ІНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ІМЕНІ О.І. АХІЄЗЕРА
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Кириллін Ігор Володимирович

УДК 539.12

ДИСЕРТАЦІЯ

ОРІЄНТАЦІЙНІ ЕФЕКТИ ПРИ ПРОХОДЖЕННІ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК ЧЕРЕЗ ЗІГНУТІ КРИСТАЛИ

01.04.02 – Теоретична фізика
Фізико-математичні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук.
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело
_____ І.В. Кириллін

Науковий консультант — **Шульга Микола Федорович**, доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України

Харків – 2021

АНОТАЦІЯ

Кириллін І. В. Орієнтаційні ефекти при проходженні релятивістських заряджених частинок через зігнуті кристали. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 «Теоретична фізика» (104 – Фізика та астрономія). – Інститут теоретичної фізики імені О.І. Ахієзера, Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» Національної академії наук України, Харків, 2021.

У дисертаційній роботі представлені результати досліджень ефектів, які мають місце при проходженні релятивістських заряджених частинок через орієнтовані зігнуті кристали. Зокрема проведено дослідження орієнтаційної залежності ймовірності близьких зіткнень релятивістських заряджених частинок з атомами у зігнутому кристалі. Знайдено залежність ймовірності близьких зіткнень релятивістських позитивно заряджених частинок з атомами у зігнутому кристалі від кута $\theta_{y,in}$ між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Показано, що ця залежність має мінімум при $\theta_{y,in} \to 0$, що відповідає руху частинок у зігнутому кристалі в режимі стохастичного відхилення. При $\theta_{y,in} \gg \psi_c$ має місце площинне каналювання і залежність ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{y,in}$ виходить на константу. Крім того вказана ймовірність має різкий максимум при $\theta_{y,in} \approx \psi_c$, коли ортогональна енергія частинок стає достатньою для того, щоб всі частинки пучка могли близько наближатися до атомних ланцюжків, і при цьому площинне каналювання ще не має місця. Показано, що для позитивно заряджених частинок вигин кристала руйнує ефект зависання частинок поблизу атомних площин, а об'ємне відбиття в зігнутому кристалі відповідає умовам, при яких ймовірність близьких зіткнень є максимальною. Отримано залежність

ймовірності близьких зіткнень релятивістських негативно заряджених частинок з атомами у зігнутому кристалі від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Показано, що у випадку стохастичного відхилення ця ймовірність є значно більшою, ніж при площинному каналюванні. Також показано, що вигин кристала руйнує ефект зависання частинок між атомними площинами, а об'ємне відбиття в зігнутому кристалі відповідає умовам, при яких ймовірність близьких зіткнень є мінімальною.

Досліджено вплив некогерентного розсіювання на ефективність відхилення релятивістських заряджених частинок зігнутим кристалом. Узагальнено теоретичний опис стохастичного механізму відхилення на випадок руху частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання. В моделі потенціалу атомного ланцюжка $U_{st}(\rho) = U_0 \left(\frac{a}{\rho}\right)^2$ отримано вираз для максимального кута відхилення релятивістських заряджених частинок при стохастичному відхиленні α_{st}. Для негативно заряджених частинок показано існування оптимального радіуса вигину кристала, якій відповідає максимуму α_{st}, і знайдено його вираз. Цей результат є важливим з огляду на те, що він дає змогу обрати оптимальні параметри зігнутого кристала для отримання найбільш ефективного відхилення негативно заряджених частинок за допомогою стохастичного механізму відхилення. За допомогою чисельного моделювання в реалістичному наближенні потенціалу атомних ланцюжків в моделі Дойля-Тернера знайдено залежність оптимального радіуса вигину кристала при стохастичному відхиленні частинок та максимального кута, на який відхиляється задана частка частинок пучка за допомогою стохастичного відхилення, від енергії частинок в широкому діапазоні енергій від 100 ГеВ до 1,3 ТеВ. Узагальнено теоретичний опис площинного каналювання негативно заряджених частинок на випадок руху частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання. Отримано вираз для долі частинок, які залишаються в підбар'єрному стані на заданій товщині кристала. Для негативно заряджених частинок показано існування оптимального радіуса вигину

кристала, якій відповідає максимальному куту відхилення заданої частини частинок пучка f при площинному каналюванні частинок. Цей результат є важливим з огляду на те, що він дає змогу обрати оптимальні параметри зігнутого кристала для отримання найбільш ефективного відхилення негативно заряджених частинок за допомогою площинного каналювання у зігнутому кристалі. Показано, що в рамках моделі параболічного потенціалу кристалічних атомних площин відношення оптимального радіуса вигину кристала до критичного радіуса площинного каналювання не залежить від енергії частинок. Знайдено залежність вказаного відношення від f. За допомогою чисельного моделювання в реалістичному наближенні потенціалу атомних ланцюжків в моделі Дойля-Тернера знайдено залежність максимального кута відхилення заданої частини частинок пучка при площинному каналюванні від енергії частинок в широкому діапазоні енергій від 10 ГеВ до 10 ТеВ. Підтверджено, що і в реалістичному потенціалі атомних площин відношення оптимального радіуса вигину кристала до критичного радіуса площинного каналювання не залежить від енергії частинок.

