.12 (випадок $b = 0.5$ см і ϑ поблизу 50°). І для ХРВ, і для ПВ будемо розглядати мішені, що містять однакову кількість фольг (а саме $N = 50$), тобто оцінки буде виконано для однакових розмірів мішеней. Будемо вважати, що інтервал b між фольгами перевищує довжину формування l_F , яка за умов, що розглядаються, становить близько декількох міліметрів, щоб уникнути пригнічення випромінювання через ефекти довжини формування. Варто однак зауважити, що зі зменшенням b інтегральні інтенсивності як ХРВ, так і ПВ зменшуються досить повільно, слідуючи логарифмічній залежності, як на рис. 3.9. Таким чином, зменшення b до значень, у кілька разів менших за l_F , суттєво не змінює інтенсивність.

У якості типового прикладу радіатора на базі ПВ розглянемо мішень із 50 тонких алюмінієвих фольг. Спектральну густину випромінювання $dN/d\omega$ у цьому випадку можна обчислити на основі виразу (1.26). Товщину фольг оберемо такою, що дорівнює 10 мкм, що відповідає найбільшому значенню інтенсивності ПВ у максимумі його спектра, який наразі має місце при $\hbar\omega \approx 12$ кеВ. Нехай, як і раніше, енергія електрона становить 5 ГеВ. Оскільки ХРВ є монохроматичним випромінюванням, з практичної точки зору, має сенс порівнювати його не з «чистим» ПВ від радіатора, що має широкий спектр, а з монохроматичним випромінюванням, яке можна отримати з використанням такого радіатора. На практиці така монохроматизація ПВ часто досягається шляхом його подальшої бреггівської дифракції на монокристалі. Як приклад, будемо розглядати дифракцію ПВ на площинах (111) кристала кремнію, орієнтованого таким чином, що умова Брегга виконується для енергії фотона поблизу 12 кеВ (частота Брегга), що відповідає максимуму спектра ПВ. Для цього поверхня кристала повинна становити кут $\theta_B \approx 9.5^\circ$ (кут Брегга) зі швидкістю електрона (площина (111) вважається паралельною до цієї поверхні). У цьому випадку кількість фотонів дифрагованого ПВ можна оцінити з використанням

виразу (1.33) як

$$N_{\text{DTR}} = \int d\omega R(\omega) \frac{dN_{\text{TR}}}{d\omega} = \frac{16}{3} \left(\frac{\omega_B}{cg} \right)^2 |\chi_g| P \omega_B \left(\frac{dN_{\text{TR}}}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_B}, \quad (3.36)$$

де, для зручності, збережено швидкість світла c . Далі ми будемо нехтувати невеликою варіацією частоти Бреґга ω_B зі зміною кута спостереження в області кутів, яка охоплює більшу частину випромінених фотонів. За умов, що розглядаються ($\theta_B \ll 1$), поляризаційний фактор P можна замінити на одиницю. Для вибраного набору кристалографічних площин кристала кремнію коефіцієнт перед $\omega_B dN_{\text{TR}}/d\omega$ в (3.36) дорівнює 1.77×10^{-4} , та для кількості фотонів дифрагованого ПВ отримуємо $N_{\text{DTR}} \approx 1.5 \times 10^{-4}$ фотони/ e^- . Інтегрування ПВ, що падає на кристал, за кутами проведено тут у межах області кутів $(0, \omega_p/\omega_B)$ щодо швидкості електрона, яка включає майже всі випромінені фотони (наразі ω_p представляє собою плазмову частоту алюмінієвих фольг, $\hbar\omega_p \approx 32.86$ кеВ). Таким чином, обчислена кількість фотонів випромінюється всередині конуса з кутом розкриття $2\omega_p/\omega_B \approx 0.3^\circ$. Зауважимо між іншим, що в даному випадку загальна кількість фотонів ПВ, які випромінюються радіатором в області енергій від 5 до 40 кеВ (цей інтервал охоплює основну частину спектра випромінених фотонів), приблизно дорівнює одиниці, що є характерним значенням для розглянутого типу радіаторів.

Як зазначалося, ХРВ не є таким вузько спрямованим випромінюванням, як ПВ, і має набагато меншу кутову густину. Втім, у багатосаровій мішені можна отримати вихід фотонів ХРВ, близький до такого виходу з радіатора на базі ПВ (після розглянутої монохроматизації цього випромінювання), навіть у межах досить малого тілесного кута. Наприклад, за умов, характерних для рис. 3.12, при $\vartheta \approx 50^\circ$ така сама кількість 1.5×10^{-4} фотонів ХРВ у розрахунку на один електрон, як і оцінена вище величина N_{DTR} , відповідає куту розкриття близько 3° . Це забезпечує можливість застосовувати ХРВ високоенергетичних частинок у багатосарових мішенях як джерело рентгенівських фотонів, подібно

до ПВ. Перевагою такого джерела є широкий кутовий розподіл випромінювання. Завдяки цьому, в даному випадку фотони можна реєструвати в широкому діапазоні напрямків, а відповідне обладнання не потрібно ретельно орієнтувати.

Інший спосіб отримання монохроматичного випромінювання на основі багат шарового радіатора полягає в тому, щоб дозволити ПВ (разом з електронами, які його генерують) падати на фольгу, розташовану за радіатором, і генерувати на ній ХРВ. Це відповідає підходу, що застосовувався в роботі [263], де автори реєстрували ХРВ із мідної фольги товщиною 25 мкм, що створювалося електронами, які попередньо перетинали дві тонкі (3.26 мкм) мідні фольги, генеруючи ПВ. Втім, для великої кількості фольг у мішені, де генерується ПВ, цей підхід призводить до помітно меншої інтенсивності ХРВ, ніж той, що ми розглядали в даній секції (коли ПВ і ХРВ генеруються в одній і тій самій багат шаровій мішені). Це пов'язано з тим, що в радіаторі з великою кількістю фольг, через поглинання, лише частина цих фольг біля краю радіатора (того, що є ближчим до фольги, на якій генерується ХРВ) робить внесок у ПВ, що виходить з радіатора і потрапляє на фольгу. У випадку ж, коли ХРВ генерується в багат шаровій мішені, всі фольги роблять внесок у сумарну інтенсивність випромінювання. Наприклад, розглянемо таку саму мішень, як і раніше (50 мідних фольг товщиною 2.8 мкм, розділених інтервалами 0.5 см одна від одної), у якості джерела ПВ і оцінимо кутову густину ХРВ, що виникає, коли ПВ, яке генерується в ній електронами з енергією 5 ГеВ, падає на мідну фольгу товщиною $a \gg \mu^{-1}(\omega_{K\alpha})$. Підставляючи відповідний спектр ПВ до виразу (1.49), враховуючи його поглинання всередині фольги та використовуючи вираз (3.34) з $N = 1$ (де наразі слід покласти $\sigma_d = \sigma_t$), при $\vartheta = 50^\circ$ отримуємо $dN_{\text{CXR}}^{(1)}/do \approx 0.0046$ фотони/(e^- ср), де ми також врахували внесок від самого електрона, обчислений вище. Це значення⁴ є більш ніж у десять разів меншим

⁴Зазначимо також, що для параметрів джерела ПВ із двох тонких пластинок та товщої фольги, на якій генерується ХРВ, що розглядалися в [263], результат нашого розрахунку середнього перерізу іонізації К-оболонки у фользі добре збігається з відповідними результатами (теоретичним та експериментальним), наведеними в зазначеній роботі. Цей переріз приблизно на 8 % перевищує звичайне значення перерізу для налітаючого електрона (за відсутності додаткового джерела ПВ) без впливу ефекту густини.

за те, що наведено на рис. 3.12 для того самого ϑ .

Висновки до розділу 3

Результати досліджень, представлених у даному розділі опубліковано в статтях [6–9]. Серед основних результатів у якості висновків можна виділити наступні:

- Теоретично досліджено проблему вимірювання характеристик перехідного випромінювання ультрарелятивістських електронів у міліметровому діапазоні довжин хвиль у ближній зоні з використанням фокуруючого параболічного дзеркала. Отримано точні та спрощені наближені вирази для спектрально-кутового розподілу випромінювання, що його реєструє точковий детектор, розташований у фокусі дзеркала, при довільному розмірі дзеркала та його положенні відносно мішені, на якій генерується випромінювання.

- Проведено узагальнення теорії рентгенівського перехідного випромінювання електронів високих енергій у багатошарових періодичних мішенях на випадок, коли на мішень налітає не окрема частинка, а пучок із аксіально симетричним розподілом густини частинок. Виведено вирази для спектральної густини такого випромінювання при довільному поперечному розподілі електронів у налітаючому пучку та довільному розмірі активної області детектора випромінювання. Отримані вирази достатньо добре описують результати відповідних експериментальних вимірювань. Передбачено ефект різкого посилення інтенсивності випромінювання при певному періоді мішені за умов вузької колімації пучка випромінених фотонів. Отримано умови для найбільш суттєвого прояву такого ефекту.

- Побудовано аналітичний опис процесу іонізації атомних К-оболонки та спричиненого ним характеристичного рентгенівського випромінювання при проходженні електронів високих енергій крізь багатошарові періодичні мішені.

Показано, що за умов, коли відстань b між сусідніми фольгами, з яких складається мішень, є меншою за довжину формування, середнє значення перерізу іонізації К-оболонок $\bar{\sigma}_t = \bar{\sigma}_d + \sigma_c$ логарифмічно зростає зі збільшенням b . Завдяки цьому, відповідний вихід ХРВ не визначається однозначно матеріалом мішені та її сукупною товщиною, а залежить від кількості фольг у ній та відстані між ними. Передбачено ефект збільшення $\bar{\sigma}_t$ у декілька разів порівняно зі звичайним перерізом іонізації К-оболонок електронами без впливу ефекту густини при певних параметрах мішені. Показано, що завдяки такому ефекту, а також меншому поглинанню випромінювання, у багатошаровій мішені інтенсивність ХРВ може значно перевищувати відповідну інтенсивність для однієї фольги тієї ж сукупної товщини, що й мішень.

РОЗДІЛ 4

ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНІ ЕФЕКТИ В ІОНІЗАЦІЙНИХ ВТРАТАХ ЕЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННИХ ПАР У ТОНКИХ МІШЕНЯХ

Високоенергетичні електрон-позитронні пари є найпростішими мікроскопічними системами, для яких суттєво проявляються інтерференційні ефекти в іонізаційних втратах енергії (ІВ). Такі пари є зручними об'єктами для всебічного вивчення впливу подібних ефектів на ІВ ультрарелятивістських частинок. У певному сенсі, для проблеми інтерференційних ефектів у ІВ e^+e^- пари мають те саме значення, що й зв'язаний стан електрона і позитрона (позитроній) для перевірки передбачень квантової електродинаміки або кварконій для перевірки передбачень квантової хромодинаміки. Дослідження ІВ e^+e^- пар за різноманітних умов є актуальним завданням для розуміння впливу інтерференційних ефектів на ІВ. Поміж іншим, таке дослідження можна вважати необхідним попереднім кроком перед вивченням зазначених ефектів у значно більш складних системах, як наприклад, банчі релятивістських електронів. Справа в тому, що на сучасних лазерах на вільних електронах, та на ряді прискорювачів, які планується ввести в експлуатацію найближчим часом, отримано (або планується отримати) електронні банчі дуже малого розміру з дуже високою густиною частинок. За певних умов для таких банчів можливий прояв інтерференційних ефектів у ІВ, подібних до тих, що мають місце для e^+e^- пар або протонних кластерів, але значно більших за величиною (див. розділ 5). Вивчення таких ефектів є важливим для розуміння особливостей взаємодії подібних систем заряджених частинок із речовиною.

Як зазначалося на початку розділу 1, раніше ІВ пар здебільшого вивчалися в тому самому середовищі (яке можна було вважати однорідним і безмежним), де пара народжувалася внаслідок проходження жорсткого фо-

тона крізь це середовище. Така постановка задачі була викликана наявним експериментальним устаткуванням (бульбашкові камери) та використанням космічних променів у якості джерела жорстких фотонів для народження пар. У роботах [116, 117] було зазначено, що в експериментах на прискорювачах більш прийнятно створювати пари в одних мішенях (зроблених із елементів з великим атомним номером), а їх ІВ вивчати в інших мішенях (з достатньо великою плазмовою частотою). При цьому в якості останніх у відповідних експериментах було використано відносно товсті пластинки (кремнієві детектори товщиною більше 10 мкм), у яких ІВ пар відбуваються майже так само, як і в однорідному безмежному середовищі.

У даному розділі, з одного боку, ми розглядаємо постановку задачі про ІВ e^+e^- пар, що, згідно з [116, 117], є більш прийнятною для експериментальних вимірювань на прискорювачах; тобто процеси народження пари та її ІВ вважаємо такими, що відбуваються в різних мішенях. З іншого боку, новизна даного розгляду полягає в тому, що мішень, у якій вивчаються ІВ пари, обирається дуже тонкою (тоншою за 0.1–1 мкм, в залежності від конкретних умов), а саме, такою, у якій ІВ відбуваються без впливу ефекту густини. Ми показуємо, що в цьому випадку спектр різноманітних інтерференційних ефектів у ІВ пари є значно ширшим, ніж у випадку руху пари в однорідному безмежному середовищі. Зокрема, продемонстровано, що в даному випадку зазначені ефекти можуть мати місце на значно більших відстанях від точки народження пари, а наближення паралельних траєкторій частинок (див. детальніше секцію 4.2), яке раніше завжди застосовувалося при обчисленні ІВ пар, за певних умов може бути непридатним. Крім того, в ситуації, що розглядається, показана можливість прояву ефекту, що є зворотним до ефекту Чудакова.

4.1. Наближення паралельних траєкторій частинок

4.1.1. Іонізаційні втрати e^+e^- пари в однорідному середовищі

Розглянемо спочатку на основі описаного в підрозділі 1.4 методу ІВ ультрарелятивістської електрон-позитронної пари, яка народилася і рухається в безмежному однорідному середовищі. На основі (1.4) поперечну компоненту гармоніки Фур'є з частотою ω поля, що оточує пару, можна подати в наступному вигляді¹:

$$\mathbf{E}_\omega(\boldsymbol{\rho}, z) = -\frac{ie}{\pi} e^{i\omega z/v} \int d^2q \frac{\mathbf{q}}{q^2 + \Omega^2} e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} (1 - e^{-i\mathbf{q}\mathbf{s}}), \quad (4.1)$$

де $\Omega^2 = \omega^2(1/v^2 - \varepsilon(\omega))$, v — швидкість електрона, $\varepsilon(\omega)$ — діелектрична проникність середовища, e — заряд позитрона, \mathbf{s} — вектор із початком у точці знаходження позитрона і кінцем — у точці знаходження електрона. Початок вектора $\boldsymbol{\rho}$ тут також збігається з точкою знаходження позитрона. Інтегрування в (4.1) проводиться за всіма значеннями хвильового вектора \mathbf{q} в площині, перпендикулярній напрямку руху пари. В ультрарелятивістському випадку найбільш імовірний кут розльоту пари дуже малий ($\sim m/\epsilon$, де ϵ — енергія пари, а m — маса однієї з частинок, що її утворюють). Тому ми вважаємо, що поле, яке створюється парою в речовині в момент часу, коли електрон і позитрон знаходяться на відстані s один від одного, збігається з полем, що його створюють ці частинки у випадку, коли вони знаходяться на такій же відстані одна від одної, але рухаються з паралельними швидкостями, які спрямовані вздовж осі z . Крім того, будемо вважати швидкості електрона і позитрона однаковими. Підставляючи вираз (4.1) в (1.36), після інтегрування за $\boldsymbol{\rho}$, а також за всіма напрямками вектора \mathbf{q} , отримуємо вираз для ІВ пари на одиниці

¹Даний вираз має більш загальну форму, ніж (1.4), адже тут не використано явного асимптотичного виразу для $\varepsilon(\omega)$.

довжини шляху:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = 2\omega_p^2 e^2 \int dq \frac{q^3}{(q^2 + \Omega^2)^2} (1 - J_0(qs)), \quad (4.2)$$

де $J_0(x)$ — функція Бесселя, а величину $\Omega(\omega)$ слід брати при значенні $\omega = I$, де I — середній потенціал іонізації речовини. Інтеграл за q , пов'язаний із першим доданком у (4.2), розходиться при $q \rightarrow \infty$ і повинен бути обмежений певним максимальним значенням q_0 , що визначається умовами придатності використаної тут моделі речовини як набору осциляторів (див. детальніше у підрозділі 1.4). Тоді в результаті інтегрування виразу (4.2) за q отримуємо:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = 2\omega_p^2 e^2 \left\{ \ln \frac{q_0}{\Omega} - K_0(\Omega s) + \frac{1}{2} [\Omega s K_1(\Omega s) - 1] \right\}, \quad (4.3)$$

де $K_i(x)$ — функції Макдональда. Розглянемо кілька граничних випадків виразу (4.3).

За умови $s \gg 1/\Omega$, що має місце на великій відстані z від точки народження пари ($z \gg \epsilon/m\Omega$), вираз (4.3) приймає наступний вигляд:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = 2\omega_p^2 e^2 \left\{ \ln \frac{q_0}{\Omega} - \frac{1}{2} \right\} \quad (4.4)$$

і представляє собою подвійне значення ІВ одного електрона або позитрона. Інтерференція полів частинок пари при таких значеннях s відсутня, і частинки ніяк не впливають на ІВ одна одної.

При $s \ll 1/\Omega$, тобто поблизу точки народження пари ($z \ll \epsilon/m\Omega$), її ІВ визначаються виразом:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = 2\omega_p^2 e^2 \ln \frac{q_0 s}{2}. \quad (4.5)$$

Звідси видно, що формула (4.3) може бути застосована для обчислення ІВ пари, якщо відстань s між електроном і позитроном перевищує величину $2/q_0$.

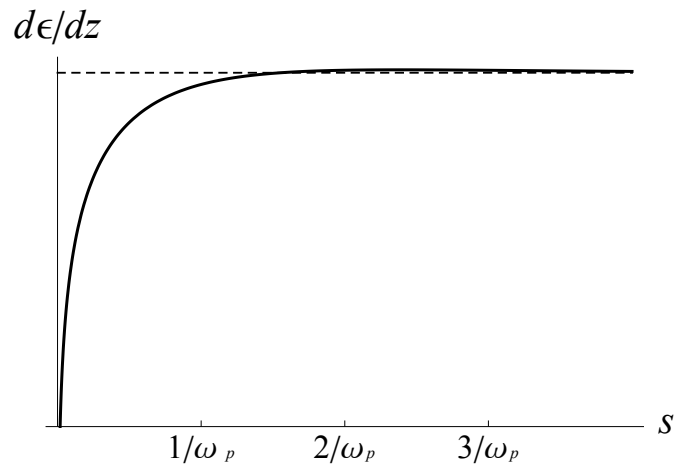


Рис. 4.1. Залежність ІВ електрон-позитронної пари від відстані між частинками в однорідному середовищі.

При виконанні умови $I \gg \omega_p$ для діелектричної проникності речовини в (4.3) можна використовувати асимптотичний вираз

$$\varepsilon(\omega) \approx 1 - \omega_p^2/\omega^2. \quad (4.6)$$

Величина Ω тоді набуває вигляду: $\Omega = \sqrt{\omega^2/\gamma^2 + \omega_p^2}$, де γ — Лоренц-фактор окремої частинки пари. За умови $\omega_p \gg I/\gamma$, що відповідає наявності ефекту густини в ІВ частинок у речовині, що розглядається, вираз (4.3) призводить до результату, який практично не відрізняється від результатів для ІВ електрон-позитронних пар у щільних середовищах, що були отримані раніше іншими методами (див. роботи [108–112]). Для цього випадку характер залежності ІВ пари від s , що визначається виразом (4.3), представлено на рис. 4.1.

4.1.2. Іонізаційні втрати пари в ультратонкій мішені

Розглянемо тепер задачу про ІВ електрон-позитронної пари у тонкій діелектричній пластинці, що розташована у вакуумі в напрямку руху пари на певній відстані від мішені, у якій пара народилася (рис. 4.2). Нехай ліва поверхня пластинки лежить у площині $z = z_1$. З безперервності тангенційної

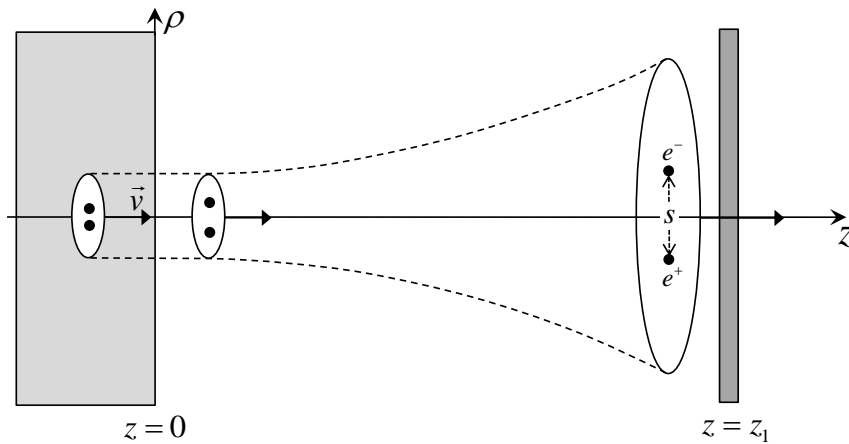


Рис. 4.2. Проходження електрон-позитронною парою пластинки після вильоту з речовини.

компоненти електричного поля на цій поверхні впливає, що у випадку, коли товщина пластинки a є меншою за характерну довжину поглинання в ній фотонів з частотами, що роблять основний внесок в іонізацію ($a \ll I/\eta_p^2$, де I — середній потенціал іонізації атомів пластинки, а η_p — її плазмова частота), ІВ електрон-позитронної пари в цій пластинці повністю визначаються величиною поля навколо пари у вакуумі в безпосередній близькості від поверхні пластинки (тобто при $z = z_1$). Розглянемо детальніше це поле.

Із граничних умов для електричного поля та індукції на поверхні речовини, з якої вилітає пара, впливає, що сумарне поле навколо пари у вакуумі визначається суперпозицією кулонівських полів електрона і позитрона, а також пакету вільних хвиль, що поступово перебудовується у поле перехідного випромінювання. З лінійності граничних умов і рівнянь Максвелла впливає, що пакет вільних хвиль, який утворюється при вильоті з речовини електрон-позитронної пари, є суперпозицією пакетів вільних хвиль, які виникають при вильоті з речовини окремо електрона та позитрона за відсутності іншої частинки. Тоді поперечна (в напрямку ρ) компонента гармоніки Фур'є з частотою ω сумарного поля навколо пари у вакуумі може бути представлена в наступному вигляді:

$$\mathbf{E}_{\omega\perp}(\mathbf{r}) = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \mathbf{q} \left\{ Q_v(q) e^{i\omega z/v} - Q_f(q) e^{i\omega z - iq^2 z/2\omega} \right\} e^{i\mathbf{q}\rho} (1 - e^{-i\mathbf{q}s}), \quad (4.7)$$

де величини Q_v та Q_f визначені відповідно після формул (1.2) та (1.10), а ω_p у виразі для Q_f — плазмова частота речовини, у якій пара народжується, діелектрична проникність якої вибрана у вигляді (4.6).

Якщо у виразі (4.7) покласти $z = z_1$ і підставити його у (1.36), то в результаті інтегрування за ρ і за всіма напрямками вектора \mathbf{q} , отримуємо наступний вираз для ІВ пари в пластинці на одиниці довжини шляху:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = 2\eta_p^2 e^2 \int dq q^3 \left\{ Q_v^2 + Q_f^2 - 2Q_v Q_f \cos \left(\frac{I z_1}{2\gamma^2} + \frac{q^2 z_1}{2I} \right) \right\} [1 - J_0(qs)]. \quad (4.8)$$

Частина виразу (4.8), пов'язана з першим доданком у квадратних дужках, представляє собою подвоєну величину ІВ одного електрона або позитрона, що вилітає з речовини і перетинає пластинку [97]. Ця частина складається з трьох доданків, перший із яких (пропорційний до Q_v^2) представляє собою іонізацію, що здійснюється у пластинці власним кулонівським полем електрона (позитрона). Другий доданок (що містить Q_f^2), описує іонізацію, що здійснюється пакетом вільних хвиль, який утворюється при вильоті електрона (позитрона) з речовини. Третій доданок описує вплив, що його чинить на іонізацію пластинки інтерференція між кулонівським полем частинки і пакетом вільних хвиль.

Друга частина виразу (4.8) (пов'язана з $J_0(qs)$) описує вплив на іонізацію пластинки інтерференції між полями електрона і позитрона, кожне з яких є суперпозицією власного кулонівського поля відповідної частинки і пакету вільних хвиль, що виникає при вильоті цієї частки з речовини у вакуум.

Інтегруючи вираз (4.8) за q і вчиняючи з розбіжним інтегралом, пов'язаним із Q_v^2 , так само, як і при виведенні формули (4.3), вважаючи, що умова $\omega_p \gg I/\gamma$ є виконаною, для ІВ пари в пластинці на одиниці довжини шляху отримуємо:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = 2\eta_p^2 e^2 \left\{ \ln \frac{q_0 \gamma}{I} - \frac{1}{2} + \ln \frac{\omega_p \gamma}{I} - 1 + \epsilon_{\text{int}}(z_1, s) \right\}, \quad (4.9)$$

де

$$\begin{aligned}\epsilon_{\text{int}}(z_1, s) = & \lambda_\gamma \text{Si} \lambda_\gamma + \text{Ci} \lambda_\gamma + \cos \lambda_\gamma - \text{Ci}(\lambda_p + \lambda_\gamma) \cos \lambda_p - \text{Si}(\lambda_p + \lambda_\gamma) \sin \lambda_p \\ & - 2K_0(I s / \gamma) + (I s / \gamma) K_1(I s / \gamma) + K_0(\omega_p s) + (\omega_p s / 2) K_1(\omega_p s) \\ & + F(z_1, s),\end{aligned}$$

$$F(z_1, s) = 2 \int_0^\infty dq q^3 J_0(qs) Q_v Q_f \cos(\lambda_\gamma + q^2 \lambda_p / \omega_p^2),$$

а також $\lambda_\gamma = I z / 2 \gamma^2$, $\lambda_p = \omega_p^2 z / 2 I$, $\text{Si}(x)$ та $\text{Ci}(x)$ — інтегральні синус та косинус.

Перші два доданки у фігурних дужках у (4.9) представляють собою подвоєне значення ІВ електрона або позитрона в пластинці і описують втрати енергії пари за відсутності інтерференції між полями частинок (а також за відсутності пакетів вільних хвиль). У даному випадку тонкої пластинки ($a \ll I / \eta_p^2$) ця величина не містить поправку на ефект густини та логарифмічно зростає зі збільшенням енергії частинок.

Третій та четвертий доданки у фігурних дужках у (4.9) описують іонізацію, що здійснюється в пластинці пакетом вільних хвиль, який утворився при вильоті пари з речовини у вакуум.

Доданок у виразі (4.9), пропорційний до ϵ_{int} є результатом інтегрування у виразі (4.8) доданка, пов'язаного з $J_0(qs)$, і визначає ступінь впливу на ІВ пари в пластинці з боку інтерференції між полями електрона і позитрона. Цей доданок суттєво залежить як від координати пластинки z_1 , так і від відстані s між електроном і позитроном у момент їх вльоту до пластинки. Розглянемо кілька граничних випадків виразу (4.9).

Якщо пластинка розташована досить близько від речовини, в якій утворюється пара ($z_1 \rightarrow 0$), то вираз (4.9) зводиться до формули (4.3), якщо в останній зробити заміну $\Omega \rightarrow \omega_p$, а також $\omega_p \rightarrow \eta_p$ у коефіцієнті перед фігурними дужками. Тобто в цьому випадку характер залежності ІВ пари

в тонкій пластинці від відстані s між електроном і позитроном збігається з характером відповідної залежності в однорідній речовині. Частинкам при цьому достатньо розлетітися на відстань $s = 1/\omega_p$ (де ω_p характеризує речовину, в якій пара народилася), щоб інтерференція між їх полями зникла і ІВ перестали залежати від s .

Якщо відстань z_1 між пластинкою і речовиною перевищує величину $\sim 2\gamma^2/I$, то характер залежності ІВ пари в пластинці від відстані s між електроном і позитроном перестає визначатися положенням пластинки z_1 . У цьому випадку відстань s , на яку електрону і позитрону необхідно розлетітися, щоб інтерференція між їх полями в пластинці зникла, визначається виразом $s = \gamma/I$. Ця відстань збігається з максимальним значенням прицільного параметра, при якому відбувається ефективна передача енергії частинкою, що налітає, атомам речовини за відсутності ефекту густини.

Варто зазначити, що відстань вздовж напрямку руху пари, на якій інтерференція полів, що створюються частинками, є істотною, по-різному зростає зі збільшенням енергії частинок у випадку, коли пара рухається в безмежному середовищі, та у випадку перетину нею тонкої пластинки (що наразі вивчається). У безмежному однорідному середовищі величина цієї відстані $l_p \sim \gamma/\omega_p$ прямо пропорційна до енергії пари; у тонких же пластинках ефекти, пов'язані з інтерференцією полів частинок, зникають лише коли відстань між пластинкою і речовиною, в якій пара народжується, перевищує значення $l_I \sim \gamma^2/I$, що є пропорційним до квадрату енергії пари. Змінюючи енергію пари, можна отримувати різну величину розльоту частинок при перетині ними пластинки і, відповідно, різну ступінь пригнічення величини ІВ пари в ній.

4.1.3. Порівняльний аналіз іонізаційних втрат пари у товстих і тонких мішенях

Вплив перебудови поля електрон-позитронної пари після її вильоту з речовини у вакуум на подальші втрати енергії пари в тонкій пластинці можна

наочно продемонструвати, вивчаючи відношення втрат енергії пари у двох пластинках, розташованих на різних відстанях від речовини, у якій пара народжується (рис. 4.3). Такий підхід було використано при експериментальному вивченні ефекту Чудакова в роботах [116, 117].

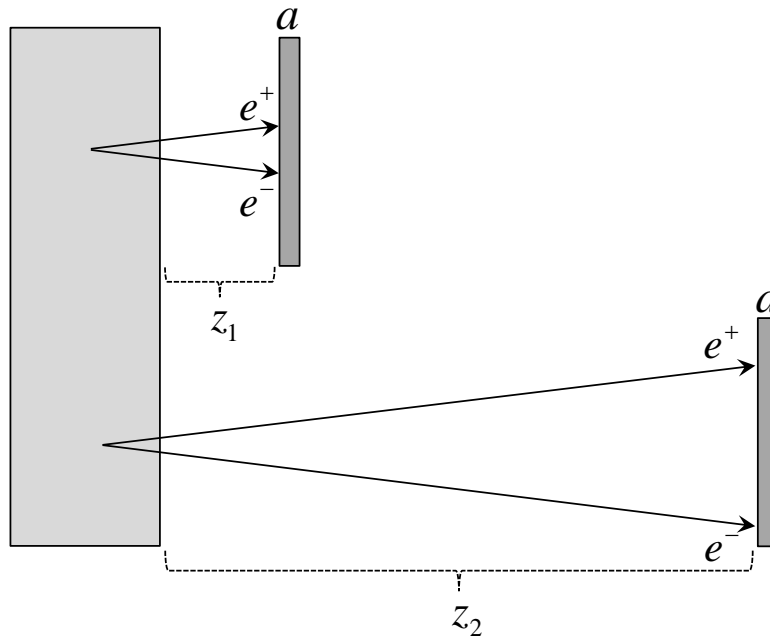


Рис. 4.3. Перетин електрон-позитронними парами пластинок, розташованих на різних відстанях від речовини, в якій пари народжуються.

Ми розглянемо два граничні випадки, що відповідають областям придатності виразів (4.3) і (4.9) для опису ІВ пари у пластинках. У першому випадку будемо вважати обидві пластинки досить товстими ($a \gg I/\eta_p^2$), так що в них є справедливим наближення безмежного однорідного середовища, і при обчисленні ІВ пари можна користуватися формулою (4.3). Ефекти, пов'язані з перебудовою поля навколо пари у вакуумі, в цьому випадку практично не впливають на ІВ пари у пластинках, адже вони проявляються лише в їх тонких приповерхневих шарах товщиною $\delta \lesssim I/\eta_p^2$, які займають дуже малу частину обсягу пластинок. У другому випадку будемо вважати пластинки дуже тонкими ($a \ll I/\eta_p^2$) і визначати ІВ пари в них на підставі виразу (4.9). На рис. 4.4 представлено графіки залежності відношення величини ІВ пари в лівій пластинці ($\Delta\epsilon_1$) до величини її ІВ у правій пластинці ($\Delta\epsilon_2$) від енергії пари. Значення енергії пари ($1 \text{ GeV} < \epsilon < 100 \text{ GeV}$) і координат пластинок

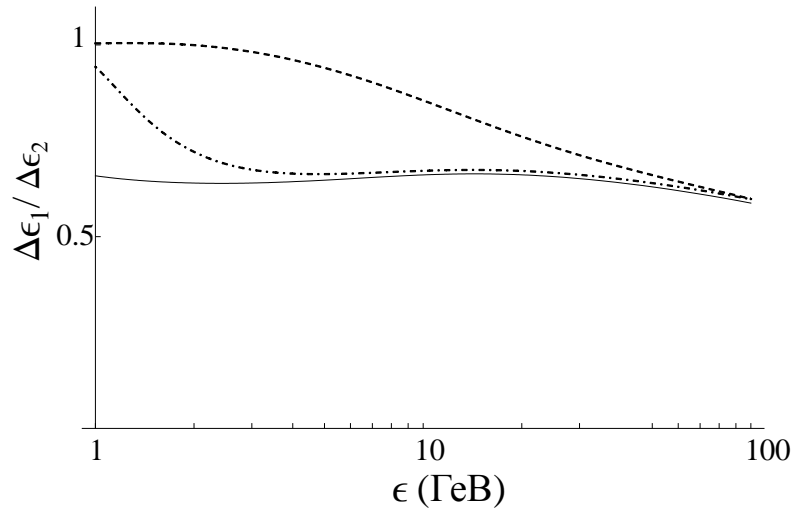


Рис. 4.4. Залежність відношення ІВ електрон-позитронної пари у пластинках, розташованих на різних відстанях від речовини, від енергії пари. Суцільна і штрихпунктирна криві — тонкі пластинки, відповідно випадки сумарних ІВ та ІВ за рахунок взаємодії лише з внутрішніми атомними оболонками (обчислення на основі формули (4.9) з використанням величин I та I_{in} відповідно); штрихова лінія — товсті пластинки (обчислення на основі формули (4.3)).

($z_1 = 10$ мкм, $z_2 = 100$ мкм), що тут розглядаються, ми обираємо такими, що є близькими до відповідних значень цих величин, при яких проводилися вимірювання в експерименті [116]. При цьому для простоти будемо вважати, що пара народжується на малій відстані від правої поверхні речовини, нехтуючи нею в порівнянні з відстанню, яку пара пролітає між речовиною і пластинкою. Плазмову частоту і середній потенціал іонізації атомів пластинок оберемо такими, що дорівнюють відповідно $\eta_p = 10^6$ см $^{-1}$ і $I = 10^7$ см $^{-1}$ (ці значення близькі до таких, що є типовими для кремнію).

У випадку товстих пластинок (штрихова лінія на рис. 4.4) при енергіях $\epsilon < 2$ ГеВ для них виконується умова $z_1 > l_p$, що відповідає тому, що вже до моменту перетину першої пластинки частинки пари встигають розлетітися настільки, що поля, які вони створюють, не інтерферують. ІВ пар у першій і другій пластинках при цьому однакові, і відношення цих величин дорівнює одиниці. При більш високих енергіях координати пластинок задовольняють умові $z_2 > l_p > z_1$, що означає, що першу пластинку частинки пари перетинають, перебуваючи на відстані $s < 1/\omega_p$ одна від одної, і втрати енергії

пари тут пригнічені у порівнянні з відповідними втратами у другій пластинці, де деструктивна інтерференція полів частинок, як і раніше, відсутня.

Що стосується випадку тонких пластинок (суцільна крива на рис. 4.4), то для них має місце умова $z_2 \ll l_I$, яка є справедливою в усьому розглянутому діапазоні енергій пари. Це означає, що при перетині частинками як першої, так і другої пластинок відстань між ними $s \ll \gamma/I$, і втрати енергії пари в кожній із пластинок пригнічені. У першій пластинці, однак, ступінь пригнічення ІВ пари є більшим, ніж у другій, і відношення $\Delta\epsilon_1/\Delta\epsilon_2$ менше за одиницю.

Як видно з рис. 4.4, в межах даного інтервалу енергій пари вираз (4.9) для тонких пластинок призводить до меншого значення відношення $\Delta\epsilon_1/\Delta\epsilon_2$ (тобто до більш суттєвого пригнічення ІВ пари в першій пластинці у порівнянні з таким пригніченням у другій), ніж вираз (4.3) для такого відношення у товстих пластинках.

Лише при енергіях $\epsilon \gtrsim 100$ ГеВ, коли умова $z_2 \ll l_p \ll l_I$ є виконаною, вирази (4.3) і (4.9) призводять до однакового значення відношення $\Delta\epsilon_1/\Delta\epsilon_2$ для товстих і тонких пластинок. Це відображає той факт, що відстань між частинками пари при перетині ними як першої, так і другої пластинок лежить в області $s \ll 1/\omega_p \ll \gamma/I$, у якій, вирази (4.3) і (4.9) призводять до близьких значень ІВ пари.

Варто зазначити, що вираз (4.9) є справедливим також при обчисленні ІВ електрон-позитронної пари і в більш товстих пластинках у тому випадку, якщо розглядати не сумарні обмежені ІВ, а лише ту їх частину, яка визначається взаємодією пари з внутрішніми електронними оболонками атомів (наприклад, втрати за рахунок іонізації К-оболонки атомів). У цьому випадку величину I в розглянутих вище виразах варто замінити на середній потенціал іонізації внутрішніх оболонок атомів I_{in} , який може значно перевищувати потенціал іонізації, усереднений за всіма атомними електронами. При цьому в (4.9) також змінюється значення плазмової частоти η_p , яка тепер відповідає концентрації лише електронів на внутрішніх атомних оболонках (це, звичайно, не впливає

на значення відношення $\Delta\epsilon_1/\Delta\epsilon_2$). У даному випадку допустимі товщини пластинок, у яких формула (4.9) може бути застосована для обчислення ІВ пари, збільшуються пропорційно відношенню I_{in}/I .

Штрих-пунктирна крива на рис. 4.4 зображує залежність від енергії пари відношення її ІВ за рахунок збудження та іонізації лише внутрішніх атомних оболонок у двох пластинках, координати z_1 і z_2 яких обрано такими ж, як і раніше. Величину I_{in} ми вважаємо близькою до характерних значень потенціалів іонізації К-оболонок атомів ряду не дуже важких речовин: $I_{in} \approx 2 \times 10^8 \text{ см}^{-1}$. Тонкими, однак, тепер вважаються пластинки, товщини яких задовольняють умові $a \ll I_{in}/\eta_p^2$ і можуть становити порядку мікрона.

Як видно з рис. 4.4, характер залежності відношення $\Delta\epsilon_1/\Delta\epsilon_2$ у таких пластинках у даному випадку зазнає зміни при низьких енергіях. Це пов'язано з тим, що величина $l_{I_{in}} = \gamma^2/I_{in}$, яка відповідає потенціалу іонізації внутрішніх атомних оболонок, є значно меншою за величину l_I , пов'язану з потенціалом іонізації, усередненим за всіма атомними електронами. У розглянутій нами ситуації при енергії $\epsilon \approx 1 \text{ ГеВ}$ має місце співвідношення $z_1 \approx l_{I_{in}}$. Тому вже при вльоті у першу пластинку частинки знаходяться на відстані $s \approx \gamma/I_{in}$ одна від одної, і втрати енергії пари у цій пластинці практично не пригнічені. Відношення $\Delta\epsilon_1/\Delta\epsilon_2$ при цьому є близьким до одиниці.

Залежність відношення $\Delta\epsilon_1/\Delta\epsilon_2$ від енергії пари у товстих пластинках у даному випадку збігається з відповідною залежністю цього відношення для сумарних ІВ пари (штрихова лінія на рис. 4.4), адже ця величина не залежить від вибору значення I . Крім того, при переході від розгляду сумарних ІВ до розгляду ІВ за рахунок іонізації внутрішніх оболонок величина η_p зазнає змін лише у множнику перед фігурними дужками в (4.3), де вона наразі фігурує замість ω_p . У виразі ж всередині цих дужок плазмова частота в обох випадках має одне й те саме значення, адже описує екранування поля навколо пари внаслідок колективного руху усіх атомних електронів.

4.2. Вплив непаралельності траєкторій частинок на іонізаційні втрати e^+e^- пари. Випадок народження пари у тонкій мішені.

Вступні зауваження. Раніше всі теоретичні дослідження ІВ електрон-позитронних пар виконувалися з використанням наближення, в якому швидкості частинок, що складають пару, вважаються паралельними. Зокрема, таке наближення було застосовано нами у підрозділі 4.1 для обчислення ІВ пар у тонких шарах речовини, які пари перетинають після вильоту з речовини, де вони народжуються. Справді, в ультрарелятивістському випадку дуже мале значення кута розльоту пари дозволяє припустити, що поле, яке створюється парою в речовині в момент часу, коли електрон і позитрон знаходяться на відстані s один від одного, збігається з полем, що створювалося б цими частинками, якби вони рухалися з паралельними швидкостями на тій самій відстані s одна від одної. При цьому також зазвичай нехтувалося впливом поздовжньої відстані (вздовж середнього напрямку руху частинок) між електроном і позитроном на ІВ пари, і зміна величини ІВ вважалася такою, що викликана лише зміною поперечної відстані s між частинками.

У даному і наступному підрозділах ми досліджуємо вплив того факту, що швидкості електрона і позитрона не є паралельними, на ІВ пари у тонкій мішені. Як показано в підрозділі 4.1, у даному випадку характерні відстані ρ_0 від траєкторії частинок, які відповідають за ІВ, значно перевищують величину $\rho_0 \sim 1/\omega_p$ такої відстані у випадку руху пари в безмежному середовищі. Далі ми демонструємо, що, завдяки цьому, зазначений факт може призвести до зменшення взаємного послаблення полів частинок і, отже, до того, що ІВ пари будуть дещо перевищувати величину обчислену у наближенні паралельних траєкторій. Головна властивість ІВ пар у тонких пластиках, отримана в підрозділі 4.1, яка полягає у суттєвому збільшенні відстані, на якій мають місце інтерференційні ефекти в ІВ, залишається наявною і при такому більш акуратному розгляді.

У даному підрозділі, ми не беремо до уваги внесок в іонізацію пластинки з боку перехідного випромінювання, яке генерується при вильоті пари з речовини, у якій вона народжується, до вакууму, де знаходиться пластинка. Таке наближення є справедливим у випадку, коли пара народжується у досить тонкому шарі речовини (на зразок пластинки, в якій досліджуються ІВ цієї пари), де діелектрична поляризація i , отже, перехідне випромінювання, що генерується значно ослабленим полем новоствореної пари, є пригніченими. Таке спрощення розгляду в даному випадку застосовується для більш чіткого виокремлення ефектів, пов'язаних саме з непаралельністю траєкторій частинок. У наступному підрозділі проведено більш загальний розгляд даної задачі з урахуванням як непаралельності траєкторій електрона і позитрона, так і впливу перехідного випромінювання на ІВ пари, що є суттєвим у випадку, коли пара народжується у достатньо товстому шарі речовини (як, наприклад, вважалось у підрозділі 4.1).

Якісний розгляд. З фізичної точки зору, найбільш природно розглядати зменшення ІВ пари як результат деструктивної інтерференції гармонік Фур'є власних кулонівських полів електрона та позитрона. Компонента Фур'є електричного поля однієї з частинок пари високої енергії, яка рухається в речовині вздовж осі z зі швидкістю v може бути представлена як:

$$\mathbf{E}_\omega = \pm \frac{ie}{\pi} \int d^2q \frac{\mathbf{q}}{q^2 + \Omega^2} e^{i\mathbf{q}\rho + i\omega z/v}, \quad (4.10)$$

де всі величини мають той самий зміст, що і в (4.1). Заряд $e > 0$ є зарядом позитрона. Позитивний знак перед виразом (4.10) повинен бути обраний у випадку електрона, а негативний — у випадку позитрона. Введемо також для зручності величину $\gamma_\epsilon = \epsilon/2m$ (де ϵ — енергія пари, а m — маса електрона), яка у випадку рівномірного розподілу енергії між електроном і позитроном у парі збігається з Лоренц-фактором кожної з частинок (який ми в цьому випадку, як і раніше, будемо позначати просто як γ).

Електричне поле (4.10) представляє собою пакет електромагнітних хвиль (віртуальних фотонів). Близькість електрона і позитрона в парі призводить до значної інтерференції таких хвиль із пакетів кожної з частинок. Фазовий зсув відповідних хвиль становить $\delta\phi = \delta\phi_\rho + \delta\phi_z \approx \mathbf{q}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}') + \omega(z/v - z'/v')$, де осі z і z' визначають напрямки швидкостей v і v' електрона та позитрона, а ρ і ρ' — відстані від цих осей (траєкторій частинок) до точки спостереження. Деструктивна інтерференція між полями частинок відбувається в тому випадку, коли $\delta\phi \lesssim 1$ для значень \mathbf{q} , які роблять основний внесок у ці поля.

При досить високих енергіях, коли умова $\omega_p \gg I/\gamma_\epsilon$ є виконаною, вираз для Ω спрощується до $\Omega = \omega_p$. Значення $q = |\mathbf{q}|$, які роблять основний внесок в інтеграл у (4.10) становлять $q \sim \omega_p$. Тому значення $|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|$, для яких фазовий зсув $\delta\phi_\rho$ є меншим за одиницю в усьому діапазоні значень q , що роблять внесок в інтеграл, становлять $|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'| \lesssim 1/\omega_p$.

Фазовий зсув $\delta\phi_z$ обумовлений як існуванням ненульового кута ϑ між траєкторіями частинок, так і різницею між їх швидкостями v і v' . У випадку, що розглядається, перша з цих причин призводить до внеску в $\delta\phi_z$ порядку $\omega\vartheta\rho \lesssim I/\gamma_\epsilon\omega_p \ll 1$, тому ним можна знехтувати. Друга причина дає $\delta\phi_z \sim \omega z(v' - v) \approx \omega z(\gamma_+ - \gamma_-)/\gamma_\epsilon^3$. Для найбільших значень різниці між Лоренц-факторами частинок у парі $\gamma_+ - \gamma_- \sim \gamma_\epsilon$ і відстані $z \sim \gamma_\epsilon/\omega_p$, на якій інтерференція все ще має місце, як і в попередньому випадку, отримуємо $\delta\phi_z \sim I/\gamma_\epsilon\omega_p \ll 1$. Це є причиною того, що наближення паралельних траєкторій дуже добре працює у випадку руху пари у безмежному середовищі (саме цей випадок вивчався раніше в роботах [108–112]).