Досліджено зміну форми пучків релятивістських заряджених частинок при їх проходженні через зігнутий кристал та орієнтаційну залежність ефективності стохастичного відхилення заряджених частинок. Показана принципова можливість розщеплення пучка релятивістських позитивно заряджених частинок на декілька пучків при проходженні пучка частинок через зігнутий кристал в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення. Розщеплення можливе завдяки переходу частинок в режим площинного каналювання в нахилених площинних каналах. Знайдено залежність ефективності такого розщеплення від радіуса вигину кристала та від орієнтації кристала. Показано, що завдяки зміні орієнтації кристала можна змінювати кількість частинок, які захоплюються в різні нахилені площинні канали зігнутого кристала, тобто можливе розщеплення первинного пучка позитивно заряджених частинок на декілька пучків з різною кількістю частинок в цих пучках. Проведено порів-

няння ефективності стохастичного відхилення при різних осьових орієнтаціях зігнутого кристала. Показано, що орієнтація кристала відносно налітаючого пучка заряджених частинок поблизу кристалічної осі $\langle 110 \rangle$ дозволяє відхилити найбільшу кількість заряджених частинок. Знайдено залежність ефективності стохастичного механізму відхилення від вибору площини вигину кристала.

Досліджено іонізаційні втрати енергії релятивістських негативно заряджених частинок в орієнтованих кристалах. Вивчено властивості спектрів іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок при їх площинному каналюванні у кристалах. Показано, що форма спектра іонізаційних втрат енергії є чутливою до значення довжини деканалювання l_d при $L \sim l_d$, де L – це товщина кристала. Запропоновано метод експериментального визначення довжини деканалювання, заснований на вимірюванні спектру іонізаційних втрат енергії. Знайдено характер залежності висоти максимуму спектру іонізаційних втрат енергії від кута $\theta_{x,in}$ між імпульсом налітаючих на кристал частинок та кристалічною площиною. Знайдено характер залежності висоти максимуму спектру іонізаційних втрат енергії від радіуса вигину кристала.

Досліджено вплив розсіювання релятивістських позитивно заряджених частинок на окремих ланцюжках атомів в кристалі на стабільність їх руху в режимі площинного каналювання. Отримано залежність кількості позитивно заряджених частинок, які при русі в орієнтованому кристалі залишаються в режимі площинного каналювання, від кута $\theta_{x,in}$ між початковим імпульсом частинок та кристалічними атомними площинами, в полі яких рухається частинка, та від кута $\theta_{y,in}$ між початковим імпульсом частинок та площиною, яка містить у собі кристалічну вісь, поблизу якої орієнтовано кристал, і є ортогональною до атомних площин, в полі яких має місце каналювання. Аналіз цієї залежності показав, що при $\theta_{y,in} \gtrsim 6\psi_c$ (де ψ_c – це критичний кут осьового каналювання) розсіювання на окремих атомних ланцюжках не вносить суттєвого вкладу в стабільність руху частинок у режимі площинного каналювання. В той же час при $\theta_{y,in} < 6\psi_c$ велика кількість частинок за рахунок розсіювання на окремих