Ситуація відрізняється, якщо розглядати ІВ пари в досить тонкій пластинці, де поле пари не є екранованим внаслідок поляризації. У цьому випадку діелектричні властивості пластинки можна не враховувати (тобто покласти тут $\epsilon = 1$), що призводить до виразу $\Omega = \omega/\gamma_\pm$ («+» — для позитрона, «-» — для електрона). Вираз (4.10) демонструє, що в цьому випадку $\delta\phi_z < 1$, якщо $|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'| < \gamma_\epsilon/I$, тобто ефективний поперечний розмір області, в

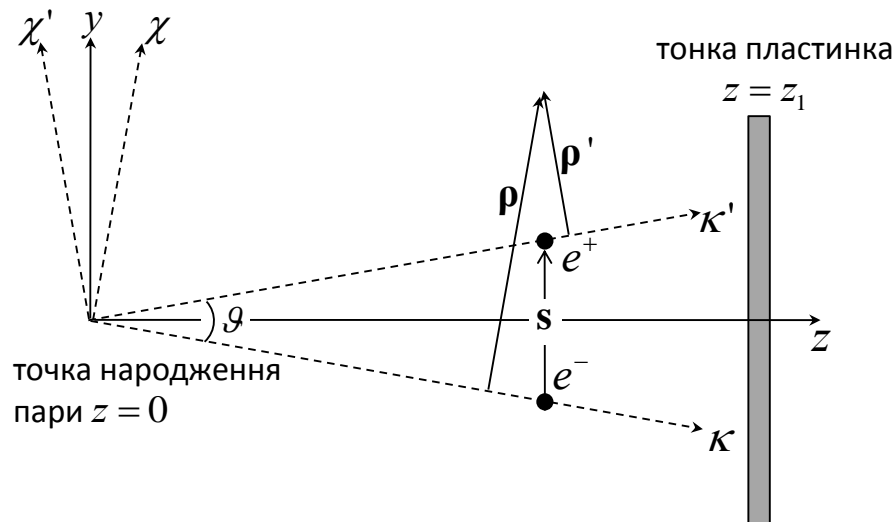


Рис. 4.5. Перетин тонкої пластинки електрон-позитронною парою.

якій поля частинок інтерферують, збільшується. Непаралельність осей z і z' робить внесок у фазовий зсув $\delta\phi_z$ порядку $\omega\vartheta\rho \sim 1$, який може порушити деструктивну інтерференцію полів електрона і позитрона навіть у випадку, коли $|\rho - \rho'| \rightarrow 0$. Оскільки у розглянутому випадку відстані від точки народження пари, на яких інтерференційні ефекти проявляються в її ІВ, становлять $z \lesssim \gamma_\epsilon/I\vartheta \equiv Z_0$, фазовий зсув, обумовлений різницею швидкостей частинок, може також стати порядком одиниці при $z \sim Z_0$. Однак на такій відстані від точки народження інтерференція в будь-якому випадку суттєво зменшується через великий проміжок між частинками у поперечному напрямку, і ми не будемо враховувати цей додатковий фазовий зсув, вважаючи, що $v = v'$.

Обчислення іонізаційних втрат пари у тонкій мішені. Розглянемо тепер більш точно ІВ пари в тонкій пластинці, що розташована у вакуумі на відстані z_1 від точки народження пари, враховуючи додатковий фазовий зсув між інтерферуючими компонентами Фур'є полів електрона та позитрона через існування ненульового кута між швидкостями частинок. Будемо вважати, що пара рухається в площині zy (рис. 4.5).

Введемо ще дві системи координат, які можуть бути отримані з початкової (xyz) шляхом обертання навколо осі x на кути $\vartheta/2$ та $-\vartheta/2$. У цьому випадку електрон і позитрон рухаються відповідно вздовж осей κ та κ' , і електричне поле

навколо пари в точці спостереження з радіус-вектором \mathbf{r} можна представити в наступній формі:

$$\mathbf{E}_\omega = \frac{ie}{\pi} \left\{ \int d^2q \frac{\mathbf{q}}{q^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho} + i\omega\kappa/v} - \int d^2q' \frac{\mathbf{q}'}{q'^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{i\mathbf{q}'\boldsymbol{\rho}' + i\omega\kappa'/v} \right\}, \quad (4.11)$$

де γ — Лоренц-фактор електрона та позитрона. При малих ϑ співвідношення між κ , κ' , χ та χ' мають вигляд $\kappa' = \kappa + \chi\vartheta$, $\chi' = \chi - \kappa\vartheta$ та можуть бути узагальнені наступним чином:

$$\kappa' = \kappa + \boldsymbol{\rho}\mathbf{e}_s\vartheta, \quad \boldsymbol{\rho}' = \boldsymbol{\rho} - \kappa\vartheta\mathbf{e}_s, \quad (4.12)$$

де \mathbf{e}_s — одиничний вектор, направлений від електрона до позитрона. Потрібно зазначити, що ми знехтували доданком $-\kappa\vartheta^2/2$ у правій частині першого виразу в (4.12). Це обумовлено тим, що цей доданок спричиняє помітний фазовий зсув ($\delta\phi_z \sim 1$), який може порушити деструктивну інтерференцію полів електрона та позитрона, лише на відстані $z \sim Z_0$ від точки народження пари, де така інтерференція в будь-якому випадку є дуже малою через велику поперечну відстань між зарядами (подібно до фазового зсуву через різницю швидкостей частинок, що обговорювався раніше). Тому ми будемо враховувати лише доданки не більш ніж першого порядку за малим параметром ϑ у показниках експонент в (4.11). З цієї ж причини можна замінити інтегрування за змінною \mathbf{q}' у другому доданку в (4.11) на інтегрування за \mathbf{q} . В результаті для електричного поля пари отримуємо:

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = \frac{ie}{\pi} \int d^2q \frac{\mathbf{q}}{q^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho} + i\omega\kappa/v} F(\mathbf{q}), \quad (4.13)$$

де інтерференційний множник має вигляд: $F(\mathbf{q}) = 1 - \exp\{i\vartheta\mathbf{e}_s(\omega\boldsymbol{\rho}/v - \mathbf{q}\kappa)\}$. З точністю до членів порядку ϑ^2 величину κ у виразі для $F(\mathbf{q})$ можна замінити на z .

Повну енергію, що передається одному атомному електронному осциля-

тору пластинки, можна обчислити на базі виразу (1.36), підставляючи сюди поле (4.13) при $\omega = I$. Інтегрування отриманого виразу за всіма атомними електронами навколо пари з різними прицільними параметрами ρ в межах одиничного інтервалу вздовж осі z дає ІВ пари у пластинці на одиниці шляху:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{ne^4}{2\pi^2m} \int d^2\rho \frac{d^2q_1 d^2q_2 \mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 e^{i(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)\rho}}{(q_1^2 + I^2/\gamma^2)(q_2^2 + I^2/\gamma^2)} F(\mathbf{q}_1) F^*(\mathbf{q}_2), \quad (4.14)$$

де n — концентрація атомних електронів пластинки.

Виконуючи в (4.14) спершу інтегрування за ρ і \mathbf{q}_1 , а згодом, де можливо, за \mathbf{q}_2 , для ІВ пари у пластинці отримуємо:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = 2\eta_p^2 e^2 \left\{ \ln \frac{q_0 \gamma}{I} - \frac{1}{2} - R(z_1, \vartheta) \right\}, \quad (4.15)$$

де

$$R(z_1, \vartheta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dq \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{(q^3 + q^2 I \vartheta \cos \varphi) \cos[qz_1 \vartheta \cos \varphi]}{(q^2 + I^2/\gamma^2)(q^2 + I^2/\gamma^2 + I^2 \vartheta^2 + 2qI\vartheta \cos \varphi)} \quad (4.16)$$

та η_p — плазмова частота пластинки. Величину q_0 в (4.15), як і раніше, використано для обмеження зверху інтервалу інтегрування в розбіжному інтегралі за q_2 , який дає перші два доданки у фігурних дужках в (4.15).

Перші два доданки в (4.15) представляють собою суму ІВ електрона і позитрона, які перетинають пластинку незалежно один від одного. Вираз (4.16) описує вплив інтерференційних ефектів на ІВ пари у пластинці. Оскільки значення q , які роблять основний внесок в інтеграл у (4.15) за порядком величини становлять $q \lesssim I/\gamma$, даний інтеграл стає близьким до нуля при $z_1 \gg Z_0$, завдяки швидким осциляціям функції $\cos[qz_1 \vartheta \cos \varphi]$, та інтерференція між полями електрона і позитрона зникає. Зазначена функція (косинус) описує вплив поперечної відстані між зарядами на ІВ пари. Цей факт можна подати більш явно, якщо врахувати, що $z_1 \vartheta = s_1$ (де s_1 — поперечна відстань між

електроном і позитроном на момент перетину парою пластинки) і записати аргумент косинуса у формі, яку він має у випадку, коли використовується наближення паралельних траєкторій частинок. Вплив ненульового значення кута між швидкостями частинок описується доданками, що залежать від ϑ , в чисельнику та знаменнику виразу перед косинусом. Зауважимо, що такий вплив може проявлятися у випадку проходження пари крізь досить тонку пластинку, що знаходиться у вакуумі або розрідженому газі, у якій електричне поле навколо пари є подібним до такого поля у вакуумі, але він зникає у безмежному середовищі.

Інтеграл у (4.16) можна обчислити аналітично лише у безпосередній близькості від точки народження пари ($z \rightarrow 0$). Однак у межах відстані $l_{\min} \sim \gamma \lambda_C$ від цієї точки, де λ_C — комптонівська довжина хвилі електрона, пару ще не може розглядати такою, що вже народилася, і результат обчислень тут може становити лише теоретичний інтерес. Обчислюючи розглянутий інтеграл чисельно, можна дослідити залежність ІВ пари у пластині від відстані між пластиною і точкою народження пари. Суцільна крива на рис. 4.6 демонструє дану залежність для пари з енергією $\epsilon = 100$ ГеВ (пари з такими енергіями було отримано, наприклад, в експерименті [116]) для найбільш вірогідного кута розльоту пари $\vartheta = 2/\gamma$ [310], а пунктирна крива показує цю залежність, обчислену з використанням наближення, в якому швидкості електрона і позитрона вважаються паралельними (при цьому залежні від ϑ доданки у підінтегральному виразі (окрім аргументу косинуса) в (4.16) вважаються такими, що дорівнюють нулю, тоді як в аргументі косинуса величина $z_1 \vartheta = s_1$ грає роль поперечної відстані між частинками всередині пластинки). Для обраних значень енергії пари та кута її розльоту відстань Z_0 , у межах якої інтерференційні ефекти впливають на ІВ пари, становить близько 10 м. Графік демонструє область відстаней до 2 мм, у межах якої вплив непаралельності швидкостей частинок на ІВ пари є найбільш помітним. Штрих-пунктирна крива представляє результати розрахунку для випадку товстої пластини ($L \gg I/\eta_p^2$)

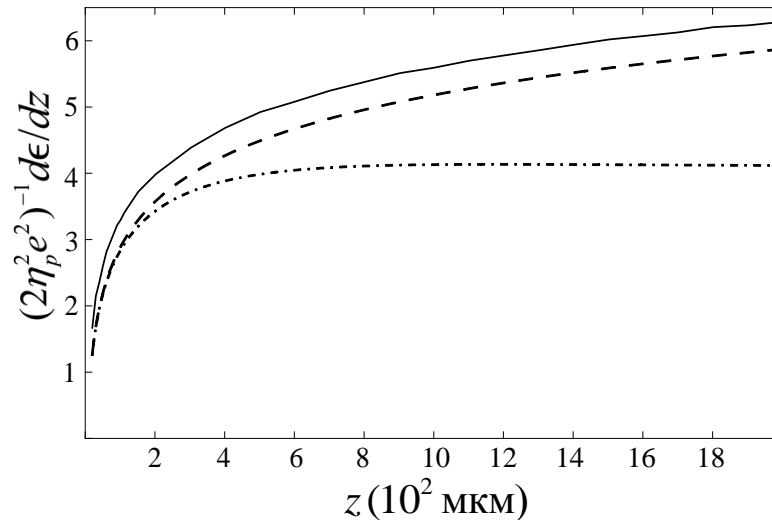


Рис. 4.6. Залежність ІВ пари у пластинці від відстані між пластинкою та точкою народження пари. Суцільна лінія — розрахунок на базі (4.15), штрихова лінія — обчислення в наближенні паралельних траєкторій, штрих-пунктирна лінія — розрахунок для випадку товстої пластини.

у якій пара втрачає енергію, як у безмежному середовищі. Однак товщина пластини тут вважається все ще набагато меншою за z_1 , і зміною відстані z між частинками всередині пластини можна знехтувати. Вираз, що описує ІВ пари в цьому випадку, можна отримати з (4.15) та (4.16), якщо замінити тут величину I/γ на η_p . Відстань від точки народження пари, в межах якої ІВ пари в такій пластинці пригнічені, визначається виразом $z_0 \sim 1/\vartheta\eta_p$ і, наприклад, для кремнієвої пластини ($\eta_p \approx 30$ еВ) у розглянутому випадку становить близько 500 мкм.

З рис. 4.6 бачимо, що непаралельність траєкторій електрона і позитрона частково порушує деструктивну інтерференцію між полями частинок, що призводить до невеликого пригнічення ефекту Чудакова зменшення ІВ пар у розглянутому випадку. На Рис. 4.7 показано відносне значення різниці між результатами розрахунків з урахуванням та без урахування зазначеної непаралельності траєкторій:

$$\psi = \frac{(d\epsilon/dz)_{\vartheta=2/\gamma} - (d\epsilon/dz)_{\vartheta=0}}{(d\epsilon/dz)_{\vartheta=0}}. \quad (4.17)$$

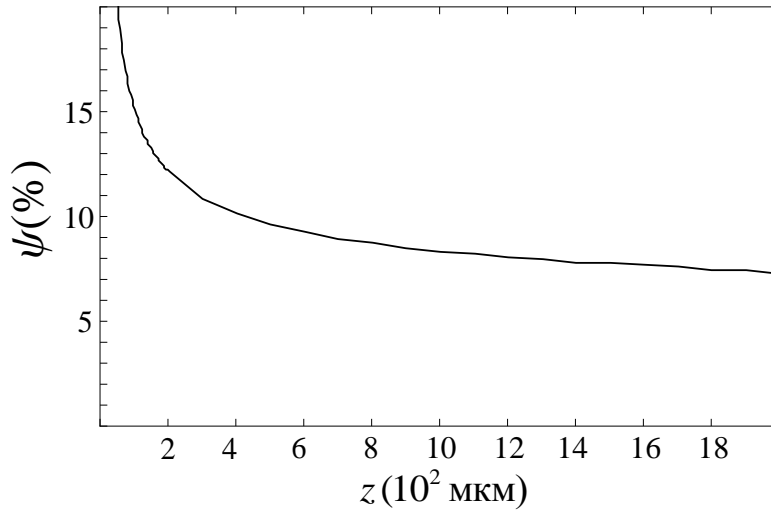


Рис. 4.7. Відносна величина впливу непаралельності траєкторій частинок на ІВ пари.

З цього рисунку видно, що відносне значення розглянутого ефекту зростає зі зменшенням відстані між пластинкою і точкою народження пари. Отриманий результат є дійсним на відстані від цієї точки, що є більшою за $l_{\min} \sim \lambda_C/\vartheta$, яка, щоправда, є дуже малою у розглянутому випадку: $l_{\min} \sim 0.1$ мкм.

Проста заміна змінних $q = q'I/\gamma$ у (4.16) показує, що величина $R(z_1, \vartheta)$ для заданого значення $Z = \omega z/2\gamma^2$ та $\theta = \gamma\vartheta$ не залежать від енергії пари. Це означає, що відносна величина ψ розглянутого ефекту зростає зі зменшенням енергії пари (якщо Z і θ є фіксованими), оскільки асимптотичне значення $(d\epsilon/dz)_{z \rightarrow \infty}$ (що визначається першими двома членами в (4.15)) зменшується. Наприклад, якщо для пари з енергією 100 ГеВ при $Z = 2.5 \times 10^{-5}$ (що відповідає $z = 500$ мкм) $\psi = 10\%$, то для пари з енергією 10 ГеВ при тому ж Z (яке тепер відповідає $z = 5$ мкм) ця величина досягає майже 20%. Як бачимо, для відносно невеликих енергій відстань z , на якій розглянутий ефект є помітним, набагато менша за відповідну відстань для більш високих енергій. Наприклад, якщо для пари з енергією 100 ГеВ відносна величина ефекту ψ залишається більшою за 5% для відстаней до 2 см, то для пари з енергією 10 ГеВ умова $\psi > 5\%$ є справедливою тільки при $z < 0.2$ см.

4.3. Вплив непаралельності траєкторій частинок на іонізаційні втрати e^+e^- пари. Випадок народження пари у товстій мішені

У підрозділі 4.1 було досліджено ІВ електрон-позитронної пари в тонкій мішені, що розташована на певній відстані від речовини, у якій пара народжується. Було показано, що в такому процесі інтерференційні ефекти в іонізаційних втратах пари можуть проявлятися на значно більших відстанях від точки її народження, ніж у випадку народження і руху пари в одному середовищі, яке можна вважати безмежним. Розгляд було проведено з застосуванням наближення паралельних траєкторій електрона і позитрона, яке використовувалося в усіх попередніх теоретичних працях, присвячених ефекту Чудакова [108–112].

У підрозділі 4.2 ІВ пари у подібній ситуації були розглянуті без використання такого наближення. Було показано, що за певних умов непаралельність швидкостей частинок призводить до невеликого пригнічення ефекту Чудакова. Однак при цьому вивчався спрощений випадок, що відповідає народженню пари в достатньо тонкому шарі речовини. У такому випадку перебудовою поля навколо пари після її вильоту з речовини, що пов'язана з формуванням перехідного випромінювання, та впливом такої перебудови на ІВ можна було знехтувати.

У даному підрозділі проведено узагальнення розгляду, представленого в попередніх зазначених підрозділах. Тут ми розглядаємо одночасний вплив як непаралельності траєкторій частинок, так і процесу формування перехідного випромінювання на ІВ пари у тонкій мішені, яку вона перетинає після вильоту з набагато товщої мішені, де вона народжується. Ми показуємо, що такий більш загальний розгляд виявляє нову особливість ІВ пари у цьому процесі, яка стосується асимптотичної поведінки ІВ при великих відстанях між мішенями. Продемонстровано, що при достатньо високій енергії пари ця поведінка може помітно відрізнитися від такої, що передбачається в рамках наближення паралельних швидкостей, або від подібної поведінки у випадку, коли впливом

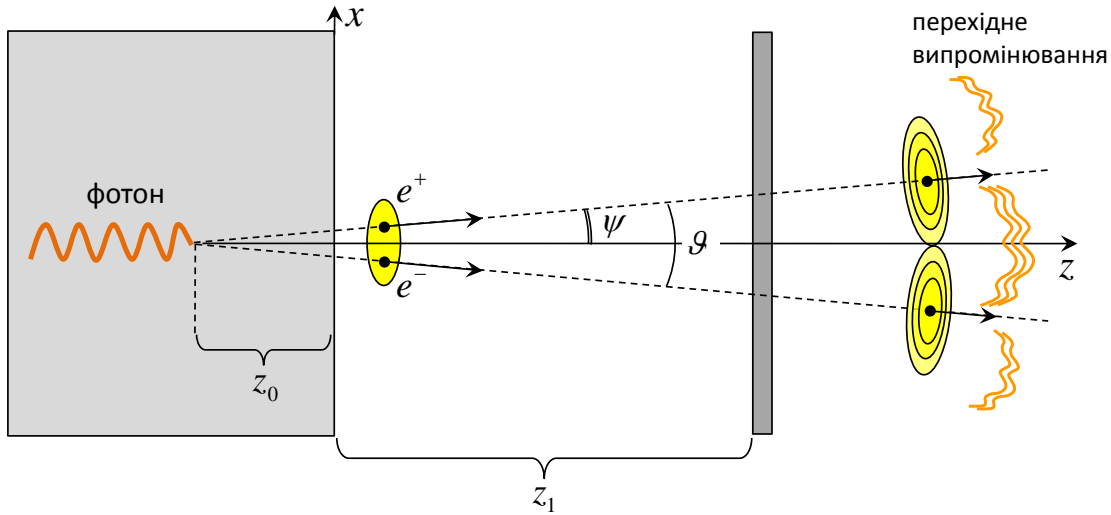


Рис. 4.8. Народження пари у товстій мішені та подальше її проходження крізь тонку пластинку.

перехідного випромінювання можна знехтувати.

4.3.1. Електричне поле навколо e^+e^- пари

Як і раніше, розглянемо ІВ ультрарелятивістської електрон-позитронної пари, яка перетинає тонку мішень у вакуумі. Тепер, однак, мішень знаходиться на деякій відстані z_1 від набагато товщої пластини, в якій пара народжується. Нехай тонка мішень має товщину $a \lesssim I/\eta_p^2$, де η_p — її плазмова частота (яка може відрізнитися від плазмової частоти ω_p товстої мішені), а I — середній потенціал іонізації її атомів.

Товщину товстої мішені будемо вважати набагато більшою за I'/ω_p^2 , де I' позначає середній потенціал іонізації атомів цієї мішені. Нехай пара рухається у площині xz , а кут між швидкістю кожної з частинок та віссю z становить ψ (рис. 4.8). Як і раніше, будемо розглядати найпростіший випадок симетричного руху частинок відносно осі z і рівномірного розподілу енергії початкового фотона між ними. Через z_0 позначимо відстань між правою поверхнею товстої мішені і точкою народження пари всередині неї.

Товщина тонкої мішені, що розглядається, є меншою за довжину поглина-

ння всередині неї фотонів із частотами (порядка I), що є суттєвими для процесу ІВ. Тому, як і раніше, електричне поле навколо пари всередині мішені вважаємо однорідним у напрямку z і таким, що збігається з полем у вакуумі при $z = z_1$.

Сумарне поле навколо пари у вакуумі можна обчислити на основі розв'язку рівнянь Максвелла з відповідними граничними умовами на правій поверхні товстої пластини. Воно складається з власних кулонівських полів електрона і позитрона, а також вільного електромагнітного поля (пакета вільних хвиль), що генерується при вильоті частинок з мішені у вакуум. На великій відстані від пластини вільне поле перетворюється на сферично розбіжні хвилі перехідного випромінювання. На менших відстанях, однак, усі згадані поля суттєво інтерферують одне з одним, що призводить до залежності сумарного поля та просторового розподілу потоку його енергії від z . Ми знехтуємо зміною енергії електрона і позитрона зі збільшенням відстані між парою та пластиною, оскільки вона є набагато меншою, ніж величина енергій частинок. Для того щоб визначити електричне поле, що його створює пара навколо себе у вакуумі, необхідно, по-перше, обчислити поле, яке створюється однією частинкою (нехай це буде позитрон), що вилітає з речовини у вакуум під деяким кутом ψ до осі z . Вирази для електричного поля пакета вільних хвиль ПВ у цьому випадку наведено, наприклад, у [150] (формули 3.2 та 3.3). Тут поперечну складову цього поля розкладено за проєкціями \mathbf{E}_x^f на вісь x та \mathbf{E}_q^f на напрямок вектора \mathbf{q} , який є поперечною до осі z складовою хвильового вектора \mathbf{k} . Обидві ці проєкції представлено у вигляді розкладання Фур'є полів $\mathbf{E}_x^f(\mathbf{r}, t)$ та $\mathbf{E}_q^f(\mathbf{r}, t)$ за двома декартовими координатами (x, y) та часом. Ці загальні формули досить громіздкі, і ми не наводимо їх тут.

У випадку ультрарелятивістських частинок і малого значення кута ψ , що розглядається, вирази для \mathbf{E}_x^f та \mathbf{E}_q^f можна спростити. З дисперсійного співвідношення $\omega = \mathbf{k}\mathbf{v} = k_x v_x + k_z v_z$ між частотою ω та хвильовим вектором k у цих виразах (не $\omega = k$, як можна було б очікувати), де $\mathbf{v} = (v_x, v_z)$ — швидкість частинки, можна отримати вираз $k_z = (\omega - k_x v_x)/v_z$ для z -

компоненти хвильового вектора. Беручи до уваги, що $v_x/v_z \approx \psi \ll 1$, можна нарешті представити квадрат хвильового вектора k у формулах для \mathbf{E}_x^f та \mathbf{E}_q^f у наступній формі:

$$k^2 = q^2 + k_z^2 \approx q^2 + [\omega(1 + \psi^2/2)/v - k_x\psi]^2. \quad (4.18)$$

В ультрарелятивістському випадку більша частина енергії випромінювання поширюється в напрямку, близькому до осі z та умова $q/\omega \ll 1$ є справедливою для значень q , що роблять основний внесок у вільне поле. Таким чином, вирази для розглянутих складових електричного поля можна розкласти за цим малим параметром. У результаті, використовуючи (4.18), отримуємо наступний вираз для поперечної компоненти Фур'є електричного поля пакета, що генерується при вильоті позитрона з мішені:

$$\mathbf{E}_{\omega,q}^{f+} = \frac{8ie\pi^2\omega_p^2(\mathbf{q} - \omega\psi\mathbf{e}_x)}{[(\mathbf{q} - \omega\psi\mathbf{e}_x)^2 + \omega^2/\gamma^2][(\mathbf{q} - \omega\psi\mathbf{e}_x)^2 + \omega^2/\gamma^2 + \omega_p^2]}, \quad (4.19)$$

де \mathbf{e}_x — одиничний вектор у напрямку осі x , а e — заряд позитрона. Тут ми, як і раніше, використали наближений вираз $\varepsilon(\omega) \approx 1 - \omega_p^2/\omega^2$ для діелектричної проникності товстої мішені. Такий вираз є справедливим у нашому випадку, оскільки ми цікавимося частотами випромінювання порядку середнього потенціалу іонізації I тонкої пластинки, який помітно перевищує ω_p . Компонента вільного поля, що генерується електроном, може бути безпосередньо отримана з (4.19) шляхом заміни $e \rightarrow -e$ та $\psi \rightarrow -\psi$.

Компонента Фур'є власного кулонівського поля позитрона (і, аналогічно, електрона) може бути отримана як частинний розв'язок рівняння Максвелла у вакуумі, в якому позитронний струм потрібно записати у такому вигляді: $\mathbf{j}^+(\mathbf{r}, t) = e\delta(\mathbf{r} + z_0\mathbf{e}_z - \mathbf{v}[t + z_0/(v \cos \psi)])$. Тут $\delta(x)$ — дельта-функція, $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$, де $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ — координата точки спостереження у площині, ортогональній до осі z .

Компонента Фур'є сумарного поля навколо пари у вакуумі — це сума компонент власних полів частинок і згенерованих ними вільних полів ПВ. Монохроматична компонента Фур'є (функція, що залежить від \mathbf{r} та ω) цього поля може бути отримана інтегруванням цієї суми за \mathbf{q} з відповідними експоненційними множниками (кожен доданок суми має свій власний множник) у якості вагових функцій. У результаті отримуємо наступний вираз для компоненти Фур'є сумарного поля, що падає на тонку пластинку:

$$\mathbf{E}_\omega(\boldsymbol{\rho}, z_1) = \frac{ie}{\pi} \int d^2q \left\{ (Q_f^- - Q_f^+ e^{2i\mathbf{q}\mathbf{e}_x z_0 \psi}) \exp[i\mathbf{q}(\boldsymbol{\rho} - z_0 \psi \mathbf{e}_x) + i\omega z_1 - iq^2 z_1 / 2\omega] - (Q_c^- - Q_c^+ e^{2i\mathbf{q}\mathbf{e}_x (z_1 + z_0) \psi}) \exp[i\mathbf{q}(\boldsymbol{\rho} - (z_1 + z_0) \psi \mathbf{e}_x) + i\omega z_1 / v] \right\}, \quad (4.20)$$

де

$$Q_f^\pm = \frac{\omega_p^2(\mathbf{q} \pm \omega \psi \mathbf{e}_x)}{[(\mathbf{q} \pm \omega \psi \mathbf{e}_x)^2 + \omega^2 / \gamma^2][(\mathbf{q} \pm \omega \psi \mathbf{e}_x)^2 + \omega^2 / \gamma^2 + \omega_p^2]},$$

$$Q_c^\pm = \frac{\mathbf{q} \pm \omega \psi \mathbf{e}_x}{(\mathbf{q} \pm \omega \psi \mathbf{e}_x)^2 + \omega^2 / \gamma^2}.$$

У виразі (4.20) доданки, пропорційні до Q_c^+ та Q_c^- описують відповідно власні кулонівські поля позитрона і електрона. Доданки, що містять Q_f^+ та Q_f^- , визначають пакети вільних хвиль, що генеруються при вильоті відповідних частинок із товстої мішені.

4.3.2. Ефект асимптотичного пригнічення іонізаційних втрат пари

Для того щоб обчислити ІВ пари при її проходженні через тонку мішень, як і раніше, будемо розглядати речовину мішені у моделі класичних

гармонійних осциляторів. Підставляючи (4.20) до (1.36), після ряду перетворень отримуємо наступний вираз для ІВ у випадку, що розглядається:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = 2\eta_p^2 e^2 \left\{ \ln \kappa_0 - 1/2 + \epsilon_f + \epsilon_{\text{int}}(z_1, \psi, \gamma) \right\}, \quad (4.21)$$

де

$$\epsilon_f = \left(1 + \frac{2}{W_p^2} \right) \ln \frac{\kappa_0}{\sqrt{1 + \kappa_0^2/W_p^2}} - \frac{2\kappa_0^2 + W_p^2}{2(\kappa_0^2 + W_p^2)}, \quad (4.22)$$

$\kappa_0 = q_0\gamma/I$ та $W_p = \omega_p\gamma/I$. Доданок, пов'язаний з ϵ_{int} можна подати у вигляді

$$\epsilon_{\text{int}} = G(\psi, \gamma) + F(z_1, \psi, \gamma), \quad (4.23)$$

де

$$G = -W_p^4 \int_0^{\kappa_0} \frac{d\kappa \kappa}{2\pi} (\kappa^2 - \alpha^2) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{\cos[4\kappa\alpha Z_0 \cos \varphi]}{K_+ K_- \Omega_+ \Omega_-} \quad (4.24)$$

та

$$F = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{\kappa_0} d\kappa \int_0^{2\pi} d\varphi (f_1 + f_2 + f_3). \quad (4.25)$$

Величини f_1 , f_2 та f_3 мають наступний вигляд:

$$f_1 = \kappa(\kappa^2 - \alpha^2) \cos[4\kappa\alpha(Z_1 + Z_0) \cos \varphi]/(K_+ K_-),$$

$$f_2 = 2W_p^2 \kappa (K_+ - 1) \cos[Z_1(1 + \kappa^2 + 2\kappa\alpha \cos \varphi)]/(K_+^2 \Omega_+),$$

$$f_3 = -2W_p^2 \kappa (\kappa^2 - \alpha^2) \cos[2\kappa\alpha(Z_1 + 2Z_0) \cos \varphi + Z_1(1 + \kappa^2)]/(K_+ K_- \Omega_-),$$

де $K_{\pm} = \kappa^2 + \alpha^2 \pm 2\kappa\alpha \cos \varphi + 1$, $\Omega_{\pm} = K_{\pm} + W_p^2$, $\alpha = \psi\gamma$, $Z_{1,0} = z_{1,0}I/(2\gamma^2)$.

Перші два доданки в дужках у (4.21) описують іонізацію, що здійснюється власними полями електрона і позитрона. Доданок, пов'язаний з ϵ_f , визначає внесок в іонізацію мішені з боку вільних електромагнітних полів, що генеруються електроном і позитроном при їх вильоті з товстої пластини. Сумарний внесок цих перших трьох членів у (4.21) дорівнює подвоєному асимптотичному значенню ІВ одного електрона або позитрона, у процесі, що розглядається [97]. Під асимптотичним значенням ІВ частинки в цьому випадку ми маємо на увазі її ІВ у тонкій пластині при $z_1 \rightarrow \infty$. Вважається, що така частинка проходить розглянуту систему з двох мішеней, рухаючись вздовж осі z від $z \rightarrow -\infty$ до $z \rightarrow +\infty$. Такі ІВ включають як іонізацію, що здійснюється власним полем частинки так і іонізацією перехідним випромінюванням, що утворюється при проходженні частинки крізь товсту пластину. Зазначимо, що вираз (4.22) представлено для випадку $\kappa_0 \gg 1$, тоді як у попередніх підрозділах розгляд було проведено для більш жорсткої умови $\kappa_0 \gg W_p$.

Доданок, пов'язаний із ϵ_{int} у (4.21), описує вплив на ІВ з боку інтерференції між усіма зазначеними полями, які мають місце у процесі, що розглядається. У даному випадку значною є не тільки інтерференція власних кулонівських полів частинок між собою (як у випадку, що розглядався в підрозділі 4.2). Інтерференція між власними полями і полями перехідного випромінювання та інтерференція полів перехідного випромінювання, що генеруються обома частинками, між собою також значно впливають на ІВ пари у випадку, що розглядається.

Інтерференція між полями ПВ електрона і позитрона має особливість, яка відрізняє її від усіх інших зазначених типів інтерференції у розглянутому процесі. А саме, вона не має тенденції повністю зникати на великій відстані від товстої пластини, і поля перехідного випромінювання не можна вважати такими, що є відокремлені одне від одного навіть при досить великому z . Цей факт можна легко зрозуміти якщо застосувати аналогію між розглянутим

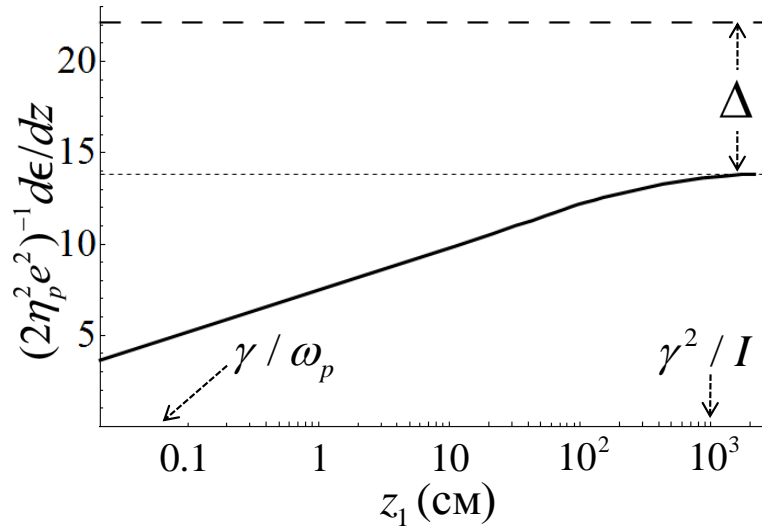


Рис. 4.9. Залежність ІВ пари у тонкій мішені від відстані z_1 між мішенями (суцільна крива) при $\epsilon = 100$ ГеВ, $\psi = 1/\gamma$ і $z_0 = 0$. Верхня штрихова лінія — сума асимптотичних значень незалежних ІВ електрона і позитрона в даному процесі.

процесом перехідного випромінювання двома частинками і, наприклад, дифракцією Фраунгофера плоскої хвилі [169], що проходить крізь дві щілини у непрозорому екрані. Загальновідомо, що останній випадок відповідає ситуації, коли інтерференційна картина розглядається на відстані від екрана, що вважається фізично нескінченно великою.

Розглянута особливість інтерференції між полями ПВ проявляється в ІВ пари у тонкій мішені. Як показано на рис. 4.9, це призводить до відмінності Δ між асимптотичним значенням ІВ пари $(d\epsilon/dz)_{ac}$ і асимптотичним значенням суми незалежних ІВ електрона та позитрона у процесі, що розглядається. Ця відмінність проявляється саме при виході за рамки наближення паралельних траєкторій, яке зазвичай використовується для теоретичного розгляду ІВ високоенергетичних електрон-позитронних пар. А саме, як показано у підрозділі 4.1, використання такого наближення при розгляді даного процесу, призводить до значення $\Delta = 0$.

Варто зазначити, що збільшення ІВ пари зі збільшенням відстані z_1 між мішенями відбувається для значень такої відстані, що визначаються умовою $z_1 \lesssim l_I = \gamma^2/I$ (див. рис. 4.9). Цей результат збігається з результатом,

отриманим у наближенні паралельних траєкторій. Відстань l_I є пропорційною до квадрата енергії пари, і при достатньо високих енергіях вона значно перевищує відповідну відстань $s \sim \gamma/\omega_p$, на якій має місце ефект Чудакова у безмежному середовищі.

Існування ненульового значення Δ у розглянутому випадку, очевидно, є відмінністю від випадку «класичного» ефекту Чудакова в безмежному середовищі [108, 113] за відсутності перехідного випромінювання. У такому випадку ІВ пари прямує до суми незалежних втрат електрона і позитрона на великій відстані від точки народження пари. Однак необхідно зазначити, що представлений тут розгляд не можна застосовувати для доволі великих значень z_1 , оскільки даний розгляд передбачає необмежений поперечний розмір тонкої мішені і нескінченно великий час вимірювання (тобто детектор, у якості якого виступає тонка мішень, не розпізнає сигнали від власних кулонівських полів частинок і перехідного випромінювання як окремі, навіть якщо вони потрапили в детектор через певний проміжок часу, що може мати місце при великому z_1). При високих енергіях пари перша з цих умов накладає більш жорстке обмеження на z_1 , ніж друга. А саме, вона не є дійсною, якщо умови $z_1 \ll d\gamma$ і $d \gg \gamma/I$ порушені. Через d ми позначаємо тут характерний поперечний лінійний розмір тонкої мішені. Наприклад, у випадку, якщо енергія пари становить $\epsilon = 100$ ГеВ та $d = 1$ см, обидві зазначені умови є дійсними для значень z_1 , що є меншими за сотню метрів (l_I у цьому випадку досягає 10 м).

Різниця Δ , що обговорюється, зумовлена величиною G в ϵ_{int} , яка не залежить від z_1 . Значення цієї величини визначається енергією пари ϵ та кутом її розльоту 2ψ . Рис. 4.10 демонструє залежність від енергії пари відносної величини розглянутої різниці $\xi = \Delta/(d\epsilon/dz)_{\text{ас}}$ при різних значеннях кута розльоту пари (тут, як і раніше, покладено $z_0 = 0$). Звідси видно, що величина ξ зростає зі збільшенням енергії пари. Вона є більш значною для малих ψ . При енергіях близько 100 ГеВ відносне значення такого асимптотичного пригнічення ІВ може перевищувати 50%. Для кутів розльоту пари 2ψ , що перевищують

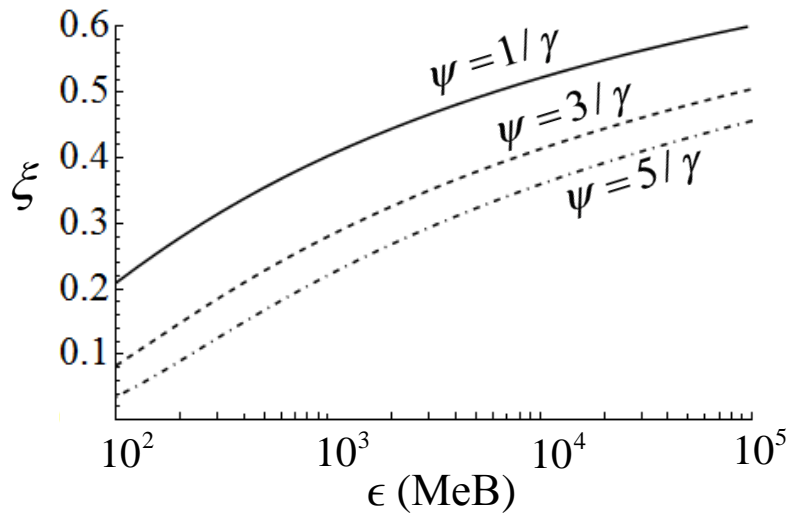


Рис. 4.10. Енергетична залежність відносної величини різниці між асимптотичними значеннями ІВ пари і суми незалежних ІВ електрона та позитрона в даному процесі для різних значень кута розльоту пари 2ψ .

найбільш вірогідне значення $2/\gamma$, зі зменшенням енергії пари величина ξ стає достатньо малою.

4.4. Антиефект Чудакова в іонізаційних втратах e^+e^- пари

У даному підрозділі ми показуємо, що разом із ефектом Чудакова, що полягає в пригніченні ІВ електрон-позитронної пари поблизу точки її народження, також може мати місце й протилежний ефект (який ми будемо називати антиефектом Чудакова), коли величина ІВ пари перевищує суму ІВ електрона і позитрона, які рухаються в речовині окремо один від одного (тобто подвоєне значення ІВ однієї з частинок). Можливість такого ефекту обумовлена тим, що в області простору між електроном і позитроном їх електричні поля мають однаковий напрямок (див. рис. 4.11), а отже, ця область повинна робити внесок у збільшення ІВ пари. На невеликих відстанях від точки народження пари ($z \ll \gamma/\omega_p$), однак, внесок від її взаємодії з атомами речовини в цій області в ІВ є незначним, та має місце ефект Чудакова пригнічення ІВ пари (це відстані, на яких дійсним є розгляд цього процесу, проведений у роботах

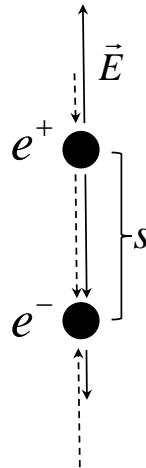


Рис. 4.11. Схематичне зображення електричного поля електрон-позитронної пари. Суцільні стрілки — поле позитрона, пунктирні стрілки — поле електрона.

[108, 110, 112]). Ми показуємо, що зі збільшенням z внесок зазначеної області до ІВ пари зростає і при $z \sim \gamma/\omega_p$ він може перевищувати внесок області, в якій інтерференція полів електрона і позитрона деструктивна. Втім, в однорідній безмежній речовині такий ефект є досить незначним.

Однак, як ми показуємо, даний ефект перевищення величиною ІВ пари подвоєного значення ІВ окремого електрона (позитрона) може посилюватися більш ніж на порядок, якщо розглядати ІВ пари не в тому самому середовищі, в якому вона народжується, а в тонкій пластинці, що розташована у вакуумі на деякій відстані в напрямку руху пари від цього середовища (як у попередніх підрозділах). Тут ми, зокрема, звертаємо увагу на те, що в такій ситуації зазначений ефект є найбільш помітним при достатньо низьких енергіях пари порядку декількох сотень МеВ.

Випадок руху пари в однорідному безмежному середовищі. Розглянемо спочатку дуже коротко ситуацію з антиефектом Чудакова, що має місце при русі пари в однорідному безмежному середовищі, у якому вона народжується (тобто у випадку, для якого в роботах [108–112] вивчався ефект Чудакова). При цьому іонізаційні втрати пари на довільних відстанях z від точки її народження визначаються виразом (4.3), де при $\gamma \gg I/\omega_p$ варто покласти $\Omega = \omega_p$. Для того, щоб подати цю формулу у вигляді явної залежності $d\epsilon/dz$ від z треба зробити

заміну $s = 2z\psi$, де 2ψ — кут розльоту пари, для якого ми оберемо найбільш імовірне значення, що відповідає $\psi = 1/\gamma$ [310].

Перші два доданки в дужках у (4.3) відповідають подвоєному значенню ІВ окремого електрона (або позитрона), який рухається в речовині. В області відстаней $z < \gamma/\omega_p$, відповідно до (4.3), ІВ пари менші за це значення і має місце ефект Чудакова. В області $z \sim \gamma/\omega_p$ вираз (4.3), навпаки, перевищує це значення, але відносне перевищення величиною ІВ пари в цій області z значення ІВ на великій відстані $z \rightarrow \infty$ від точки народження пари $\delta\epsilon = [(d\epsilon/dz)_{z \sim \gamma/\omega_p} - (d\epsilon/dz)_{z \rightarrow \infty}] / (d\epsilon/dz)_{z \rightarrow \infty}$ є досить малим. Зокрема, при $z = \gamma/\omega_p$ ця величина становить кілька десятих часток відсотка.

Як зазначалося вище, в роботах [108, 110, 112] обговорювався лише ефект зменшення ІВ пари внаслідок деструктивної інтерференції полів електрона та позитрона. У роботах [108, 112] це було пов'язано з тим, що діапазон придатності теорій, які тут було розвинуто, обмежувався відстанями від точки народження пари $z < \gamma/\omega_p$ (зокрема в роботі [108] це $z < 0.6\gamma/\omega_p$), що було спричинено відсутністю послідовного врахування ефекту взаємного екранування полів електрона і позитрона в речовині при розрахунку ІВ пари. В роботі [110] результати розрахунку наведено для випадку $z \ll \gamma/\omega_p$. У дослідженнях [109, 111] (де питання про антиефект Чудакова також не обговорювалося), строго кажучи, розглянуто було не безпосередньо ІВ пари, а сумарні втрати її енергії в речовині (без урахування втрат на гальмівне випромінювання), які разом з ІВ також містять втрати на черенковське випромінювання.

4.4.1. Асимптотична величина антиефекту

У наступних двох секціях ми покажемо, що в ситуації, коли іонізаційні втрати пари розглядаються в тонкій пластинці, розташованій на певній відстані від речовини (товстої мішені), в якій пара народжується, зазначений антиефект може посилюватися більш як на порядок порівняно з випадком,

коли пара рухається в однорідній безмежній речовині. Розгляд ми проводимо без використання наближення паралельних швидкостей частинок, що дозволяє дослідити залежність величини антиефекту від різних параметрів, які описують пару, як наприклад: кут її розльоту, положення точки народження пари всередині товстої мішені тощо. Таке дослідження може представляти інтерес для експериментального вивчення даного антиефекту.

Величина іонізаційних втрат пари у тонкій пластинці у процесі, що розглядається, визначається виразом (4.21). Перші три доданки в ньому, які визначають асимптотичне ($z_1 \rightarrow \infty$) значення суми незалежних втрат електрона і позитрона в тонкій мішені в даному процесі, ми для зручності позначимо як S^\pm . Зауважимо, що величина S^\pm відрізняється від відповідної величини в безмежному середовищі (яку ми позначимо як Σ^\pm). З одного боку, така відмінність пов'язана з внеском перехідного випромінювання, що генерується під час вильоту частинок з товстої мішені. З іншого боку — з тим фактом, що в тонкій мішені ІВ частинки відбуваються без ефекту густини, який є значним у безмежному середовищі.

Величина ϵ_{int} , яка описує відмінність значення ІВ пари (4.21) від S^\pm складається з двох доданків. Доданок F залежить від відстані z_1 між пластинами і прямує до нуля при великих значеннях цієї відстані. Це відбувається через швидкі осциляції косинусів в інтегралі (4.25) при великому z_1 . Як показано в підрозділі 4.3, ІВ пари перестають залежати від z_1 і виходять на асимптотичне значення при $z_1 \gg l_I = \gamma^2/I$. Зазначимо, що за порядком величини l_I збігається з довжиною формування хвиль ПВ з частотами, близькими до значення I , які роблять основний внесок в ІВ.

Доданок G в (4.23) не залежить від z_1 і не дорівнює нулю навіть у випадку досить великої відстані між мішенями. Він визначає різницю між асимптотичним значенням ІВ пари та величиною S^\pm . Поява доданка G у виразі для ІВ пари пов'язана з виходом за межі наближення паралельних траєкторій у нашому розгляді. У підрозділі 4.3 цей доданок досліджувався

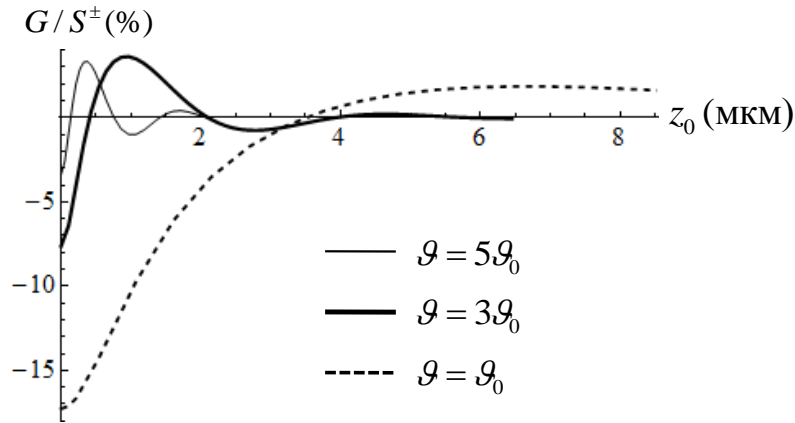


Рис. 4.12. Залежність відносного значення асимптотичної різниці між $d\epsilon/dz$ і S^\pm від z_0 для різних кутів розльоту пари ϑ . Енергія пари становить 100 МеВ.

у дещо спрощеному випадку, що відповідає народженню пар у безпосередній близькості від правої поверхні товстої мішені ($z_0 \rightarrow 0$). Як було показано, в цьому випадку величина G від'ємна, а її абсолютне значення повільно зростає зі збільшенням енергії пари. Наближення $z_0 = 0$ добре працює при досить високих енергіях пари, коли умова $z_0/l_I \ll 1$ виконується з великим запасом.

Розглянемо більш загальний випадок $z_0 \neq 0$ та дослідимо залежність значення G від z_0 . Природно очікувати, що така залежність буде найбільш вираженою при досить низьких (проте, ультрарелятивістських) енергіях пари, коли умова $z_0/l_I \ll 1$ має шанс бути порушеною.

На рис. 4.12 показано відношення G/S^\pm як функція z_0 для енергії пари, що дорівнює 100 МеВ. Воно отримане на основі чисельного обчислення інтегралів у виразі (4.24). Результати обчислення представлено для трьох значень кута розльоту пари $\vartheta = 2\psi$. Тут і далі ми використовуємо значення $\omega_p \approx 30$ еВ та $I \approx 175$ еВ (як для кремнію) відповідних величин². Графік демонструє, що у випадку $z_0 \rightarrow 0$ значення G від'ємне і має місце асимптотичне пригнічення $d\epsilon/dz$ порівняно з S^\pm . За абсолютною величиною це значення зростає зі зменшенням ϑ і для найбільш вірогідної величини $\vartheta_0 = 2/\gamma$ цього кута стає досить значним.

Однак при незначному збільшенні z_0 (до декількох мікрон, залежно від

²Зазначимо, що відношення G/S^\pm , взагалі кажучи, відрізняється від величини ξ , представленій на рис. 4.10, яка в якості знаменника містить не S^\pm , а асимптотичну величину ІВ пари.

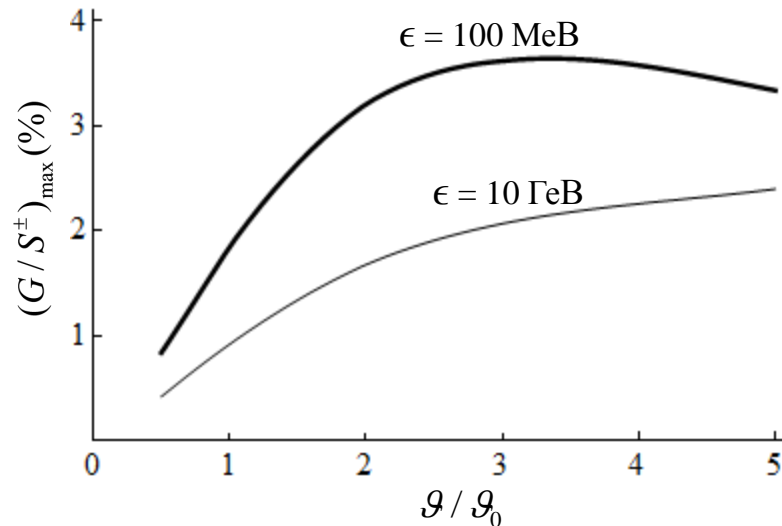


Рис. 4.13. Залежність максимальної позитивної відносної величини асимптотичної різниці між $d\epsilon/dz$ і S^\pm від кута розльоту пари для двох значень її енергії.

ϑ) знак G змінюється і стає позитивним. Це означає, що має місце асимптотичне перевищення величиною ІВ пари значення S^\pm . Максимальне позитивне значення G/S^\pm , на відміну від максимального негативного, є більшим для значень кута розльоту пари, що перевищують найбільш імовірне значення ϑ_0 . При розглянутому значенні енергії пари воно може досягати близько 4%.

Зі збільшенням енергії пари при фіксованому значенні $\alpha = \psi\gamma$ масштаб відстаней z_0 , на якому величина G помітно змінюється, зростає пропорційно квадрату енергії. Справді, аналіз інтегралу в (4.24) показує, що для фіксованих значень α і Z_0 єдиною величиною, яка залежить від енергії, тут є $W_p = \omega_p\gamma/I$, що входить до складу виразів для Ω^\pm . Однак, беручи до уваги умову $q_0 \gg \omega_p \gg I/\gamma$, яку ми будемо вважати виконаною, можна покласти $\Omega^\pm \approx W_p^2$, що призводить до зникнення W_p з (4.24) взагалі. Зазначимо, що таке спрощення є справедливим лише при $z_0 \neq 0$, коли воно не впливає на збіжність інтегралів у (4.24). У цьому випадку значення G при різних γ стають однаковими для фіксованого значення $Z_0 = z_0 I / (2\gamma^2)$. Отже, зі збільшенням енергії пари асимптотичний антиефект Чудакова має місце при набагато більших значеннях z_0 порівняно з розглянутим випадком пари з енергією $\epsilon = 100$ MeV.

Рис. 4.13 демонструє залежність максимальної (позитивної) відносної

асимптотичної величини $(G/S^\pm)_{\max}$ антиефекту Чудакова від кута розльоту пари для двох значень її енергії ϵ . Звідси видно, що дана величина зростає зі зменшенням енергії. Це відбувається через логарифмічне зменшення значення S^\pm зі зменшенням ϵ , яке впливає з (4.21) та (4.22). Тому низькі (проте, все ще ультрарелятивістські) енергії електрон-позитронних пар є більш прийнятними для експериментального пошуку прояву розглянутого антиефекту. Далі для визначеності ми зосередимось на енергії $\epsilon = 100$ МеВ, для якої довжина формування ПВ при $\omega \sim I$ досягає 20 мкм. Справа в тому, що вимірювання при менших енергіях можуть бути технічно дуже складними через невеликий розмір l_I в цьому випадку.

На закінчення цієї секції необхідно зазначити, що представлений тут розгляд, як і раніше, обмежений значеннями відстаней між мішенями, для яких тонка мішень може розглядатися такою, що має необмежений поперечний розмір. Це має місце, якщо виконуються умови $z_1 \ll d\gamma$ і $d \gg \gamma/I$ (де d — поперечний лінійний розмір мішені). При $\epsilon = 100$ МеВ і $d = 1$ см даний розгляд є дійсним, якщо $z_1 \ll 100$ см.

4.4.2. Оцінка максимальної величини антиефекту

У попередній секції ІВ пари розглядалися при асимптотично великих відстанях між мішенями ($z_1 \gg \gamma^2/I$). Було показано, що за певних умов величина таких ІВ може перевищувати суму S^\pm незалежних втрат електрона і позитрона, які окремо перетинають систему з двох мішеней, що розглядається, і була оцінена величина такого антиефекту.

Однак можна очікувати, що максимальне значення розглянутого антиефекту має місце при менших значеннях z_1 . Тому для визначення оптимальних параметрів для його спостереження необхідно розглянути ІВ пари при довільних відстанях між мішенями. При дуже малих значеннях такої відстані ІВ пари суттєво пригнічені і зростають зі збільшенням z_1 . У цьому

випадку має місце ефект Чудакова. Тому природно очікувати максимального значення зазначеного антиефекту при $z_1 \sim l_I$, коли $d\epsilon/dz$ наближається до свого асимптотичного значення. Отримаємо спрощений аналітичний вираз для величини F (4.25), яка визначає залежність ІВ пари від z_1 у нашому випадку.

Почнемо з доданка, що містить функцію f_2 , та позначимо його як F_2 . Для значень z_1 , що розглядаються, можна використати метод стаціонарної фази [144] для обчислення одного з інтегралів тут (нехай це буде інтеграл за φ). Точки стаціонарної фази φ_0 наразі визначаються з рівняння

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}(1 + \kappa^2 + 2\kappa\alpha \cos \varphi) = 0, \quad (4.26)$$

яке має три розв'язки на інтервалі інтегрування: $\varphi_0 = 0, \pi, 2\pi$. Оскільки точки $\varphi_0 = 0, 2\pi$ лежать на межах цього інтервалу, їх внески вдвічі менші, ніж від точки, що знаходиться всередині нього. Однак значення підінтегрального виразу f_2 у цих точках однакові, і можна замінити їх сумарний внесок повним (а не його половиною) внеском, наприклад, від точки $\varphi_0 = 0$. Після ряду перетворень внески від точок $\varphi_0 = 0, \pi$ можна об'єднати в один інтеграл, який приймає наступний вигляд:

$$F_2 \approx 2W_p^2 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha Z}} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa Q(\kappa) e^{iZq(\kappa) - i\pi/4}, \quad (4.27)$$

де

$$Q(\kappa) = \frac{\sqrt{\kappa}(\kappa - \alpha)^2}{[(\kappa - \alpha)^2 + 1]^2 [(\kappa - \alpha)^2 + 1 + W_p^2]}$$

та $q(\kappa) = 2\alpha\kappa - \kappa^2 - 1$. Тут $\sqrt{\kappa}$ — це однозначна гілка аналітичної функції $w = \sqrt{\kappa}$ зі значенням аргументу $\arg(w) = \arg(\kappa)/2$. Вона дорівнює $|\sqrt{\kappa}|$ при $\kappa > 0$ та $i|\sqrt{\kappa}|$ при $\kappa < 0$.

У розглянутому випадку $Z \sim 1$ і саме $\kappa \sim 1$ роблять основний внесок в

інтеграл у (4.27). Таким чином, використовуючи умову $W_p \gg 1$, яка впливає з умови $\omega_p \gg I/\gamma$, і враховуючи, що $\alpha \sim 1$, можна зробити очевидне спрощення: $(\kappa - \alpha)^2 + 1 + W_p^2 \approx W_p^2$. Зробимо також заміну $\kappa - \alpha = x$ у підінтегральному виразі. У результаті отримуємо вираз для F_2 в наступній формі:

$$F_2 \approx 2\sqrt{\frac{\pi}{\alpha Z}} \operatorname{Re} \left\{ e^{i\chi(Z,\alpha)} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{x^2 \sqrt{x+\alpha}}{(x^2+1)^2} e^{-iZx^2} \right\}, \quad (4.28)$$

де $\chi = Z(\alpha^2 - 1) - \pi/4$.

Як показано в попередній секції для випадку $Z \gg 1$, найбільших величин розглянутого антиефекту слід очікувати для значень ϑ , що перевищують найбільш вірогідне (що відповідає $\alpha > 1$). Тому, беручи до уваги, що саме $x \lesssim 1$ роблять основний внесок в інтеграл у (4.28), ми знехтуємо величиною x порівняно з α і запишемо: $\sqrt{x+\alpha} \approx \sqrt{\alpha}$. Отриманий після такого спрощення інтеграл можна обчислити аналітично (див. [143]) і врешті-решт отримати:

$$F_2 \approx -\sqrt{\frac{\pi}{Z}} \operatorname{Re} \left\{ e^{i\chi(Z,\alpha)} \left[\sqrt{2\pi Z}(1+i) - \pi e^{iZ}(1+2iZ)[1 - \Phi(\sqrt{iZ})] \right] \right\}. \quad (4.29)$$

Тут

$$\Phi(\sqrt{iZ}) = e^{i\pi/4} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{Z}} e^{-it^2} dt \quad (4.30)$$

представляє собою функцію помилок. Аналогічна процедура, що може бути виконана для доданків у (4.25), пов'язаних із f_1 та f_3 , показує, що для значень Z , які розглядаються, вони є малими порівняно з величиною F_2 . Тому ми знехтуємо ними і будемо вважати, що наразі $F \approx F_2$.

Природно очікувати, що прояв антиефекту Чудакова буде найбільш виражений при $z_1 \sim \gamma^2/I$ для значень z_0 , для яких він має найбільшу величину при $z_1 \rightarrow \infty$ (див. попередню секцію). Тому саме такі значення z_0 (які залежать

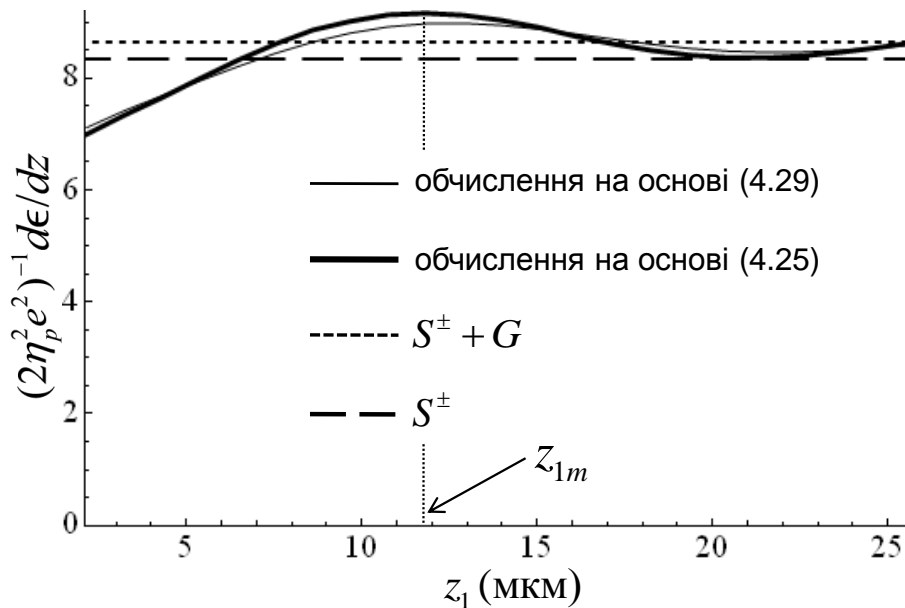


Рис. 4.14. Залежність ІВ пари у тонкій мішені від відстані між мішенями при $\epsilon = 100$ MeB, $\vartheta = 3\vartheta_0$ і $z_0 = 1$ мкм.

від ϵ і ϑ) ми будемо розглядати далі. Наприклад, у випадку пари з енергією 100 MeB та кутом розльоту $\vartheta = 3\vartheta_0$, згідно з рис. 4.12, маємо $z_0 \approx 1$ мкм.

На рис. 4.14 показано приклад залежності ІВ пари у тонкій мішені від відстані z_1 між мішенями в області $z_1 \lesssim \gamma^2/I$. Звідси видно, що у розглянутому випадку залежність $d\epsilon/dz$ від z_1 має максимум (у точці $z_1 = z_{1m}$). Це ще одна нова особливість, яка відрізняє ІВ пари в тонкій пластинці від ІВ у безмежному середовищі, де таку залежність з високою точністю можна вважати монотонною (див. рис. 4.1). У розглянутому випадку величина антиефекту Чудакова у точці максимуму $d\epsilon/dz$ більш ніж у два рази перевищує його асимптотичну величину при $z_1 \gg \gamma^2/I$.

З графіка видно, що наближення (4.29) для величини F у інтерференційному доданку (4.23) досить добре працює у розглянутому діапазоні відстаней z_1 . Однак воно дає трохи меншу величину ІВ у точці максимуму. Тому далі ми будемо використовувати точний вираз (4.25) при дослідженні максимально можливої величини антиефекту Чудакова для ІВ пари. Наближення (4.29) може мати важливе значення при застосуванні даної теорії для реальної експериментальної ситуації. У цьому випадку для оцінки величини

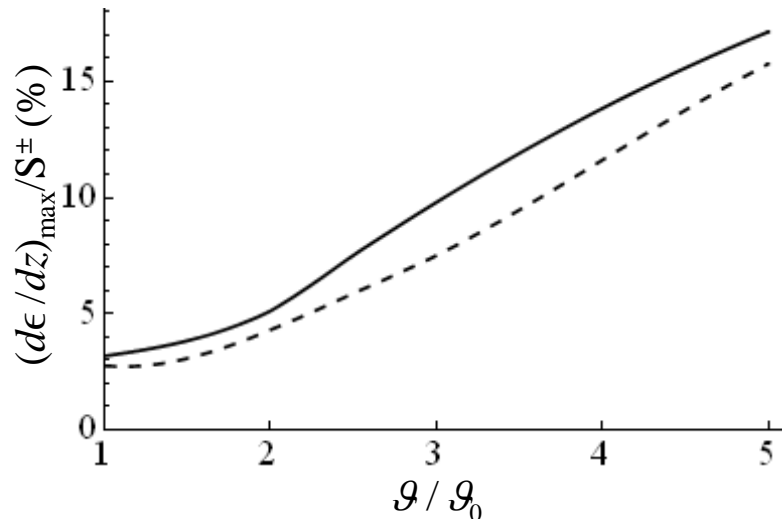


Рис. 4.15. Оцінка максимальної величини антиефекту Чудакова при $\epsilon = 100$ MeV як функції кута розльоту пари для параметрів мішеней $\omega_p = 30$ eV, $I = 175$ eV. Суцільна лінія — обчислення з використанням (4.25), пунктирна лінія — обчислення на базі (4.29).

розглянутого антиефекту може виникнути необхідність виконати процедуру усереднення виразу (4.21) за різноманітними параметрами, як-от ϑ (у разі, якщо виокремлення пар із певним кутом розльоту не є можливим), z_0 та ін. Крім того, в даному випадку також бажано враховувати нерівномірність розподілу початкової енергії фотона між частинками пари. Використання виразу (4.29) замість (4.25) для таких оцінок може суттєво скоротити час обчислення.

На рис. 4.15 представлено результати обчислення відносного значення розглянутого антиефекту для відстаней $z_1 = z_{1m}$, що відповідають максимуму $d\epsilon/dz$, при різних значеннях ϑ . Даний графік демонструє результати, які отримано з використанням як точного (4.25), так і наближеного (4.29) виразів. Звідси видно, що величина антиефекту Чудакова при $z_1 = z_{1m}$ може бути в кілька разів більшою за асимптотичну (див. рис. 4.13).

На закінчення наведемо також графік (рис. 4.16), який демонструє значення z_{1m} відстані між мішенями, що відповідає максимальній величині розглянутого антиефекту, як функцію кута ϑ розльоту пари. Даний графік свідчить про суттєво немонотонну залежність цієї відстані від ϑ та наявність яскраво вираженого максимуму в цій залежності.

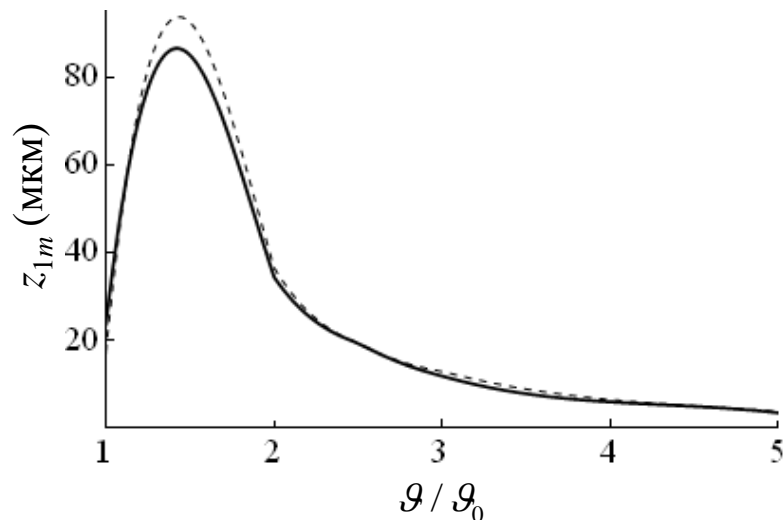


Рис. 4.16. Залежність відстані між мішенями, яка відповідає максимальному значенню антиефекту, від кута розльоту пари. Суцільна лінія — обчислення з використанням (4.25), пунктирна лінія — обчислення на основі (4.29).

Висновки до розділу 4

Результати досліджень, представлених у даному розділі опубліковано в статтях [10–14]. Серед основних результатів в якості висновків можна виділити наступні:

- Побудовано теорію іонізаційних втрат високоенергетичних електрон-позитронних пар у тонких мішенях, що розташовані у вакуумі або розрідженому газі на певній відстані в напрямку руху пари від товстої мішені, у якій пара народжується. Розгляд проведено з використанням наближення паралельних швидкостей частинок. Показано, що в розглянутому випадку інтерференційні ефекти, які призводять до пригнічення іонізаційних втрат пари, мають місце на значно більших відстанях від точки її народження, ніж у випадку, коли іонізаційні втрати розглядаються у тій самій речовині, де пара народжується (тобто у випадку, який завжди раніше вивчався при дослідженні ефекту Чудакова).

- Досліджено вплив непаралельності траєкторій електрона і позитрона на іонізаційні втрати пари у тонкій мішені. При цьому розглянуто спрощений випадок, що відповідає народженню пари в іншій тонкій мішені. У даному ви-

падку можна знехтувати впливом перехідного випромінювання, що генерується при вильоті пари з мішені, де вона народжується, на іонізаційні втрати пари у мішені, яку вона згодом перетинає. Показано, що непаралельність траєкторій частинок послаблює деструктивну інтерференцію між їх полями і призводить до невеликого пригнічення ефекту Чудакова у розглянутому випадку.

- Побудовано теорію іонізаційних втрат високоенергетичної електрон-позитронної пари у тонкій мішені для випадку, коли пара народжується в іншій мішені довільної товщини. При цьому враховано вплив як непаралельності траєкторій частинок, так і перехідного випромінювання, що генерується при вильоті пари з мішені, де вона народжується, на іонізаційні втрати пари у тонкій мішені, яку вона згодом перетинає. Показано, що в даному випадку асимптотичне значення іонізаційних втрат пари при великих відстанях між мішенями відрізняється від суми незалежних втрат електрона і позитрона у розглянутому процесі. Зокрема, при достатньо високих енергіях пари має місце асимптотичне пригнічення її іонізаційних втрат порівняно з зазначеною сумою, а відносна абсолютна величина такого пригнічення зростає зі збільшенням енергії пари. Вказано на аналогію між даним випадком і ситуацією, що має місце при дифракції Фраунгофера, коли інтерференційна картинка спостерігається на фізично безкінечній відстані від екрану, на якому хвиля зазнає дифракції.

- Передбачено існування ефекту, що є зворотним до ефекту Чудакова (антиефекту Чудакова), що полягає в перевищенні величиною іонізаційних втрат пари суми незалежних втрат електрона і позитрона. Продемонстровано, що в тонкій мішені (яку пара перетинає після вильоту з товстої мішені, де вона народжується) величина такого антиефекту є значно більшою, ніж у випадку руху пари в тій самій речовині, де вона народжується (в останньому випадку ефект є дуже незначним). Досліджено залежність величини антиефекту Чудакова від різноманітних параметрів, як-от енергія пари, кут її розльоту та координата точки її народження всередині мішені.

РОЗДІЛ 5

КОГЕРЕНТНІ ЕФЕКТИ В ІОНІЗАЦІЙНИХ ВТРАТАХ ЕЛЕКТРОННИХ БАНЧІВ

У розділі 4 було вивчено різноманітні інтерференційні ефекти в іонізаційних втратах електрон-позитронних пар, які є прикладом мікроскопічної групи з декількох заряджених частинок. Для таких груп частинок, в залежності від конкретного процесу (див. огляд на початку розділу 1), зазначені ефекти можуть призводити до послаблення ІВ або їх посилення у декілька разів порівняно з результатом, що визначається формулою Бете-Блоха.

Що стосується макроскопічних ансамблів заряджених частинок, якими є пучки, що створюються на прискорювачах, то при достатньо великих просторових розмірах цих ансамблів та невеликих густинах частинок у них, їх ІВ у речовині можна розглядати як суму незалежних втрат частинок (що визначаються формулою Бете-Блоха), які утворюють ці ансамблі. Однак, як було зазначено, процес ІВ, як і процес випромінювання, характеризується типовими частотами ω_{0i} (характерні атомні частоти речовини) і відповідними довжинами хвиль $\lambda_{0i} \sim 1/\omega_{0i}$. Тому у випадку, коли поздовжній (у напрямку швидкості частинок) розмір макроскопічного ансамблю частинок є меншим за λ_{0i} , природно очікувати сильних інтерференційних ефектів у його ІВ, подібних до тих, що мають місце для мікроскопічних груп частинок.

Для прояву зазначених ефектів, однак, також потрібно, щоб поперечний розмір ансамблю частинок не перевищував характерного поперечного розміру ρ_0 власного поля частинки у речовині. При високих енергіях частинок, через поляризацію речовини, цей розмір становить $\rho_0 \sim 1/\omega_p$, де ω_p — плазмова частота речовини¹. Для твердих тіл це значення є дуже малим, і для прояву

¹Зазначимо, що для прояву когерентних ефектів в утворенні банчем колективних поляризаційних коливань речовини, його розмір має бути меншим за $1/\omega_p$ в усіх трьох просторових напрямках [124–126].

інтерференційних ефектів необхідна надзвичайно висока густина частинок в ансамблі, яка перевищує технічні можливості сучасних прискорювачів.

У даному розділі показано, що зазначене обмеження на поперечний розмір ансамблю частинок може бути значно послаблене, якщо розглядати іонізаційні втрати в ультратонких шарах речовини. Як зазначалося (див. підрозділ 1.4), у таких шарах іонізаційні втрати частинок відбуваються без впливу поляризації речовини (тобто без ефекту густини). Тому в таких шарах величина ρ_0 визначається типовим розміром кулонівського поля у вакуумі і становить $\rho_0 \sim \gamma/\omega_{0i}$, де γ — Лоренца-фактор частинки. При досить високих енергіях частинок це значення суттєво перевищує $1/\omega_p$. Ще одна можливість послаблення обмеження на поперечний розмір пучка полягає у розгляді іонізації та збудження атомів легких (або розріджених важких) газів, що мають значно меншу величину ω_p , ніж тверді тіла.

Ми показуємо, що за таких умов дуже сильні інтерференційні (когерентні) ефекти можуть проявляються в ІВ пучків із параметрами, що на сьогоднішній день досягнуто на сучасних лазерах на вільних електронах (наприклад, на Європейському рентгенівському лазері на вільних електронах European XFEL [128]) або планується досягти на нових прискорювачах, які наразі будуються (наприклад, SINBAD [130]). У даному випадку вищезгадані ефекти є значними та можуть призводити до збільшення іонізаційних втрат таких пучків на декілька порядків величини. Цим зумовлена мотивація дослідження інтерференційних ефектів у ІВ таких макроскопічних ансамблів частинок. Подібні ефекти можуть представляти інтерес для задач експериментальної діагностики параметрів таких ансамблів.

У підрозділі 5.1 побудовано класичну теорію когерентних ефектів у ІВ релятивістських банчів та вивчено можливість прояву таких ефектів при параметрах пучків, що є досяжні на сучасних прискорювачах. Основну увагу при цьому приділено розгляду ІВ в ультратонких шарах твердих тіл. У підрозділі 5.2 розгляд процесів іонізації та збудження атомів речовини налітаючим

релятивістським банчем проведено в рамках теорії збурень квантової механіки, а чисельні розрахунки — для випадку руху банча у газовому середовищі. При цьому виявлено низку нових особливостей ІВ банчів, що проявляються при квантовому розгляді даного процесу.

5.1. Класичний розгляд

5.1.1. Іонізаційні втрати банча з урахуванням інтерференційних ефектів

Розглянемо ІВ ансамблю (банча), що складається з N ультрарелятивістських електронів, які рухаються зі швидкістю v вздовж осі z у тонкій мішені. Нехай мішень знаходиться у вакуумі чи розрідженому газі. Для оцінки ІВ ми будемо використовувати спрощену модель, у якій речовина мішені розглядається як набір гармонійних осциляторів. Оскільки причиною когерентних ефектів, що розглядаються, є інтерференція власних полів частинок банча, зручно подати величину ІВ безпосередньо через сумарне поле, що його створює банч у речовині, подібно до того, як це робилося при розгляді ІВ електрон-позитронних пар. Для цього, як і раніше, використовуємо вираз (1.36) для сумарної передачі енергії зовнішнім електричним полем \mathbf{E} гармонійному осцилятору, що має заряд e та масу m (які ми вважаємо такими, що дорівнюють заряду і масі атомного електрона).

Електричне поле ультрарелятивістського електрона з банча можна розглядати як приблизно ортогональне до осі z у більшій частині простору навколо частинки, де це поле помітно взаємодіє з речовиною. Нехай тонка мішень, в якій розглядаються ІВ, буде орієнтована перпендикулярно до осі z . У цьому випадку, завдяки безперервності тангенційної складової електричного поля на лівій поверхні мішені (через яку електрон до неї влітає) поле навколо електрона всередині неї майже таке саме, як і у вакуумі. Товщина a мішені, в якій має місце

така ситуація, не перевищує довжину формування перехідного випромінювання всередині неї, і при високій енергії частинок повинна задовольняти умові:

$$a \lesssim 2\omega/\omega_p^2, \quad (5.1)$$

де ω — частота компоненти Фур'є електричного поля у виразі (1.36)². Використовуючи вираз (1.2) для компоненти Фур'є власного поля електрона у вакуумі, сумарне електричне поле, що створюється банчем всередині тонкої мішені, можна подати наступним чином:

$$\mathbf{E}_\omega(\boldsymbol{\rho}, z) = -\frac{ie}{\pi} \int d^2q \frac{\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho} + i\omega z/v}}{q^2 + \omega^2/\gamma^2} \sum_{r=1}^N e^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}_r - i\omega z_r/v}, \quad (5.2)$$

де \mathbf{q} — хвильовий вектор у площині, перпендикулярній осі z , а $\boldsymbol{\rho}$ — радіус-вектор точки спостереження у цій площині. Величини $\boldsymbol{\rho}_r$ і z_r є координатами r -ої частинки пучка відносно певної «центральної» точки всередині нього. Тут ми вважаємо, що в момент часу $t = 0$ ця точка має координати $\rho = z = 0$.

Для отримання середнього значення ІВ на одиниці шляху треба підставити (5.2) до (1.36), помножити його на кількість атомних електронів на одиниці шляху $nd^2\rho$ (де n — кількість таких електронів в одиниці об'єму) та проінтегрувати за величиною $\boldsymbol{\rho}$. Після виконання цієї процедури, а також одноразового інтегрування³ за \mathbf{q} , отримуємо:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{2ne^4}{m} \int \frac{d^2q q^2}{(q^2 + \omega_0^2/\gamma^2)^2} \left\{ N + \sum_{r \neq k} e^{-i\mathbf{q}(\boldsymbol{\rho}_r - \boldsymbol{\rho}_k) - i\omega_0(z_r - z_k)/v} \right\}, \quad (5.3)$$

Взагалі кажучи, тут слід також виконати підсумовування за різними типами осциляторів у речовині (з різними власними частотами ω_0). Перший доданок (некогерентний) у дужках в (5.3) описує ІВ як суму незалежних внесків

²Крім того, товщина a не повинна перевищувати довжину поглинання всередині мішені фотонів ПВ із частотами, що роблять основний внесок в іонізацію. Втім, така довжина зазвичай є більшою за довжину формування або збігається з нею за порядком величини.

³Через наявність квадрата модуля електричного поля в (1.36) цей вираз початково включає подвійний інтеграл за \mathbf{q} .

окремих частинок, тоді як сума за r та k (когерентний доданок) визначає вплив інтерференції власних полів частинок на ІВ банча.

Як і в дослідженнях випромінювання банчами заряджених частинок, у нашому випадку також зручно використати наближений вираз для просторового розподілу частинок банча у вигляді безперервної функції. Будемо вважати, що такий розподіл можна подати як добуток розподілів частинок у поздовжньому та поперечному напрямках. У цьому випадку вираз для ІВ банча можна записати наступним чином:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{2nNe^4}{m} \sum_i f_i \int \frac{d^2qq^2}{(q^2 + \Omega_i^2)^2} \left\{ 1 + (N - 1)F_{\perp}F_{\parallel} \right\}, \quad (5.4)$$

де $\Omega_i = \omega_{0i}/\gamma$ та, аналогічно випадку з випромінюванням банчів, з'являються поперечний F_{\perp} та поздовжній F_{\parallel} форм-фактори банча. Величини f_i представляють собою так звані дипольні сили осциляторів. Їх можна наближено подати у вигляді $f_i = Z_i/Z$, де Z_i — кількість електронів на i -й атомній оболонці, а Z — атомний номер мішені. Форм-фактори визначаються як

$$F_{\perp}(q) = \left| \int d^2\rho f_{\perp}(\rho) e^{-i\mathbf{q}\rho} \right|^2, \quad F_{\parallel}(\omega_{0i}) = \left| \int dz f_{\parallel}(z) e^{-i\omega_{0i}z/v} \right|^2. \quad (5.5)$$

Функції $f_{\perp}(\rho)$ і $f_{\parallel}(z)$ описують розподіл густини частинок у банчі відповідно в поперечному і поздовжньому напрямках (щодо осі z). Кожна з цих функцій нормована на одиницю.

Загальні якісні зауваження щодо інтерференційних ефектів у ІВ банчів. Вираз (5.5) для F_{\parallel} вказує на те, що типовий поздовжній розмір l банча, для якого інтерференційні ефекти є значними (коли F_{\parallel} близький до одиниці), можна оцінити як $l_{\text{eff}} \lesssim v/\omega_{0i}$. Вираз для F_{\perp} відповідно дає значення $\rho_{\text{eff}} \lesssim 1/q$ для поперечного розміру банча, для якого $F_{\perp} \sim 1$. Решта підінтегрального виразу в (5.4) містить єдиний параметр Ω_i , що визначає характерні значення q , які роблять внесок в інтеграл. Це призводить до наступної оцінки поперечного

розміру d банча, для якого інтерференційні ефекти є значними: $d_{\text{eff}} \lesssim 1/\Omega_i = \gamma/\omega_{0i}$. Звідси видно, що в даному випадку достатньо тонкої мішені, в якій ефект густини відсутній, значення d_{eff} є пропорційним до енергії частинок. Як показано нижче, в цьому випадку умови для прояву інтерференційних ефектів у ІВ всередині твердотільних мішеней можуть бути виконані для таких розмірів банча та густини частинок у ньому, які можуть бути досягнені на сучасних прискорювачах.

Ситуація є іншою всередині товстої мішені далеко від її поверхні, де ефект густини є значним. У цьому випадку величину ІВ пучка можна оцінити, використовуючи той самий вираз (5.4), але з $\Omega_i = \omega_p$. При великих енергіях ця величина є значно меншою за γ/ω_{0i} . У цьому випадку для прояву інтерференційних ефектів у твердотільних мішенях необхідна дуже висока густина частинок у банчі, яка на даний момент є технічно недосяжною на сучасних прискорювачах. Тому наразі будемо вважати, що за наявності ефекту густини в ІВ такі ефекти відсутні. Втім, інтерференційні ефекти все ще можуть мати місце в тонких приповерхневих шарах товстих мішеней та призводити до значного посилення енерговиділення поблизу поверхні мішені при проходженні банча. Тому результати для ІВ банчів у тонких мішенях, отримані в цьому підрозділі, можна безпосередньо застосувати також до відповідного процесу в таких приповерхневих шарах товстих мішеней.

Числові оцінки ми будемо робити для кремнієвої мішені. У цьому випадку значення f_i , що відповідають зайнятим електронами атомним оболонкам K , L і M , становлять: $f_K = 2/14$, $f_L = 8/14$ і $f_M = 4/14$. Ефективні значення ω_{0i} , при яких модель гармонійних осциляторів адекватно описує експериментальні дані щодо іонізаційних втрат високоенергетичних частинок у кремнії, є наступними [230]: $\omega_{0K} = 4033$ еВ, $\omega_{0L} = 241$ еВ і $\omega_{0M} = 17$ еВ⁴. Зауважимо, що в даному випадку не можна використовувати таку зручну величину для опису ІВ, як середній потенціал іонізації речовини I . Це пов'язано з тим, що інтерференційні ефекти по-різному впливають на внески різних атомних оболонок у $d\epsilon/dz$.

⁴ Дані величини ω_{0i} відповідають так званим ефективним енергіям зв'язку, позначеним у [230] як E_{0i} .

Відносні значення таких внесків змінюються залежно від зміни розміру банча. Більш детально це питання досліджується в підрозділі 5.2 в рамках квантового розгляду ІВ.

Як зазначалося, формула (5.4) з $\Omega_i = \omega_{0i}/\gamma$ описує ІВ у достатньо тонких мішенях, у яких ефект густини є суттєво пригніченим. Відповідна умова для товщини мішені (5.1) є різною для різних атомних оболонок (через різні значення $\omega = \omega_{0i}$). Таким чином, відносний внесок різних атомних оболонок також залежить від товщини мішені. Наприклад, у розглянутому випадку кремнієвої мішені отримані вирази є дійсними при $a \lesssim a_M = 2\omega_{0M}/\omega_p^2 \sim 10$ нм, оскільки $\omega_{0M} < \omega_{0L}, \omega_{0K}$. У таких мішенях умова (5.1) виконується для кожної атомної оболонки. Полістеролові плівки такої товщини були використані, наприклад, в експериментах [233, 234], де було підтверджено відсутність ефекту густини в ІВ релятивістських частинок у тонких мішенях. Для L -оболонки умова (5.1) виконується до значень $a = a_L \sim 100$ нм. У цьому випадку в області відстаней між a_M і a_L від лівої поверхні мішені інтерференційні ефекти можуть мати місце для збудження та іонізації оболонок L і K , але перестають проявлятися для оболонки M (когерентний доданок для $i = M$ у (5.4) майже дорівнює нулю). Однак навіть у цьому випадку когерентний ефект для внеску від M -оболонки у приповерхневому шарі товщиною a_M може суттєво впливати на середнє значення ІВ у мішені товщиною a_L або більше (див. рисунки нижче). Точний розрахунок ІВ пучка в тонких мішенях товщиною $a \gg a_M$ вимагає детального дослідження процесу еволюції поля навколо нього всередині таких мішеней. Тут ми наводимо лише наближені оцінки середньої (щодо шляху частинок всередині мішені) величини ІВ у таких мішенях (штрих-пунктирні лінії на рисунках), припускаючи, що когерентний доданок для оболонки M є присутнім на відстані a_M від вхідної (лівої) поверхні мішені і дорівнює нулю на більших відстанях.

Далі на основі виразів (5.4) та (5.5) ми вивчаємо ІВ банчів із різними конкретними видами розподілу густини частинок.

5.1.2. Банч із гаусовим розподілом частинок

Спочатку розглянемо найпоширеніший випадок банча, що має гаусовий розподіл густини частинок як у поздовжньому, так і в поперечному напрямках. У цьому випадку функції $f_{\parallel}(z)$ і $f_{\perp}(\rho)$ мають вигляд:

$$f_{\parallel}(z) = e^{-z^2/2l^2} / \sqrt{2\pi}l, \quad f_{\perp}(r) = e^{-r^2/2d^2} / 2\pi d^2, \quad (5.6)$$

де d та l — відстані, що описують характерні розміри пучка у відповідних напрямках. Вони пов'язані зі значеннями d_f і l_f повних ширин відповідних розподілів на половині висоти максимуму як $d_f = d\sqrt{8 \ln 2}$ та $l_f = l\sqrt{8 \ln 2}$. Формули (5.6) призводять до наступних виразів для форм-факторів:

$$F_{\perp}(q) = e^{-q^2 d^2}, \quad F_{\parallel}(\omega_{0i}) = e^{-\omega_{0i}^2 l^2 / v^2}. \quad (5.7)$$

Далі у виразі для F_{\parallel} ми покладемо $v \rightarrow 1$.

Підстановка (5.7) до (5.4) та подальше інтегрування цього виразу за \mathbf{q} у підсумку дає:

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon}{dz} = & \frac{2\pi n N e^4}{m} \sum_i f_i \left\{ \ln(1 + q_0^2 / \Omega_i^2) - q_0^2 / (q_0^2 + \Omega_i^2) \right. \\ & + (N - 1) e^{-\omega_{0i}^2 l^2} \left[e^{d^2 \Omega_i^2} (1 + d^2 \Omega_i^2) \left(\text{Ei}[-(q_0^2 + \Omega_i^2) d^2] \right. \right. \\ & \left. \left. - \text{Ei}[-\Omega_i^2 d^2] \right) - 1 + e^{-q_0^2 d^2} \Omega_i^2 / (q_0^2 + \Omega_i^2) \right] \left. \right\}, \end{aligned} \quad (5.8)$$

де $\text{Ei}[x]$ — інтегральна експонента. Тут ми, як і раніше, розглядаємо обмежені іонізації втрати, які часто є зручними для експериментальних вимірювань.

За умови $q_0 d \ll 1$, а також менш жорсткої умови $\Omega_i d \ll 1$, вираз (5.8)

перетворюється на

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n e^4}{m} N^2 \sum_i f_i \left\{ \ln \frac{q_0}{\Omega_i} - \frac{1}{2} \right\}, \quad (5.9)$$

що відрізняється від відомої формули Бете-Блоха (без поправки на ефект густини) лише заміною $N \rightarrow N^2$. Зауважимо, що тут ми маємо на увазі лише частину формули Бете-Блоха, пов'язану з далекими зіткненнями (ті, що відбуваються з передачею імпульсу, меншою за q_0), яку можна вивести без застосування квантової механіки. У розглянутому випадку ІВ повністю когерентні, і цілий пучок втрачає енергію так само, як одна частинка, що має заряд Ne . Однак умова $q_0 d \ll 1$ вимагає надзвичайно високої густини частинок у банчі (порядка густини атомів у твердих тілах і більше) і наразі представляє здебільшого теоретичний інтерес.

Як зазначалося, величина q_0 залежить від конкретних умов експерименту і для оцінок зазвичай приймається такою, що становить $q_0 \sim 10^8 \text{ см}^{-1}$. Це відповідає мінімальній відстані $1/q_0$ між налітаючою частинкою та атомом, що є близькою до міжатомної відстані у речовині. Тому, з практичної точки зору, має сенс розглядати випадок $q_0 d \gg 1$, а також вважати, що $q_0 \gg \Omega_i$. У цьому випадку формула (5.8) спрощується до

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n N e^4}{m} \sum_i f_i \left\{ \ln \frac{q_0}{\Omega_i} - \frac{1}{2} + (N-1) F_{\parallel} G_{\perp} \right\}, \quad (5.10)$$

де F_{\parallel} визначається виразом (5.7), а

$$G_{\perp}(\Omega_i d) = -e^{d^2 \Omega_i^2} (1 + d^2 \Omega_i^2) \text{Ei}[-\Omega_i^2 d^2] / 2 - 1/2. \quad (5.11)$$

У виразі (5.10) перші два доданки в дужках визначають некогерентну частину ІВ, а решта формули описує вплив когерентних ефектів на ці втрати.

На рис. 5.1 показано залежність величини ІВ банча на одиниці шляху у

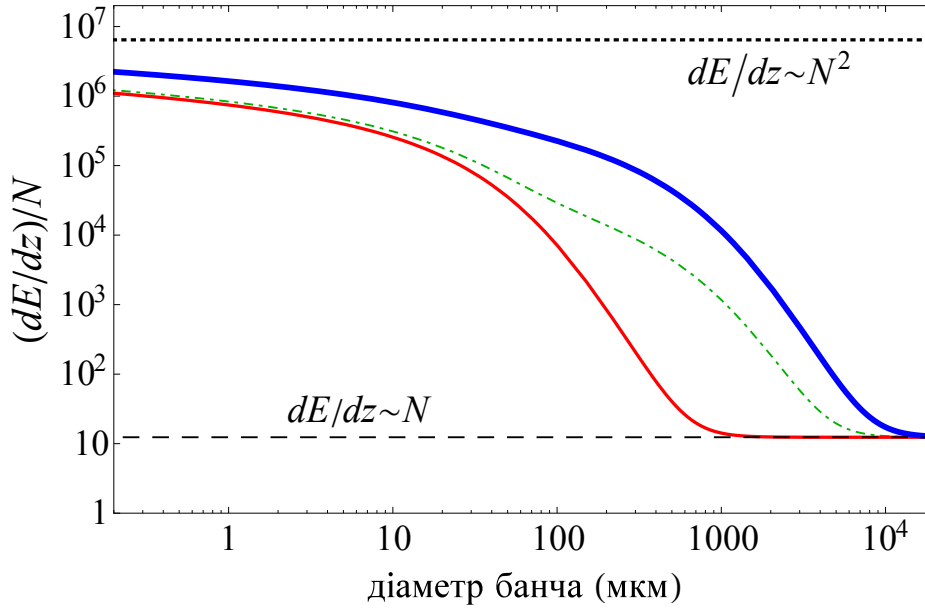


Рис. 5.1. Залежність ІВ гаусового банча у розрахунку на одну частинку від діаметра банча d_f при його довжині $l_f = 1$ нм та енергії частинок 17.5 ГеВ. Кількість частинок у банчі становить $N = 5 \times 10^5$. Мішень кремнієва. Товста суцільна крива — врахування інтерференційних ефектів для всіх оболонок ($a \lesssim a_M$). Тонка суцільна крива — жодних інтерференційних ефектів для M оболонки ($a_M \lesssim z \lesssim a_L$). Штрих-пунктирна крива — приблизна оцінка середньої (щодо z) величини ІВ для мішені товщиною $a \sim a_L$. Штрихова лінія — обчислення без урахування інтерференційних ефектів. Пунктирна лінія — обчислення (для порівняння) на основі (5.9) для випадку повністю когерентних ІВ.