атомних ланцюжках виходить з режиму підбар'єрного руху в полі атомних площин, тобто деканалює. Показано, що залежність кількості підбар'єрних частинок від кута $\theta_{y,in}$ має резонансний характер, який було якісно пояснено за допомогою аналітичної моделі гармонічного осцилятора, на який діє періодична зовнішня сила. Отримана залежність є важливою для розуміння умов, при яких має місце стабільне площинне каналювання позитивно заряджених частинок. Теоретичний опис випромінювання каналюючих частинок узагальнено на випадок кутів між імпульсом частинок і атомними ланцюжками, при яких стають помітними локальні максимуми у спектрі випромінювання, пов'язані з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках. За допомогою застосування моделі гармонічного осцилятора, на який діє періодична зовнішня сила, для опису розсіювання каналюючих частинок на окремих атомних ланцюжках аналітично знайдено положення локальних максимумів в спектрі випромінювання каналюючих частинок, які відповідають розсіюванню на атомних ланцюжках. Також знайдено залежність положення цих максимумів від кута $\theta_{y,in}$. Аналітичний результат підтверджено чисельним моделюванням в більш реальному наближенні потенціалу атомних ланцюжків у моделі Дойля-Тернера. Аналіз кутових розподілів позитивно заряджених частинок після їх проходження через зігнутий кристал та профілів цих розподілів у площині вигину кристала при різних значеннях кута $\theta_{y,in}$ для трьох основних площинних орієнтації кристала кремнію дав змогу встановити, що як і у прямому кристалі при $\theta_{y,in} \gtrsim 6\psi_c$ розсіювання на окремих атомних ланцюжках не вносить суттєвого вкладу в стабільність руху частинок у режимі площинного каналювання і в ефективність відхилення частинок зігнутим кристалом.

Серед основних результатів і таких, що мають наукову новизну, в стислому вигляді можуть бути виділені наступні. Знайдено залежність ймовірності близьких зіткнень як позитивно, так і негативно заряджених релятивістських частинок з атомами у зігнутому кристалі від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Запропоновано

метод знаходження оптимальних умов для ефективного відхилення негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі. Узагальнено теоретичний опис стохастичного механізму відхилення на випадок руху частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання та знайдено залежність оптимального радіуса вигину кристала при стохастичному відхиленні частинок та максимального кута, на який відхиляється задана частка частинок пучка за допомогою стохастичного відхилення, від енергії частинок в широкому діапазоні енергій від 100 ГеВ до 1,3 ТеВ. Узагальнено теоретичний опис площинного каналювання негативно заряджених частинок на випадок руху частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання та знайдено залежність максимального кута відхилення заданої частини частинок пучка при площинному каналюванні від енергії частинок в широкому діапазоні енергій від 10 ГеВ до 10 ТеВ. Запропоновано метод розщеплення пучка релятивістських позитивно заряджених частинок на декілька пучків при проходженні пучка частинок через зігнутий кристал в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення та знайдено оптимальні умови для такого розщеплення. Знайдено залежність ефективності стохастичного механізму відхилення від вибору площини вигину кристала. Отримано спектри іонізаційних втрат енергії швидких негативно заряджених частинок при площинному каналюванні в прямому та зігнутому кристалі та знайдено зв'язок між характеристиками цих спектрів та довжиною деканалювання заряджених частинок у кристалі. Отримано залежність кількості позитивно заряджених частинок, які при русі в орієнтованому кристалі залишаються в режимі площинного каналювання, від кута між початковим імпульсом частинок та кристалічними атомними площинами, в полі яких рухається частинка, та від кута між початковим імпульсом частинок та площиною, яка містить у собі кристалічну вісь, поблизу якої орієнтовано кристал, і є ортогональною до атомних площин, в полі яких має місце каналювання. Теоретичний опис випромінювання каналюючих частинок узагальнено на випадок кутів між імпульсом частинок і атомними ланцюжками,

при яких стають помітними локальні максимуми у спектрі випромінювання, пов'язані з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках.

Практичне і наукове значення отриманих результатів полягає в тому, що розвинений в дисертаційній роботі теоретичний аналіз дозволяє поглибити уявлення про процеси, які мають місце при русі релятивістських заряджених частинок у зігнутих кристалах, а результати досліджень можуть бути використані як для постановки нових експериментів в ЦЕРН, GSI та інших прискорювальних центрах, так і для застосування зігнутих кристалів для виведення пучків високоенергетичних заряджених частинок з прискорювачів, розщеплення пучків на декілька частин, зміни форми пучків на малих відстанях, відхилення короткоживучих частинок та генерації електромагнітного випромінювання в широкому діапазоні частот.

Ключові слова: релятивістські заряджені частинки, зігнутий кристал, атомні ланцюжки, атомні площини, близькі зіткнення, зміна форми пучків, іонізаційні втрати енергії, некогерентне розсіювання.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the influence of scattering on atomic strings on the stability of planar channeling of high-energy positively charged particles. *J. Instrum.* 2018. Vol. 13. P. C02020 (1–9). Квартиль Q1 (2018).

2. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Energy dependence of the efficiency of high-energy negatively charged particle beam deflection by planar channeling in a bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2019. Vol. 79. P. 1015 (1–6). Квартиль Q1 (2019).

3. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the influence of periodicity in the arrangement of crystalline atomic strings upon the spectral and spectral-angular distribution of high-energy positively charged particle radiation in crystal. *J. Instrum.* 2020. Vol. 15. P. C07019 (1–6). Квартиль Q1 (2019).

4. Trofymenko S. V., Kyryllin I. V. On the ionization loss spectra of high-energy channeled negatively charged particles. *Eur. Phys. J. C.* 2020. Vol. 80. P. 689 (1–6). Квартиль Q1 (2019).

5. Kirillin I. V., Shul'ga N. F., Bandiera L. et al. Influence of incoherent scattering on stochastic deflection of high-energy negative particle beams in bent crystals. *Eur. Phys. J. C.* 2017. Vol. 77. P. 117 (1–7). Квартиль Q1 (2017).

6. Bandiera L., Mazzolari A., Bagli E. et al. (Kirillin I. V.). Relaxation of axially confined 400 GeV/c protons to planar channeling in a bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2016. Vol. 76. P. 80 (1–6). Квартиль Q1 (2016).

7. Kirillin I. V., Shul'ga N. F. Orientation dependence of the probability of close collisions during passage of high-energy negatively charged particle through a bent crystal. *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B.* 2015. Vol. 355. P. 49–52. Квартиль Q2 (2015).

8. Kirillin I. V., Shul'ga N. F. Dependence of the probability of close collisions of high-energy charged particles in a bent crystal on the orientation of the crystal.

Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B. 2017. Vol. 402. P. 40–43. Квартиль Q2 (2017).

9. Bandiera L., Kirillin I. V., Bagli E. et al. Splitting of a high-energy positively-charged particle beam with a bent crystal. *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B.* 2017. Vol. 402. P. 296–299. Квартиль Q2 (2017).

10. Kirillin I. V. Optimal radius of crystal curvature for planar channeling of high-energy negatively charged particles in a bent crystal. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2017. Vol. 20. P. 104401 (1–5). Квартиль Q3 (2017).

11. Afonin A. G., Baranov V. T., Bulgakov M. K. et al. (Kirillin I. V.). A Study of Collimation and Extraction of the U-70 Accelerator Beam Using an Axially Oriented Crystal. *Instrum. Exp. Tech.* 2016. Vol. 59. P. 196–202. Квартиль Q3 (2016).

12. Kirillin I. V. On the dependence of the efficiency of stochastic mechanism of charged particle beam deflection in a bent crystal on the particle energy. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2017. Vol. 109. P. 67–71. Квартиль Q4 (2017).

13. Кириллін І. В. Механізми відхилення пучків високоенергетичних заряджених частинок зігнутими кристалами. Теорія та експерименти ЦЕРН. *Вісн. Нац. акад. наук України.* 2018. № 8. С. 76–80.

14. Bandiera L., Kyryllin I. V., Brizzolari C. et al. Investigation on steering of ultrarelativistic $e^{\pm}$ beam through an axially oriented bent crystal. *arXiv:2011.13283.* 2020. 25 p.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

15. Шульга Н. Ф., Кириллин И. В. Сравнение эффективности различных механизмов отклонения высокоэнергетических заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XLIV Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докл. (г. Москва, Россия, 27–29 мая 2014 г.). Москва, 2014 г. С. 4.

16. Shul'ga N. F., Kirillin I. V. About the probability of close collisions during stochastic deflection of positively and negatively charged particles by a bent crystal. *VI International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling*

Phenomena”: Book of abstracts (Capri, Italy, October 5–10, 2014). Capri, 2014. P. 213.

17. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О вероятности близких столкновений при отклонении заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XIII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 16–20 марта 2015 г.). г. Харьков, 2015 г. С. 79.

18. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О вероятности процессов, связанных с близкими столкновениями, при отклонении заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XLV Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докл. (г. Москва, Россия, 26–28 мая 2015 г.). Москва, 2015 г. С. 37.

19. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Стохастическое отклонение заряженных частиц высокой энергии в изогнутом кристалле и расщепление пучка. *XIV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 22–25 марта 2016 г.). г. Харьков, 2016 г. С. 17–18.

20. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Расщепление пучка высокоэнергетических положительно заряженных частиц при стохастическом отклонении в изогнутом кристалле. *XLVI Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докл. (г. Москва, Россия, 31 мая – 2 июня 2016 г.). Москва, 2016 г. С. 11.

21. Kirillin I. V., Shul’ga N. F., Bandiera L. et al. Influence of incoherent scattering on stochastic deflection of high-energy negative particle beams in bent crystals. *VII Internstional Conference “Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena”*: Book of abstracts (Sirmione – Desenzano del Garda, Italy, September 25–30, 2016). Sirmione – Desenzano del Garda, 2016. P. 69.