розрахунку на одну частинку від діаметра банча. Під діаметром банча та його довжиною тут ми маємо на увазі величини d_f та l_f , визначені раніше. Також ми використовуємо позначення $dE/dz = m/(4\pi n e^4) d\epsilon/dz$ для безрозмірної величини на вертикальній осі. На рисунку представлено діапазон параметрів банча, який містить такі, що є досяжними, наприклад, на European XFEL [128]. Це, зокрема, стосується величини поперечного розміру банча $d_f = 20$ мкм та можливості поздовжнього мікробанчування з періодом від 0.1 нм до приблизно 10 нм (що відповідає робочій області довжин хвиль для даного лазера). Ми також використовуємо значення густини частинок у банчі, що є типовим для даного лазера та відповідає заряду 1 нКл у пучку тривалістю 80 фс (або довжиною 24 мкм) при його потраплянні до ондуляторної секції (тобто до його

мікробанчування). Це приблизно відповідає $N = 5 \times 10^5$ частинок у мікробанчі довжиною 1 нм.

Товста суцільна крива на рис. 5.1 зображує випадок, коли умова (5.1) є виконаною для кожної атомної оболонки ($a \lesssim a_M$). Тонка суцільна лінія відповідає більш товстим мішеням, для яких вона зображує ІВ у області відстаней від лівої поверхні мішені $a_M \lesssim z \lesssim a_L$. Тут ми вважаємо, що вісь z спрямована всередину мішені перпендикулярно до її поверхні, яка лежить у площині $z = 0$. Як зазначалося, для оцінок у цій області z ми вважаємо когерентний доданок для $i = M$ у (5.10) таким, що дорівнює нулю, але зберігаємо подібний доданок для $i = L, K$. Необхідно також зазначити, що за розглянутих умов (як і в інших випадках, що вивчаються у даному підрозділі) інтерференційні ефекти відсутні для K -оболонки при довільних z , а отже, червона лінія зображує лише внесок таких ефектів до взаємодії банча з електронами L -оболонки. Це пов'язано з тим, що поздовжній розмір l розглянутого банча є набагато більшим за значення $1/\omega_{0K}$.

Також слід зауважити ще одну річ, пов'язану з тонкою суцільною лінією на рис. 5.1. Як зазначалося, ми вважаємо, що в достатньо тонких шарах, які розглядаються, ІВ відбуваються без ефекту густини та $\Omega_i = \omega_{0i}/\gamma$ у виразі (5.10). У діапазоні відстаней $a_M \lesssim z \lesssim a_L$ від поверхні мішені, це має місце для оболонок K та L . Для M -оболонки ж умова (5.1) у цій області не є виконаною, і, строго кажучи, збудження та іонізація цієї оболонки відбуваються з ефектом густини (тобто для неї має місце $\Omega_M = \omega_p$). Однак наразі (як і на інших рисунках) ми нехтуємо цим фактом, використовуючи вираз $\Omega_M = \omega_{0M}/\gamma$ для оцінки відповідного внеску в (5.10). Справа в тому, що в області відстаней z , що розглядається, внесок L -оболонки суттєво домінує, і точне значення некогерентного внеску M оболонки є відносно дуже малим. У розглянутому випадку точне врахування ефекту густини для M -оболонки просто призведе до невеликого зменшення (приблизно на 25 %) асимптотичного значення ІВ при великих d_f , позначеного штриховою лінією.

Штрих-пунктирна лінія демонструє приблизну оцінку ІВ, усереднених за z , у мішені товщиною $a \sim a_L$. Звідси видно, що внесок приповерхневого шару товщиною $\sim a_M$ у такій мішені може значно збільшити середнє значення ІВ у ній за умов, коли інтерференційні ефекти зникають для L -оболонки, але все ще є значними для M -оболонки ($\gamma/\omega_{0L} \lesssim d \lesssim \gamma/\omega_{0M}$). Загалом, рис. 5.1 свідчить про значний вплив інтерференційних ефектів на ІВ за розглянутих умов, збільшуючи їх значення на кілька порядків величини.

Рис. 5.1 відповідає випадку, коли кількість частинок N у банчі є фіксованою, і зміна розміру банча супроводжується зміною його густини. Розглянемо тепер протилежний випадок, коли густина частинок n_0 у центрі банча є фіксованою. У цьому випадку можна вивести загальну умову, яка визначає можливість прояву інтерференційних ефектів у ІВ для заданого значення n_0 , а також умови, за яких такі ефекти є найбільш вираженими.

У випадку, що розглядається, кількість частинок у банчі можна подати у вигляді $N = Ald^2$, де $A = (2\pi)^{3/2}n_0$ є константою. Наразі існують значення $d = d_{\max}$ і $l = l_{\max}$ відповідних розмірів банча, для яких відношення когерентного доданка в (5.10) до некогерентного має максимум (див. рис. 5.2). Розглянемо для простоти внесок однієї атомної оболонки. Наприклад, це може бути внесок M -оболонки у мішені товщиною $a < a_M$, який домінує за умови $1/\omega_{0L} < l < 1/\omega_{0M}$. У цьому випадку ми не будемо писати нижні індекси у величинах f_i , Ω_i та ω_{0i} , подаючи їх як f , Ω та ω . Значення d_{\max} , яке можна отримати (для фіксованого l) з (5.10), дорівнює $d_{\max} \approx 0.85/\Omega$.

Розглянемо випадок $d \gg 1/\Omega$. При цьому функція G_{\perp} у (5.10) веде себе як $(\Omega d)^{-4}/2$. Тому для таких d когерентний доданок, який також містить $N(N-1) \propto d^4$, приймає максимально можливе значення для заданих n_0 і l , та не залежить від d . Некогерентна частина ІВ, яка є пропорційною до N , зростає зі збільшенням d як d^2 . У цьому випадку вираз для ІВ приймає вигляд:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n e^4}{m} f A l \left\{ d^2 \left(\ln \frac{q_0}{\Omega} - \frac{1}{2} \right) + \frac{A l e^{-\omega^2 l^2}}{2\Omega^4} \right\}, \quad (5.12)$$

Максимальне значення другого (когерентного) доданку в дужках у (5.12) досягається при $l = l_{\max} = 1/(\sqrt{2}\omega)$ і може бути оцінене як $A/(4\omega\Omega^4)$.

При $d = d_{\max}$ умова $d \gg 1/\Omega$ не є виконаною, і вираз (5.12) не точний. Втім, все ж можна використовувати вираз для когерентного доданка з (5.12), якщо врахувати, що при $d = d_{\max}$ він приблизно в сім разів більший, ніж точний вираз, отриманий на базі (5.10). У результаті відношення максимального значення інтерференційного доданку при фіксованому n_0 до некогерентного можна оцінити як:

$$k \approx \frac{n_0}{\omega\Omega^2 \ln(q_0/\Omega)}, \quad (5.13)$$

де ми замінили коефіцієнт $2\pi^{3/2}/7 \approx 1.6$ на одиницю і знехтували доданком $1/2$ порівняно з логарифмом. Величина k визначає максимальне значення відносного внеску когерентного доданку в ІВ (що реалізується при $d = d_{\max}$ та $l = l_{\max}$) щодо некогерентного. Цілком природно прийняти умову $k \gg 1$ як таку, що визначає можливість суттєвого прояву інтерференційних ефектів для даного n_0 . Зауважимо, що відношення $n_0/(\omega\Omega^2)$ в (5.13) представляє собою кількість частинок всередині «об'єму когерентності» $1/(\omega\Omega^2)$, середня густина частинок всередині якого становить n_0 . У випадку тонкої мішені без ефекту густини $\Omega = \omega/\gamma$, і умова прояву когерентних ефектів приймає вигляд:

$$\frac{n_0\gamma^2}{\omega^3 \ln(q_0\gamma/\omega)} \gg 1. \quad (5.14)$$

Ця умова свідчить про швидке зростання внеску когерентного доданка зі збільшенням енергії частинок. Наприклад, для густини частинок, що є досяжною на згаданому раніше European XFEL, що приблизно відповідає $n_0 \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$, ліва частина (5.14) становить $\sim 10^8$ для M -оболонки і $\sim 4 \times 10^4$ для L -оболонки. Як зазначалося, в умовах прояву ефекту густини (внутрішня область товстої мішені, далеко від її поверхні) в (5.13) треба використовувати вираз

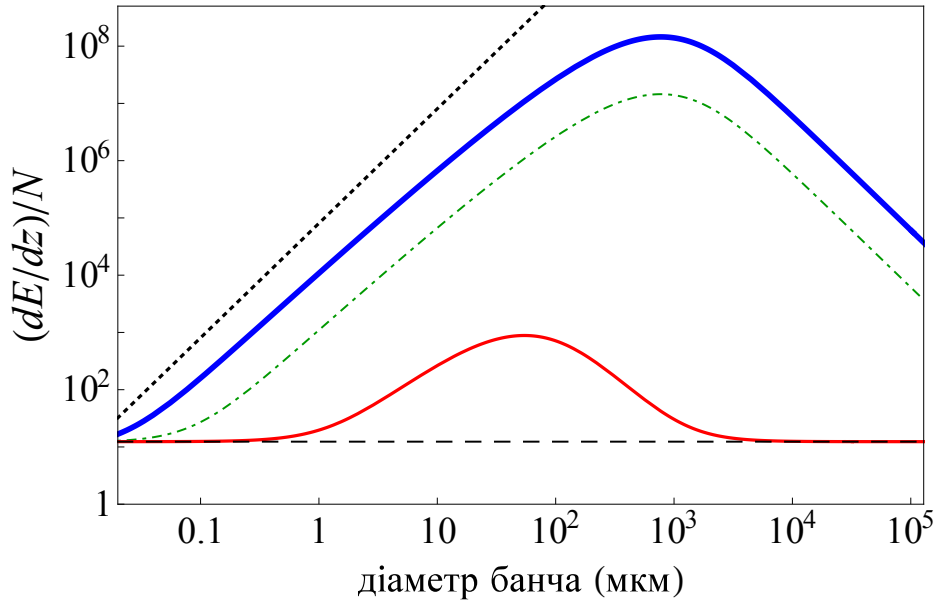


Рис. 5.2. Залежність ІВ гаусового банча у розрахунку на одну частинку від діаметра банча d_f при його довжині $l_f = 5$ нм, енергії частинок 17.5 GeV та $n_0 \sim 10^{18}$ см $^{-3}$. Відповідні криві мають те саме значення, що й на рис. 5.1.

$\Omega = \omega_p$. При цьому k не залежить від енергії частинок. Наразі для розглянутого раніше значення n_0 маємо $k \sim 0.1$, що вказує на відсутність у цьому випадку когерентних ефектів.

Рис. 5.2 демонструє залежність ІВ для однієї частинки від діаметра банча для фіксованої довжини l_f та густини частинок n_0 у його центрі. Наведені тут криві мають чіткі максимуми в точках $d \approx 0.85/\Omega_L$ (тонка суцільна лінія) та $d \approx 0.85/\Omega_M$ (товста суцільна лінія). В останньому випадку, який відповідає шару товщиною $a < a_M$, внесок M -оболонки домінує, оскільки відповідний «об'єм когерентності» γ^2/ω_{0M}^3 містить значно більше частинок, ніж такий об'єм для оболонок L і K .

5.1.3. Пучки з іншими видами розподілу частинок

Рівномірний поздовжній розподіл частинок. У розглянутому раніше випадку гаусового банча когерентний доданок (для i -ї оболонки) швидко прямує до нуля, коли поздовжній розмір l банча збільшується, перевищуючи значення

$\sim 1/\omega_{0i}$. У цьому випадку потрібні надзвичайно короткі банчі для спостереження значного підвищення ІВ порівняно зі значенням, що передбачається формулою Бете-Блоха. Ситуація є іншою, якщо поздовжній розподіл частинок у банчі відрізняється від гаусового. Обговоримо коротко найпростіший випадок такого типу, що відповідає однорідному поздовжньому розподілу частинок у банчі. Відповідний поперечний розподіл будемо й надалі вважати гаусовим. У цьому випадку ІВ банча визначаються виразом (5.10) з іншою формою F_{\parallel} , що наразі має вигляд

$$F_{\parallel} = \left(\frac{2v}{\omega_{0i}l} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\omega_{0i}l}{2v} \right), \quad (5.15)$$

де l тепер є довжиною банча. Розглянемо банч із $l \gg 1/\omega_{0i}$. У цьому випадку через швидкі осциляції синусу в (5.15), з практичної точки зору, має сенс розглядати значення F_{\parallel} , усереднене за невеликою варіацією довжини банча. Воно має вигляд: $\langle F_{\parallel} \rangle = 2(v/\omega_{0i}l)^2$. Ця функція зменшується набагато повільніше зі збільшенням l , ніж (5.7), і тепер значний прояв інтерференційних ефектів є можливим навіть при $l \gg 1/\omega_{0i}$. Рис. 5.3 демонструє приклад залежності ІВ у розрахунку на одну частинку від довжини пучка l для фіксованої густини частинок n_0 у його центрі. Застосовані тут значення параметрів банча відповідають тим, які планується досягти на прискорювачі SINBAD [130].

Періодично модульований поздовжній розподіл частинок. Рентгенівські та ультрафіолетові лазери на вільних електронах (ЛВЕ) — це установки, що дозволяють отримувати високоенергетичні електронні банчі надзвичайно малих розмірів. Це досягається за допомогою явища мікробанчування початкового налітаючого електронного пучка, коли він рухається в ондуляторній секції ЛВЕ. У цьому випадку початковий пучок розпадається на групу коротких мікробанчів, довжина яких дорівнює довжині хвилі когерентного випромінювання. У секції 5.1.2 ми розглянули дещо ідеалізований випадок ізольованого гаусового банча довжиною кілька нанометрів. У випадку, якщо такий банч (мікробанч)

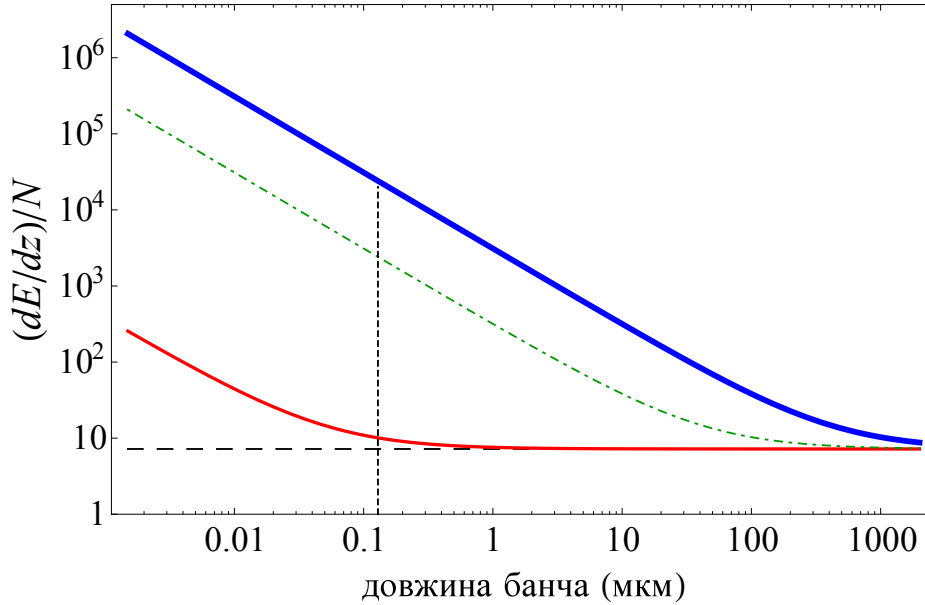


Рис. 5.3. Залежність ІВ у розрахунку на одну частинку від довжини банча l для його діаметра $d_f = 0.75$ мкм, енергії частинок 100 MeV, $n_0 \sim 6 \times 10^{19}$ см $^{-3}$ при однорідному поздовжньому розподілі частинок. Відповідні криві мають те саме значення, що й на рис. 5.1. Вертикальна пунктирна лінія позначає тривалість банча (0.43 фс), яку планується досягти на прискорювачі SINBAD.

виникає в результаті мікробанчування первинного набагато довшого пучка, інші аналогічні банчі поблизу нього можуть здійснювати відчутний вплив на ІВ банча, що розглядається. У цій ситуації більш акуратним є розгляд ІВ усього періодично модульованого пучка, оскільки, як і у випадку випромінювання, інтерференція внесків різних частинок у ІВ наразі має місце не тільки в межах кожного мікробанча, але й між різними мікробанчами.

Розглянемо пучок із періодичною синусоїдальною модуляцією поздовжньої густини: $f_{||}(z) = [1 - \cos(2\pi z/l)]/(sl)$, де s — загальна кількість мікробанчів довжиною l у ньому. Як і раніше, будемо вважати, що поперечний розподіл частинок у пучку є гаусовим. У цьому випадку ІВ пучка визначаються виразом (5.10) з

$$F_{||} = \left(\frac{2v}{\omega_{0i}L} \right)^2 \left(\frac{4\pi^2/l^2}{\omega_{0i}^2/v^2 - 4\pi^2/l^2} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\omega_{0i}L}{2v} \right), \quad (5.16)$$

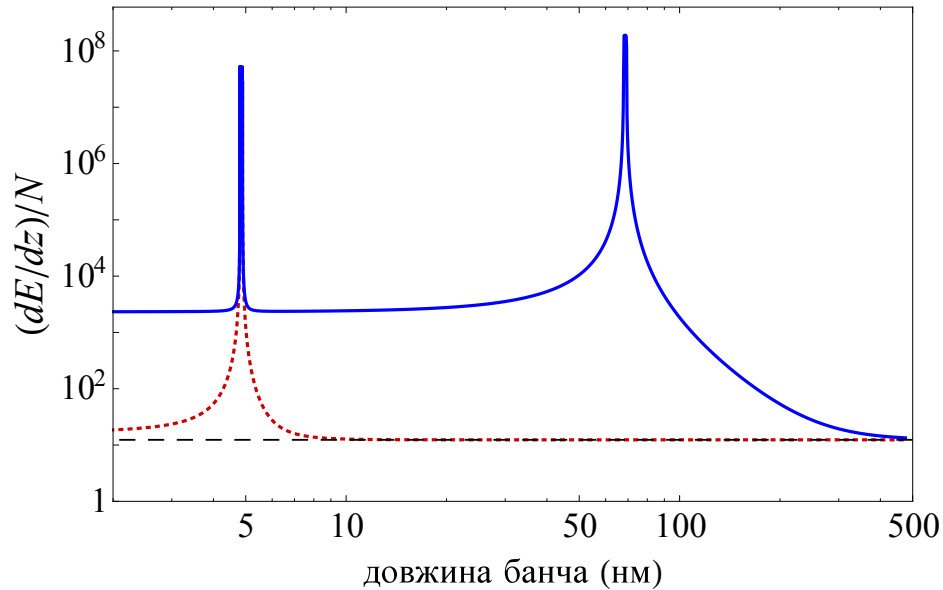


Рис. 5.4. Залежність ІВ у розрахунку на одну частинку від періоду мікробанчування l для діаметра банча $d_f = 20$ мкм, тривалості пучка $L = 80$ фс (24 мкм), енергії частинок 17.5 ГеВ і заряду банча 1 нКл. Суцільна крива — врахування інтерференційних ефектів для всіх оболонок ($a \lesssim a_M$). Пунктирна крива — жодних інтерференційних ефектів для M оболонок ($a_M \lesssim z \lesssim a_L$). Штрихова лінія — обчислення без врахування інтерференційних ефектів.

де $L = sl$ є загальною довжиною пучка. Форма F_{\parallel} вказує на наявність резонансного посилення ІВ для періоду мікробанчування $l \rightarrow 2\pi v/\omega_{0i}$, що нагадує аналогічні резонанси у випромінюванні періодичними групами банчів.

З практичної точки зору, має сенс розглядати пучки загальною довжиною $L \gg 1/\omega_{0i}$ і, як і в попередньому випадку, виконати усереднення за малою варіацією цієї довжини. Вивчимо залежність ІВ такого пучка від періоду його мікробанчування l . У цьому випадку для кожного L у межах інтервалу усереднення δL ми будемо таку залежність для дискретного набору значень $l = L/s$ (l змінюється завдяки зміні s , яке є цілим числом) і екстраполюємо її на безперервний набір l між цими дискретними значеннями.

Рис. 5.4 демонструє залежність ІВ пучка від періоду мікробанчування l . Усереднення тут проводиться за 2 % варіації довжини пучка навколо значення $L = 24$ мкм. Параметри пучка вибираються такими, які можна досягти на European XFEL. Наведений графік, зокрема, свідчить про значне

збільшення ІВ пучка для $a < a_M$ (суцільна крива) для майже всієї області значень l , що розглядається. Два піки відповідають резонансам, пов'язаним зі збудженням оболонок L ($2\pi v/\omega_{0L} \approx 5$ нм) і M ($2\pi v/\omega_{0M} \approx 70$ нм). Як бачимо, ці піки залишаються майже неушкодженими процедурою усереднення для розглянутого значення інтервалу δL . Однак додаткове розмиття цих піків може виникнути через відхилення від спрощеної моделі речовини як набору монохроматичних гармонійних осциляторів, яку було застосовано в даному підрозділі.

5.2. Квантовий розгляд

Вступні зауваження. У підрозділі 5.1 розгляд процесу ІВ було проведено в рамках класичної електродинаміки з застосуванням спрощеної моделі атомних електронів як класичних гармонійних осциляторів. Така модель достатньо добре підходить для наближених оцінок. Вона, природно, не дозволяє точно врахувати електронну структуру атомів, збуджених або іонізованих налітаючим ансамблем частинок. У свою чергу, величина інтерференційних ефектів у ІВ макроскопічних ансамблів частинок є досить чутливою до деталей цієї структури і, зокрема, до значень потенціалів іонізації атомних оболонок.

У цьому підрозділі ми розвиваємо більш точний підхід до розгляду когерентних ефектів у ІВ макроскопічних релятивістських електронних ансамблів, що базується на теорії збурень квантової механіки. Такий підхід дозволяє отримати загальні вирази для ефективних значень середніх потенціалів іонізації атомних оболонок, від яких залежать ІВ ансамблю. Тут показано, що такі значення, взагалі кажучи, залежать не тільки від структури атомних рівнів, а визначаються також форм-факторами ансамблю.

Зазначимо також, що у підрозділі 5.1 ІВ вивчалися у твердотільних (кремнієвих) мішенях. Було показано, що для параметрів електронних банчів, які є технічно досяжними на сьогоднішній день, зазначені інтерференційні

(когерентні) ефекти можуть проявлятися лише у достатньо тонких мішенях, де ефект густини у ІВ відсутній. У даному ж підрозділі основну увагу приділено проходженню банчів через газоподібні середовища та наведено результати чисельних розрахунків для найпростішого подібного випадку, який відповідає атомарному водню. Показано, що для параметрів банчів, які розглядаються, в газах когерентні ефекти можуть проявлятися і за наявності ефекту густини, а отже, для довільних значень товщини мішені.

5.2.1. Випадок однієї частинки

Тут, як і раніше, ми будемо розглядати обмежені ІВ, які пов'язані з зіткненнями, що супроводжуються передачею імпульсу менше певного максимального значення $\hbar q_0$ (що відповідає $\hbar q_1$ в [76]). Якщо $\hbar q_0$ є набагато меншим за типовий імпульс налітаючих ультрарелятивістських електронів із ансамблю, розсіюванням останніх можна знехтувати. У цьому випадку швидкість налітаючих електронів майже не змінюється, і сумарне електромагнітне поле, що створюється ансамблем, можна розглядати як зовнішнє збурення гамільтоніану атомних електронів. Воно спричиняє переходи цих електронів до більш високих рівнів дискретного (збудження) та безперервного (іонізація) спектру.

Розглянемо спершу придатність цього підходу для розрахунку ІВ однієї частинки за відсутності будь-яких когерентних ефектів. У нерелятивістському випадку аналогічний метод було застосовано, наприклад, у роботах [311, 312] при дослідженні іонізації атома водню багатозарядними іонами. Ми же розглянемо випадок ультрарелятивістського налітаючого електрона, враховуючи при цьому ефект густини, який може помітно пригнічувати ІВ при високій енергії частинок.

Як вказано в [313], для того щоб акуратно врахувати падаюче на систему зовнішнє поле в рівнянні Шредінгера для атомного електрона (що має заряд e та масу m), слід виходити з релятивістського рівняння Клейна-Гордона ($\hat{p}^\mu \hat{p}_\mu -$

$m^2c^2)\psi = 0$ для хвильової функції ψ атомного електрона (ми нехтуємо будь-якими спіновими ефектами в даному дослідженні та для зручності зберігаємо у формулах швидкість світла). Виконуючи тут заміну $\hat{p}^\mu \rightarrow \hat{p}^\mu - e(A^\mu + a^\mu)/c$ і записуючи ψ у вигляді $\psi = \phi(\mathbf{r}, t)e^{-imc^2t/\hbar}$, у нерелятивістському (щодо швидкості атомного електрона) граничному випадку отримуємо:

$$i\hbar\frac{\partial\phi}{\partial t} = \left(\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + e\varphi_n + eA^0 - \frac{e}{mc}\mathbf{A}\hat{\mathbf{p}} + \frac{e^2}{2mc^2}\mathbf{A}^2 \right)\phi + \frac{ie\hbar}{2mc}\left(\frac{1}{c}\frac{\partial A^0}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{A} \right)\phi. \quad (5.17)$$

Тут $A^\mu = (A^0, \mathbf{A})$ — 4-вектор потенціалу зовнішнього поля, тоді як $a^\mu = (\varphi_n, 0)$ — 4-вектор потенціалу атомного ядра. У загальному випадку a^μ описує поле ядра разом із полем решти атомних електронів, окрім того, що розглядається, але це уточнення не спричиняє жодних змін у нашому розгляді.

Компоненти 4-вектора потенціалу релятивістського налітаючого електрона, що має швидкість \mathbf{v} , у поляризованому (полем електрона) середовищі можна подати у наступному вигляді [44]:

$$A^0 = e \frac{\exp\left\{-\frac{\omega_p}{c}\sqrt{(\boldsymbol{\rho}_0 - \boldsymbol{\rho})^2 + \gamma^2(z - vt)^2}\right\}}{\sqrt{(\boldsymbol{\rho}_0 - \boldsymbol{\rho})^2\gamma^{-2} + (z - vt)^2}}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{v}A^0/c. \quad (5.18)$$

Тут вважається, що налітаючий електрон рухається вздовж осі z та має радіус-вектор $\boldsymbol{\rho}_0$ у площині xy і Лоренц-фактор γ . Вектор $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$ описує положення атомного електрона, а ω_p — плазмова частота середовища.

Потенціали (5.18) задовольняють калібровці Лоренца $\partial A^\mu/\partial x^\mu = 0$, за якої другий рядок у (5.17) дорівнює нулю. Вимога слабкості збурення дозволяє знехтувати доданком у (5.17), що містить \mathbf{A}^2 . Отже, оператор збурення може бути представлений у такій формі:

$$\hat{V}(\mathbf{r}, t) = eA^0\left(1 - \frac{v}{mc^2}\hat{p}_z\right). \quad (5.19)$$

Ми вважаємо, що до взаємодії з налітаючою частинкою атомний електрон знаходився в основному стані з енергією ε_1 і хвильовою функцією $\phi_1(\mathbf{r}) \exp(-i\varepsilon_1 t/\hbar)$. Далі буде використано позначення $\phi_k(\mathbf{r}) = |k\rangle$. У провідному порядку теорії збурень амплітуда ймовірності переходу цього електрона до k -го збудженого стану в результаті взаємодії з зовнішнім полем визначається виразом [314]

$$c_{k1} = -\frac{i}{\hbar} \langle k | \hat{V}(\omega_{k1}) | 1 \rangle, \quad (5.20)$$

де

$$\hat{V}(\omega_{k1}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega_{k1}t} \hat{V}(\mathbf{r}, t) \quad (5.21)$$

представляє собою компоненту Фур'є збурення, а $\omega_{k1} = (\varepsilon_k - \varepsilon_1)/\hbar$.

Підставляючи (5.18) та (5.19) в (5.20), у підсумку отримуємо:

$$c_{k1} = -\frac{2ie^2}{\hbar v} x_{k1} \left\{ \frac{i\omega_{k1}}{v\gamma^2} K_0(\Omega_{k1}\rho_0) + \Omega_{k1} K_1(\Omega_{k1}\rho_0) \right\}, \quad (5.22)$$

де $\Omega_{k1}^2 = \omega_{k1}^2/(v^2\gamma^2) + \omega_p^2/c^2$, K_i — функції Макдональда, а $x_{k1} = \langle k | x | 1 \rangle$. Тут вважається (без порушення загальності розгляду), що налітаючий електрон рухається у площині xz . Для отримання (5.22) ми виконали розкладання за малими параметрами $\Omega_{k1}\rho$ та $\omega_{k1}z/v$, які присутні в явному виразі для $\hat{V}(\omega_{k1})$. При обчисленні матричного елемента другого доданку в (5.19), ми застосували співвідношення $\langle k | \hat{p}_z | 1 \rangle = m \langle k | \hat{v}_z | 1 \rangle = im\omega_{k1}z_{k1}$. Нарешті, завдяки сферичній симетрії атома, $z_{k1} = x_{k1}$.

ІВ на одиниці шляху можна обчислити як

$$\frac{d\epsilon}{dz} = n\hbar \int 2\pi\rho_0 d\rho_0 \left\{ \sum_k |c_{k1}|^2 \omega_{k1} + \int |c_{\kappa 1}|^2 \omega_{\kappa 1} d^3\kappa \right\}, \quad (5.23)$$

де перший доданок пов'язаний зі збудженням атому, а другий — з його іонізацією (κ — хвильовий вектор вибитого з атома електрона). Далі, для стислості, ми будемо писати, де можливо, лише перший доданок у фігурних дужках в (5.23), припускаючи наявність другого за замовчуванням.

Зручно змінити порядок сумування за k (або інтегрування за κ) та інтегрування за ρ_0 . Для обчислення інтеграла за ρ_0 від другого доданку в (5.22) зручно перейти до імпульсного представлення, записуючи K_1 у вигляді

$$K_1(\Omega_{k1}\rho_0) = -\frac{i}{2\pi\Omega_{k1}} \frac{\rho_0}{\rho_0} \int d^2q \frac{\mathbf{q}e^{i\mathbf{q}\rho_0}}{q^2 + \Omega_{k1}^2} \quad (5.24)$$

і подаючи $|K_1|^2$ як добуток (5.24) зі змінною інтегрування \mathbf{q} і відповідної комплексно спряженої величини зі змінною інтегрування \mathbf{q}' . Інтеграл за ρ_0 і \mathbf{q}' легко обчислюються. Верхня межа в інтегралі за \mathbf{q} , що при цьому залишається, повинна бути обрана такою, що дорівнює q_0 . Це відображує той факт, що ми розглядаємо обмежені ІВ. Як зазначалося, точне значення q_0 залежить від конкретних умов експериментальних вимірювань і для теоретичних оцінок зазвичай обирається таким, що дорівнює оберненому значенню міжатомної відстані $q_0 \sim 10^8 \text{ см}^{-1}$. У цьому випадку при $q > q_0$ взаємодію налітаючих електронів з атомними слід розглядати як розсіювання вільних частинок одна на одній у вакуумі [76]. Однак для параметрів електронних банчів, досяжних на сучасних прискорювачах, інтерференційні ефекти у збудженні та іонізації атомів повинні мати місце лише для м'яких зіткнень із $q < q_0$. Зокрема, як зазначалося у підрозділі 5.1, у кремнієвих мішенях варто очікувати прояву подібних ефектів лише для оболонки L і M , але не для більш жорсткої K -оболонки. Таким чином, розгляд зазначених ефектів наразі вичерпується вивченням обмежених ІВ.

Інтеграл від першого доданка в (5.22) безпосередньо обчислюється аналі-

точно. У результаті отримуємо:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n e^4}{\hbar v^2} \sum_k \omega_{k1} |x_{k1}|^2 \left\{ \frac{\omega_{k1}^2}{\Omega_{k1}^2 v^2 \gamma^4} + 2 \left[\ln \frac{q_0}{\Omega_{k1}} - \frac{1}{2} \right] \right\}. \quad (5.25)$$

При $\gamma \gg 1$ перший доданок у дужках, який походить від першого доданка в (5.22), є значно меншим за другий. Далі ми будемо нехтувати цим доданком як у виразах для c_{k1} , так і для $d\epsilon/dz$.

Сума за k у (5.25), яка, за згодою, містить також інтегрування і за станами безперервного спектру, може бути обчислена за допомогою теореми [76, 314]

$$\sum_k \omega_{k1} |x_{k1}|^2 = \hbar Z / (2m), \quad (5.26)$$

де Z — атомний номер речовини. З використанням (5.26) середній потенціал іонізації I визначається як [76]

$$\ln I = \frac{2m}{\hbar Z} \sum_k \omega_{k1} |x_{k1}|^2 \ln \omega_{k1}. \quad (5.27)$$

Якщо $\gamma \ll I/\omega_p$, вираз (5.25) перетворюється на

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n e^4 Z}{m v^2} \left\{ \ln \frac{q_0 v \gamma}{I} - \frac{v^2}{2c^2} \right\}. \quad (5.28)$$

У цьому випадку відносно невеликого γ ми зберегли перший доданок у (5.25). Формула (5.28) збігається з добре відомим виразом для ІВ частинок завдяки далекому зіткненню [76]. З точністю до членів порядку одиниці в дужках цей вираз збігається з формулою Бете-Блоха (її частиною, пов'язаною з далекими зіткненнями) без поправки на ефект густини.

У протилежному випадку, коли $\gamma \gg I/\omega_p$, формула (5.25) зводиться до

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n e^4 Z}{m v^2} \left\{ \ln \frac{q_0}{\omega_p} - \frac{1}{2} \right\}, \quad (5.29)$$

яка є високоенергетичною асимптотикою формули Бете-Блоха з поправкою на ефект густини.

5.2.2. Загальні вирази для іонізаційних втрат ансамблю електронів

Після того, як метод обчислення ІВ, що розглядається, було протестовано у випадку однієї частинки, перейдемо до розгляду ІВ ансамблем електронів, що складається з великої кількості частинок. Нехай усі електрони ансамблю рухаються вздовж осі z зі швидкістю v . Координати r -го електрона позначаємо як $(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}_r, vt + z_r)$. Тут набір координат (\mathbf{R}, vt) визначає положення деякої точки всередині ансамблю, яка перебуває у стані спокою відносно налітаючих частинок, тоді як $(\boldsymbol{\rho}_r, z_r)$ є координатами електронів відносно цієї точки. Для аксіально-симетричних ансамблів природно обрати точку (\mathbf{R}, vt) на центральній осі ансамблю (точне значення її координати z не впливає на результати обчислень). Тоді $R = |\mathbf{R}|$ позначає відстань між цією віссю та віссю z . Використовуючи (5.24), вираз (5.22) для одного r -го електрона з ансамблю можна узагальнити наступним чином:

$$c_{k1}^r = -\frac{e^2 e^{-i\omega_{k1} z_r/v}}{\pi v \hbar} (\boldsymbol{\rho} \mathbf{e}_{\rho_0})_{k1} \mathbf{e}_{\rho_0} \int d^2 q \frac{\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}_0}}{q^2 + \Omega_{k1}^2}, \quad (5.30)$$

де $\mathbf{e}_{\rho_0} = \boldsymbol{\rho}_0/\rho_0$ та $\boldsymbol{\rho}_0 = \mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}_r$. Результат інтегрування у (5.30), який ми позначимо вектором \mathbf{Q} , спрямований уздовж $\boldsymbol{\rho}_0$. Тому $\mathbf{Q} \mathbf{e}_{\rho_0} (\boldsymbol{\rho} \mathbf{e}_{\rho_0})_{k1} = \mathbf{Q} \boldsymbol{\rho}_{k1}$, і величину c_{k1} для всього ансамблю можна записати у вигляді, в якому матричний елемент координати $\boldsymbol{\rho}$ атомного електрону є винесеним за межі суми за r :

$$c_{k1} = -\frac{e^2}{\pi v \hbar} \boldsymbol{\rho}_{k1} \int d^2 q \frac{\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}}}{q^2 + \Omega_{k1}^2} \sum_r e^{-i\omega_{k1} z_r/v + i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}_r}. \quad (5.31)$$

Будемо вважати, що розподіл частинок в ансамблі є аксіально симетричним відносно певної осі, паралельної до \mathbf{v} . У цьому випадку результат інтегрування в (5.31) спрямований уздовж \mathbf{R} . Обираючи вісь x паралельною до цього напрямку і застосовуючи процедуру, аналогічну тій, що була використана при виведенні виразу (5.25), можна у підсумку представити вираз для ІВ ансамблю у такій формі:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4ne^4}{v^2\hbar} \sum_k \omega_{k1} |x_{k1}|^2 \int d^2q \frac{q^2}{(q^2 + \Omega_{k1}^2)^2} \sum_{r,p} e^{-i\omega_{k1}(z_r - z_p)/v + i\mathbf{q}(\boldsymbol{\rho}_r - \boldsymbol{\rho}_p)}. \quad (5.32)$$

Зауважимо, що в загальному випадку для атомів, що мають $Z \geq 2$, тут необхідно також виконати сумування за всіма атомними електронами. Втім, для простоти, ми й надалі будемо записувати вирази для випадку одного електрона в атомі. Переходячи до наближення безперервного розподілу заряду в ансамблі (подібно до того, як це було зроблено у секції 5.1.1) і, де можливо, обчислюючи інтеграл за \mathbf{q} , отримуємо:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n Z e^4}{m v^2} N \left\{ \ln \frac{q_0}{\bar{\Omega}} - \frac{1}{2} + (N - 1) G(\gamma, \omega_p) \right\}, \quad (5.33)$$

де N — загальна кількість частинок в ансамблі, а величина $\bar{\Omega}$ визначається за аналогією з середнім потенціалом іонізації як

$$\ln \bar{\Omega} = \frac{2m}{Z\hbar} \sum_k \omega_{k1} |x_{k1}|^2 \ln \Omega_{k1}. \quad (5.34)$$

Функція $G(\gamma, \omega_p)$, яка також залежить від структури збуджених атомних рівнів та геометричних властивостей ансамблю, має вигляд:

$$G(\gamma, \omega_p) = \frac{2m}{Z\hbar} \sum_k \omega_{k1} |x_{k1}|^2 F_{||}(\omega_{k1}) \int dq \frac{q^3 F_{\perp}(q)}{(q^2 + \Omega_{k1}^2)^2}, \quad (5.35)$$

де F_{\parallel} та F_{\perp} — форм-фактори ансамблю, що визначаються виразами 5.5. Для випадку аксіально симетричного ансамблю, що розглядається, величину F_{\perp} можна подати у вигляді:

$$F_{\perp}(q) = \left| 2\pi \int_0^{\infty} dr r J_0(qr) f_{\perp}(r) \right|^2, \quad (5.36)$$

де J_0 — функція Бесселя.

Перші два доданки у фігурних дужках у (5.33) пов'язані з некогерентною частиною ІВ ансамблю. Ця частина, що є пропорційною до N , описує суму незалежних втрат окремих частинок, що визначається формулою Бете-Блоха. Частина виразу (5.33), яка містить функцію $G(\gamma, \omega_p)$, є когерентною частиною ІВ. Вона є пропорційною до N^2 і описує вплив інтерференційних (когерентних) ефектів на ІВ ансамблю. Згідно з результатами підрозділу 5.1 та більш точними розрахунками у даному підрозділі (див. також роботи [124–127], що обговорювалися в розділі 1), ці ефекти можуть збільшити значення ІВ ансамблю на кілька порядків величини (для наявних на сьогоднішній день параметрів електронних ансамблів) порівняно з результатом, що передбачається формулою Бете-Блоха.

Вираз $2m\omega_{k1}|x_{k1}|^2/(Z\hbar)$, сума якого за k дорівнює одиниці, можна розглядати як функцію розподілу за збудженими станами атомних електронів (що містять як стани дискретного, так і безперервного спектру). Таким чином, (5.35) представляє собою усереднення функції, що залежить від F_{\parallel} та F_{\perp} , за станами атомних електронів. Далі ми будемо позначати таке усереднення як $\langle \dots \rangle$. За умови повноцінного прояву ефекту густини ($\gamma \gg I/\omega_p$) вираз для $G(\gamma, \omega_p)$ спрощується. А саме, у цьому випадку $\Omega_{k1} = \omega_p/c$, і G перестає залежати від γ , тоді як усереднення застосовується лише до поздовжнього форм-фактору:

$$G(\omega_p) = \langle F_{\parallel}(\omega_{k1}) \rangle \int dq \frac{q^3 F_{\perp}(q)}{(q^2 + \omega_p^2/c^2)^2}. \quad (5.37)$$

Далі ми головним чином зосередимось саме на цьому конкретному випадку.

5.2.3. Умови придатності методу

У даному розділі ми вивчаємо випадок, коли, завдяки когерентним ефектам, взаємодія налітаючих частинок з атомними електронами може бути набагато більш інтенсивною, ніж у випадку розсіювання одного електрона на атомі. Тому необхідно дослідити умови придатності теорії збурень, яку ми застосовуємо у нашому дослідженні, для випадку, що розглядається.

У загальному випадку умова придатності підходу, що застосовується, виглядає як $\sum_{k=2}^{\infty} |c_{k1}|^2 \ll 1$. Умова збіжності суми за k свідчить про те, що за порядком величини ця сума збігається з сумою перших кількох доданків у ній. У даному підрозділі чисельні оцінки буде проведено для атомів водню. У цьому випадку, через швидке зменшення $|x_{k1}|^2$ зі збільшенням k (див. деталі нижче), зазначену умову з хорошою точністю можна замінити на

$$|c_{21}|^2 \ll 1, \quad (5.38)$$

що містить лише ймовірність переходу електронів на перший ($k = 2$) збуджений рівень. Виняток може бути зроблений для ансамблів, у яких поздовжні форм-фактори $F_{||}$ стають близькими до нуля при певних кінцевих значеннях параметрів ансамблю, як, наприклад, у випадку однорідного поздовжнього розподілу частинок, що коротко обговорюється наприкінці наступної секції. Наразі для таких значень параметрів $|c_{21}|^2$ може стати близьким до нуля, у той час, як доданки з $k \geq 3$ залишаються ненульовими. У цьому випадку необхідно враховувати перші два доданки в сумі за k у (5.38).

У випадку одного налітаючого електрона, значення $|c_{21}|^2$, яке можна отримати з (5.22), становить:

$$|c_{21}|^2 = 4\alpha^2 |x_{21}|^2 / \rho_0^2, \quad (5.39)$$

де $\alpha = 1/137$ — постійна тонкої структури. Для атома водню величина

$|x_{21}|^2$ за порядком величини дорівнює a_0^2 (якщо точніше, $0.56a_0^2$), де $a_0 = \hbar^2/(me^2)$ — радіус Бора. Мінімальні прицільні параметри ρ_0 , що відповідають максимальним значенням $|c_{21}|^2$, які ми розглядаємо у нашому дослідженні, становлять $\rho_0 \sim a_0$. Тому в даному випадку $|c_{21}|^2 \sim \alpha^2$, і умова (5.38) є дуже добре виконаною.

Обчислимо тепер величину $|c_{k1}|^2$ (для довільного значення k) для випадку налітаючого ансамблю електронів на основі (5.31). Наразі необхідно отримати результат для довільного значення R (що визначає відстань між атомом та центральною віссю ансамблю) без попереднього інтегрування за \mathbf{R} . У секції 5.2.2 таке інтегрування (тоді воно виконувалася за змінною ρ_0) передувало інтегруванню за \mathbf{q} та \mathbf{q}' та значно спрощувало обчислення $d\epsilon/dz$. Переходячи від суми за дискретним набором зарядів до наближення безперервного розподілу заряду, як це було зроблено при обчисленні $d\epsilon/dz$, можна подати (5.31) у наступному вигляді:

$$|c_{k1}|^2 = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 |x_{k1}|^2 N^2 F_{||}(\omega_{k1}) |\mathbf{I}_{k1}(\mathbf{R})|^2, \quad (5.40)$$

де

$$\mathbf{I}_{k1}(\mathbf{R}) = \int d^2q \frac{\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\mathbf{R}}}{q^2 + \Omega_{k1}^2} \int d^2r f_{\perp}(r) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}. \quad (5.41)$$

Тут ми знехтували некогерентною частиною $|c_{k1}|^2$, пропорційною до N , порівняно з когерентною частиною, пропорційною до N^2 . Це пов'язано з тим, що нас, у першу чергу, цікавить вивчення умови (5.38) у випадку, коли когерентні ефекти в ІВ ансамблю є досить значними. Інтеграл $\mathbf{I}_{k1}(\mathbf{R})$ спрямований уздовж \mathbf{R} , що дозволяє, після інтегрування за кутами між \mathbf{r} і \mathbf{q} та між \mathbf{R} і \mathbf{q} , представити

його як

$$\mathbf{I}_{k1}(\mathbf{R}) = (2\pi)^2 i \mathbf{e}_R \int_0^\infty dr r f_\perp(r) \int_0^\infty dq \frac{q^2 J_0(qr) J_1(qR)}{q^2 + \Omega_{k1}^2}, \quad (5.42)$$

де $\mathbf{e}_R = \mathbf{R}/R$. Після обчислення інтеграла за q в (5.42) вираз (5.40) набуває вигляду:

$$|c_{k1}|^2 = 16\pi^2 \alpha^2 |x_{k1}|^2 N^2 \Omega_{k1}^2 F_{||}(\omega_{k1}) |S_{k1}(R)|^2, \quad (5.43)$$

де

$$S_{k1}(R) = K_1(\Omega_{k1}R) \int_0^R dr r f_\perp(r) I_0(\Omega_{k1}r) - I_1(\Omega_{k1}R) \int_R^\infty dr r f_\perp(r) K_0(\Omega_{k1}r). \quad (5.44)$$

Тут I_i — функції Бесселя уявного аргументу (подібно до функцій Макдональда K_i).

Вираз для $|c_{k1}|^2$ у випадку однієї налітаючої частинки можна отримати з (5.43), якщо тут покласти⁵ $f_\perp(r) = \delta(\mathbf{r})$, $N = 1$ та $F_{||}(\omega_{k1}) = 1$. У цьому випадку при $R \ll \Omega_{k1}^{-1}$ і $k = 2$ вираз (5.43) спрощується до форми (5.39) з $\rho_0 = R$.

Обчислимо для наочності $|c_{21}|^2$ для найпростішого випадку ансамблю (банча) з однорідним поперечним розподілом частинок. Наразі $f_\perp(r) = H(d-r)/(\pi d^2)$, де $H(x)$ — ступінчаста функція Хевісайда, а d — радіус банча. Покладемо $R = d$, оскільки в цьому випадку $|c_{k1}|^2$ досягає свого максимального значення. Використовуючи (5.43) та (5.44), отримуємо:

$$|c_{k1}|^2 = 16\alpha^2 \frac{|x_{k1}|^2}{d^2} N^2 F_{||}(\omega_{k1}) K_1^2(\Omega_{k1}d) I_1^2(\Omega_{k1}d). \quad (5.45)$$

Далі ми будемо цікавитися, зокрема, випадком, коли у водневому середовищі має місце повноцінний прояв ефекту густини ($\gamma \gg I/\omega_p$), а типовий радіус

⁵У даному конкретному випадку \mathbf{r} позначає радіус-вектор у площині xy .

пучка є $d \sim c/\omega_p$. У цьому випадку вираз (5.45) приймає вигляд ($k = 2$):

$$|c_{21}|^2 \sim \alpha^2 N^2 (a_0 \omega_p / c)^2 F_{||}(\omega_{21}). \quad (5.46)$$

Звідси видно, що для електронного ансамблю $|c_{21}|^2$ — не зводиться просто до $\alpha^2 N^2$, як це було б, наприклад, для важкого іона з зарядом Ne . Вираз (5.46) містить також два множники, які значно зменшують його значення. Дійсно, для водню при нормальних умовах відношення $a_0 \omega_p / c$ становить близько 5×10^{-5} . Для пучків, довжина яких помітно перевищує значення c/ω_{21} , поздовжній форм-фактор $F_{||}$ є набагато меншим за одиницю (хоча когерентні ефекти все ще можуть бути значними в цьому випадку). Тому ми бачимо, що застосований підхід, заснований на теорії збурень, може бути придатним навіть для дуже великих значень N , типових для макроскопічних ансамблів частинок.

5.2.4. Чисельний розрахунок іонізаційних втрат електронного ансамблю з гаусовим розподілом частинок у водні

У цій та наступній секціях ми проводимо чисельний розрахунок обмежених іонізаційних втрат ультрарелятивістських електронних ансамблів (банчів). Параметри ансамблів вибираються такими, які можуть бути реалізовані на сучасних прискорювальних установках. Дана секція присвячена випадку банча з гаусовим розподілом частинок (подібно до підрозділу 5.1.2), в той час як у наступній секції вивчаються особливості ІВ пучка з густиною, що є періодично модульованою у поздовжньому напрямку (подібно до підрозділу 5.1.3). Спеціальну увагу приділено особливостям ІВ, які виявляються при більш точному квантовому розгляді, порівняно зі спрощеним класичним розглядом, представленим у розділі 5.1. Як зазначалося, розрахунки виконано для найпростішого випадку речовини, що відповідає атомному водню, для якого можливим є точний розрахунок матричних елементів x_{k1} .

Основними величинами в (5.33)–(5.36), що описують речовину, крізь яку проходить ансамбль, є ω_{k1} і x_{k1} . Для дискретного спектру атомарного водню величини ω_{k1} дорівнюють

$$\omega_{k1} = \frac{me^4 k^2 - 1}{2\hbar^3 k^2}, \quad (5.47)$$

що впливає з добре відомої формули для ε_k . Отже, для переходів до безперервного спектра

$$\omega_{k1} = \frac{me^4}{2\hbar^3} + \frac{\hbar\kappa^2}{2m}. \quad (5.48)$$

Матричні елементи x_{k1} для дискретного спектра можна отримати безпосередньо з матричних елементів $(e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}})_{k1}$, що представлені, наприклад, у [314]. Вони мають вигляд (тут відбуваються лише переходи до станів з $p = 0$, що описуються хвильовими функціями в параболічних координатах $\phi_{n_1, n_2, p}$, де $n_1 + n_2 = k - 1$):

$$|x_{k1}|^2 = 2^8 k^7 a_0^2 \frac{(k-1)^{2k-6} k^2 - 1}{(k+1)^{2k+6} 3}. \quad (5.49)$$

Матричні елементи x_{k1} можна отримати з використанням хвильових функцій безперервного спектра в параболічних координатах [314]. Для них маємо:

$$|x_{k1}|^2 = \frac{2^8 a_0^4}{3\kappa} \frac{\exp[-\frac{4}{\kappa a_0} \arctg(\kappa a_0)]}{(1 + \kappa^2 a_0^2)^5 (1 - \exp[-2\pi/(\kappa a_0)])}. \quad (5.50)$$

Чисельна оцінка суми $\sum \omega_{k1} |x_{k1}|^2$ з використанням (5.47)–(5.50), включаючи інтегрування за станами безперервного спектра, узгоджується з (5.26).

Окрім інших параметрів, величина $d\varepsilon/dz$ електронного ансамблю визначається його форм-факторами, а величина когерентних ефектів у ІВ суттєво залежить від просторового розподілу електронів у ансамблі. Отже, проведемо

чисельну оцінку ІВ ансамблю для випадку гаусового розподілу частинок як у поздовжньому (вздовж осі z), так і в поперечному напрямках. При цьому f_{\parallel} і f_{\perp} , як і раніше, визначаються виразами (5.6). Відповідні форм-фактори мають вигляд (5.7), де у виразі для F_{\parallel} потрібно зробити заміну $\omega_{0i} \rightarrow \omega_{k1}$. Величинам l , d , l_f та d_f будемо надавати той самий зміст, що й у секції 5.1.2.

Розглянемо випадок досить високоенергетичних налітаючих електронів ($\gamma \gg I/\omega_p$), коли має місце повноцінний прояв ефекту густини. Обчислюючи інтеграл за q в (5.37), отримуємо:

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \frac{4\pi n e^4}{m v^2} N \left\{ \ln \frac{c q_0}{\omega_p} - \frac{1}{2} - \frac{N}{2} g(\omega_p, d) \langle e^{-\omega_{k1}^2 l^2 / v^2} \rangle \right\}, \quad (5.51)$$

де

$$g(\omega_p, d) = e^{\omega_p^2 d^2 / c^2} (1 + \omega_p^2 d^2 / c^2) \text{Ei}(-\omega_p^2 d^2 / c^2) + 1 \quad (5.52)$$

та $\text{Ei}(x)$ — інтегральна експонента. Функція $-g(\omega_p, d)$ монотонно зменшується зі збільшенням d . А саме, при $x \gg 1$ маємо $\text{Ei}(-x) \approx e^{-x}(-x^{-1} + x^{-2} - 2x^{-3})$, що призводить до $-g(\omega_p, d) \approx (c/\omega_p d)^4$ при $d \gg c/\omega_p$. Зауважимо, що для отримання виразу для $d\epsilon/dz$ у загальному випадку довільного γ (за умови $\gamma \gg 1$) необхідно виконати заміну $\omega_p/c \rightarrow \Omega_{k1}$ в (5.52) і перемістити функцію g під кутові дужки. Також у цьому випадку необхідно зробити заміну $\omega_p/c \rightarrow \bar{\Omega}$ у першому доданку в (5.51).

За аналогією з середнім потенціалом іонізації (5.27) у випадку, що розглядається, можна ввести певний ефективний середній потенціал іонізації $\bar{\omega}$, визначений як

$$e^{-\bar{\omega}^2 l^2 / v^2} = \langle e^{-\omega_{k1}^2 l^2 / v^2} \rangle, \quad (5.53)$$

або, у явному вигляді,

$$\bar{\omega} = \frac{v}{l} \sqrt{-\ln \left\{ \frac{2m}{\hbar} \sum_k \omega_{k1} |x_{k1}|^2 e^{-\omega_{k1}^2 l^2 / v^2} \right\}}. \quad (5.54)$$

Якщо підставити (5.53) у (5.51), то останній вираз набуде тієї ж форми, що й аналогічний вираз (5.10) для ІВ гаусового банча у тонкій твердотільній мішені, що його було отримано в секції 5.1.2 із застосуванням спрощеного класичного підходу. Основна відмінність цих виразів, яка підкреслює головну перевагу нашого теперішнього розгляду, стосується величини $\bar{\omega}$. А саме, у секції 5.1.2 для кожної атомної оболонки було обрано таке $\bar{\omega}$, що дорівнює середньому потенціалу іонізації цієї оболонки (наприклад, для кремнієвих мішеней значення таких потенціалів для оболонок K , L та M були взяті з [230]). Теперішній розгляд надає принципову можливість обчислити ці величини на основі (5.54), принаймні приблизно для більшості речовин (у загальному випадку, у цій формулі слід відновити величину $Z \neq 1$). Це досить важливий крок вперед, оскільки, як показано далі (див. рис. 5.7), ІВ ансамблю можуть бути дуже чутливими до значення величини $\bar{\omega}$. Варто зазначити, що формула (5.54) свідчить про те, що $\bar{\omega}$ не є просто константою, визначеною фізичними властивостями середовища, а залежить також від поздовжнього розміру l ансамблю та явної функціональної залежності його форм-фактора $F_{||}$ від l та ω_{k1} . За відсутності ефекту густини (або за умов його часткового прояву при не дуже великому γ) величина $\bar{\omega}$ визначається розмірами ансамблю як у поздовжньому, так і в поперечному напрямках та відповідними форм-факторами $F_{||}$ і F_{\perp} .

На рис. 5.5 показано залежність $\bar{\omega}$ від довжини ансамблю l_f , обчислену на основі (5.54), де ми поклали $v = c$. Розрахунок проводився для атомарного водню з застосуванням виразів (5.47)–(5.50). Графік демонструє помітну зміну величини $\bar{\omega}$ в області l_f , що відповідає найбільш значному прояву когерентних ефектів у ІВ. Така область може бути визначена умовою $l < l_0 \sim v/\omega_{21}$. При

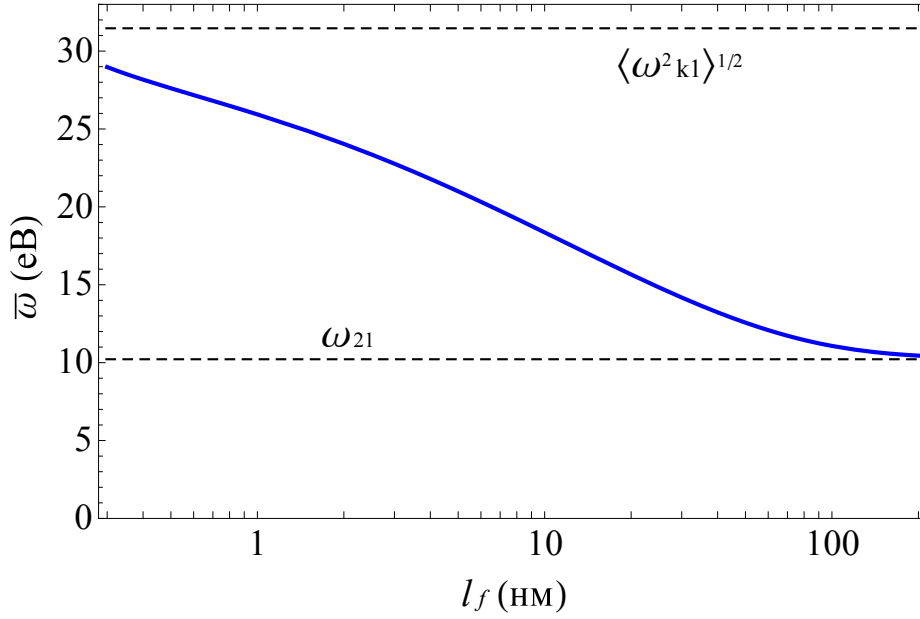


Рис. 5.5. Залежність $\bar{\omega}$ від поздовжнього розміру ансамблю l_f у водні.

$l \sim l_0$, згідно з (5.7), форм-фактор $F_{\parallel}(\omega_{21})$, що відповідає найменшій енергії збудження $\hbar\omega_{21} \approx 10.2$ еВ, стає близьким до одиниці. При менших l те ж саме відбувається і для решти величин ω_{k1} . Наразі $l_0 \sim 20$ нм, що відповідає $l_f \sim 46$ нм.

При $l \gg l_0$ величина $\bar{\omega}$ наближається до найменшої енергії збудження ω_{21} . Внесок від переходів до вищих рівнів дискретного та безперервного спектра в цьому випадку пригнічується експоненційним множником у (5.54). У протилежному граничному випадку малого l можна розкласти експоненти в (5.54) і отримати наступну рівність: $\bar{\omega} = \langle \omega_{k1}^2 \rangle^{1/2}$. Вона є дійсною за умови $l \ll v/\omega_{\max}$, де ω_{\max} — значення ω_{k1} при певному максимальному κ , який все ще робить внесок в інтеграл за станами безперервного спектра в (5.54) або, більш загально, у (5.26). Для розглянутого випадку атомів водню основний внесок у цей інтеграл роблять значення, які можна оцінити як $\kappa \lesssim 4/a_0$. Таким чином, наразі значення $\hbar\omega_{\max}$ можна розглядати таким, що дорівнює $\hbar\omega_{k1}$ з величиною $\kappa = 4/a_0$ хвильового вектора вибитого з атома електрона в (5.48) і становить близько 230 еВ.

Перш ніж обчислювати $d\epsilon/dz$, необхідно визначити область придатності

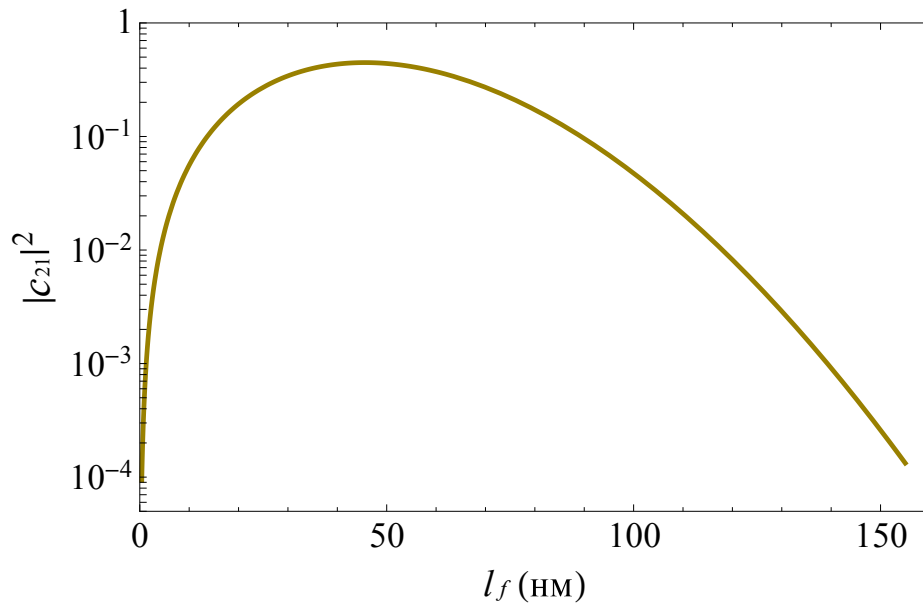


Рис. 5.6. Залежність $|c_{21}|^2$ від l_f для ансамблю з гаусовим розподілом частинок у водні при $d_f = 0.75$ мкм, $n_0 = 6 \times 10^{19}$ см $^{-3}$ і $\gamma \gg I/\omega_p$.

підходу, що застосовується, за умов розгляду задачі. Наразі ми будемо робити оцінки для значень параметрів, які планується досягти на прискорювачі SINBAD [130], що зараз будується в DESY. Зокрема, це містить у своєму складі енергію електронів 100 МеВ, поперечний розмір банча $d_f = 0.75$ мкм і сумарний заряд субфемтосекундного банча ($l_f < 300$ нм) 1 пКл. Рис. 5.6 демонструє величину $|c_{21}|^2$ як функцію l_f у цьому випадку, обчислену на основі (5.43)–(5.44). Тут обрано $\hbar\omega_p \approx 0.19$ еВ, що є плазмовою частотою атомарного водню за нормальних умов (вона в $\sqrt{2}$ разів менша, ніж відповідна частота для молекулярного водню). Розрахунок проводиться при $R = 0.5$ мкм, коли $|c_{21}|^2$, як функція R , досягає свого максимуму. Зауважимо, що ми розглядаємо випадок, коли густина частинок n_0 у центрі банча є фіксованою. Вона відповідає сумарному заряду банча 1 пКл при його довжині $l_f \approx 130$ нм (0.43 фс), яка є характерною для зазначеного прискорювача. Зміна довжини банча відбувається завдяки зміні кількості частинок N у ньому. Із графіка видно, що у розглянутому випадку умова (5.38) досить добре виконується в областях $l_f \gtrsim 80$ нм та $l_f \lesssim 15$ нм. Тут для обчислення ІВ ансамблю можна застосовувати обраний підхід.

Залежність ІВ ансамблю у розрахунку на одну частинку від l_f в області $l_f > 80$ нм представлена на рис. 5.7 (товста суцільна крива). Як і раніше, безрозмірна величина на вертикальній осі визначається виразом $dE/dz = mv^2/(4\pi ne^4)d\epsilon/dz$. Значення q_0 в (5.51) обрано таким, що дорівнює 10^8 см⁻¹. Це відповідає значенню порядку a_0 для мінімальної відстані між налітаючою частинкою та атомом, що розглядається. Штриховою лінією на рисунку показано значення ІВ за відсутності когерентних ефектів, що визначається першими двома доданками в (5.51) та відповідає результату формули Бете-Блоха. Звідси видно, що при $l_f < 170$ нм когерентні ефекти проявляються в ІВ для розглянутого типу розподілу частинок в ансамблі. Зі зменшенням l_f ці ефекти стають значними і призводять до різкого зростання величини $d\epsilon/dz$ на кілька порядків. Для довжини пучка, типової для прискорювача SINBAD, що позначена вертикальною лінією на рисунку, коефіцієнт когерентного посилення ІВ все ще дуже великий (близько 47). Під таким коефіцієнтом ми маємо на увазі відношення $d\epsilon/dz$ з урахуванням та без урахування когерентних ефектів.

Для порівняння ми також представляємо результат обчислення на основі (5.51) із таким $\bar{\omega}$, що дорівнює середньому потенціалу іонізації $I \approx 15$ еВ (тонка суцільна крива). Як зазначалося, такий результат відповідає спрощеному підходу, що його було застосовано в розділі 5.1. Ми бачимо, що у розглянутому діапазоні l_f , де явна функціональна залежність $F_{||}$ є визначальною, різниця між передбаченнями спрощеного та більш точного підходів у цьому випадку є значною. Результати цих підходів збігаються при $l_f \lesssim l_{\max} = \sqrt{8 \ln 2} v/I$. Тут $d\epsilon/dz$ досягає свого максимального значення при $l_f \sim l_{\max} \approx 30$ нм (строго кажучи, ІВ у безпосередній близькості від цього максимуму не описуються точно за допомогою обраного підходу, згідно з рис. 5.6). Із подальшим зменшенням l_f когерентна частина $d\epsilon/dz$ швидко зникає. Це обумовлено зниженням кількості частинок в ансамблі (при фіксованому n_0) зі зменшенням l_f .

Рис. 5.7 свідчить про швидке зменшення когерентної частини ІВ зі збільшенням l_f при $l_f > l_{\max}$. Як зазначалося у секції 5.1.3, таке зменшення може

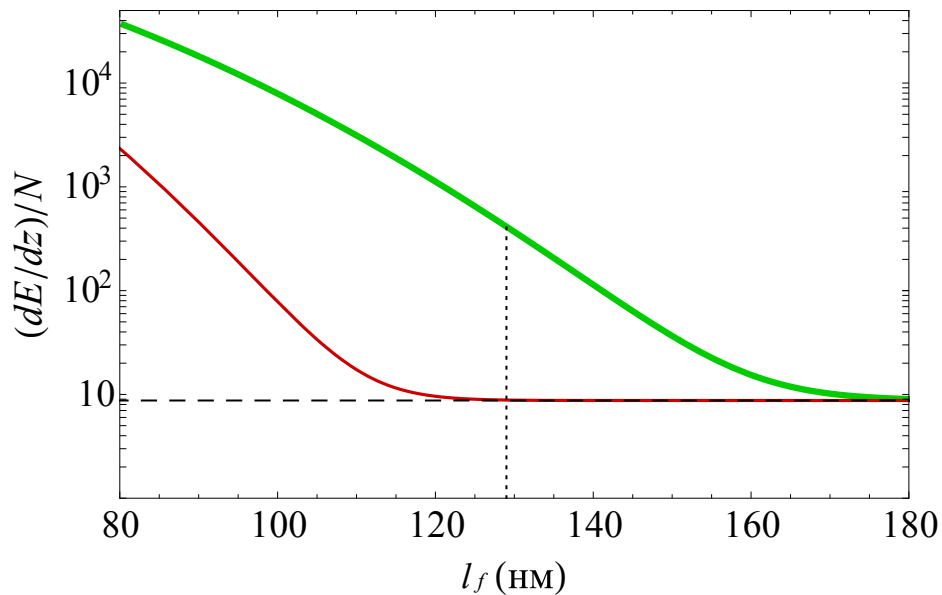


Рис. 5.7. Залежність ІВ ансамблю від l_f у водні при $d_f = 0.75$ мкм, $n_0 = 6 \times 10^{19}$ см $^{-3}$ і гаусовому розподілі частинок (товста суцільна крива). Тонка суцільна крива — обчислення для $\bar{\omega} = I$, штрихова лінія — жодних когерентних ефектів, пунктирна лінія позначає довжину $l_f \approx 130$ нм (0.43 фс).

бути набагато повільнішим, якщо поздовжній розподіл частинок f_{\parallel} в ансамблі відрізняється від гаусового. Якщо розглянути найпростіший подібний випадок, що відповідає однорідному розподілу $f_{\parallel} = \text{const}$ (відповідний поперечний розподіл f_{\perp} вважаємо гаусовим) і, відповідно, поздовжньому форм-фактору у вигляді (5.15), то для коефіцієнту когерентного посилення при $l \approx 130$ нм отримаємо значення близько 4800. Це в сто разів більше, ніж у випадку гаусового f_{\parallel} . Наразі значення $|c_{21}|^2 + |c_{31}|^2$ для такого l становить близько 0.084, що підтверджує можливість застосування теорії збурень і в цьому випадку. Необхідність врахування як c_{21} , так і c_{31} в умові придатності в даному випадку було обговорено раніше після формули (5.38).

Зазначимо нарешті, що у розглянутому випадку застосоване припущення про повноцінний прояв ефекту густини (що є точним при $\gamma \gg I/\omega_p$) є дещо наближеним, оскільки $I/\omega_p \approx 80$, тоді як $\gamma \approx 200$. Втім, більш точний розрахунок на основі (5.33) і (5.35) призводить до результату, який майже не відрізняється від представленого на рис. 5.7.

5.2.5. Ансамбль із періодичною модуляцією густини. Резонансний ефект

У секції 5.1.3 було показано (із застосуванням спрощеного класичного підходу), що у випадку взаємодії з речовиною ансамблю, що зазнає мікробанчування в ондуляторній секції ЛВЕ, ІВ окремих його мікробанчів можуть не бути незалежними. Інтерференція між внесками цих мікробанчів у сумарну енергію, що передається атомному електрону, може призвести до резонансного збільшення цієї енергії для певних значень періоду мікробанчування. Далі ми вивчаємо цей ефект із застосуванням більш точного підходу, розвинутого в даному підрозділі, та робимо чисельні оцінки для випадку водневого середовища.

У якості моделі мікробанчованого налітаючого пучка ми, як і раніше, розглядаємо електронний ансамбль із густиною, періодично модульованою в поздовжньому напрямку $f_{\parallel} = [1 - \cos(2\pi z/l)]/(sl)$. Безумовно, це дещо ідеалізована модель реальної густини електронів, яку можна досягти на ЛВЕ. Величини l , s та $L = sl$ мають той самий зміст, що і в секції 5.1.3. Поздовжній форм-фактор пучка визначається виразом (5.16), у якому треба зробити заміну $\omega_{0i} \rightarrow \omega_{k1}$.

Ми, як і раніше, вважаємо, що поперечний розподіл f_{\perp} частинок у пучку є гаусовим і має місце повноцінний прояв ефекту густини. ІВ ансамблю в цьому випадку можна обчислити за допомогою (5.51), де поздовжній форм-фактор заміщений виразом (5.16) із зазначеною заміною. Величина $\langle F_{\parallel} \rangle$, що фігурує у виразі (5.37) для функції $G(\omega_p)$, складається з суми за станами дискретного спектра та інтегрування за станами безперервного спектра: $\langle F_{\parallel} \rangle = \langle F_{\parallel} \rangle_{\text{discr}} + \langle F_{\parallel} \rangle_{\text{cont}}$. Якщо розподіл f_{\parallel} є періодично модульованим, функція F_{\parallel} має гострі максимуми, як наприклад, вираз (5.16) при $\omega_{0i} = 2\pi\nu/l$. У цьому випадку інтеграл за κ в $\langle F_{\parallel} \rangle_{\text{cont}}$ може бути обчислений аналітично. Справді,

використовуючи (5.48) та (5.50), цю величину можна записати у вигляді:

$$\langle F_{\parallel} \rangle_{\text{cont}} = \frac{2^8}{3} \int_0^{\infty} dx x R(x) F_{\parallel}(\omega_{\kappa 1}), \quad (5.55)$$

де $x = \kappa a_0$, $\omega_{\kappa 1} = m e^4 (x^2 + 1) / 2 \hbar^3$ та

$$R(x) = \frac{\exp[-4 \arctg x / x]}{(1 + x^2)^4 (1 - \exp[-2\pi/x])}. \quad (5.56)$$

Для фіксованого значення l основний внесок в інтеграл у (5.55) робить вузька область навколо точки $x = x_0 = (4\pi v \hbar^3 / (m e^4 l) - 1)^{1/2}$, що відповідає $\omega_{\kappa 1} = 2\pi v / l$. Це дозволяє винести з інтеграла всі множники, крім квадрата синуса і знаменника $(\omega_{\kappa 1} / v - 2\pi / l)^2$, які є складовими частинами F_{\parallel} . Після обчислення інтеграла, що залишився, (5.55) набуває вигляду:

$$\langle F_{\parallel} \rangle_{\text{cont}} = \frac{2^7 \pi \hbar^3 v}{3 m e^4 L} R(x_0). \quad (5.57)$$

Зауважимо, що цей вираз є дійсним, якщо $l < l_b = 4\pi v \hbar^3 / (m e^4)$. При $v \approx c$ маємо $l_b \approx 91$ нм. При $l > l_b$ внеском $\langle F_{\parallel} \rangle_{\text{cont}}$ в $\langle F_{\parallel} \rangle$ можна знехтувати. Величина l_b позначає межу між областями l , у яких виникають резонансні ефекти для атомного збудження (переходи у стан дискретного спектра) та іонізації (переходи до безперервного спектра).

Числові оцінки ІВ мікробанчованого ансамблю ми будемо робити для параметрів, які можна реалізувати на European XFEL [128, 129]. Це містить у своєму складі енергію електронів більше декількох ГеВ (умова $\gamma \gg I / \omega_p$ у цьому випадку добре виконується, і результат обчислень не залежить від точного значення енергії), довжину пучка $L = 24$ мкм та його сумарний заряд 1 нКл. Втім, ми розглянемо набагато ширший діапазон періодів мікробанчування l (що, радше, відповідає робочому діапазону ультрафіолетових ЛВЕ), ніж такий, що є типовим для цього ЛВЕ. Це пов'язано з тим, що для атомів

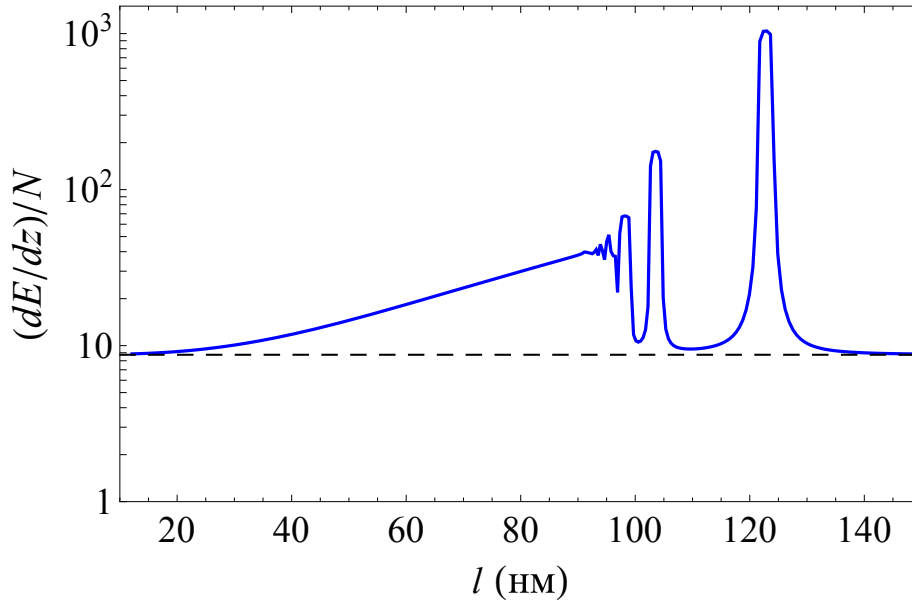


Рис. 5.8. Залежність ІВ ансамблю від періоду мікробанчування l у водні при $d_f = 40$ мкм, $L = 24$ мкм та $\gamma \gg I/\omega_p$ (суцільна крива). Штрихова лінія — жодних когерентних ефектів.

водню, які ми розглядаємо як приклад для чисельних розрахунків у нашому дослідженні, резонансні ефекти мають місце при $l = 2\pi v/\omega_{k1}$, що відповідає ультрафіолетовому діапазону частот збудження та іонізації ω_{k1} . Такі ефекти «розповсюджуються» на м'який рентгенівський діапазон для більш важких речовин з більшими Z .

Рис. 5.8 демонструє залежність ІВ ансамблю від періоду мікробанчування l . Зауважимо, що для фіксованого L величина l змінюється дискретно, оскільки кількість мікробанчів s є цілим числом, та представлена залежність є екстрапольованою на безперервний набір значень l . Крім того, показаний на малюнку результат усереднено за невеликою варіацією δL довжини L . Наразі, як і на рис. 5.4, $\delta L/L = 0.02$. Ми бачимо, що в області $l > l_b$ існує набір резонансів, пов'язаних із частотами ω_{k1} переходу атомного електрона у збуджені стани дискретного спектра. Значення $d\epsilon/dz$ у цих резонансах значно перевищують ІВ ансамблю без урахування когерентних ефектів (штрихова лінія на графіку). Значення $F_{||}$ у кожному резонансі становить $1/4$. Таким чином, співвідношення величин $d\epsilon/dz$ у резонансах визначається відношенням відповідних значень $\omega_{k1}|x_{k1}|^2$. Однак, слід зауважити, що це твердження є

дещо наближеним через деяке розмивання піків у результаті усереднення за δL . Деякі додаткові розмивання також можуть виникнути через природну ширину збуджених атомних рівнів, що ми наразі не враховуємо. Зауважимо, що максимальне значення $|c_{21}|^2$, яке досягається при l , що відповідає найправішому резонансу ($l \approx 122$ нм), становить близько 0.054, і теорію збурень у даному випадку можна застосовувати. Обчислення $|c_{21}|^2$ тут було виконано для $R = d_f/\sqrt{8 \ln 2}$, де ця величина має максимальне значення.

В області $l < l_b$ ІВ визначаються здебільшого когерентно посиленним внеском від переходів атомних електронів до станів безперервного спектра $\langle F_{||} \rangle_{\text{cont}}$. Залежність $d\epsilon/dz$ від l у цій області у даному випадку визначається функцією $x_0(l)$ в (5.57). Зауважимо, що існування набору резонансів (замість єдиного резонансу для кожної атомної оболонки) в області $l > l_b$, а також поведінка ІВ в області $l < l_b$, яка визначається когерентними ефектами в іонізації атомів — це нові риси ІВ періодично модульованих пучків, що виявляються при використанні більш точного підходу, розвинутого в даному підрозділі, порівняно зі спрощеним підходом, що його було застосовано у підрозділі 5.1.

Висновки до розділу 5

Результати досліджень, представлених у даному розділі опубліковано в статтях [15, 16]. Серед основних результатів в якості висновків можна виділити наступні:

- Побудовано класичну теорію іонізаційних втрат високоенергетичних електронних банчів в ультратонких шарах речовини з урахуванням впливу інтерференційних (когерентних) ефектів на ці втрати. Показано, що в подібних шарах, де ефект густини в іонізаційних втратах відсутній, зазначені ефекти можуть проявлятися при значно більших поперечних розмірах банчів, ніж у товстих мішенях. Отримано вирази для іонізаційних втрат банча ультрамалого

розміру через макроскопічні параметри, що характеризують розподіл частинок у банчі, в умовах прояву когерентних ефектів у цих втратах.

- Показано, що завдяки когерентним ефектам, іонізаційні втрати банча можуть на декілька порядків перевищувати звичайну суму втрат окремих частинок, із яких він складається, при параметрах, що є досяжними на сучасних лазерах на вільних електронах, а також на нових прискорювачах, які наразі будуються. Досліджено низку випадків, що відповідають різним типам просторового розподілу частинок всередині банча.

- Побудовано теорію когерентних ефектів у іонізаційних втратах релятивістських електронних банчів на базі теорії збурень квантової механіки. Досліджено умови придатності такого підходу для опису іонізаційних втрат у даному випадку. Порівняно зі спрощеним класичним розглядом, дана теорія дозволяє проводити розрахунки основних параметрів, що визначають значення іонізаційних втрат, зокрема, ефективних середніх потенціалів іонізації атомних оболонок. Показано, що за умов прояву когерентних ефектів, такі потенціали визначаються не тільки структурою атомних рівнів, а також залежать від форм-факторів банча.

- На базі цієї теорії проведено числові розрахунки іонізаційних втрат для випадку руху банча в атомарному водні. Показано, що для пучків із періодичною модуляцією густини (які є моделлю пучків, що формуються в ондуляторних секціях лазерів на вільних електронах), можуть мати місце резонансні ефекти в іонізаційних втратах. Зазначено, що суттєва залежать іонізаційних втрат пучка від його розмірів та форми за умов прояву когерентних ефектів зумовлює принципову можливість застосування розглянутих ефектів для діагностики параметрів пучків заряджених частинок.

РОЗДІЛ 6

РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ ПОЗИТРОНІВ У МАГНІТОСФЕРІ ПУЛЬСАРА

В середині 1990-х років у роботі [106] було проведено ретельне вивчення середніх форм імпульсів випромінювання (так званих середніх світлових кривих), що надходять від пульсара PSR B0531+21 у Крабоподібній туманності. Під час такого дослідження дані спостережень збиралися у широкому діапазоні частот: від сотень МГц до ста кеВ. Нещодавно ці результати були підтвержені та доповнені [107]. На рис. 6.1 ми відтворюємо (з деякими додатковими позначками) частину рисунка з роботи [106], яка представляє результати вимірювань фазової залежності усередненої (за багатьма періодами) зареєстрованої інтенсивності випромінювання протягом одного періоду обертання пульсара. Рисунок демонструє середні світлові криві для різних частот випромінювання.

При частотах нижче 1.5 ГГц на рис. 6.1 видно два ярко виражені імпульси, зареєстровані протягом одного періоду обертання зірки. Вважається, що ці імпульси — головний імпульс (ГІ) та інтерімпульс (ІІ) — походять від різних магнітних полюсів пульсара у Крабі.

На частотах близько 3 ГГц ІІ зникає. Він з'являється знову на більш високих частотах, маючи фазовий зсув δ близько 7° порівняно з початковим ІІ на нижчих частотах. Ба більше, на тих самих частотах з'являються ще два чітко виражені імпульси, відомі як високочастотні компоненти (ВЧК). На певних більш високих частотах ВЧК зникають, а ІІ відновлює своє попереднє положення. Зазначимо, що ГІ також зникає на частоті близько 8 ГГц, з'являючись знову на більш високих частотах без будь-якого фазового зсуву.

З часу виявлення цих незвичайних особливостей радіовипромінювання пульсара у Крабі не було запропоновано їх теоретичного пояснення. У даному

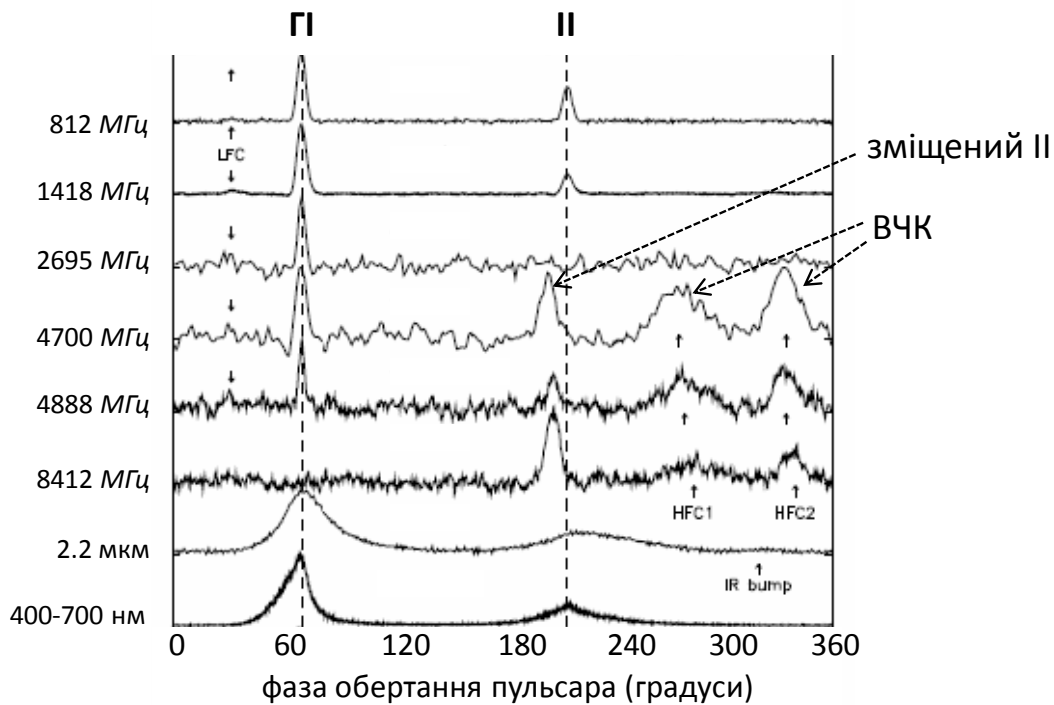


Рис. 6.1. Середні світлові криві, отримані при багаточастотних спостереженнях у роботі [106]. Позначено зміщений (приблизно на 7°) інтерімпульс (II) та високочастотні компоненти (ВЧК). Із вдячністю авторам.

розділі ми розглядаємо механізм радіовипромінювання, який може бути відповідальним за зміщення II у зазначеному пульсарі. В основі цього механізму лежить випромінювання кривини позитронів, що рухаються у полярному зазорі в напрямку поверхні зірки¹. Це випромінювання відбивається від поверхні пульсара та інтерферує з перехідним випромінюванням, що генерується при падінні позитронів на поверхню зірки. Ми показуємо, що такий механізм дає можливість пояснити зсув фази II. Зазначимо, що в роботі [315] було запропоновано версію походження ВЧК, яка також базується на відбитті випромінювання позитронів від поверхні зірки, але застосовує крім того ідею нелінійного раманівського розсіювання такого випромінювання на різноманітних збудженнях, що мають місце на поверхні пульсара. У вищезгаданій роботі ідею відбиття випромінювання від поверхні пульсара було застосовано для розгляду ВЧК, оскільки вони з'являються на тих самих частотах, що і зсув II. Про незалежний розгляд ВЧК, що не пов'язаний зі зсувом II, див. [280].

¹В областях із протилежним напрямком електричного поля, що прискорює частинки в зазорі, те саме може стосуватися електронів, що рухаються до поверхні зірки.

6.1. Випромінювання позитронів як джерело зміщеного імпульсу

6.1.1. Модель зворотного руху та випромінювання позитронів

Пояснення зникнення ГІ при певній частоті (див. рис. 6.1) було запропоновано в роботі [316]. Викладена в цій роботі ідея базується на розгляді нерелятивістського механізму випромінювання при поздовжньому прискоренні електронів у полярному проміжку як механізму низькочастотного випромінювання пульсара. Коли прискорений електрон досягає релятивістських швидкостей, цей механізм слабшає і вимикається на досить високій частоті (тут ми розглядаємо частоти порядку кількох ГГц). Як було показано в цій роботі, значення такої частоти є пропорційним до $\sqrt{B_{\parallel}}$, де B_{\parallel} — компонента магнітного поля, паралельна до осі обертання, поблизу магнітного полюса зірки. Зникнення ІІ може бути пов'язане з тими ж фізичними причинами. Менше значення частоти, на якій це відбувається, порівняно з таким значенням у випадку ГІ, може бути спричинене меншим значенням B_{\parallel} на магнітному полюсі, відповідальному за генерацію ІІ (див. детальніше [19]). У будь-якому випадку, механізм випромінювання, відповідальний за створення зміщеного ІІ на високих частотах, повинен відрізнитися від механізму, що домінує у випадку незміщеного ІІ на менших частотах (це корелює з ідеями, що обговорювалося в роботі [107]).

У якості джерела зміщеного високочастотного ІІ ми розглядаємо випромінювання позитронів, що рухаються в напрямку поверхні пульсара у полярному зазорі. Такі позитрони можуть бути повернуті з нижніх шарів магнітосферної плазми (відразу після створення відповідних e^+e^- пар) тим самим електричним полем, яке прискорює електрони у напрямку назовні від зірки. Детальний розгляд такого зворотного руху позитронів у магнітосфері пульсара представлено в роботі [317] та в посиланнях у ній.

Наразі ми вважаємо, що в діапазоні частот, який розглядається (порядка

декількох ГГц), поверхня зірки поводить себе, як ідеальний провідник, що відбиває все випромінювання, яке на нього падає. Рухаючись уздовж викривлених силових ліній магнітного поля в напрямку поверхні зірки, позитрони генерують випромінювання кривини, подібно до електронів, що рухаються у протилежному напрямку. Оскільки позитрони ультрарелятивістські, таке випромінювання створюється переважно в напрямку, близькому до їх швидкостей. На досить високих частотах воно відбивається від поверхні та поширюється назовні від зірки. Ба більше, коли позитрони потрапляють на поверхню, у напрямку від поверхні зірки також генерується перехідне випромінювання. Сумарне випромінювання позитронів є результатом інтерференції такого перехідного випромінювання з відбитим від поверхні випромінюванням кривини.

Для того щоб отримати кутове зміщення між середнім напрямком випромінювання електронів, яке вважається джерелом незміщеного низькочастотного Π , та відповідним напрямком відбитого випромінювання позитронів (зміщений Π) зробимо ще одне важливе припущення. А саме, будемо вважати, що магнітна вісь на поверхні зірки нахилена під деяким кутом $\delta/2$ (близько декількох градусів) відносно нормалі до поверхні (рис. 6.2).

Напрямок магнітної осі визначає середній напрям випромінювання електронів у полярному зазорі. У розглянутому випадку кутова область, що відповідає переважній концентрації випромінювання позитронів, нахилена на кут близько δ відносно відповідної області концентрації випромінювання електронів. Це відбувається завдяки тому, що середні напрямки як перехідного випромінювання², так і відбитого випромінювання кривини у цьому випадку є напрямками дзеркального відбиття для магнітної осі відносно поверхні зірки.

Для того щоб дослідити властивості випромінювання позитронів, що рухаються в напрямку поверхні зірки і влітають в неї, необхідно прийняти певну (природно, спрощену) картину їх руху. Базуючись на ідеях, розроблених

²Як зазначалося у підрозділі 1.2, у випадку похилого падіння релятивістської зарядженої частинки на провідну поверхню основна частина перехідного випромінювання у діапазоні частот, що розглядається, зосереджена поблизу напрямку дзеркального відбиття відносно напрямку швидкості частинки.

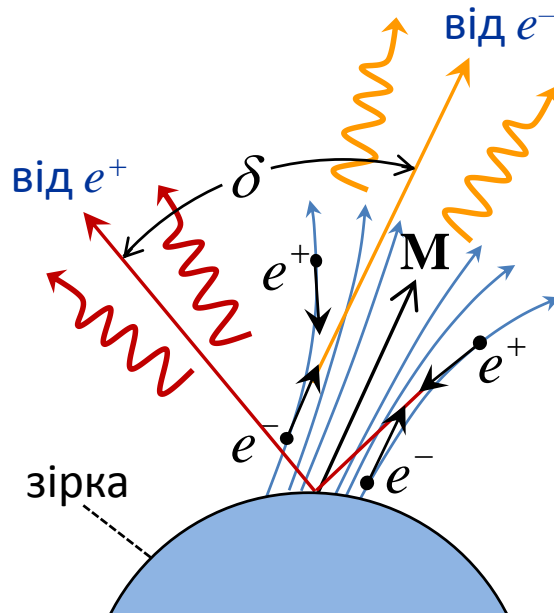


Рис. 6.2. Схематична картина руху та випромінювання електронів і позитронів у полярному зазорі пульсара у випадку нахиленої магнітної вісі. Середні напрямки випромінювання електронів та відбитого випромінювання позитронів зміщені на кут δ (кут дзеркального відбиття) один від одного.

у роботах [284, 318] для випромінювання електронів, ми будемо здебільшого розглядати випромінювання позитронів, що рухаються вздовж зовнішніх відкритих силових ліній магнітного поля. Такі лінії розташовані поблизу межі між областю відкритих і замкнених ліній і мають значну кривину. Однак будемо вважати, що ці лінії все ж не належать до безпосередньої близькості від цієї межі і тому мають значну величину компоненти прискорювального електричного поля вздовж них. Випромінювання кривини, що генерується такими позитронами, є більш інтенсивним, ніж те, що створюється частинками, які рухаються вздовж менш викривлених (з більшим радіусом кривини) силових ліній, розташованих ближче до магнітної вісі (див. відповідне обговорення в секції 6.2.3, де береться до уваги також когерентність випромінювання). Втім, для оцінки загального потоку випромінювання позитронів у секціях 6.2.2 та 6.2.3 ми врахуємо внески позитронів, що рухаються вздовж усіх відкритих силових ліній. У цих секціях також буде враховано важливий ефект когерентності випромінювання.

По-перше, зазначимо, що випромінювання кривини, що створюється

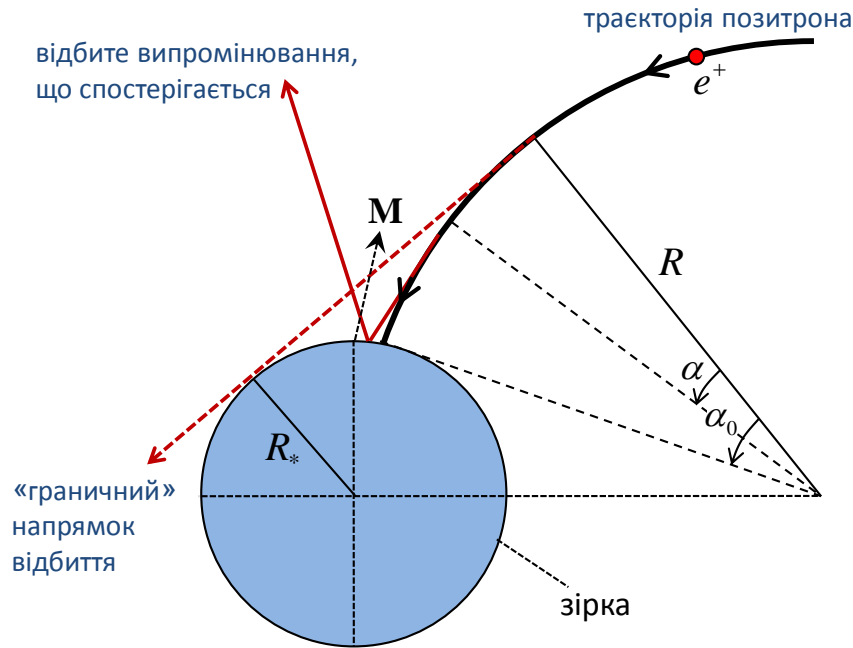


Рис. 6.3. Схематичне зображення зворотного руху позитрона та його випромінювання вздовж викривленої силової лінії магнітного поля. α_0 — кут, що відповідає ефективному шляху, α — поточна кутова координата позитрона. Суцільна лінія зі стрілкою показує напрямок відбитого випромінювання, що створюється позитроном у його поточному положенні, а пунктирна — напрямок випромінювання (що створюється при $\alpha = 0$), яке тільки починає відбиватися від поверхні зірки.

позитроном, може відбиватися від поверхні зірки і поширюватися в напрямку спостерігача (телескопа) лише в тому випадку, якщо таке випромінювання відбувається в межах певної ефективної частини траєкторії позитрона, яку ми далі будемо називати ефективним шляхом. На рис. 6.3 ця частина спирається на кут α_0 . Значення Лоренц-фактора позитрона γ у межах ефективного шляху обмежується його певним мінімальним γ_{\min} та максимальним γ_{\max} значеннями. Перше з цих значень залежить від частоти випромінювання та радіуса кривини траєкторії позитрона (див. формулу (6.7) нижче з заміною $\gamma \rightarrow \gamma_{\min}$). Друге визначається відносним положенням напрямку спостереження та магнітної вісі (детальніше див. секцію 6.1.2). Оскільки випромінювання кривини релятивістським позитроном відбувається в напрямку, близькому до його швидкості, випромінювання, що створюється позитроном до цієї області, не відбивається від поверхні і, отже, не спостерігається. За допомогою α позначимо

кутову координату позитрона, яка відраховується від точки початку його руху вздовж ефективного шляху.

Для спрощення обчислень припустимо, що позитрон рухається по дузі кола радіуса $R \sim 10^7$ см. У випадку дипольного магнітного поля це спрощення є законним для траєкторії руху частинки в зазорі. Дійсно, для магнітного диполя (як і в [105, 284], магнітне поле ми наразі розглядаємо таким, що відповідає нерухомому диполю, що не обертається) рівняння граничної силової лінії магнітного поля, що торкається світлового циліндра, має вигляд $r = r_0 \sin^2 \theta$, де $r_0 = 27r_{LC}/[(9 - \sin^2 \beta)(\sin^2 \beta + \cos \beta \sqrt{9 - \sin^2 \beta})]$ — параметр силової лінії [105, 284], θ — полярний кут, що відраховується від магнітної осі, r_{LC} — радіус світлового циліндра, а β — кут між магнітною віссю та віссю обертання пульсара. На малій висоті над поверхнею зірки це дає для радіуса кривини силової лінії значення $4\sqrt{rr_0}/3$. Таким чином, вздовж силової лінії поля її кривина змінюється не дуже істотно в масштабі зазору. Тому на тій частині траєкторії, що є важливою для випромінювання (на ефективному шляху позитрона), можна вважати цю кривину постійною, тобто замінити реальну траєкторію дугою окружності. Зазначимо, що наразі ми далекі від наміру розглядати точні та самоузгоджені моделі руху частинок у магнітосфері пульсара (див. [317] та посилання тут) для вивчення ефектів, що нас цікавлять. Використання подібних моделей призводить до значного ускладнення обчислень, але не проливає якісно нове світло на проблему зміщеного інтерімпульсу в сантиметровому діапазоні довжин хвиль, яку ми наразі розглядаємо.

За зазначених умов ефективний шлях позитрона відповідає куту $\alpha_0 \simeq \arccos(1 - R_*/R) - R_*/R$, де $R_* \sim 10^6$ см — радіус пульсара, та має величину близько $3.5R_*$. Насправді, це, скоріше, верхня оцінка для довжини ефективного шляху, оскільки випромінювання, що створюється в напрямку, близькому до «граничного» (див. рис. 6.3), може взагалі не виходити з пульсара. Для того щоб дістатися до спостерігача, відбите випромінювання повинно поширюватися у напрямку, ближчому до магнітної осі, що вимагає, щоб випромінювання

відбувалося на менших висотах над поверхнею зірки (при більших α).

В області, що відповідає ефективному шляху, ми будемо використовувати наступну спрощену модель для електричного поля, що прискорює частинку:

$$E(\alpha) = E_1(\alpha/\alpha_1 - \alpha)H[\alpha_1 - \alpha] + (E_1 + E_2(\alpha - \alpha_1))(1 - \alpha)H[\alpha - \alpha_1], \quad (6.1)$$

де $H[x]$ — ступінчаста функція Хевісайда.

У цій моделі поле спочатку повільно і лінійно зростає в першій частині ефективного шляху ($\alpha < \alpha_1$), який знаходиться поблизу магнітосферної плазми, а потім змінюється параболічно, досягаючи певного максимального значення і повертаючись до нуля на поверхні зірки ($\alpha = 1$). В (6.1) α і α_1 вимірюються в одиницях α_0 . Лінійна ділянка відповідає плавному проникненню поля в нижню магнітосферу [319], параболічна — спрощеній версії відомих моделей [320,321]. E_1 і E_2 представляють собою деякі константи, що визначають величину електричного поля.

Рівняння, що визначає залежність Лоренц-фактора позитрона γ від α , виглядає як

$$d\gamma/d\alpha = eE(\alpha)R/mc^2, \quad (6.2)$$

що є наслідком відомого рівняння для зміни енергії частинки у зовнішньому електричному полі:

$$d\epsilon/dt = e\mathbf{E}\mathbf{v}.$$

Розв'язання рівняння (6.2) з полем, що визначається виразом (6.1), призводить

до наступного виразу для Лоренц-фактора:

$$\begin{aligned} \gamma(\alpha) = & H[\alpha_1 - \alpha]\{\gamma(0) + f_1(1 - \alpha_1)\alpha^2/2\alpha_1^2\} \\ & + H[\alpha - \alpha_1]\{\gamma(0) + f_1(1 - \alpha_1)/2 + \delta\gamma(\alpha)\}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

де

$$\begin{aligned} \delta\gamma = & (f_1/\alpha_1 - f_2)(\alpha - \alpha_1) \\ & + (f_2(1 + \alpha_1) - f_1)(\alpha^2 - \alpha_1^2)/2\alpha_1 - f_2(\alpha^3 - \alpha_1^3)/3\alpha_1 \end{aligned}$$

та $f_{1,2} = e\alpha_0 E_{1,2} R\alpha_1 / mc^2$.

У наступному підрозділі буде показано, що значення E_1 і E_2 можна вибрати таким чином, щоб випромінювання, що створюється позитроном в області лінійного зростання поля, належало радіодіапазону. Ба більше, у моделі, що розглядається, можна реалізувати появу зміщеного Π поблизу певної частоти близько 5 ГГц, що узгоджується зі значенням, представленим на рис. 6.1.

6.1.2. Спектрально-кутові властивості випромінювання окремих позитронів

Для обчислення спектрально-кутової густини випромінювання, що створюється позитроном, який рухається вздовж викривленої силової лінії магнітного поля у полярному зазорі і падає на поверхню зірки, ми використовуємо метод зображень. Такий метод може бути застосований навіть в ультрарелятивістському випадку, якщо поверхню зірки наближено вважати плоскою. У цьому методі випромінювання позитрона розглядається як випромінювання, що генерується його зображенням, яке рухається всередині зірки дзеркально симетрично до позитрона відносно поверхні (рис. 6.4). Коли позитрон потрапляє на поверхню зірки, він, з точки зору зовнішнього спостерігача, зникає. Це

відбувається завдяки тому, що заряд позитрона у цьому випадку повністю екранується поляризаційними зарядами та струмами всередині поверхні зірки (яку ми розглядаємо як ідеальний провідник). У рамках методу зображень таке зникнення позитрона описується як різка зупинка частинки та її зображення в одній точці на поверхні [77, 78]. У цьому випадку заряди позитрона та його зображення екранують один одного, що є аналогом зникнення частинок.

У розглянутому методі випромінювання, що генерується зображенням під час його руху, є аналогом відбитого від поверхні випромінювання кривини позитрона. Гальмівне випромінювання, яке генерується зображенням при його різкій зупинці на поверхні, є аналогом перехідного випромінювання, що виникає при падінні позитрона на цю поверхню (порівн. із розглядом у підрозділі 1.2). Зазначимо, що зображення позитрона замінює собою реальні електричні струми, індуковані полем частинки на поверхні зірки. Складова таких струмів уздовж сильного магнітного поля зірки залишається незачепленою цим полем, тоді як поперечна складова може пригнічуватися. Однак часті зіткнення, що їх зазнають електрони провідності через надзвичайно велику густину поверхневої речовини, підтримують поперечний рух електронів, зменшуючи таким чином вплив на нього з боку магнітного поля. Тому наразі ми не будемо враховувати вплив магнітного поля на характеристики випромінювання (шляхом впливу на поверхневі токи, що його генерують) та будемо вважати поверхню пульсара ідеально провідною у діапазоні частот, що розглядається.

За допомогою χ позначимо величину кута між лінією, дотичною до силової лінії магнітного поля на поверхні зірки, та напрямком магнітної осі, а за допомогою ψ — кут між напрямком спостереження випромінювання та магнітною віссю.

Спектрально-кутову густину випромінювання, що створюється зображенням позитрона, можна обчислити, використовуючи відомий вираз (див., наприклад, [131, 169]) для розподілу енергії, що випромінюється частинкою з

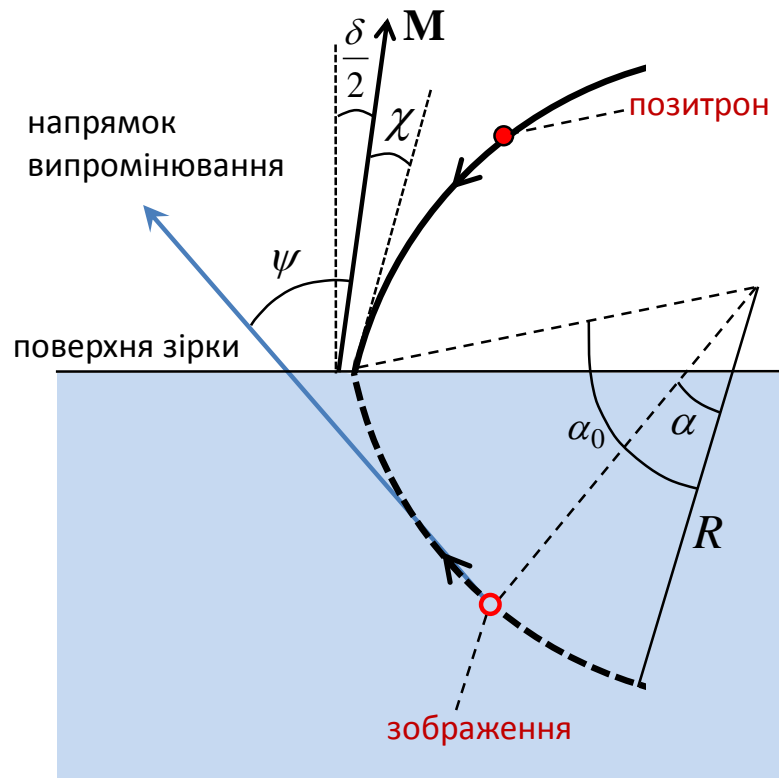


Рис. 6.4. Геометрія руху позитрона та його зображення, що використовується для розрахунків. Кут ψ , що визначає напрямок випромінювання, приблизно відповідає певному значенню Лоренц-фактора частинки, що випромінює, та певній частоті випромінювання.

відомим законом руху $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0(t)$ ³:

$$\frac{d^2W}{d\omega do} = \frac{e^2\omega^2}{4\pi^2c^3} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt [\mathbf{n}, \mathbf{v}(t)] \exp \{i\omega(t - \mathbf{n}\mathbf{r}_0(t)/c)\} \right|^2. \quad (6.4)$$

Тут $\mathbf{v}(t)$ — швидкість зображення, а \mathbf{n} — одиничний вектор у напрямку спостереження.

Ми не враховуємо випромінювання, що виникає, коли позитрон змінює свій напрямок руху на протилежний (після утворення пари жорстким фотоном у магнітному полі зірки) під впливом електричного поля і починає свій рух у напрямку поверхні. Це пов'язано з тим, що на початку такого руху Лоренц-фактор позитрона є близьким до одиниці. Випромінювання, що генерується в

³За потреби цю величину можна також подати через прискорення позитрона $\dot{\mathbf{v}}$, взявши у виразі (6.4) інтеграл частинами за t [131].

цій області на відносно високих частотах, що розглядаються (кілька ГГц), є значно менш інтенсивним, ніж випромінювання кривини, що утворюється під час подальшого руху позитрона в напрямку поверхні.

Таким чином, ми розглядаємо позитрон (а точніше, його зображення), який наближається до свого ефективного шляху, маючи деяку помірно релятивістську початкову швидкість v_0 . Потім він набирає енергію, набуваючи прискорення вздовж викривленої лінії магнітного поля до типових значень Лоренц-факторів частинок у цьому випадку $\gamma \sim 10^6 - 10^7$, і падає на поверхню.

Випромінювання зосереджене переважно в безпосередній близькості від площини руху позитрона. Саме у цій площині ми будемо далі розглядати характеристики випромінювання. Для векторного добутку в (6.4) можна написати:

$$[\mathbf{n}, \mathbf{v}(t)] = \mathbf{e}_\perp v \cdot \sin(\alpha - \alpha_0 - \chi - \delta + \psi),$$

де \mathbf{e}_\perp — одиничний вектор, перпендикулярний до площини руху позитрона. Інтегрування за часом у (6.4) може бути замінене на інтегрування за α з використанням співвідношення $v dt = R d\alpha$. Тоді залежність t від α під час руху позитрона у межах ефективного шляху ($0 < \alpha < \alpha_0$) може бути подана наступним чином:

$$t(\alpha) = \frac{R}{c} \int_0^\alpha \frac{d\alpha'}{\beta(\alpha')}, \quad (6.5)$$

де $\beta(\alpha') = v(\alpha')/c = \sqrt{1 - 1/\gamma^2(\alpha')}$.

Таким чином, отримуємо наступний вираз для спектрально-кутової густини випромінювання одним позитроном у розглянутому випадку:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 w^2}{4\pi^2 c} \left| i \frac{\beta_0 \sin(\eta(\psi)) \exp[iw \sin(\eta(\psi))]}{w[1 - \beta_0 \cos(\eta(\psi))]} \right|^2$$

$$+ \int_0^{\alpha_0} d\alpha \sin(\alpha - \eta(\psi)) \exp \left\{ iw \left(\frac{ct(\alpha)}{R} - \sin(\alpha - \eta(\psi)) \right) \right\}^2, \quad (6.6)$$

де $\eta(\psi) = \alpha_0 + \chi + \delta - \psi$, $w = \omega R/c$ та $\beta_0 = v_0/c$.

Рис. 6.5 демонструє спектральний розподіл енергії випромінювання при різних кутах спостереження ψ , обчислений із використанням виразу (6.6). Звідси видно, що в напрямку, визначеному певним кутом ψ , випромінювання, що розглядається, генерується поблизу певної частоти $\omega(\psi)$. Ця частота відповідає максимуму спектрального розподілу випромінювання у зазначеному напрямку. Завдяки вузькому кутовому розподілу випромінювання навколо напрямку миттєвої швидкості позитрона, за випромінювання під певним кутом ψ відповідає невелика частина траєкторії частинки. На цій невеликій частині ефективного шляху, що відповідає певному значенню $\alpha = \alpha_\psi$, позитрон має певний Лоренц-фактор $\gamma(\alpha_\psi)$. Таким чином, характерну частоту $\omega(\psi)$ випромінювання, відбитого від поверхні у певному напрямку, можна оцінити як

$$\omega(\psi) \sim c\gamma^3(\alpha_\psi)/R, \quad (6.7)$$

що представляє собою частоту, яка відповідає максимуму спектра випромінювання кривини (або синхротронного випромінювання). З рис. 6.4 можна отримати співвідношення між ψ та α_ψ у вигляді $\psi = \alpha_0 + \delta + \chi - \alpha_\psi$.

Випромінювання, що його генерує позитрон на самому початку ефективного шляху, також має свою характерну частоту $\omega(\alpha_0 + \delta + \chi)$ (оскільки $\alpha_\psi = 0$ у даному випадку). Однак відповідні хвилі випромінюються вздовж дотичної до поверхні зірки (див. рис. 6.3) і поширюються під великим кутом до магнітної осі. Такі хвилі, навіть виходячи з магнітосфери, не потрапляють у телескоп. Така ж ситуація має місце для хвиль, що випромінюються на менших висотах ($0 < \alpha \ll \alpha_0$) на початку ефективного шляху. Ці хвилі, хоча й відбиваються від

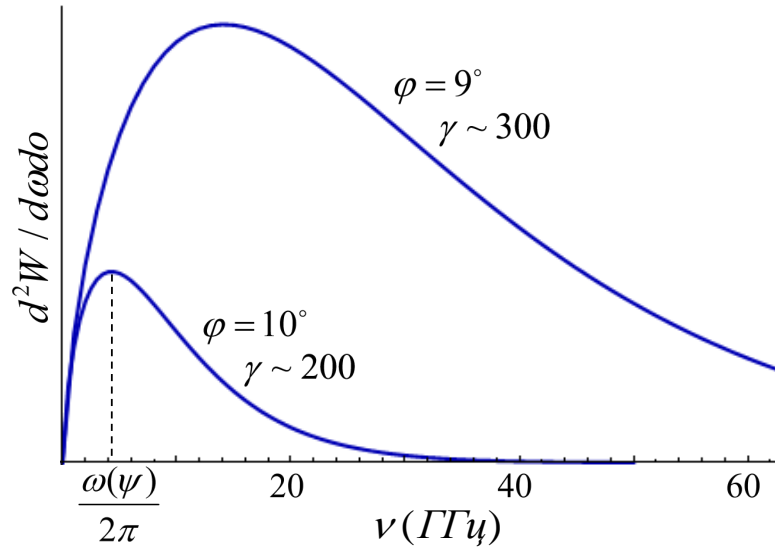


Рис. 6.5. Спектральний розподіл випромінювання (усереднений) для різних значень $\varphi = \psi - \delta - 2\chi$. Кут ψ (див. рис. 6.4) відповідає значенню (6.7) частоти випромінювання $\omega(\psi)$ і, отже, певному значенню Лоренц-фактора γ позитрона. У виразі (6.3) для $\gamma(\alpha)$ використано значення $f_1 = 4 \times 10^3$, $f_2 = 3 \times 10^7$ та $\alpha_1 = 1/2$ відповідних величин. При частотах, що перевищують максимум спектра, інтенсивність випромінювання швидко зменшується. Спектр із максимумом на частоті ω_{\min} , на якій з'являється зміщений II, відповідає значенню $\gamma = \gamma_{\min}$ (див. (6.8)).

поверхні зірки, все ж поширюються під досить великим кутом до магнітної вісі. Хвилі, що випромінюються на ще менших висотах після відбиття від поверхні, поширюються в напрямку, достатньо близькому до напрямку магнітної вісі, щоб мати можливість вийти з полярного зазору через відносно розріджений шар плазми.

Максимальне значення ψ_{\max} кута ψ , при якому відбите випромінювання все ще може вийти з пульсара і потрапити в телескоп, безумовно, залежить від ряду параметрів, що характеризують магнітосферу, і, ймовірно, не може бути визначене із суто теоретичних міркувань. З рис. 6.5, що ілюструє вираз (6.6), видно, що в моделі, яка обговорюється, характерні частоти хвиль, що поширюються в напрямках, які відповідають меншим значенням ψ (і відповідно, меншим φ), вищі за $\omega(\psi_{\max}) \equiv \omega_{\min}$. Тому ω_{\min} можна приблизно розглядати як мінімальну частоту, на якій можна спостерігати імпульс випромінювання

від позитронів. Відповідно до (6.7), величина ω_{\min} пов'язана з характерним мінімальним значенням γ_{\min} Лоренц-фактора позитрона, при якому випромінювання починає потрапляти в телескоп, за допомогою співвідношення

$$\gamma_{\min} \sim (\omega_{\min} R/c)^{1/3}. \quad (6.8)$$

Візьмемо, наприклад, $\gamma_{\min} \sim 200$. У цьому випадку вибір значень $f_1 = 4 \times 10^3$ і $f_2 = 3 \times 10^7$ для відповідних величин у (6.1) дає значення $\omega_{\min}/(2\pi) \sim 5$ ГГц для мінімальної характерної частоти, на якій з'являється імпульс випромінювання позитронів. Як свідчить рис. 6.1, такий результат відповідає значенню частоти, на якій з'являється зміщений II, згідно зі спостереженнями. Зазначимо, що ми вибрали область лінійного зростання електричного поля такою, що займає половину ефективного шляху. У такому випадку на цій ділянці ефективного шляху Лоренц-фактор позитрона досягає значення $\gamma(\alpha_1) \sim 10^3$.

Слід зауважити, що на рис. 6.5 показана частотна залежність усередненого (за малими частотними інтервалами) значення спектрально-кутової густини випромінювання, що визначається виразом (6.6). Насправді ж існують швидкі осциляції розглянутої величини з малою амплітудою навколо представленої на рисунку середньої залежності. Такі осциляції спричинені інтерференцією відбитого випромінювання кривини з перехідним випромінюванням. На рис. 6.5 проведено усереднення за такими осциляціями, оскільки вони не грають важливої ролі для наших оцінок. Ба більше, вони повинні зникнути в результаті усереднення за великою кількістю позитронів, що випромінюють одночасно всередині полярного зазору. Далі у цій секції ми розглянемо вплив інтерференції між зазначеними видами випромінювання на кутовий розподіл сумарного випромінювання позитрона. При цьому буде продемонстровано важливу роль такої інтерференції для можливості пояснення зміщеного II випромінюванням позитронів.

Результат інтерференції відбитого від поверхні випромінювання кривини

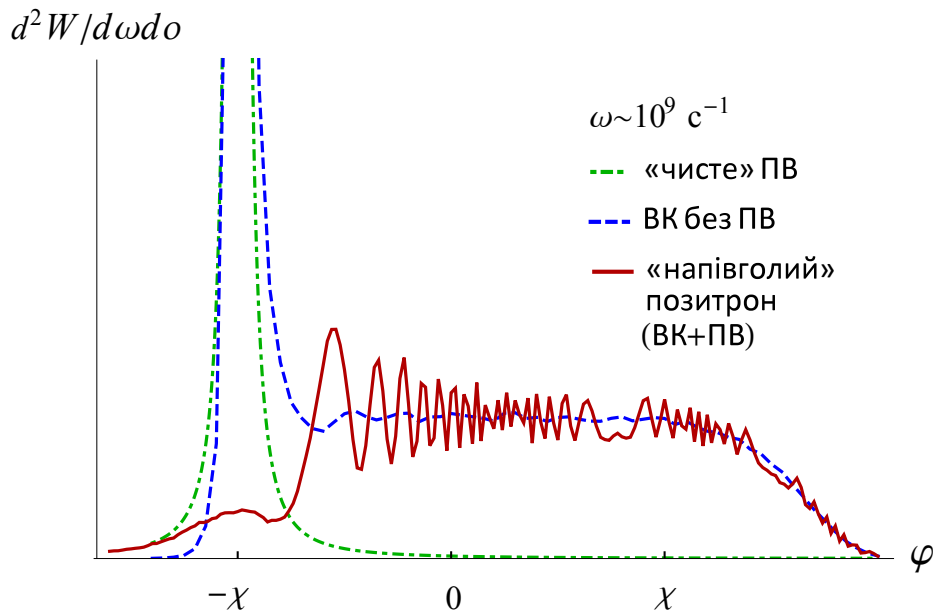


Рис. 6.6. Кутовий розподіл інтенсивності випромінювання «напівголим» позитроном (суцільна лінія); перехідне випромінювання (ПВ) позитрона с кулонівським полем (штрих-пунктирна лінія), випромінювання кривини (ВК) без урахування його інтерференції з перехідним випромінюванням (штрихова лінія). Визначення величини φ див. у підписі до рис. 6.5.

і перехідного випромінювання (що представляє собою відбите від поверхні кулонівське поле частинки) можна розглядати як виключно перехідне випромінювання, що генерується «напівголим» позитроном при його падінні на поверхню зірки (адже подібний стан частинки утворюється внаслідок деструктивної інтерференції її кулонівського поля та поля випромінювання кривини, що його генерує частинка, рухаючись вздовж викривленої силової лінії). Рис. 6.6 демонструє кутові розподіли випромінювання позитрона при $\omega \sim 10^9 \text{ c}^{-1}$, обчислені з використанням (6.6). Суцільна лінія показує результат, який враховує інтерференцію між перехідним випромінюванням та випромінюванням кривини (тобто демонструє перехідне випромінювання «напівголого» позитрона). Для його обчислення ми повинні розглядати зображення позитрона, яке прискорюється по дузі кола (до певної швидкості v_f , що відповідає Лоренц-фактору $\gamma \sim 10^7$) і зупиняється на поверхні, «анігілюючи» з позитроном. Інші розподіли відповідають уявним випадкам і наведені для порівняння.

Зокрема, штрих-пунктирна лінія показує пік перехідного випромінювання

позитрона з кулонівським полем. У цьому випадку зображення, перед тим як зупинитися і «анігілювати» на поверхні, рухається прямолінійно з постійною швидкістю v_f . Через надзвичайно вузький кутовий розмір розглянутого піку ($\gamma^{-1} \sim 10^{-7}$) його двогорба структура (що виникає внаслідок перетину площинною, у якій розглядається випромінювання, аксіально-симетричного розподілу, зображеного на рис. 1.2б) тут не може бути представлена.

Штрихова лінія демонструє розподіл для гіпотетичного випадку, коли зображення після прискорення по дузі не зупиняється на поверхні, а продовжує свій рух із постійною швидкістю, що дорівнює його швидкості v_f на поверхні в кінці руху по дузі. Це можна розглядати як чисте випромінювання кривини без урахування перехідного (яке пов'язане з зупинкою зображення на поверхні). Широке плато відповідає випромінюванню, що генерується під час руху по дузі (тобто власне випромінювання кривини). Пік із лівого боку — це звичайний пік гальмівного випромінювання, що виникає у кінцевому напрямку руху розсіяної (відхиленої) частинки. Такий пік можна також розглядати як крайовий ефект у випромінюванні кривини, пов'язаний із переходом частинки від руху по колу до прямолінійного руху. Цей пік має майже ту саму величину, що і пік «чистого» перехідного випромінювання (штрих-пунктирна лінія), але йому відповідає протилежний напрямок вектора напруженості електричного поля. Це пов'язано з тим, що даний пік збігається з піком, що створюється зарядженою частинкою при її швидкому прискоренні зі стану спокою до швидкості v_f («поява» частинки зі швидкістю v_f), тоді як пік перехідного випромінювання, як зазначалося раніше, відповідає протилежному процесу зупинки частинки («зникнення» частинки з такою швидкістю). Зазначений факт призводить до взаємного знищення розглянутих піків (суцільна крива), якщо врахувати інтерференцію випромінювання кривини та перехідного випромінювання (тобто відновити зупинку зображення на поверхні).

Таким чином, пік перехідного випромінювання «напівголого» позитрона значно пригнічується у порівнянні з піком, що відповідає позитрону з кулонів-

ським полем. Рис. 6.6 також показує, що ефект пригнічення випромінювання відбувається лише в районі напрямку дзеркального відбиття для швидкості позитрона на поверхні відносно цієї поверхні. У широкому діапазоні кутів (ділянка плато) інтенсивність випромінювання близька до інтенсивності випромінювання кривини, якщо не брати до уваги швидкі осциляції, що повинні зникнути після усереднення за всією полярною шапкою пульсара.

Як зазначалося (див. підрозділ 1.2), інтенсивність «чистого» перехідного випромінювання (штрих-пунктирна лінія на рис. 6.6) не залежить від частоти (при достатньо великому розмірі мішені). Тому пригнічення цього піка відіграє важливу роль у застосуванні розглянутої моделі для пояснення зсуву Π . Справді, як було зазначено, в рамках даної моделі мінімальна частота, на якій з'являється зміщений Π ($\omega/2\pi \sim 5$ ГГц), розглядається як така, що відповідає напрямку випромінювання, яке після відбиття від поверхні починає потрапляти до телескопа. Інтенсивне незалежне від частоти перехідне випромінювання призвело б до появи аналогічного зміщеного Π на нижчих частотах, якби це випромінювання не було пригнічене внаслідок інтерференції з випромінюванням кривини (ефекту «напівголості» позитрона).

6.2. Врахування когерентності випромінювання

6.2.1. Загальні зауваження щодо когерентного випромінювання потоку позитронів у магнітосфері пульсара

Висока інтенсивність випромінювання від пульсара в Крабі (як і від інших пульсарів) свідчить про когерентне (принаймні частково) генерування такого випромінювання великою кількістю частинок у магнітосфері пульсара (див., наприклад, огляд [298]). Можливість когерентного випромінювання потоком позитронів, що рухаються вздовж викривлених силових ліній магнітного поля, виникає, якщо цей потік стає неоднорідним.

Неоднорідності, що призводять до (частково) когерентного випромінювання, пов'язані з еволюцією нестабільності згустків у магнітосферній плазмі [285]. Початкові неоднорідності можуть з'являтися вже при випромінюванні електронів поблизу поверхні зірки або на початку зворотного руху позитронів у нижній частині магнітосфери [286, 299, 300, 303, 322] (про аналогії для електронних згустків, що вилітають із Сонця, див., наприклад, [323]). Ми будемо вважати дійсним сам факт існування неоднорідностей потоку позитронів, що робить можливим реалізацію когерентних механізмів їх випромінювання.

Далі ми оцінюємо можливий просторовий розмір областей, відповідальних за когерентне випромінювання позитронів, у рамках моделі, запропонованої в даному розділі. Зокрема, суттєву роль у цьому випадку відіграє великий поперечний просторовий розмір області, що відповідає за когерентне випромінювання, у потоці релятивістських частинок.

Вплив позовжнього розподілу частинок на когерентність випромінювання. Наразі ми розглянемо ситуацію, коли густина потоку позитронів неоднорідна (області підвищеної густини частинок чергуються з областями зменшеної густини) вздовж напрямку їхнього руху. Позначимо характерний розмір неоднорідності як L . У такому випадку зазвичай очікується, що випромінювання генерується когерентно, якщо довжина хвилі перевищує значення L . Однак це значення залежить від різноманітних факторів і, в загальному випадку, може значно перевищувати довжини хвиль λ , які нас наразі цікавлять (приблизно кілька сантиметрів). Чи можливе у цьому випадку когерентне випромінювання? Наведені далі прості оцінки показують, що часткова когерентність випромінювання може все ще мати місце навіть у випадку $\lambda \ll L^4$. Під частковою когерентністю ми маємо на увазі випадок, коли лише деяка частина (можливо, невелика) позитронів з області підвищеної густини (назвемо її згустком) бере участь у когерентному випромінюванні.

⁴Тут має місце аналогія з когерентним посиленням іонізаційних втрат електронних банчів. А саме, як було показано в розділі 5, у випадку, коли розподіл частинок у банчі відрізняється від гаусового, таке посилення може бути суттєвим навіть при значному перевищенні довжиною банча характерної довжини хвилі, що відповідає енергії іонізації атомної оболонки.

У якості спрощеного варіанту траєкторій позитронів для оцінок у нашій моделі ми, як і раніше, будемо використовувати кругові траєкторії. Розглянемо спектральну густину синхротронного випромінювання (або випромінювання кривини), що генерується у цьому випадку згустком довжини L , який складається з N частинок. Згідно з [324], ця величина визначається наступним виразом:

$$W(\omega) = w(\omega)S_N, \quad (6.9)$$

де $w(\omega)$ — спектральна густина для однієї частинки, а S_N — так званий когерентний множник. Явний вираз для нього має наступний вигляд:

$$S_N = N + N(N - 1)g_\omega,$$

де форм-фактор g_ω визначається як

$$g_\omega = \left(\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \sigma(\varphi) \cos(\omega\varphi/\omega_0) \right)^2.$$

Тут $N\sigma(\varphi)$ — густина частинок у згустку (у фіксований момент часу) як функція кутової координати φ на круговій траєкторії його руху. Наразі вважається, що функція $\sigma(\varphi)$ є симетричною відносно точки $\varphi = 0$.

Розглянемо найпростіший випадок рівномірного розподілу частинок всередині згустку. Нехай він займає ділянку $-\varphi_0/2 < \varphi < \varphi_0/2$. Тоді на цій ділянці $\sigma(\varphi) = 1/\varphi_0$, у той час як поза нею $\sigma(\varphi)$ дорівнює нулю. У цьому випадку когерентний множник визначається наступним виразом:

$$S_N \approx \left(\frac{N\lambda}{\pi L} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi L}{\lambda} \right), \quad (6.10)$$

що є аналогічним до форм-фактору (5.15) банча з рівномірним поздовжнім розподілом частинок, який виникав при розгляді когерентних ефектів у іоні-

заційних втратах. Тут ми використали співвідношення $\omega_0 = c/R$, $L = R\varphi_0$ і $\omega = 2\pi c/\lambda$ та врахували, що $N \gg 1$. У загальному випадку довжини згустків, на які розпадається початковий потік позитронів, можуть дещо відрізнятися одна від іншої. Якщо виконується умова $L \gg \lambda$, аргумент синуса в (6.10) є швидко осцилюючою функцією, і синус можна замінити на $1/2$, що є аналогом усереднення цього виразу за довжинами згустків. Тоді когерентний множник набуває вигляду:

$$\langle S_N \rangle \approx \left(\frac{N\lambda}{\sqrt{2\pi}L} \right)^2. \quad (6.11)$$

Вираз (6.11) демонструє, що в середньому спектральна густина випромінювання згустку є пропорційною до квадрата кількості частинок, які знаходяться в межах відстані близько $\lambda/\sqrt{2\pi}$. У цьому сенсі випромінювання згустку можна розглядати як частково когерентне, якщо умова

$$\frac{1}{N} \ll \left(\frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}L} \right)^2 \ll 1 \quad (6.12)$$

є виконаною. У цьому випадку

$$N \ll \langle S_N \rangle \ll N^2.$$

Зазначимо також, що за розглянутої умови ($L \gg \lambda$) інтерференцією хвиль, що генерується різними згустками, можна знехтувати.

Вплив поперечного розподілу частинок на когерентність випромінювання. До цього ми розглядали можливість когерентного випромінювання потоку позитронів, завдяки неоднорідності його густини у напрямку вздовж швидкості частинок. Однак в ультррелятивістському випадку (див., наприклад, [60, 325] і посилання тут) розмір просторової області, що відповідає за когерентне випромінювання, в напрямку, ортогональному до швидкості частинок, може

значно перевищувати розмір цієї області у поздовжньому напрямку, який, як зазначалося раніше, має порядок довжини хвилі випромінювання. Дійсно, розглянемо випромінювання двох частинок, що рухаються вздовж осі z та розділені відстанню a у напрямку, що визначається одиничним вектором \mathbf{e}_\perp та є ортогональним до цієї осі. Якщо подати хвилю, що її випромінює перша частинка, у вигляді $e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r}-\omega t)}$, то хвиля, яку випромінює друга частинка в той самий момент часу в точці з тією ж самою координатою z , буде $e^{i(\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{a})-\omega t)}$. Тут ми використали позначення $\mathbf{a} = a\mathbf{e}_\perp$. Різниця фаз між такими хвилями у цьому випадку повністю визначається різницею \mathbf{a} поперечних (по відношенню до осі z) координат частинок і дорівнює

$$\delta\phi = \mathbf{k}\mathbf{a} = 2\pi a \sin\vartheta/\lambda. \quad (6.13)$$

Тут ми для простоти розглядаємо випромінювання у площині руху частинок. ϑ позначає кут між напрямком випромінювання та віссю z . В ультрарелятивістському випадку більша частина випромінювання зосереджена в районі значення $\vartheta \sim 1/\gamma$ цього кута. Із виразу (6.13) видно, що для таких кутів виконується умова $\delta\phi \ll 1$ для різниці фаз між хвилями, що їх випромінюють обидві частинки, якщо $a \ll r_\perp$, де $r_\perp = \gamma\lambda/2\pi$. Нерівність $\delta\phi \ll 1$ є умовою когерентного випромінювання частинок, яка для досить великого γ може бути виконаною навіть при $a \gg \lambda$. У напрямках, що відповідають більшим значенням ϑ , як впливає з (6.13), розмір поперечної області, відповідальної за когерентне випромінювання, зменшується, а для $\vartheta \sim 1$ він стає $\sim \lambda$.

Якщо частинки рухаються не паралельно одна одній і напрямки їх швидкостей утворюють певний кут α , когерентність їх випромінювання частково порушується. Із наведеного вище розгляду випливає, що для якісних оцінок можна прийняти, що когерентність існує, якщо $\alpha \lesssim 1/\gamma$, за умови, що поперечна відстань між частинками становить $a \ll r_\perp$, тоді як при $\alpha > 1/\gamma$ випромінювання частинок є некогерентним.

Швидкості позитронів, що рухаються вздовж різних силових ліній магнітного поля, звичайно, є не паралельними. Цей факт може змінити поперечні розміри області, відповідальної за когерентне випромінювання, роблячи їх відмінними від r_{\perp} . Це матиме місце, якщо кутова різниця між напрямками руху позитронів у межах r_{\perp} перевищуватиме значення $1/\gamma$. Визначимо, чи має місце така ситуація у розглянутій моделі. Ми зробимо відповідну оцінку для області, де вплив кривини силових ліній магнітного поля на процес випромінювання є найбільш значним, тобто поблизу зовнішніх відкритих ліній магнітного поля. Ми будемо також розглядати достатньо великі висоти над поверхнею пульсара (що приблизно відповідають початку ефективного шляху позитронів), де кривина ліній поля найбільша. Магнітне поле будемо вважати таким, що є близьким до дипольного.

Відповідно до моделі руху позитронів, прийнятої в даному розділі, область, що розглядається, розташована на відстані порядку десяти кілометрів від центру пульсара. Лоренц-фактори позитронів тут будемо вважати такими, що за порядком величини збігаються з γ_{\min} . У цьому випадку для сантиметрових довжин хвиль (частоти порядку 10 ГГц) відстань $r_{\perp} \sim \gamma\lambda$ за величиною перевищує десять метрів.

Якщо вибрати вісь z паралельною магнітній вісі, рівняння лінії, дотичної до силової лінії магнітного поля (що розташована у площині yz) в точці (y_0, z_0) , матиме такий вигляд (див., наприклад, [105]):

$$(3 \sin \theta_0 - 2A^2 \sin^3 \theta_0 / r_0^2)(y_0 - y) + 3 \cos \theta_0(z_0 - z) = 0, \quad (6.14)$$

де $r_0 = \sqrt{y_0^2 + z_0^2}$ і $\theta_0 = \arctg(y_0/z_0)$ — сферичні координати зазначеної точки у площині yz , а A — параметр силової лінії (її екваторіальний діаметр). З (6.14) можна отримати кут β між силовою лінією та віссю y у цій точці:

$$\beta = \arctg(2A^2 \sin^3 \theta_0 / r_0^2 - 3 \sin \theta_0). \quad (6.15)$$

Підставивши сюди вираз для A з рівняння силової лінії у сферичних координатах $A = r_0 / \sin^2 \theta_0$, можна отримати вираз для β як функції r_0 і θ_0 .

Як було зазначено, значення r_0 , які ми наразі розглядаємо, становлять близько десяти кілометрів. Величина A значно перевищує ці значення, і, наприклад, для лінії, яка розділяє область відкритих і замкнених силових ліній, досягає значення близько декількох тисяч кілометрів. Відповідне значення θ_0 становить $\theta_0 = \arcsin \sqrt{r_0/A} \sim 0.1$. Для такого θ_0 вираз (6.15) можна спростити і отримати:

$$\beta \approx \arctg(2/3\theta_0). \quad (6.16)$$

Використовуючи (6.16), можна визначити діапазон значень θ_0 , на якому кут β змінюється на величину $\sim 1/\gamma$: $\Delta\theta_0 \sim 1/\gamma$. Такий результат обумовлено тим, що при малих значеннях θ_0 , які ми розглядаємо, кут β є близьким до $\pi/2 - \theta_0$, і зміни β і θ_0 є однаковими за порядком величини.

Відстань у напрямку, приблизно ортогональному до силових ліній, що відповідає значенню $\Delta\theta_0 \sim 1/\gamma$, є $\Delta r_\theta = r_0 \Delta\theta_0$ та становить близько десяти метрів. Це відстань у площині yz у напрямку, перпендикулярному до силових ліній, у межах якої позитрони випромінюють когерентно. Ми бачимо, що у розглянутому випадку ця відстань за порядком величини збігається з $\gamma\lambda$. Тому впливом кривини силових ліній магнітного поля на характерний поперечний розмір ділянки простору (у площині yz), у межах якої позитрони випромінюють когерентно, можна наближено знехтувати.

Для того щоб визначити всі три характерні лінійні розміри просторового об'єму, в межах якого позитрони випромінюють когерентно, необхідно також оцінити його розмір у напрямку, ортогональному до площини yz , що пов'язаний з азимутальною координатою φ навколо магнітної вісі. Цей розмір можна знайти з аналогічної умови, що кут між швидкостями позитронів, які мають різні координати φ та випромінюють когерентно, не повинен перевищувати $1/\gamma$.

Прості геометричні міркування призводять до наступної умови для максимального значення $\Delta\varphi$ різниці азимутальних координат таких позитронів:

$$\Delta\varphi \sim \arccos\{(\cos \gamma^{-1} - \sin^2 \beta) / \cos^2 \beta\}. \quad (6.17)$$

Відстань, пов'язана з цією кутовою різницею, становить $\Delta r_\varphi = r_0 \sin \theta_0 \Delta\varphi$, що для значень r_0 і θ_0 , які розглядаються, становить близько десяти метрів і також за порядком величини збігається з $\gamma\lambda$.

Відповідно до руху позитронів у напрямку поверхні зірки та їхнього прискорення значення $1/\gamma$ зменшується. Зменшується також кривина ліній магнітного поля та кути між швидкостями позитронів, що рухаються вздовж різних ліній. Тому для наших оцінок ми будемо припускати, що співвідношення $\Delta r_\varphi \sim \Delta r_\theta \sim r_\perp$ є наближено дійсним у межах усього ефективного шляху частинок. Для оцінки загального потоку випромінювання позитронів ми будемо застосовувати те саме припущення і для частинок, що рухаються вздовж ліній поля, розташованих ближче до магнітної осі.

Підсумовуючи наведені міркування, робимо висновок, що просторовий об'єм V_{coh} , відповідальний за когерентне випромінювання позитронів у розглянутій моделі, може бути досить великим. Він оцінюється як

$$V_{\text{coh}} \sim \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}} \Delta r_\theta \Delta r_\varphi \sim \lambda^3 \gamma^2 / (4\pi^3) \quad (6.18)$$

і може містити досить велику кількість позитронів N_{coh} . Знаменник $4\pi^3$ тут походить від більш точного використання співвідношення (6.13), тоді як множником $\sqrt{2}$ у знаменнику правої частини виразу (6.18) ми знехтували. Інтенсивність випромінювання буде приблизно пропорційною до N_{coh}^2 . Загальний потік випромінювання позитронів буде також пропорційним до кількості таких об'ємів V_{coh} , які генерують випромінювання протягом одиниці часу. Цю кількість наближено оцінено у наступній секції. Таким чином, поперечні

розміри об'єму когерентності V_{coh} , які суттєво залежать від Лоренц-фактора позитронів, відіграють важливу роль у проблемі, що розглядається.

6.2.2. Оцінка сумарного потоку випромінювання

Оцінимо тепер потік відбитого від поверхні зірки випромінювання, що генерується позитронами, які рухаються вздовж силових ліній магнітного поля в напрямку поверхні над усією площею полярної шапки. Як зазначалося, спостереження вказують на необхідність когерентного характеру такого випромінювання. Відповідну оцінку будемо робити з урахуванням цього факту, використовуючи результати попередньої секції. Для зазначеної оцінки, як і раніше, будемо розглядати траєкторії позитронів спрощеним чином як дуги кіл радіуса R , що змінюється залежно від відстані до магнітної осі.

Для оцінки інтенсивності випромінювання кривини та отримання його енергетичного спектра кількість об'ємів когерентності V_{coh} ми будемо досить приблизно оцінювати шляхом уявного поділу загального об'єму магнітосфери, в межах якого позитрони генерують випромінювання, на об'єми величиною V_{coh} . При цьому необхідно враховувати залежність такого об'єму від довжини хвилі, Лоренц-фактора та кривини траєкторії позитронів.

Спектральну густину випромінювання на частоті ω в розрахунку на одиницю шляху, пов'язану з окремим позитроном, що рухається вздовж силової лінії, можна оцінити наступним чином:

$$W_{\omega} \sim \frac{e^2}{2\pi Rc} \left(\frac{\omega R}{c} \right)^{1/3}. \quad (6.19)$$

Цей вираз безпосередньо випливає з формули для спектральної густини радіаційних втрат енергії частинки, що рухається по круговій траєкторії (див., наприклад, [131]).

Розмір об'єму простору, що охоплює кількість частинок, які випроміню-

ють когерентно, беремо у вигляді (6.18). Потік випромінювання є пропорційним до квадрата середнього числа $N_{\text{coh}} \sim \kappa \cdot n_{GJ} V_{\text{coh}}$ позитронів у такому об'ємі. Тут $n_{GJ} \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ — так звана густина Голдрайха-Джуліана, а $\kappa < 1$ — деякий коефіцієнт, що визначає відмінність n_{GJ} від реальної густини частинок у зворотному потоці позитронів.

Кількість об'ємів V_{coh} , які знаходяться в межах елемента поверхні $2\pi r dr$ полярної шапки на певній висоті, визначається як

$$dN_{\perp} \sim \frac{2\pi r dr}{r_{\perp}^2} = \frac{2\pi r dr}{\gamma^2 \lambda^2} (2\pi)^2. \quad (6.20)$$

Верхня оцінка кількості таких об'ємів, що потрапляють за одиницю часу на сегмент поверхні полярної шапки площею порядку r_{\perp}^2 , наступна

$$\frac{dN_{\parallel}}{dt} \sim \frac{c}{\lambda}. \quad (6.21)$$

Ефективний тілесний кут, який охоплює розглянуте випромінювання, що створюється позитронами з Лоренц-фактором γ можна оцінити як $\Omega_{\text{eff}} \sim \pi/\gamma^2$. Це призводить до наступного виразу для ефективної площі поверхні, крізь яку такий вузький імпульс відбитого випромінювання проходить на відстані d від зірки: $S_{\text{eff}} \sim \pi d^2/\gamma^2$.

Підсумовуючи попередні міркування, можна подати вираз для потоку відбитого від поверхні зірки випромінювання позитронів наступним чином:

$$J(\omega) \sim \int dz dN_{\perp} \frac{dN_{\parallel}}{dt} \frac{W_{\omega} N_{\text{coh}}^2}{S_{\text{eff}}}. \quad (6.22)$$

Після заміни представлених тут величин їх явними виразами (6.22) перетворюється на

$$J(\omega) \sim \frac{e^2 \kappa^2 n_{GJ}^2 \lambda^{3-1/3}}{(2\pi)^{5/3} \pi^3 d^2} \int_0^{R_{PC}} \frac{dr r}{R^{2/3}(r)} \int dz \gamma^4(r, z), \quad (6.23)$$

де $z = R\alpha$ (див. рис. 6.4) — координата позитрона вздовж силової лінії, а R_{PC} — радіус полярної шапки.

Припустимо, як і раніше, що в області траєкторій позитронів, які роблять основний внесок у потік випромінювання, що спостерігається, напруженість електричного поля зростає лінійно. У цьому випадку за допомогою (6.2) координату позитрона можна подати через його Лоренц-фактор у наступному вигляді:

$$dz = \sqrt{\frac{mc^2\bar{h}}{2eE(r)}} \frac{d\gamma}{\sqrt{\gamma}}, \quad (6.24)$$

де \bar{h} — певна усереднена (щодо r) довжина інтервалу траєкторії позитрона у розглянутій області. Величина $E(r)$ — це власне напруженість прискорювального електричного поля, яка змінюється залежно від відстані r до магнітної осі. Явну залежність електричного поля від цієї відстані виберемо у такому вигляді [316]:

$$E(r) = E_0(1 - r^2/R_{PC}^2), \quad (6.25)$$

що передбачає зникнення електричного поля на межі полярної шапки.

Залежність радіуса кривини силових ліній магнітного поля від r поблизу поверхні зірки у випадку дипольного поля описується виразом:

$$R(r) = \frac{4R_*^2}{3r}, \quad (6.26)$$

де $R_* \sim 10^6$ см — радіус пульсара. Підставивши вирази (6.24)–(6.26) у (6.23), отримуємо:

$$J(\omega) \sim \frac{\kappa^2 n_{GJ}^2 e^2 \lambda^{3-1/3}}{2^{5/3} \pi^{14/3} d^2 R_*^{4/3}} \sqrt{\frac{mc^2\bar{h}}{2eE_0}} \int_0^{R_{PC}} \frac{dr r^{5/3}}{\sqrt{1 - r^2/R_{PC}^2}} \int_{\gamma_{\min}(r,\omega)}^{\gamma_{\max}} d\gamma \gamma^{7/2}, \quad (6.27)$$

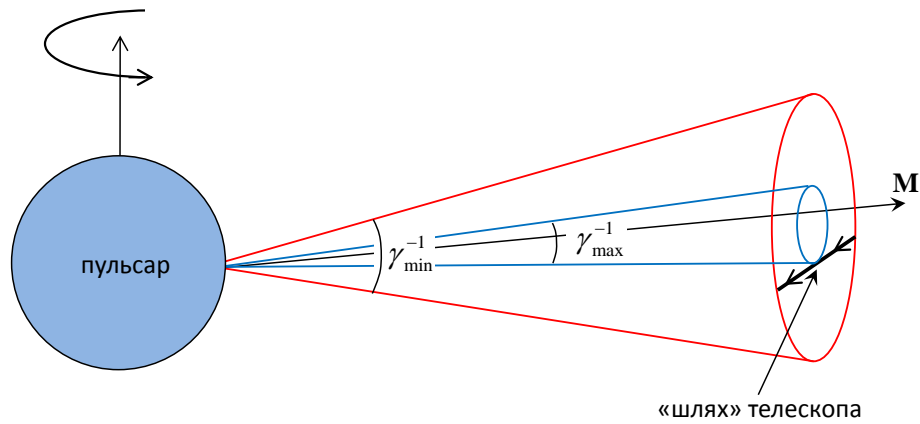


Рис. 6.7. Схематична картина кутових областей (конусів) концентрації відбитого випромінювання позитронів при двох граничних значеннях їх Лоренц-факторів. При $\gamma > \gamma_{\max}$ випромінювання перестає потрапляти в телескоп. Магнітна вісь не збігається з віссю конусів, окрім іншого, через її нахил відносно нормалі до поверхні.

де величина γ_{\max} , яку ми наближено вважаємо такою, що не залежить від r , представляє собою ефективне значення Лоренц-фактора позитрона, при якому його випромінювання, відбите від поверхні зірки, перестає потрапляти в телескоп (рис. 6.7). Тут γ_{\min} — деяке мінімальне значення Лоренц-фактора позитрона для відповідної лінії магнітного поля. Наприклад, для зовнішніх силових ліній воно збігається зі значенням, визначеним виразом (6.8).

Як показує вираз (6.27), внесок у потік випромінювання в нашому випадку зростає зі збільшенням γ . Завдяки цьому, значення інтеграла за γ в (6.27) в основному визначається верхньою межею γ_{\max} проміжку інтегрування, тоді як точне значення γ_{\min} не є дуже суттєвим.

Остаточна оцінка загального потоку відбитого від поверхні випромінювання позитронів, що може бути отримана з (6.27), наступна:

$$J(\omega) \sim \frac{\kappa^2 n_{GJ}^2 e^2 \lambda^{3-1/3}}{40\pi^{14/3} d^2 R_*^{4/3}} \sqrt{\frac{mc^2 \hbar}{2eE_0}} \gamma_{\max}^{9/2} R_{PC}^{8/3}, \quad (6.28)$$

Тут ми знехтували величиною γ_{\min} порівняно з γ_{\max} .

Напруженість електричного поля E_0 на магнітній осі можна оцінити як

$$E_0 \sim a \frac{\Omega R_*}{c} B \sim 10^7 \text{ СГСЕ},$$

де $\Omega = 2\pi/T$ — кутова частота обертання пульсара, $B \sim 10^{11}$ Гс — напруженість магнітного поля, $a \sim 10^{-1} \div 10^{-2}$ — певний малий параметр, що враховує вплив геометричних та гравітаційних факторів (див. детальніше [326]).

Тоді для значень $R_{PS} = 10^4$ см, $\bar{h} = 10^4$ см, $d = 6 \times 10^{21}$ см (це відстань від пульсара у Крабі до Землі, згідно з даними [327]) відповідних величин у (6.28) ця оцінка зводиться до

$$J(\omega) \sim \kappa^2 \lambda^{3-1/3} \gamma_{\max}^{9/2} \times 10^{-40} \frac{\text{Вт}}{\text{Гц} \cdot \text{м}^2}. \quad (6.29)$$

Така оцінка, можливо, може бути покращена, якщо застосувати самоузгоджений розрахунок прискорювального поля (див. посилання в роботах [320, 328]) та зворотного потоку позитронів [329].

Як показує вираз (6.29), потік випромінювання у нашій моделі залежить від певного параметра γ_{\max} , що визначає деяке середнє ефективне значення Лоренц-фактора позитрона, при якому його випромінювання перестає потрапляти в телескоп. Це значення можна наближено оцінити шляхом порівняння розрахованого значення потоку (6.29) зі значенням, отриманим в результаті спостережень радіовипромінювання пульсара у Крабі. Наприклад, щодо таких спостережень, можна застосувати результати, представлені в [330] та [104]. А саме, досить гарний збіг за порядком величини між результатами нашої моделі та спостереженнями в діапазоні частот, де має місце зміщення II, досягається, якщо вибрати $\gamma_{\max} \sim 10^3$ (якщо також обрати $\kappa \sim 10^{-1}$).

Вираз (6.29) також показує, що в інтервалі довжин хвиль, який тут розглядається, спектр випромінювання визначається множником $\lambda^{3-1/3} \approx \lambda^{2.7}$, що досить добре якісно збігається з результатами спостережень [104, 330] (про результати спостережень на нижчих частотах див. [331]).

Зазначимо, що верхня оцінка (6.21) для кількості об'ємів когерентності, що перетинають площу r_{\perp}^2 за одиницю часу, повинна добре працювати при великих значеннях відношення λ/L , де L — характерний просторовий розмір поздовжніх неоднорідностей (згустків) у потоці позитронів. Для випадку коротших хвиль, коли $\lambda/L < 1$, необхідно замінити λ на L в (6.21). Для цього можна просто помножити (6.29) на λ/L . Тоді спектр випромінювання стає пропорційним до $\lambda^{4-1/3}$, що навіть краще відповідає результатам спостережень, ніж (6.29).

6.2.3. Оцінка максимальної частоти, при якій має місце зміщення інтерімпульсу

У рамках нашої моделі значення γ_{\min} Лоренц-фактора позитрона на початку ефективного шляху визначає мінімальну частоту ω його випромінювання, яке може відбиватися від поверхні і потрапляти в телескоп. Відповідне співвідношення між γ_{\min} і ω , що випливає з (6.8), можна записати як:

$$\omega \sim \frac{c}{R} \gamma_{\min}^3. \quad (6.30)$$

Тут радіус R траєкторії позитрона (силової лінії магнітного поля) визначається виразом (6.26). Таким чином, значення γ_{\min} може бути наступним чином виражене через частоту випромінювання $\nu = \omega/(2\pi)$ і відстань r від силової лінії до магнітної осі:

$$\gamma_{\min}(\nu, r) \sim \left(\frac{8\pi\nu R_*^2}{3cr} \right)^{1/3}. \quad (6.31)$$

Звідси видно, що γ_{\min} зростає зі збільшенням ν і зменшенням r . Отже, при деякому значенні $r = r_0(\nu)$ величина γ_{\min} досягає величини γ_{\max} , та інтеграл за γ в (6.27) стає рівним нулю. В області $r < r_0$ полярної шапки в цьому

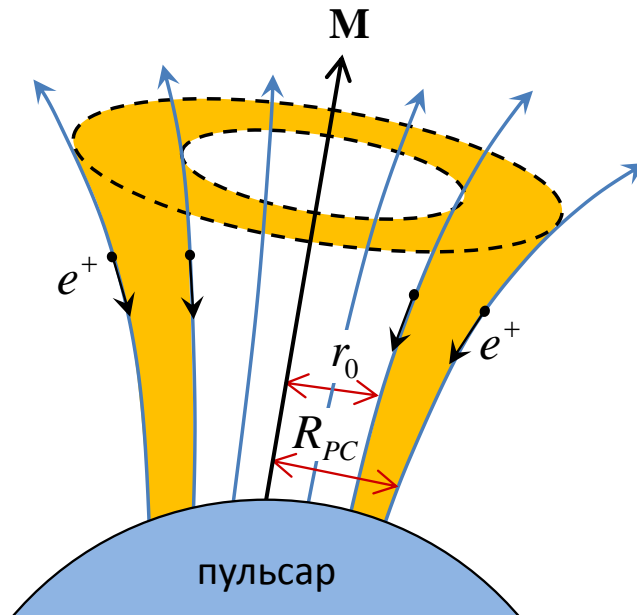


Рис. 6.8. Область простору (помаранчевий порожнистий конус), що робить внесок у потік когерентного випромінювання позитронів при $\nu < \nu_{\max}$.

випадку розглянутий механізм випромінювання не працює. Відповідно до (6.31), величину r_0 можна оцінити як

$$r_0(\nu) \sim \frac{8\pi\nu R_*^2}{3c\gamma_{\max}^3}. \quad (6.32)$$

Величина r_0 — це певний характерний радіус ділянки навколо магнітної осі, всередині якої позитрони не роблять внеску до випромінювання, що спостерігається. Таким чином, у розглянутій моделі когерентність призводить до утворення чогось на зразок порожнистого конуса (що узгоджується з ідеями, які обговорювалися в роботі [318] для випромінювання електронів), обмеженого з внутрішньої та зовнішньої сторін силовими лініями, розташованими відповідно на відстанях r_0 і R_{PC} (поблизу поверхні зірки) від магнітної осі (рис. 6.8). Частинки, що рухаються у зазначеній області, роблять основний внесок у випромінювання, що відповідає класичним уявленням про механізми випромінювання пульсара.

Зі збільшенням частоти ν «товщина стінки» розглянутого конуса зменшується ($r_0 \rightarrow R_{PC}$), і внесок у когерентне випромінювання робиться все більш

вузьким поясом поблизу зовнішніх силових ліній магнітного поля.

Частота $\nu = \nu_{\max}$, при якій r_0 досягає радіуса R_{PC} полярної шапки, є частотою, при якій розглянутий механізм випромінювання, що забезпечує зміщення II, зникає. За допомогою (6.32) цю частоту можна оцінити як

$$\nu_{\max} \sim \frac{3cR_{PC}\gamma_{\max}^3}{8\pi R_*^2}. \quad (6.33)$$

Наприклад, якщо, як і раніше, обрати $R_{PC} = 10^4$ см, $R_* = 10^6$ см, та $\gamma_{\max} \sim 10^3$, отримуємо $\nu_{\max} \sim 40$ ГГц, що не суперечить даним, зображеним на рис. 6.1. Як видно з цього ж рисунка, наявних наразі даних ще недостатньо для точного визначення величини ν_{\max} і для перевірки передбачення (6.33) потрібні подальші спостереження у відповідному діапазоні частот. Зазначимо, що для більш точного оцінювання цієї частоти потрібно застосовувати самоузгоджені моделі руху потоку позитронів у полярному зазорі.

Беручи до уваги розглянутий тут ефект зменшення ефективної області над полярною шапкою, що робить внесок у когерентне випромінювання, зі збільшенням частоти вираз (6.28) для потоку випромінювання можна дещо модифікувати. Це пов'язано з тим, що інтегрування за r в (6.27) у цьому випадку має здійснюватися в інтервалі $r_0 < r < R_{PC}$. Це призводить до наступного виразу для потоку випромінювання:

$$J'(\nu) \sim J \left[1 - \frac{16}{7}x^{3/2} + \frac{9}{7}x^{8/3} \right], \quad (6.34)$$

де

$$x = \frac{r_0}{R_{PC}} = \frac{8\pi\nu R_*^2}{3cR_{PC}\gamma_{\max}^3},$$

а величина J визначається виразом (6.28). З (6.34) випливає, що суттєва модифікація потоку випромінювання внаслідок розглянутого ефекту відбувається лише на частотах, близьких до ν_{\max} (коли $r_0 \approx R_{PC}$). На нижчих частотах

значення модифікованого виразу (6.34) і значення, що не враховує ефект зменшення області випромінювання (6.28), є майже однаковими.

Висновки до розділу 6

Результати досліджень, представлених у даному розділі опубліковано в статтях [17–20]. Серед основних результатів у якості висновків можна виділити наступні:

- Запропоновано та досліджено новий механізм радіовипромінювання в полярному зазорі пульсара. Даний механізм полягає у випромінюванні позитронів, що прискорюються в напрямку поверхні зірки вздовж викривлених силових ліній магнітного поля тим самим електричним полем, що прискорює електрони в протилежному напрямку. Таке випромінювання може відбиватися від поверхні зірки і поширюватися назовні від неї, потрапляючи у телескоп.

- Показано, що розглянутий механізм випромінювання може бути застосований для пояснення такого незвичайного факту радіовипромінювання пульсара у Крабоподібній туманності, як зміщення його інтерімпульсу на частоті у декілька ГГц. Для цього висунуто припущення про існування невеликого нахилу магнітної осі зірки відносно нормалі до її поверхні. Показано, що інтерференція випромінювання кривини позитронів із перехідним випромінюванням, що виникає при їх падінні на поверхню зірки, призводить до пригнічення випромінювання позитронів на низьких частотах. Це відповідає даним спостережень про відсутність на низьких частотах зміщеного інтерімпульсу.

- У рамках запропонованої моделі проведено оцінку сумарного потоку когерентного випромінювання позитронів, що рухаються над полярною шапкою пульсара. Отримане значення такого потоку і спектр випромінювання досить добре узгоджуються з результатами спостережень.

- Показано, що в рамках розглянутої моделі передбачається зникнення

зміщеного інтерімпульсу на певній частоті ν_{\max} внаслідок зменшення області простору над полярною шапкою пульсара, де позитрони мають змогу випромінювати когерентно. Це відповідає даним спостережень, які свідчать про відсутність зміщеного інтерімпульсу на достатньо високих частотах (даних щодо значення ν_{\max} наразі немає). Проведено теоретичну оцінку величини ν_{\max} .

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розвинуто теорію ряду електродинамічних процесів, що мають місце при взаємодії релятивістських частинок із речовиною, за умов суттєвого впливу на характеристики цих процесів з боку інтерференційних ефектів, пов'язаних із великими довжинами формування випромінювання та ультрамалими розмірами згустків заряджених частинок. Передбачено нові ефекти, спричинені таким впливом.

Основні результати, вперше отримані в даній дисертаційній роботі, полягають у наступному:

1. Розвинуто аналітичний опис просторової еволюції поля навколо електрона після його вильоту з речовини до вакууму для широкої області відстаней від речовини в межах довжини формування та узагальнено теорію перехідного випромінювання «напівголого» релятивістського електрона при його похилому падінні на металеву мішень на випадок низьких енергій частинки.

2. Побудовано кінематичну теорію когерентного рентгенівського випромінювання релятивістського «напівголого» електрона в ультратонкому кристалі. Досліджено модифікацію спектрально-кутового розподілу та інтегральної інтенсивності такого випромінювання внаслідок прояву зазначеного стану частинки.

3. Розвинуто аналітичний опис дифрагованого перехідного випромінювання у геометрії Брегга при падінні «напівголого» електрона на кристалічну мішень довільної товщини. Отримано вирази для кутового розподілу та інтегральної інтенсивності випромінювання в цьому випадку.

4. Теоретично досліджено проблему реєстрації перехідного випромінювання у ближній зоні за допомогою параболічного фокусуєчого дзеркала довільного розміру. Отримано вирази для результатів вимірювання спектрально-кутового розподілу випромінювання в залежності від розміру та положення дзеркала.

5. Узагальнено теорію рентгенівського перехідного випромінювання електронів у багатошарових періодичних мішенях на випадок довільного аксіально симетричного поперечного розподілу частинок у пучку та обмеженого розміру активної області детектора випромінювання. Передбачено ефект значного посилення інтенсивності випромінювання для певних параметрів мішені при малому куті аксептансу детектора.

6. Розвинуто теорію процесу іонізації внутрішніх атомних оболонок високоенергетичними електронами в багатошарових періодичних мішенях. Передбачено ефект суттєвого збільшення перерізу іонізації та інтенсивності характеристичного рентгенівського випромінювання при певних оптимальних параметрах мішені.

7. Побудовано теорію іонізаційних втрат електрон-позитронної пари у тонкій мішені, яку вона перетинає після вильоту з іншої мішені, де вона народжується. Показано, що в даному випадку ефект пригнічення іонізаційних втрат пари має місце на значно більших відстанях від точки її народження, ніж у випадку іонізаційних втрат пари у тому самому середовищі, де вона народжується.

8. Передбачено інтерференційний ефект в іонізаційних втратах електрон-позитронної пари, подібний до такого, що має місце при дифракції Фраунгофера в оптиці, а також ефект, що є зворотним до ефекту Чудакова і полягає в перевищенні величиною іонізаційних втрат пари суми незалежних втрат електрона і позитрона.

9. Побудовано класичну і квантову теорії втрат енергії релятивістських електронних банчів на іонізацію та збудження атомних оболонок з урахуванням впливу інтерференційних ефектів на ці втрати. Показана можливість посилення цих втрат на декілька порядків величини внаслідок такого впливу при параметрах банчів, типових для рентгенівських лазерів на вільних електронах. Для пучків із періодичною модуляцією густини передбачено прояв резонансних ефектів у іонізаційних втратах.

10. Запропоновано та досліджено новий механізм радіовипромінювання частинками у магнітосфері пульсара, який може бути застосований для пояснення загадки зміщеного інтерімпульсу для пульсара у Крабоподібній туманності. Передбачено частоту, при якій зміщений інтерімпульс зникає. Продемонстровано роль інтерференційних ефектів для даного механізму випромінювання.

Таким чином, мету дисертаційної роботи досягнуто і усі поставлені завдання виконано.

Отримані результати дають змогу теоретично описувати характеристики розглянутих електродинамічних процесів за умов, коли на них суттєво впливають інтерференційні ефекти та добре відомі формули не можна застосовувати для такого опису. Ці результати можуть бути використані для розробки пропозицій відповідних експериментальних досліджень на прискорювачах частинок високих енергій. Результати щодо інтерференційних ефектів у іонізаційних втратах електронних ансамблів та у когерентному рентгенівському випромінюванні в кристалах можуть бути використані при розробці нових технологій для діагностики параметрів пучків на майбутніх колайдерах та на сучасних рентгенівських лазерах на вільних електронах. Результати, що стосуються характеристичного та перехідного рентгенівського випромінювання в багатошарових мішенях, можуть бути використані для створення нових джерел рентгенівських фотонів та для вдосконалення вже існуючих. Результати щодо розглянутого механізму випромінювання пульсарів є важливими для поглиблення розуміння процесів, що відбуваються в магнітосфері цих зірок, та фізики генерування ними радіоімпульсів.

Подяки

Автор висловлює щирю вдячність своєму науковому консультанту, доктору фіз.-мат. наук, професору, академіку НАН України Шульзі Миколі Федоровичу за тісну співпрацю протягом більш ніж десяти років, численні обговорення методів і результатів досліджень, корисні поради щодо їх аналізу і вдосконалення та, загалом, за всебічну підтримку дослідницької діяльності, за результатами якої написано дану дисертаційну роботу.

Також я дуже вдячний кандидату фіз.-мат. наук Шагіну Александрю Васильовичу, співпраця з яким зумовила мій інтерес до досліджень різноманітних видів рентгенівського випромінювання релятивістських частинок, які склали помітну частину даної роботи, а також за можливість дуже близько ознайомитися з методами експериментальних досліджень у цій області та відповідними технологіями.

Крім того, я глибоко вдячний доктору фіз.-мат. наук, професору Конторовичу Віктору Мусійовичу за ініціювання спільних досліджень особливостей радіовипромінювання пульсарів, постановку відповідних задач і ряд плідних ідей, що надихнули ці дослідження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Trofymenko S. V. X-ray emission by a high-energy electron with a nonequilibrium field in an ultrathin crystal. *Phys. Rev. A*. 2018. Vol. 98. P. 023813.
2. Trofymenko S. V. Coherent X-ray radiation by an ultra-relativistic “half-bare” electron in thin crystal. 2018 IEEE Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. IEEE Xplore Digital Library, IEEE Conf. Publ., 2018. P. 314–317.
3. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F., Shchagin A. V. Diffracted x-ray transition radiation by a “half-bare” electron. *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2019. Vol. 22. P. 024501.
4. Shul’ga N. F., Trofymenko S. V., Barsuk S. Y., Bezshyko O. A. On transition radiation by a low-energy relativistic “half-bare” electron. *Eur. Phys. J. Plus*. 2019. Vol. 134. P. 343.
5. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F., Delerue N. et al. Proposal to observe half-bare electrons on 45-MeV linac. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2017. Vol. 874. P. 012076.
6. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. Formation region effects in transition radiation, bremsstrahlung, and ionization loss of ultrarelativistic electrons. *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2016. Vol. 19. P. 112801.
7. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. Effects of prewave zone and electron “half-bareness” in millimeter wavelength transition radiation. 2016 IEEE Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. IEEE Xplore Digital Library, IEEE Conf. Publ., 2016. P. 365–368.
8. Trofymenko S. V., Nazhmudinov R. M., Shchagin A. V. et al. Formation region effects in x-ray transition radiation from 1 to 6 GeV electrons in multilayer targets. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2020. Vol. 476. P. 44–51.

9. Trofymenko S. V. K -shell ionization and characteristic x-ray radiation by high-energy electrons in multifoil targets. *Phys. Rev. A*. 2020. Vol. 102. P. 062804.
10. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. On ionization energy losses of high-energy electron-positron pair in thin targets. *Phys. Lett. A*. 2013. Vol. 377. P. 2265–2269.
11. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. The influence of non-parallelism of electron and positron velocities upon high-energy e^+e^- pair ionization loss in thin plate. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2015. Vol. 355. P. 140–143.
12. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Anomalous ionization loss of high-energy e^+e^- pairs in thin targets. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2017. Vol. 402. P. 44–48.
13. Shul'ga N. F., Trofymenko S. V. Anti-Chudakov effect in high-energy electron-positron pair ionization loss in thin target. *Phys. Lett. A*. 2014. Vol. 378. P. 315–318.
14. Trofymenko S. V. On anti-Chudakov effect in ultrarelativistic electron-positron pair ionization loss in thin target. *Probl. At. Sci. Thech.* 2017. Vol. 109. P. 60–66.
15. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Interference effect in the ionization loss of high-energy electron bunches. *Phys. Lett. A*. 2019. Vol. 383. P. 2561–2566.
16. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Energy loss by relativistic electron ensembles due to coherent excitation and ionization of atoms. *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2020. Vol. 23. P. 084501.
17. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. On the mystery of the interpulse shift in the Crab pulsar. *J. Phys. Sci. Appl.* 2017. Vol. 7, No. 4. P. 11–27.
18. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Radiation reflection from star surface reveals the mystery of interpulse shift and appearance of high frequency components in the Crab pulsar. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2017. Vol. 932. P. 012020.

19. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Reflection of positron radiation from star surface and shift of inter pulse position in Crab pulsar. *Adv. Astron. Space Phys.* 2017. Vol. 7. P. 30–35.
20. Trofymenko S. V., Kontorovich V. M. Half-bare positron in the inner gap of a pulsar. *Adv. Astron. Space Phys.* 2017. Vol. 7. P. 36–41.
21. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Антиэффект Чудакова в ионизационных потерях высокоэнергетической электрон-позитронной пары в тонкой мишени. *XII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (17–21 марта, 2014, Харьков, Украина). Харьков, 2014. С. 104.
22. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Ionization effect from ultra relativistic electron-positron pair in thin plate. *6th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling-2014"*: Book of abstracts (October 5–10, 2014, Capri, Italy). Capri, 2014. P. 31.
23. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. The influence of transition radiation upon electron-positron pair ionization loss. *7th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling-2016"*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione-Desenzano del Garda, Italy). Sirmione, 2016. P. 133.
24. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. On the measurement of transition radiation characteristics in the prewave zone with the use of restricted parabolic mirror. *7th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling-2016"*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione-Desenzano del Garda, Italy). Sirmione, 2016. P. 34.
25. Трофименко С. В. Об особенностях ионизационных потерь электрон-позитронных пар в тонких слоях вещества. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (21–24 марта, 2017, Харьков, Украина). Харьков, 2017. С. 110.

26. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. On the mystery of the interpulse shift in the Crab pulsar. *International Conference “Physics of neutron stars 2017”*: Book of abstracts (July 10–14, 2017, Saint Petersburg, Russia). Saint Petersburg, 2017. P. 70.
27. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. Modification of Chudakov effect in e^+e^- pair ionization loss induced by transition radiation. *XII International Symposium “Radiation from relativistic electrons in periodic structures” (RREPS-17)*: Book of abstracts (September 18–22, 2017, Hamburg, Germany). Hamburg, 2017. P. 71.
28. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Energy spectrum and frequency range of coherent radiation by positrons forming shifted interpulse of Crab pulsar. *IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering*: Book of abstracts (October 17–20, 2017, Lviv, Ukraine). Lviv, 2017. P. 160–162.
29. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Когерентное рентгеновское излучение электрона с неравновесным полем в ультратонком кристалле. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (20–23 марта, 2018, Харьков, Украина). Харьков, 2018. С. 105.
30. Конторович В. М., Трофименко С. В. Излучение релятивистских позитронов как механизм формирования интеримпульса в пульсаре Краба. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (20–23 марта, 2018, Харьков, Украина). Харьков, 2018. С. 106–107.
31. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Интерференционные эффекты в параметрическом и дифрагированном переходном излучении электрона в ультратонком кристалле. *XLVIII Международная Тулиновская конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: Книга тезисов (29–31 мая, 2018, Москва, Россия). Москва, 2018. С. 75.

32. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. X-ray emission by a high-energy "half-bare" electron in ultra-thin crystal. *8th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling-2018"*: Book of abstracts (September 23–28, 2018, Ischia, Italy). Ischia, 2018. P. 21.
33. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. О возможности когерентного усиления ионизационных потерь банча электронов высокой энергии. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике: Книга тезисов* (26–29 марта, 2019, Харьков, Украина). Харьков, 2019. С. 110.
34. Нажмудинов Р. М., Трофименко С. В., Щагин А. В. и др. Эффекты длины формирования в рентгеновском переходном излучении электронов с энергией 1-6 ГэВ в многослойных мишенях различного периода. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике: Книга тезисов* (26–29 марта, 2019, Харьков, Украина). Харьков, 2019. С. 114.
35. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effect in the ionization energy loss of ultrarelativistic electron bunches. *International Conference of Young Scientists and Post-graduates*: Book of abstracts (May 21–24, Uzhgorod, Ukraine, 2019). Uzhgorod, 2019. P. 192–193.
36. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Когерентный эффект в ионизационных потерях банча электронов высокой энергии. *XLIX Международная Тулинская конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами: Книга тезисов* (29–31 мая, 2019, Москва, Россия). Москва, 2019. С. 120.
37. Trofymenko S. V., Nazhmudinov R. M., Shchagin A. V. и др. Formation region effects in x-ray emission by 1-6 GeV electrons. *XLIX Международная Тулинская конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами: Книга тезисов* (29–31 мая, 2019, Москва, Россия). Москва, 2019. С. 126.

38. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effect in ionization loss of relativistic electron ensembles in ultrathin targets. *XXXI International Conference on Photonic, Electronic, and Atomic Collisions: Collection of abstracts* (July 23–30, 2019, Deauville, France). *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. Vol. 1412. P. 202018.
39. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effects in the ionization loss of high-energy electron bunches. *XIII International Symposium "Radiation from relativistic electrons in periodic structures" (RREPS-19): Book of abstracts* (September 16-20, 2019, Belgorod, Russia). Belgorod, 2019. P. 22.
40. Trofymenko S. V., Nazhmudinov R. M., Shchagin A. V. et al. Manifestation of the formation length effect for x-ray transition radiation by 1-6 GeV electrons in periodic multifoil radiators. *XIII International Symposium "Radiation from relativistic electrons in periodic structures" (RREPS-19): Book of abstracts* (September 16-20, 2019, Belgorod, Russia). Belgorod, 2019. P. 118.
41. Трофименко С. В. Квантовая теория ионизационных потерь электронных пучков при наличии когерентных эффектов. *XVIII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике: Книга тезисов* (24–27 марта, 2020, Харьков, Украина). Харьков, 2020. С. 56–57.
42. Ter-Mikaelyan M. L. High-energy electromagnetic processes in condensed media. New York: Wiley, 1972. 468 p.
43. Базылев В. А., Жеваго Н. К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М: Наука, 1987. 270 с.
44. Akhiezer A. I., Shul'ga N. F. High Energy Electrodynamics in Matter. Amsterdam: Gordon and Breach Publ., 1996. 388 p.
45. Rullhusen P., Artru X., Dhez P. Novel radiation sources using relativistic electrons: from infrared to x-rays. Singapore: World Scientific Publ., 1998. 212 p.

46. Potylitsyn A. P. *Electromagnetic Radiation of Electrons in Periodic Structures*. Berlin: Springer, 2011. 216 p.
47. Bethe H. A. Theory of the passage of rapid corpuscular rays through matter. *Ann. de Phys.* 1930. Vol. 5. P. 325–400.
48. Bloch F. Bremsvermögen von atomen mit mehreren elektronen. *Zs. Phys.* 1933. Vol. 81. P. 363–376.
49. Fermi E. The ionization loss of energy in gases and in condensed materials. *Phys. Rev.* 1940. Vol. 57. P. 485–493.
50. Barkla C. G. Phenomena of x-ray transmission. *Proc. Camb. Phil. Soc.* 1909. Vol. 15. P. 257–268.
51. Черенков П. В. Видимое свечение чистых жидкостей под действием γ -радиации. *ДАН СССР*. 1934. Т. 2, № 8. С. 451.
52. Вавилов С. И. О возможных причинах синего γ -свечения чистых жидкостей. *ДАН СССР*. 1934. Т. 2, № 8. С. 457.
53. Тамм И. Е., Франк И. М. Когерентное излучение быстрого электрона в среде. *ДАН СССР*. 1934. Т. 14, № 3. С. 107.
54. Франк И. М. Излучение Вавилова-Черенкова. Вопросы теории. Москва, Наука, 1988. 288 с.
55. Гинзбург В. Л., Франк И. М. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую. *ЖЭТФ*. 1946. Т. 16. С. 15–28.
56. Bolotovskii V. M., Voskresenskii G. V. Diffraction radiation. *Sov. Phys. Usp.* 1966. Vol. 9. P. 73–96.
57. Бобринев В., Брагинский В. Излучение точечного заряда, равномерно движущегося по оси круглого отверстия в бесконечной идеально проводящей плоскости. *ДАН СССР*. 1958. Т. 123. С. 634–636.

58. Днестровский Ю. Н., Костомаров Д. П. Излучение модулированного пучка заряженных частиц при пролете через круглое отверстие в плоском экране. *ДАН СССР*. 1959. Т. 124. С. 792–799.
59. Smith S. J., Purcell E. M. Visible light from localized surface charges moving across a grating. *Phys. Rev.* 1953. Vol. 92. P. 1069.
60. Потылицын А. П., Рязанов М. И., Стриханов М. Н., Тищенко А. А. Дифракционное излучение релятивистских частиц. Томск: Изд. ТПУ, 2008.
61. Akhiezer A. I., Shul'ga N. F. Influence of multiple scattering on the radiation of relativistic particles in amorphous and crystalline media. *Sov. Phys. Usp.* 1987. Vol. 30. P. 197–219.
62. Ferretti B. Sulla "bremsstrahlung" nei cristalli. *Nuovo Cim.* 1950. Vol. 7. P. 118–134.
63. Тер-Микаелян М. Л. Интерференционное излучение сверхбыстрых электронов. *ЖЭТФ*. 1953. Vol. 25. P. 296–306.
64. Überall H. High-energy interference effect of bremsstrahlung and pair production in crystals. *Phys. Rev.* 1956. Vol. 103. P. 1055–1067.
65. Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D., Ulyanenko A. P. Parametric x-ray radiation in crystals. Theory, experiments and applications. Berlin-Heidelberg: Springer, 2005. 172 p.
66. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Čerenkov emission of x rays. *Phys. Rev. A*. 1989. Vol. 40. P. 4322–4329.
67. Artru X., Rullhusen P. Parametric X-rays and diffracted transition radiation in perfect and mosaic crystals. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 1998. Vol. 145. P. 1–7. [addendum *ibid.* 2001. Vol. 173. P. 16].
68. Goponov Y. A., Laktionova S. A., Sidnin M. A., Vnukov I. E. Ratio of the contributions real and virtual photons diffraction in thin perfect crystals.

Comparison of calculation and experiment. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2017. Vol. 402. P. 92–97.

69. Lindhard J. Influence of crystal lattice on motion of energetic charged particles. *Danske Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd.* 1965. Vol. 34, No. 14. P. 1–64.
70. Калашников Н. П. Когерентные взаимодействия частиц в монокристаллах. М: Атомиздат, 1981. 224 с.
71. Барышевский В. Г. Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск: Изд. БГУ, 1982. 256 с.
72. Шульга Н. Ф. Некоторые вопросы теории рассеяния быстрых частиц в веществе и во внешних полях. Киев: Наукова Думка, 2010. 197 с.
73. Kumakhov M. A. On the theory of electromagnetic radiation of charged particles in a crystal. *Phys. Lett. A*. 1976. Vol. 57. P. 17–18.
74. Aihara H., Bagger J., Bambade P. et al. The International Linear Collider. A Global Project. *arXiv:1901.09829 [hep-ex]*. 2019. P. 1–15.
75. Sicking E., Ström R. From precision physics to the energy frontier with the Compact Linear Collider. *Nature Phys.* 2020. Vol. 16. P. 386–392.
76. Berestetskii V. B., Lifshitz E., Pitaevskii L. P. Quantum Electrodynamics. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1982. 652 p.
77. Ginzburg V. L., Tsytovich V. N. Transition radiation and transition scattering. Bristol and New York: Adam Hilger, 1990. 433 p.
78. Болотовский Б. М. Путь формирования и его роль в излучении движущихся зарядов. *Труды ФИАН*. 1982. Т. 140. С. 95–140.
79. Feinberg E. L. High energy successive interactions. *Sov. Phys. JETP*. 1966. Vol. 23. P. 132–140.

80. Ландау Л. Д., Померанчук И. Я. Пределы применимости теории тормозного излучения электронов и образования пар при больших энергиях. *ДАН СССР*. 1953. Т. 92. С. 535.
81. Migdal A. B. Bremsstrahlung and pair production in condensed media at high energies. *Phys. Rev.* 1956. Vol. 103. P. 1811–1819.
82. Anthony P. L., Becker-Szendy R., Bosted P. E. et al. An accurate measurement of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect. *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 75. P. 1949–1952.
83. Klein S. Suppression of bremsstrahlung and pair production due to environmental factors. *Rev. Mod. Phys.* 1999. Vol. 71. P. 1501–1538.
84. Ternovsky F. F. On the theory of radiative processes in piecewise homogeneous media. *Sov. Phys. JETP*. 1961. Vol. 12. P. 123–129.
85. Shul'ga N. F., Fomin S. P. Suppression of radiation in an amorphous medium and in a crystal. *JETP Lett.* 1978. Vol. 27. P. 117–120.
86. Thomsen H. D., Esberg J., Kirsebom K. et al. On the macroscopic formation length for GeV photons. *Phys. Lett. B*. 2009. Vol. 672. P. 323–327.
87. Thomsen H. D., Esberg J., Andersen K. K. et al. Distorted Coulomb field of the scattered electron. *Phys. Rev. D*. 2010. Vol. 81. P. 052003.
88. Uggerhøj U. I. The interaction of relativistic particles with strong crystalline fields. *Rev. Mod. Phys.* 2005. Vol. 77. P. 1131–1172.
89. Naumenko G., Artru X., Potylitsyn A. et al. “Shadowing” of the electromagnetic field of relativistic charged particles. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2010. Vol. 236. P. 012004.
90. Naumenko G., Popov Y., Shevelev M. Direct observation of a semi-bare electron Coulomb field recover. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. Vol. 357. P. 012005.

91. Artru X., Ray C. Interference and shadow effects in the production of light by charged particles in optical fibers. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2008. Vol. 266. P. 3725–3732.
92. Artru X. Unitary bound on the energy loss by a charged particle travelling near a periodic radiator. *Nuovo Cim. C.* 2011. Vol. 34. P. 29–36.
93. Shibata Y., Ishi K., Tokahashi T. et al. Coherent transition radiation in the far-infrared region. *Phys. Rev. E.* 1994. Vol. 49. P. 785–793.
94. Shul'ga N. F., Trofymenko S. V., Syshchenko V. V. On the transition radiation and bremsstrahlung from a relativistic electron with a nonequilibrium field. *JETP Lett.* 2011. Vol. 93. P. 1–4.
95. Kieffer R., Bergamaschi M., Bravin E. et al. Experimental observation of “shadowing” in optical transition radiation. *Phys. Rev. Lett.* 2018. Vol. 120. P. 094802.
96. Cherry M. L., Hartmann G., Müller D., Prince T. A. Transition radiation from relativistic electrons in periodic radiators. *Phys. Rev. D.* 1974. Vol. 10. P. 3594–3607.
97. Shul'ga N. F., Trofymenko S. V. On ionization energy losses of ultra-relativistic half-bare electron. *Phys. Lett. A.* 2012. Vol. 376. P. 3572–3574.
98. Shul'ga N. F., Trofymenko S. V. Ionization energy losses of relativistic electron in boundary layer of substance. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2013. Vol. 309. P. 167–170.
99. Гарибян Г. М., Ян Ш. Рентгеновское переходное излучение. Ереван: Изд. Арм. ССР, 1983. 320 с.
100. Verzilov V. A. Transition radiation in the pre-wave zone. *Phys. Lett. A.* 2000. Vol. 273. P. 135–140.

101. Dobrovol'sky S. N., Shul'ga N. F. Transversal spatial distribution of transition radiation by relativistic electron in the formation zone by the dotted detector. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2003. Vol. 201. P. 123–132.
102. Castellano M., Verzilov V., Catani L. et al. Search for the prewave zone effect in transition radiation. *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 67. P. 015501(R).
103. Kalinin B. N., Naumenko G. A., Potylitsyn A. P. et al. Measurement of the angular characteristics of transition radiation in near and far zones. *JETP Lett.* 2006. Vol. 84. P. 110–114.
104. Smith F. G. Pulsars. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1977. 239 p.
105. Малов И. Ф. Радиопульсары. М: Наука, 2004. 191 с.
106. Moffett D., Hankins T. Multifrequency radio observations of the Crab pulsar. *Astrophys. J.* 1996. Vol. 468. P. 779–783.
107. Hankins T. H., Jones G., Eilek J. A. The Crab pulsar at centimeter wavelengths: I. Ensemble characteristics. *Astrophys. J.* 2015. Vol. 802. P. 130.
108. Чудаков А. Е. Об одном ионизационном эффекте, связанном с наблюдением электронно-позитронных пар при очень большой энергии. *Изв. АН СССР. Сер. Физ.* 1955. Т. 19. С. 651–656.
109. Berestetskii V. B., Geshkenbain B. V. Ionizational slowing down of high-energy electron positron pairs. *Sov. Phys. JETP.* 1957. Vol. 4. P. 609–610.
110. Yekutieli G. Ionization at the origin of high energy electron positron pairs. *Nuovo Cim.* 1957. Vol. 5. P. 1381–1387.
111. Mito I., Ezawa H. Ionization loss near the origin of an electron pair of very high energy. *Progr. Theor. Phys.* 1957. Vol. 18. P. 437–447.
112. Burkhardt G. H. The suppression effect in ionization by fast electron pairs. *Nuovo Cim.* 1958. Vol. 9. P. 375–399.

113. Perkins D. H. Ionization at the origin of electron pairs, and the lifetime of the neutral pion. *Phil. Mag.* 1955. Vol. 46. P. 1146–1148.
114. Wolter W., Miesowicz M. Ionization at the origin of an electron pair of very high energy. *Nuovo Cim.* 1956. Vol. 4. P. 648–650.
115. Iwadare J. Suppression effect of the ionization produced by electron-positron pairs of extremely high energy. *Phil. Mag.* 1958. Vol. 3. P. 680–691.
116. Virkus T., Thomsen H. D., Uggerhøj E. et al. Direct measurement of the Chudakov effect. *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 100. P. 164802.
117. Thomsen H. D., Uggerhøj U. I. Measurements and theories of the King-Perkins-Chudakov effect. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2011. Vol. 269. P. 1919–1924.
118. Gevorgian L. A., Ispirian K. A., Ispirian M. K., Piuz F. Cherenkov radiation of e^+e^- pairs and its application for the measurement of gamma-quanta beam polarization. *Europhys. Lett.* 1996. Vol. 34, No. 3. P. 183–188.
119. Mandal S. K., Klein S. R., Jackson J. D. Cherenkov radiation from e^+e^- pairs and its effect on νe induced showers. *Phys. Rev. D.* 2005. Vol. 72, No. 9. P. 093003.
120. Насонов Н. Н. Интерференционный эффект в тормозном излучении электронно-позитронных пар высокой энергии в веществе. *Ядерная физика.* 1994. Т. 57. С. 383–384.
121. Brandt W., Ratkowski A., Ritchie R. H. Energy loss of swift proton clusters in solids. *Phys. Rev. Lett.* 1974. Vol. 33. P. 1325–1328.
122. Brandt W., Ritchie R. H. Penetration of swift ion clusters through solids. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res.* 1976. Vol. 132. P. 43.
123. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V. Ionization losses of energy of fast clusters being produced during a Coulomb explosion of a molecule and electron-positron pair production in matter. *Phys. Lett. A.* 1992. Vol. 165. P. 175–178.

124. McCorkle R. A., Iafrate G. J. Beam-density effect on the stopping of fast charged particles in matter. *Phys. Rev. Lett.* 1977. Vol. 39. P. 1263–1266.
125. Ogata A., Kondoh T., Norizawa K. et al. Collective energy loss of attosecond electron bunches. *Jpn. J. Appl. Phys.* 2009. Vol. 48. P. 056002.
126. Ogata A., Kondoh T., Norizawa K. et al. Collective energy loss of attosecond electron bunches. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A.* 2011. Vol. 637. P. S95–S98.
127. Юдин Г. Л. Коллективный неупругий вынужденный тормозной эффект. *ЖТФ.* 1986. Т. 56, № 2. С. 255–262.
128. Schneidmiller E. A., Yurkov M. V. Baseline parameters of the European XFEL. Proc. FEL 2017 Conference. Santa Fe, NM, USA: JACoW Publishing, 2017. P. MOP033.
129. Liu S., Decking W., Kocharyan V. et al. Preparing for high-repetition rate hard x-ray self-seeding at the European X-ray Free Electron Laser: Challenges and opportunities. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2019. Vol. 22. P. 060704.
130. Zhu J. Design study for generating sub-femtosecond to femtosecond electron bunches for advanced accelerator development at SINBAD: Ph.D. thesis / University of Hamburg. Hamburg, 2017. 171 p.
131. Jackson J. D. Classical electrodynamics. New York: Wiley, 1962. 641 p.
132. Fermi E. Über die Theorie des Stoßes zwischen Atomen und elektrisch geladenen Teilchen. *Z. Phys.* 1924. Vol. 29. P. 315–327.
133. Weizsäcker C. Ausstrahlung bei Stößen sehr schneller Elektronen. *Z. Phys.* 1934. Vol. 88. P. 612–625.
134. Williams E. Correlation of certain collision problems with radiation theory. *K. Danske Vidensk. Selsk.* 1935. Vol. 13, No. 4. P. 1–50.
135. Dalitz R. H., Yennie D. R. Pion production in electron-proton collisions. *Phys. Rev.* 1957. Vol. 105. P. 1598–1615.

136. Olsen H. A. Improved Weizsäcker-Williams method. *Phys. Rev. D.* 1979. Vol. 19. P. 100–103.
137. Shchagin A. V., Maruyama X. K. Parametric X-rays. Accelerator-based atomic physics techniques and applications / Ed. by S. M. Shafroth, J. C. Austin. New York: AIP-Press, 1997. P. 279–307.
138. Трофименко С. В. Ионизационные потери энергии, тормозное и переходное излучение ультрарелятивистского электрона, обладающего неравновесным полем: Дисс. кандидата наук / ННЦ «Харьковский физико-технический институт». Харьков, 2014. 116 с.
139. Feinberg E. L. Hadron clusters and half-dressed particles in quantum field theory. *Sov. Phys. Usp.* 1980. Vol. 23. P. 629–650.
140. Fomin S. P., Shul'ga N. F. On the space-time evolution of the process of ultrarelativistic electron radiation in a thin layer of substance. *Phys. Lett. A.* 1986. Vol. 114. P. 148–152.
141. Akhiezer A. I., Shulga N. F., Fomin S. P. Landau-Pomeranchuk-Migdal effect. *Physics Reviews* / Ed. by I. M. Khalatnikov. Cambridge Sci. Publ., 2005. Vol. 22. P. 1–215.
142. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. High-energy wave packets. “Half-bare” electron. *J. Kharkiv Nat. Univ. (phys. ser. “Nuclei, Particles, Fields”)*. 2013. Vol. 1040. P. 59–69.
143. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М: Физ.-мат. лит., 1963. 1100 с.
144. Эрдейи А. Асимптотические разложения. М: Физ.-мат. лит., 1962. 127 с.
145. Garibian G. M. Contribution to the theory of transition radiation. *Sov. Phys. JETP.* 1958. Vol. 6, No. 6. P. 1079–1085.
146. Garibian G. M., Chalikian G. A. The radiation from a charged particle passing through a plate. *Sov. Phys. JETP.* 1959. Vol. 8, No. 5. P. 894–895.

147. Garibian G. M. Radiation of a particle moving across the interface of two media with account of multiple scattering. *Sov. Phys. JETP*. 1961. Vol. 12, No. 2. P. 237–239.
148. Pafomov V. E. Radiation emitted by a charged particle passing through a plate. *Sov. Phys. JETP*. 1961. Vol. 12, No. 1. P. 97–99.
149. Pafomov V. E. Effect of multiple scattering on transition radiation. *Sov. Phys. JETP*. 1965. Vol. 20, No. 2. P. 353–357.
150. Bass F. G., Yakovenko V. M. Theory of radiation by a charge moving through electrically inhomogeneous medium. *Sov. Phys. Usp.* 1965. Vol. 8. P. 420–444.
151. Goldsmith P., Jelley J. V. Optical transition radiation from protons entering metal surfaces. *Phil. Mag.* 1959. Vol. 4. P. 836–844.
152. Шульга Н. Ф., Трофименко С. В., Сыщенко В. В. Развитие в пространстве и времени процесса переходного излучения релятивистского электрона. *Вестник Харьковского университета(серия физическая: “Ядра, частицы, поля”)*. 2010. Т. 916. С. 23–41.
153. Shul’ga N. F., Trofymenko S. V., Syshchenko V. V. On transition radiation by relativistic electron. *Nuovo Cim.* 2011. Vol. 34 C, No. 4. P. 327–334.
154. Bolotovskii B. M., Serov A. V. Features of the transition radiation field. *Phys. Usp.* 2009. Vol. 52. P. 487–493.
155. Lai R., Happek U., Sievers A. J. Measurement of the longitudinal asymmetry of a charged particle bunch from the coherent synchrotron or transition radiation spectrum. *Phys. Rev. E*. 1994. Vol. 50. P. R4294–R4297.
156. Lai R., Sievers A. J. On using the coherent far IR radiation produced by a charged-particle bunch to determine its shape: I Analysis. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*. 1997. Vol. 397. P. 221–231.

157. Bajlekov S. I., Heigoldt M., Popp A. et al. Longitudinal electron bunch profile reconstruction by performing phase retrieval on coherent transition radiation spectra. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2013. Vol. 16. P. 040701.
158. Pelliccia D., Sen T. A two-step method for retrieving the longitudinal profile of an electron bunch from its coherent radiation. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*. 2014. Vol. 764. P. 206–214.
159. Schmidt B., Wesch S., Kövener T. et al. Longitudinal bunch diagnostics using coherent transition radiation spectroscopy. *arXiv:1803.00608 [physics.acc-ph]*. 2018. P. 1–60.
160. Wartski L., Roland S., Lasalle J. et al. Interference phenomenon in optical transition radiation and its application to particle beam diagnostics and multiple scattering measurements. *J. Appl. Phys.* 1975. Vol. 46. P. 3644–3653.
161. Rule D. W., Fiorito R. B. Imaging micron sized beams with optical transition radiation. *A. I. P. Conf. Proc.* 1991. Vol. 229. P. 315–321.
162. Rule D. W., Fiorito R. B. Beam profiling with optical transition radiation. *Proc. 1993 Particle Accelerator Conf., Washington DC*. 1993. P. 2453–2455.
163. Sukhikh L. G., Kube G., Potylitsyn A. P. Simulation of transition radiation based beam imaging from tilted targets. *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2017. Vol. 20. P. 032802.
164. Bolzon B., Aryshev A., Aumeyr T. et al. Very high resolution optical transition radiation imaging system: Comparison between simulation and experiment. *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2015. Vol. 18. P. 082803.
165. Artru X., Castellano M., Catani L. et al. Experimental investigations on geometrical resolution of optical transition radiation (OTR). *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*. 1998. Vol. 410. P. 148–158.

166. Honkavaara K., Artru X., Chehab R., Variola A. Considerations of the diffraction limitations to the spatial resolution of optical transition radiation. *Particle Accelerators*. 1999. Vol. 63. P. 147–170.
167. Sukhikh L. G., Kube G., Bajt S. et al. Backward transition radiation in the extreme ultraviolet region as a tool for the transverse beam profile diagnostic. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2014. Vol. 17. P. 112805.
168. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. М: Наука, 1987. 415 с.
169. Landau L. D., Lifshitz E. M. The classical theory of fields. Oxford: Pergamon, 1971. 374 p.
170. Dolgoshein B. Transition radiation detectors. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*. 1993. Vol. 326. P. 434–469.
171. Andronic A., Wessels J. P. Transition radiation detectors. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*. 2012. Vol. 666. P. 130–147.
172. Lin X., Easo S., Shen Y. et al. Controlling Cherenkov angles with resonance transition radiation. *Nature Phys.* 2018. Vol. 14. P. 816–821.
173. Piestrup M. A., Boyers D. G., Pinkus C. I. et al. Observation of soft-x-ray spatial coherence from resonance transition radiation. *Phys. Rev. A*. 1992. Vol. 45. P. 1183–1196.
174. Baier V. N., Katkov V. M. Transition radiation as a source of quasi-monochromatic x-rays. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*. 2000. Vol. 439. P. 189–198.
175. Artru X., Yodh G. B., Mennesier G. Practical theory of the multilayered transition radiation detector. *Phys. Rev. D*. 1975. Vol. 12. P. 1289–1306.
176. Cherry M. L. Measurements of the spectrum and energy dependence of x-ray transition radiation. *Phys. Rev. D*. 1978. Vol. 17. P. 2245–2260.

177. Alikhanian A. I., Ispirian K. A., Oganessian A. G., Tamanian A. G. High energy particle identification by means of X-ray transition radiation (XTR) detectors. *Nucl. Instrum. Methods*. 1970. Vol. 89. P. 147–153.
178. Alikhanian A. I., Kankanian S. A., Oganessian A. G., Tamanian A. G. Detection of x-ray transition radiation of 31-GeV electrons. *Phys. Rev. Lett.* 1973. Vol. 30. P. 109–110.
179. Franghian A. A., Harutjunian F. R., Hekimian G. A. et al. A superhigh energy particle detector based on using the radiation of a particle in a laminar medium. *Phys. Lett. B*. 1971. Vol. 34. P. 227–229.
180. Alozy J., Belyaev N., Campbell M. et al. Identification of particles with Lorentz factor up to 10^4 with Transition Radiation Detectors based on micro-strip silicon detectors. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*. 2019. Vol. 927. P. 1–13.
181. Durand L. Transition radiation from ultrarelativistic particles. *Phys. Rev. D*. 1975. Vol. 11. P. 89–105.
182. Alikhanian A. I., Chechin V. A. Eikonal approximation in x-ray transition radiation theory. *Phys. Rev. D*. 1979. Vol. 19. P. 1260–1267.
183. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V., Syshchenko V. G. Born and eikonal approximations in the transition radiation theory. *Journal of Kharkiv National University (phys. ser. "Nuclei, Particles, Fields")*. 2004. Vol. 628. P. 35–46.
184. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V. Transition radiation by relativistic electrons in inhomogeneous substance. *Advanced Radiation Sources and Applications. NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry / Ed. by H. Wiedemann. Springer, Dordrecht, 2006. Vol. 199. P. 129–148.*
185. Yuan L. C. L., Wang C. L., Uto H., Prünster S. Energy dependence of x-ray transition radiation from ultrarelativistic charged particles. *Phys. Lett. B*. 1970. Vol. 31. P. 603–605.

186. Cherry M. L., Müller D. Measurements of the frequency spectrum of transition radiation. *Phys. Rev. Lett.* 1977. Vol. 38. P. 5–7.
187. Cobb J., Fabjan C. W., Iwata S. et al. Transition radiators for electron identification at the CERN ISR. *Nucl. Instrum. Methods.* 1977. Vol. 140. P. 413–427.
188. Savchenko A., Sergeeva D., Tishchenko A., Strikhanov M. Small-angle x-ray transition radiation from multilayered structures. *Phys. Rev. D.* 2019. Vol. 99. P. 016015.
189. Fainberg Y. B., Khizhnyak N. A. Energy loss of a charged particle passing through a laminar dielectric. *Sov. Phys. JETP.* 1957. Vol. 5. P. 720–729.
190. Garibyan G. M., Yang C. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. *Sov. Phys. JETP.* 1972. Vol. 34. P. 495–501.
191. Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D. Transition radiation of γ rays in a crystal. *Sov. Phys. JETP.* 1972. Vol. 34. P. 502–504.
192. Nitta H. Kinematical theory of parametric X-ray radiation. *Phys. Lett. A.* 1991. Vol. 158. P. 270–274.
193. Garibyan G. M., Yang C. Lateral spots of x-ray transition radiation in crystals and their effect on the central spot. *Sov. Phys. JETP.* 1973. Vol. 36. P. 631–637.
194. Vorobiev S. A., Kalinin B. N., Pak S., Potylitsyn A. P. Detection of monochromatic x-ray emission in the interaction of ultrarelativistic electrons with a diamond single crystal. *JETP Lett.* 1985. Vol. 41. P. 1–4.
195. Adishchev Y. N., Didenko A. N., Mun V. V. et al. Measurements of parametric X-rays from relativistic electrons in silicon crystals. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 1987. Vol. 21. P. 49–55.

196. Freudenberger J., Gavrikov V. B., Galemann M. et al. Parametric x-ray radiation observed in diamond at low electron energies. *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74. P. 2487–2490.
197. Morokhovskii V. L. The Coherent X-Radiation of Relativistic Electrons in a Crystal. Moscow: CNII atominform, 1989. 39 p.
198. Aleinik A. N., Baldin A. N., Bogomazova E. A. et al. Experimental observation of parametric X-ray radiation directed along the propagation velocity of relativistic electrons in a tungsten crystal. *JETP Lett.* 2004. Vol. 80. P. 393–397.
199. Backe H., Rueda A., Lauth W. et al. Forward diffracted parametric X radiation from a silicon single crystal. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2005. Vol. 234. P. 138–147.
200. Baryshevsky V. G. Parametric x-ray radiation at a small angle near the velocity direction of the relativistic particle. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 1997. Vol. 122. P. 13–18.
201. Kubankin A., Nasonov N., Sergienko V., Vnukov I. An investigation of the parametric X-rays along the velocity of emitting particle. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2003. Vol. 201. P. 97–113.
202. Shchagin A. V., Pristupa V. I., Khizhnyak N. A. A fine structure of parametric X-ray radiation from relativistic electrons in a crystal. *Phys. Lett. A.* 1990. Vol. 148. P. 485–488.
203. Nitta H. Theoretical notes on parametric x-ray radiation. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 1996. Vol. 115. P. 401–404.
204. Shchagin A. V. Fresnel coefficients for parametric X-ray (Cherenkov) radiation. *Phys. Usp.* 2015. Vol. 58. P. 819–827.
205. Shchagin A. V. Areas of applicability of kinematic and dynamic theories of parametric X-ray radiation. *Probl. At. Sci. Thech.* 2015. Vol. 98. P. 86–88.

206. Gogolev A., Potylitsyn A., Kube G. A possibility of transverse beam size diagnostics using parametric x-ray radiation. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. Vol. 357. P. 012018.
207. Takabayashi Y. Parametric X-ray radiation as a beam size monitor. *Phys. Lett. A.* 2012. Vol. 376. P. 2408–2412.
208. Takabayashi Y., Sumitani K. New method for measuring beam profiles using a parametric X-ray pinhole camera. *Phys. Lett. A.* 2013. Vol. 377. P. 2577–2580.
209. Chaikovska I., Chehab R., Artru X., Shchagin A. V. Characteristic, parametric, and diffracted transition X-ray radiation for observation of accelerated particle beam profile. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2017. Vol. 402. P. 75–78.
210. Sones B., Danon Y., Block R. C. Lithium fluoride (LiF) crystal for parametric X-ray (PXR) production. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2005. Vol. 227. P. 22–31.
211. Hayakawa Y., Sato I., Hayakawa K. et al. Status of the parametric X-ray generator at LEBRA, Nihon University. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2006. Vol. 252. P. 102–110.
212. Гоголев А. С., Потылицын А. П. Источник параметрического рентгеновского излучения с регулируемой длиной волны. *ЖТФ.* 2008. Vol. 78. P. 64–71.
213. Goponov Y. A., Laktionova S. A., Pligina O. O. et al. Influence of real photon diffraction on parametric X-ray radiation angular distribution in thin perfect crystals. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2015. Vol. 355. P. 150–154.
214. Blazhevich S. V., Zagorodniuk R. A., Noskov A. V. Diffracted transition radiation of a relativistic electron in a three-layer structure. *J. Exp. Theor. Phys.* 2014. Vol. 119. P. 641–650.

215. Blazhevich S. V., Noskov A. V. Coherent X-ray radiation excited by a diverging relativistic electron beam in a single crystal. *J. Exp. Theor. Phys.* 2015. Vol. 120. P. 753–761.
216. Pinsker Z. D. Dynamical scattering of X-rays in crystals. New York: Springer, 1978. 514 p.
217. Bohr N. On the theory of the decrease of velocity of moving electrified particles on passing through matter. *Phil. Mag.* 1913. Vol. 25. P. 10–31.
218. Bohr N. On the decrease of velocity of swiftly moving electrified particles in passing through matter. *Phil. Mag.* 1915. Vol. 30. P. 581–612.
219. Bohr N. The penetration of atomic particles through matter. *Mat. Fys. Medd. Danske Viden. Selsk.* 1948. Vol. 18, No. 8. P. 1–144.
220. Halpern O., Hall H. Energy losses of fast mesotrons and electrons in condensed materials. *Phys. Rev.* 1940. Vol. 57. P. 459–460.
221. Wick G. C. Sul frenamento delle particelle veloci. *Nuovo. Cim.* 1943. Vol. 1. P. 302–313.
222. Halpern O., Hall H. The ionization loss of energy of fast charged particles in gases and condensed bodies. *Phys. Rev.* 1948. Vol. 73. P. 477–486.
223. Sternheimer R. M. The density effect for the ionization loss in various materials. *Phys. Rev.* 1952. Vol. 88. P. 851–859.
224. Sternheimer R. M. Density effect for the ionization loss of charged particles. *Phys. Rev.* 1966. Vol. 145. P. 247–250.
225. Sternheimer R. M., Peierls F. General expression for the density effect for the ionization loss of charged particles. *Phys. Rev. B.* 1971. Vol. 3. P. 3681–3691.
226. Sternheimer R. M., Seltzer S. M., Berger M. J. Density effect for the ionization loss of charged particles in various substances. *Phys. Rev. B.* 1982. Vol. 26. P. 6067–6076.

227. Sternheimer R. M., Berger M. J., Seltzer S. M. Density effect for the ionization loss of charged particles in various substances. *Atomic data and nuclear data tables*. 1984. Vol. 30. P. 261–271.
228. Crispin A., Fowler G. N. Density effect in the ionization energy loss of fast charged particles in matter. *Rev. Mod. Phys.* 1970. Vol. 42. P. 290–316.
229. Esbensen H., Fich O., Golovchenko J. A. et al. Random and channeled energy loss in thin germanium and silicon crystals for positive and negative 2-15-GeV/c pions, kaons, and protons. *Phys. Rev. B*. 1978. Vol. 18. P. 1039–1054.
230. Bak J. F., Burenkov A., Petersen J. B. B. et al. Large departures from Landau distributions for high-energy particles traversing thin Si and Ge targets. *Nucl. Phys. B*. 1987. Vol. 288. P. 681–716.
231. Andersen K. K., Esberg J., Hansen K. R. et al. Restricted energy loss of ultrarelativistic particles in thin targets – A search for deviations from constancy. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2010. Vol. 268. P. 1412–1415.
232. Garibian G. M. Transition radiation effects in particle energy losses. *Sov. Phys. JETP*. 1960. Vol. 10. P. 372–376.
233. Alikhanian A. I., Garibian G. M., Lorikian M. P. et al. Ionization losses of the energy of fast electrons in thin films. *Sov. Phys. JETP*. 1963. Vol. 17. P. 756–757.
234. Alikhanian A. I., Val'ter A. K., Garibian G. M. et al. Ionization energy losses of fast electrons in thin polystyrene films. *Sov. Phys. JETP*. 1964. Vol. 19. P. 820–822.
235. Коваленко Г. Д. Эмиссия вторичных электронов из монокристаллов кремния и ниобия под действием ультрарелятивистских электронов. *УФЖ*. 1981. Т. 26, № 11. С. 1839–1843.

236. Vit'ko V. I., Kovalenko G. D. Secondary-electron yield in the interaction of ultrarelativistic electrons and positrons with single crystals. *Sov. Phys. JETP*. 1988. Vol. 67. P. 2141–2144.
237. Landau L. D. On the energy loss of fast particles by ionization. *J. Phys. USSR*. 1944. Vol. 8. P. 201–206.
238. Vavilov P. V. Ionization losses of high-energy heavy particles. *Sov. Phys. JETP*. 1957. Vol. 5. P. 749–751.
239. Шулек П., Головин Б. М., Кулюкина Л. А. и др. О флуктуациях ионизационных потерь. *Ядерная физика*. 1966. Т. 4. С. 564–566.
240. Bichsel H. Straggling in thin silicon detectors. *Rev Mod. Phys.* 1988. Vol. 60. P. 663–699.
241. Allison W. W. M., Cobb J. H. Relativistic charged particle identification by energy loss. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 1980. Vol. 30. P. 253–298.
242. Асосков В. С., Гришин В. М., Ермилова В. К. и др. Ионизационные эффекты в реальных детекторах релятивистских заряженных частиц. *Труды ФИАН*. 1982. Т. 140. С. 3–92.
243. Shchagin A. V., Shul'ga N. F., Trofymenko S. V. et al. Semiconductor detector with smoothly tunable effective thickness for the study of ionization loss by moderately relativistic electrons. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2016. Vol. 387. P. 29–33.
244. Nazhmudinov R. M., Kubankin A. S., Shchagin A. V. et al. Study of 50 GeV proton ionization loss by semiconductor detector with smoothly tunable thickness. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2017. Vol. 391. P. 69–72.
245. Fich O., Golovchenko J. A., Nielsen K. O. et al. Ionization loss of channeled 1.35-GeV/c protons and pions. *Phys. Rev. Lett.* 1976. Vol. 36. P. 1245–1248.
246. Esbensen H., Fich O., Golovchenko J. A. et al. Channeling of protons, pions and deuterons in the GeV region. *Nucl. Phys. B*. 1977. Vol. 127. P. 281–313.

247. Møller S. P., Biryukov V., Datz S. et al. Random and channeled energy loss of 33.2-TeV Pb nuclei in silicon single crystals. *Phys. Rev. A*. 2001. Vol. 64. P. 032902.
248. Trofymenko S. V., Kyryllin I. V. On the ionization loss spectra of high-energy channeled negatively charged particles. *Eur. Phys. J. C*. 2020. Vol. 80. P. 689.
249. Рязанов М. И. Электродинамика конденсированного вещества. М: Наука, 1984. 303 с.
250. Файнберг Я. Б. Ускорение заряженных частиц в плазме. *Физика плазмы*. 1997. Т. 23, № 4. С. 275–283.
251. Litos M., Adli E., An W. et al. High-efficiency acceleration of an electron beam in a plasma wakefield accelerator. *Nature*. 2014. Vol. 515. P. 92–95.
252. Chu W. K., Powers D. Calculation of mean excitation energy for all elements. *Phys. Lett. A*. 1972. Vol. 40. P. 23–24.
253. Тер-Микаелян М. Л. Спектр тормозного излучения в среде. *ДАН СССР*. 1954. Т. 94. С. 1033–1036.
254. Alakoz A. V., Chechin V. A., Kotenko L. P. et al. On the restricted energy loss of relativistic charged particles in matter. *Nucl. Instrum. Meth.* 1975. Vol. 124. P. 41–47.
255. Беспалов В. И. Взаимодействие ионизирующих излучений с веществом. Томск, Изд. ТПУ, 2008. 368 с.
256. Middleman L. M., Ford R. L., Hofstadter R. Measurement of cross sections for x-ray production by high-energy electrons. *Phys. Rev. A*. 1970. Vol. 2. P. 1429–1442.
257. Dangerfield G. R., Spicer B. M. K-shell ionization by relativistic electrons. *J. Phys. B*. 1975. Vol. 8. P. 1744–1751.
258. Ishii K., Kamiya M., Sera K. et al. Inner-shell ionization by ultrarelativistic electrons. *Phys. Rev. A*. 1977. Vol. 15. P. 906–913.

259. Hoffmann D. H. H., Brendel C., Genz H. et al. Inner-shell ionization by relativistic electron impact. *Z. Phys. A*. 1979. Vol. 293. P. 187–201.
260. Kamiya M., Kuwako A., Ishii K. et al. Density effect in K-shell ionization by ultrarelativistic electrons. *Phys. Rev. A*. 1980. Vol. 22. P. 413–420.
261. Genz H., Brendel C., Eschwey P. et al. Search for the density effect in inner-shell ionization by ultra relativistic electron impact. *Z. Phys. A*. 1982. Vol. 305. P. 9–19.
262. Bak J. F., Meyer F. E., Petersen J. B. B. et al. New experimental investigations of the density effect on inner-shell excitation and energy loss. *Phys. Rev. Lett.* 1983. Vol. 51. P. 1163–1166.
263. Bak J. F., Petersen J. B. B., Uggerhøj E. et al. Influence of transition radiation and density effect on atomic K-shell excitation. *Phys. Scr.* 1986. Vol. 33. P. 147–155 [480(Err.)].
264. Meyerhof W. E., Jensen D. G., Kawall D. M. et al. Density effect in Cu K-shell ionization by 5.1-GeV electrons. *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 68. P. 2293–2296.
265. Spooner D. W., Meyerhof W. E., Kuffner J. J. et al. Density effect in relativistic K-shell ionization. *Z. Phys. D*. 1994. Vol. 29. P. 265–268.
266. Sørensen A. H., Uggerhøj E. The hunt for the density effect in inner shell excitations. *Comments At. Mol. Phys.* 1986. Vol. 17. P. 285–308.
267. Ermilova V. K., Chechin V. A. Transition effects in the cross section for the excitation of the K shell of atoms by relativistic charged particles. *JETP Lett.* 1987. Vol. 45. P. 676–679.
268. Sørensen A. H. Atomic K-shell excitation at ultrarelativistic impact energies. *Phys. Rev. A*. 1987. Vol. 36. P. 3125–3137.
269. Chechin V. A., Ermilova V. K. Anomalous density effect near the interface between two media. *Z. Phys. D*. 1989. Vol. 13. P. 33–43.

270. X-ray database. https://henke.lbl.gov/optical_constants/atten2.html. 2010. (last accessed: 14.12.2020).
271. Tanabashi M., Hagiwara K., Hikasa K. et al. (Particle Data Group). Review of particle physics. *Phys. Rev. D*. 2018. Vol. 98. P. 030001.
272. Potekhin A. Y. The physics of neutron stars. *Phys. Usp.* 2010. Vol. 53. P. 1235–1256.
273. Beskin V. S. Radio pulsars – already fifty years!. *Phys. Usp.* 2018. Vol. 61. P. 353–380.
274. Hewish A., Bell S. J., Pilkington J. D. H. et al. Observation of a rapidly pulsating radio source. *Nature*. 1968. Vol. 217. P. 709–713.
275. Gold T. Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources. *Nature*. 1968. Vol. 218. P. 731–732.
276. Landau L. D. On the theory of stars. *Phys. Z. Sowjetunion*. 1932. Vol. 1. P. 285.
277. Baade W., Zwicky F. On super-novae. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*. 1934. Vol. 20, No. 5. P. 254–259.
278. Gil J. Interpulse beams and profile components. *Astrophys J.* 1985. Vol. 299. P. 154–160.
279. Петрова С. А. Механизм образования компонент радиоизлучения пульсара за пределами главного импульса. II. Интеримпульс. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2008. Т. 13, № 2. С. 109–119.
280. Petrova S. A. Formation of the radio profile components of the Crab pulsar. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2009. Vol. 395. P. 1723–1732.
281. Kramer M. Pulsars as probes of gravity and fundamental physics. *Int. J. Mod. Phys. D*. 2016. Vol. 25, No. 14. P. 1630029.
282. Radhakrishnan V., Cooke D. J. Magnetic poles and the polarization structure of pulsar radiation. *Astrophys. Lett.* 1969. Vol. 3. P. 225–229.

283. Goldreich P., Julian W. H. Pulsar electrodynamics. *Astrophys. J.* 1969. Vol. 157. P. 869–880.
284. Komesaroff M. M. Possible mechanism for the pulsar radio emission. *Nature.* 1970. Vol. 225. P. 612–614.
285. Sturrock P. A. A model of pulsars. *Astrophys. J.* 1971. Vol. 164. P. 529–556.
286. Ruderman M. A., Sutherland R. G. Theory of pulsars: polar gaps, sparks and coherent microwave radiation. *Astrophys. J.* 1975. Vol. 196. P. 51–72.
287. Fawley W. M., Arons J., Scharlemann E. T. Potential drops above pulsar polar caps: acceleration of nonneutral beams from the stellar surface. *Astrophys. J.* 1977. Vol. 217. P. 227–243.
288. Mestel L. Force-free pulsar magnetospheres. *Astrophys. Space Sci.* 1973. Vol. 24. P. 289–297.
289. Michel F. C. Rotating magnetosphere: a simple relativistic model. *Astrophys. J.* 1973. Vol. 180. P. 207–226.
290. Okamoto I. Force-free pulsar magnetosphere – i: The steady, axisymmetric theory for the charge-separated plasma. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1974. Vol. 167. P. 457–474.
291. Beskin V. S., Gurevich A. V., Istomin Y. N. Electrodynamics of pulsar magnetospheres. *Sov. Phys. JETP.* 1983. Vol. 58. P. 235–253.
292. Contopoulos I., Kazanas D., Fendt C. The axisymmetric pulsar magnetosphere. *Astrophys. J.* 1999. Vol. 511. P. 351–358.
293. Bogovalov S. V. On the physics of cold MHD winds from oblique rotators. *Astron. Astrophys.* 1999. Vol. 349. P. 1017–1026.
294. Spitkovsky A. Time-dependent force-free pulsar magnetospheres: Axisymmetric and oblique rotators. *Astrophys. J. Lett.* 2006. Vol. 648. P. 51–54.

295. Philippov A. A., Spitkovsky A. Ab initio pulsar magnetosphere: Three-dimensional particle-in-cell simulations of axisymmetric pulsars. *Astrophys. J. Lett.* 2014. Vol. 785. P. L33.
296. Chen A. Y., Beloborodov A. M. Electrodynamics of axisymmetric pulsar magnetosphere with electron-positron discharge: A numerical experiment. *Astrophys. J. Lett.* 2014. Vol. 795. P. L22.
297. Istomin Y. N., Sob'yanin D. N. Absorption of gamma-ray photons in a vacuum neutron star magnetosphere: I. Electron-positron pair production. *J. Exp. Theor. Phys.* 2011. Vol. 113, No. 4. P. 592–604.
298. Melrose D. B. Coherent emission mechanisms in astrophysical plasmas. *Rev. Mod. Plasma Phys.* 2017. Vol. 1. P. 5.
299. Cheng A., Ruderman M. Particle acceleration and radio emission above pulsar polar caps. *Astrophys. J.* 1980. Vol. 235. P. 576–586.
300. Asseo E., Pellat R., Sol H. Pulsar radio emission and bunching mechanisms. *Astrophys. J.* 1983. Vol. 266. P. 201–214.
301. Eilek J. A., Hankins T. H. Radio emission physics in the Crab pulsar. *J. Plasma Phys.* 2016. Vol. 82. P. 635820302.
302. Usov V. V. On two-stream instability in pulsar magnetospheres. *Astrophys. J.* 1987. Vol. 320. P. 333–335.
303. Ursov V. N., Usov V. V. Plasma flow nonstationarity in pulsar magnetospheres and two-stream instability. *Astrophys. Space Sci.* 1988. Vol. 140. P. 325–336.
304. Nasonov N. N. Influence of the density effect upon the parametric X-rays of high energy particles. *Phys. Lett. A.* 1998. Vol. 246. P. 148–150.
305. Potylitsyn A. P., Verzilov V. A. Parametric X-rays and transition-diffracted radiation in crystal stacks. *Phys. Lett. A.* 1995. Vol. 209. P. 380–384.

306. Andreyashkin M. Y., Zabaev V. N., Kaplin V. V. et al. Observation of coherent X-ray production by 800-MeV electrons in a periodic triple-crystal target. *JETP Lett.* 1997. Vol. 65. P. 625–631.
307. Khodnevykh V., Delerue N. Comparison of coherent Smith-Purcell radiation and coherent transition radiation. Proc. IPAC 2016 Conference. Busan, Korea, 2016. P. MOPMB003.
308. Shul'ga N. F., Dobrovol'skii S. N. Theory of relativistic electron transition radiation in a thin metal target. *Sov. Phys. JETP.* 2000. Vol. 90. P. 579–583.
309. Hölzer G., Fritsch M., Deutsch M. et al. $K\alpha_{1,2}$ and $K\beta_{1,3}$ x-ray emission lines of the 3d transition metals. *Phys. Rev. A.* 1997. Vol. 56. P. 4554–4568.
310. Borsellino A. Momentum transfer and angle of divergence of pairs produced by photons. *Phys. Rev.* 1953. Vol. 89. P. 1023–1025.
311. Duman E. L., Men'shikov L. I., Smirnov B. M. “Destruction” of hydrogen atom by collisions with multiply charged ions. *Sov. Phys. JETP.* 1979. Vol. 49. P. 260–266.
312. Войтквив А. Б., Коваль А. В. Возбуждение и ионизация атомов быстрыми многозарядными ионами. *ЖТФ.* 1994. Т. 64. С. 188–191.
313. Davydov A. S. Quantum Mechanics. Oxford: Pergamon Press, 1965. 652 p.
314. Landau L. D., Lifshitz E. M. Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1981. 689 p.
315. Kontorovich V. M. Nonlinear reflection from the surface of neutron stars and features of radio emission from the pulsar in the Crab nebula. *Low Temperature Physics.* 2016. Vol. 42. P. 672–678.
316. Kontorovich V. M., Flanchik A. B. High-frequency cut-off of spectrum and change in the mechanism of radio emission in pulsars. *Astrophys. Space Sci.* 2013. Vol. 345. P. 169–175.

317. Barsukov D. P., Goglichidze O. A., Tsygan A. I. Influence of small-scale magnetic field on the reverse positron current in the inner gaps of radio pulsars. *Astronomy Reports*. 2016. Vol. 60. P. 586–597.
318. Radhakrishnan V. Fifteen months of pulsar astronomy. *Proc. Astron. Soc. Austral.* 1969. Vol. 1. P. 254–263.
319. Shibata S., Miyazaki J., Takahara F. On the electric field screening by electron-positron pairs in the pulsar magnetosphere II. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2002. Vol. 336. P. 233–240.
320. Arons J. Pulsar emission: Where to go. Neutron Stars and Pulsars. Astrophysics and Space Science Library / Ed. by W. Becker. Berlin-Heidelberg: Springer, 2009. Vol. 357. P. 373–420.
321. Harding A. K. The neutron star zoo. *Frontiers of Physics*. 2013. Vol. 8. P. 679–692.
322. Al'ber Y. I., Krotova Z. N., Eidman V. Y. Cascade process in strong magnetic and electric fields under astrophysical conditions. *Astrophysics*. 1975. Vol. 11. P. 189–195.
323. Krasnoselskikh V., Voshchepynets A. Probabilistic model of beam-plasma interaction in the randomly inhomogeneous solar wind. *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2015. Vol. 120. P. 10139.
324. Ternov I. M. Synchrotron radiation. *Phys. Usp.* 1995. Vol. 38. P. 409–434.
325. Shul'ga N. F., Tyutyunnik D. N. On coherent radiation in collisions of short bunches of relativistic particles. *JETP Lett.* 2003. Vol. 78. P. 700–702.
326. Beskin V. S. MHD Flows in Compact Astrophysical Objects. Berlin: Springer, 2010. 425 p.
327. Manchester R. N., Hobbs G. B., Teoh A., Hobbs M. The Australia Telescope National Facility pulsar catalogue. *Astron. J.* 2005. Vol. 129. P. 1993–2006.

328. Muslimov A. G., Harding A. K. High-altitude particle acceleration and radiation in pulsar slot gaps. *Astrophys. J.* 2004. Vol. 606. P. 1143–1153.
329. Shibata S. Electric field screening by pairs in the presence of returning positrons. Conference proceedings “Neutron Stars in Supernova Remnants” ASP Conference Series / Ed. by P. O. Slane, B. M. Gaensler. 2002. Vol. 271. P. 105–108.
330. Sieber W. Pulsar spectra: a summary. *Astron. & Astrophys.* 1973. Vol. 28. P. 237–252.
331. Ellingson S. W., Clarke T. E., Craig J. et al. Observations of Crab giant pulses in 2084 MHz using LWA1. *Astrophys. J.* 2013. Vol. 768. P. 136.

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ
ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. On ionization energy losses of high-energy electron-positron pair in thin targets. *Phys. Lett. A*. 2013. Vol. 377. P. 2265–2269. Квартиль Q2 (2013).

2. Shul'ga N. F., Trofymenko S. V. Anti-Chudakov effect in high-energy electron-positron pair ionization loss in thin target. *Phys. Lett. A*. 2014. Vol. 378. P. 315–318. Квартиль Q2 (2014).

3. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. The influence of non-parallelism of electron and positron velocities upon high-energy e^+e^- pair ionization loss in thin plate. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2015. Vol. 355. P. 140–143. Квартиль Q1 (2015).

4. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Effects of prewave zone and electron “half-bareness” in millimeter wavelength transition radiation. 2016 IEEE Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. *IEEE Xplore Digital Library, IEEE Conf. Publ.* 2016. P. 365–368.

5. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Formation region effects in transition radiation, bremsstrahlung, and ionization loss of ultrarelativistic electrons. *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2016. Vol. 19. P. 112801. Квартиль Q2 (2016).

6. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Anomalous ionization loss of high-energy e^+e^- pairs in thin targets. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*. 2017. Vol. 402. P. 44–48. Квартиль Q2 (2017).

7. Trofymenko S. V. On anti-Chudakov effect in ultrarelativistic electron-positron pair ionization loss in thin target. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2017. Vol. 109.

P. 60–66. Квартиль Q4 (2017).

8. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F., Delerue N., Jenzer S., Khodnevykh V., Migayron A. Proposal to observe half-bare electrons on 45-MeV linac. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2017. Vol. 874. P. 012076. Квартиль Q3 (2017).

9. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. On the mystery of the interpulse shift in the Crab pulsar. *J. Phys. Sci. Appl.* 2017. Vol. 7(4). P. 11–27.

10. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Radiation reflection from star surface reveals the mystery of interpulse shift and appearance of high frequency components in the Crab pulsar. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2017. Vol. 932. P. 012020. Квартиль Q3 (2017).

11. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Reflection of positron radiation from star surface and shift of inter pulse position in Crab pulsar. *Adv. Astron. Space Phys.* 2017. Vol. 7. P. 30–35.

12. Trofymenko S. V., Kontorovich V. M. Half-bare positron in the inner gap of a pulsar. *Adv. Astron. Space Phys.* 2017. Vol. 7. P. 36–41.

13. Trofymenko S. V. X-ray emission by a high-energy electron with a nonequilibrium field in an ultrathin crystal. *Phys. Rev. A.* 2018. Vol. 98. P. 023813. Квартиль Q1 (2018).

14. Trofymenko S. V. Coherent X-ray radiation by an ultra-relativistic “half-bare” electron in thin crystal. 2018 IEEE Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. *IEEE Xplore Digital Library, IEEE Conf. Publ.* 2018. P. 314–317.

15. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F., Shchagin A. V. Diffracted x-ray transition radiation by a “half-bare” electron. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2019. Vol. 22. P. 024501. Квартиль Q2 (2019).

16. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Interference effect in the ionization loss of high-energy electron bunches. *Phys. Lett. A.* 2019. Vol. 383. P. 2561–2566. Квартиль Q2 (2019).

17. Shul'ga N. F., Trofymenko S. V., Barsuk S. Ya., Bezshyyko O. A. On

transition radiation by a low-energy relativistic “half-bare” electron. *Eur. Phys. J. Plus.* 2019. Vol. 134. P. 343. Квартиль Q2 (2019).

18. Trofymenko S. V., Nazhmudinov R. M., Shchagin A. V., Kubankin A. S., Potylitsyn A. P., Gogolev A. S., Filatov N. A., Kube G., Potylitsina-Kube N. A., Stanitzki M., Diener R., Novokshonov A. Formation region effects in x-ray transition radiation from 1 to 6 GeV electrons in multilayer targets. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B.* 2020. Vol. 476. P. 44–51. Квартиль Q2 (2019).

19. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. Energy loss by relativistic electron ensembles due to coherent excitation and ionization of atoms. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2020. Vol. 23. P. 084501. Квартиль Q2 (2019).

20. Trofymenko S. V. *K*-shell ionization and characteristic x-ray radiation by high-energy electrons in multifoil targets. *Phys. Rev. A.* 2020. Vol. 102. P. 062804. Квартиль Q1 (2019).

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

21. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Антиэффект Чудакова в ионизационных потерях высокоэнергетической электрон-позитронной пары в тонкой мишени. *XII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (17–21 марта, 2014, Харьков, Украина). Харьков, 2014. С. 104.

22. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. Ionization effect from ultra relativistic electron-positron pair in thin plate. *6th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena “Channeling-2014”*: Book of abstracts (October 5–10, 2014, Capri, Italy). Capri, 2014. P. 31.

23. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. The influence of transition radiation upon electron-positron pair ionization loss. *7th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena “Channeling-2016”*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione-Desenzano del Garda, Italy). Sirmione, 2016. P. 133.

24. Trofymenko S. V., Shul’ga N. F. On the measurement of transition radiati-

on characteristics in the prewave zone with the use of restricted parabolic mirror. *7th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena "Channeling-2016"*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione-Desenzano del Garda, Italy). Sirmione, 2016. P. 34.

25. Трофименко С. В. Об особенностях ионизационных потерь электрон-позитронных пар в тонких слоях вещества. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (21–24 марта, 2017, Харьков, Украина). Харьков, 2017. С. 110.

26. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. On the mystery of the interpulse shift in the Crab pulsar. *International Conference "Physics of neutron stars 2017"*: Book of abstracts (July 10–14, 2017, Saint Petersburg, Russia). Saint Petersburg, 2017. P. 70.

27. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Modification of Chudakov effect in e^+e^- pair ionization loss induced by transition radiation. *XII International Symposium "Radiation from relativistic electrons in periodic structures" (RREPS-17)*: Book of abstracts (September 18–22, 2017, Hamburg, Germany). Hamburg, 2017. P. 71.

28. Kontorovich V. M., Trofymenko S. V. Energy spectrum and frequency range of coherent radiation by positrons forming shifted interpulse of Crab pulsar. *IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering*: Book of abstracts (October 17–20, 2017, Lviv, Ukraine). Lviv, 2017. P. 160–162.

29. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Когерентное рентгеновское излучение электрона с неравновесным полем в ультратонком кристалле. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (20–23 марта, 2018, Харьков, Украина). Харьков, 2018. С. 105.

30. Конторович В. М., Трофименко С. В. Излучение релятивистских позитронов как механизм формирования интеримпульса в пульсаре Краба. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: Книга тезисов (20–23 марта, 2018, Харьков, Украина). Харьков, 2018. С. 106–

107.

31. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Интерференционные эффекты в параметрическом и дифрагированном переходном излучении электрона в ультратонком кристалле. *XLVIII Международная Тулиновская конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: Книга тезисов (29–31 мая, 2018, Москва, Россия). Москва, 2018. С. 75.

32. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. X-ray emission by a high-energy “half-bare” electron in ultra-thin crystal. *8th International Conference on Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena “Channeling-2018”*: Book of abstracts (September 23–28, 2018, Ischia, Italy). Ischia, 2018. P. 21.

33. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. О возможности когерентного усиления ионизационных потерь банча электронов высокой энергии. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: Книга тезисов (26–29 марта, 2019, Харьков, Украина). Харьков, 2019. С. 110.

34. Нажмудинов Р. М., Трофименко С. В., Щагин А. В., Кубанкин А. С., Потылицын А. П., Гоголев А. С., Филатов Н. А., Кубе Г., Потылицына-Кубе Н. А., Станицки М., Динер Р., Новокшенов А. Эффекты длины формирования в рентгеновском переходном излучении электронов с энергией 1-6 ГэВ в многослойных мишенях различного периода. *XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: Книга тезисов (26–29 марта, 2019, Харьков, Украина). Харьков, 2019. С. 114.

35. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effect in the ionization energy loss of ultrarelativistic electron bunches. *International Conference of Young Scientists and Post-graduates*: Book of abstracts (May 21-24, 2019, Uzhgorod, Ukraine). Uzhgorod, 2019. P. 192–193.

36. Трофименко С. В., Шульга Н. Ф. Когерентный эффект в ионизационных потерях банча электронов высокой энергии. *XLIX Международная Тулиновская конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: Книга тезисов (29–31 мая, 2019, Москва, Россия). Москва, 2019.

C. 120.

37. Nazhmudinov R. M., Trofymenko S. V., Shchagin A. V., Shul'ga N. F., Kubankin A. S., Potylitsyn A. P., Gogolev A. S., Filatov N. A., Kube G., Potylitsina-Kube N. A., Stanitzki M., Diener R., Novokshonov A. Formation region effects in x-ray emission by 1-6 GeV electrons. *XLIX Международная Тулиновская конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами: Книга тезисов* (29–31 мая, 2019, Москва, Россия). Москва, 2019. С. 126.

38. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effect in ionization loss of relativistic electron ensembles in ultrathin targets. *XXXI International Conference on Photonic, Electronic, and Atomic Collisions.: Collection of abstracts* (July 23–30, 2019, Deauville, France). *J. Phys.: Conf. Ser.* 2020. Vol. 1412. P. 202018.

39. Trofymenko S. V., Shul'ga N. F. Coherent effects in the ionization loss of high-energy electron bunches. *XIII International Symposium "Radiation from relativistic electrons in periodic structures" (RREPS-19): Book of abstracts* (September 16–20, 2019, Belgorod, Russia). Belgorod, 2019. P. 22.

40. Trofymenko S. V., Nazhmudinov R. M., Shchagin A. V., Kubankin A. S., Potylitsyn A. P., Gogolev A. S., Filatov N. A., Kube G., Potylitsina-Kube N. A., Stanitzki M., Diener R., Novokshonov A. Manifestation of the formation length effect for x-ray transition radiation by 1-6 GeV electrons in periodic multifoil radiators. *XIII International Symposium "Radiation from relativistic electrons in periodic structures" (RREPS-19): Book of abstracts* (September 16–20, 2019, Belgorod, Russia). Belgorod, 2019. P. 118.

41. Трофименко С. В. Квантовая теория ионизационных потерь электронных сгустков при наличии когерентных эффектов. *XVIII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике: Книга тезисов* (24–27 марта, 2020, Харьков, Украина). Харьков, 2020. С. 56–57.