22. Kirillin I. V., Shul’ga N. F. Dependence of probability of close collisions of high energy charged particles in a bent crystal from the orientation of the crystal. *VII Internstional Conference “Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena”*: Book of abstracts (Sirmione – Desenzano del Garda, Italy, September 25–30, 2016).

Sirmione – Desenzano del Garda, 2016. P. 70.

23. Bandiera L., Mazzolari A., Bagli E. et al. Relaxation of axially confined 400 GeV/c protons to planar channeling in a bent crystal. *VII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (Sirmione – Desenzano del Garda, Italy, September 25–30, 2016). Sirmione – Desenzano del Garda, 2016. P. 149.

24. Кириллин И. В. О зависимости эффективности отклонения заряженных частиц изогнутым кристаллом от энергии частиц. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 21–24 марта 2017 г.). г. Харьков, 2017 г. С. 107.

25. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the stability of high-energy charged particle motion in planar channel. *XII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (Hamburg, Germany, September 18–22, 2017). Hamburg, 2017. P. 58.

26. Kyryllin I. V. On the deflection of high-energy negatively charged particles by means of bent crystals. *XII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (Hamburg, Germany, September 18–22, 2017). Hamburg, 2017. P. 65.

27. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О стабильности режима плоскостного каналирования высокоэнергетических заряженных частиц. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 20–23 марта 2018 г.). г. Харьков, 2018 г. С. 109.

28. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Об отклонении высокоэнергетических заряженных частиц при прохождении через изогнутый кристалл. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 20–23 марта 2018 г.). г. Харьков, 2018 г. С. 109–110.

29. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Deflection of high-energy negatively charged particles by means of a bent crystal. *VIII International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (Ischia, Italy,

September 23–28, 2018). Ischia, 2018. P. 109.

30. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О зависимости эффективности отклонения высокоэнергетических заряженных частиц изогнутым кристаллом от энергии частиц. *XVII конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: тезисы докл. (г. Харьков, 26–29 марта 2019 г.). г. Харьков, 2019 г. С. 107.

31. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the probability of close collisions of charged particles with atoms in a crystal. *XXXI International Conference on Photonic, Electronic, and Atomic Collisions*: Book of abstracts (Deauville, France, Italy, July 23–30, 2019). Deauville, 2019. P. 202; Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the probability of close collisions of charged particles with atoms in a crystal. *J. Phys. Conf. Ser.* 2020. Vol. 1412. P. 202008.

32. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Investigation of the influence of the periodicity of crystalline atomic strings arrangement on the spectral and spectral-angular distribution of high-energy charge particle radiation in crystal. *XIII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (Belgorod, Russia, September 15–20, 2019). Belgorod, 2019. P. 29.

33. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Отклонение высокоэнергетических отрицательно заряженных частиц, движущихся в изогнутом кристалле в режиме плоскостного каналирования. *XVIII конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: тезисы докл. (г. Харьков, 24–27 марта 2020 г.). г. Харьков, 2020 г. С. 50–51.

34. Трофименко С. В., Кириллин И. В. Спектры ионизационных потерь каналированных частиц в тонких кристаллических мишенях. *XVIII конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: тезисы докл. (г. Харьков, 24–27 марта 2020 г.). г. Харьков, 2020 г. С. 51.

ABSTRACT

Kyryllin I. V. Orientation effects in the passage of relativistic charged particles through bent crystals. – Qualification scientific paper, manuscript.

Thesis for a Doctoral Degree in Physics and Mathematics: Speciality 01.04.02 "Theoretical physics" (104 – Physics and Astronomy). – A.I. Akhiezer Institute for Theoretical Physics, National Science Center "Kharkiv Institute of Physics and Technology" of the National Academy of Science of Ukraine, Kharkiv, 2021.

The Doctoral Thesis presents the results of research on the effects that occur when relativistic charged particles pass through oriented bent crystals. In particular, the orientation dependence of the probability of close collisions of relativistic charged particles with atoms in a bent crystal is studied. The dependence of the probability of close collisions of relativistic positively charged particles with atoms in a bent crystal on the angle $\theta_{y,in}$ between the initial momentum of the particles and the plane of bending of the crystal is found. It is shown that this dependence has a minimum at $\theta_{y,in} \to 0$, which corresponds to the motion of particles in a bent crystal in the stochastic deflection mode. When $\theta_{y,in} \gg \psi_c$ a planar channeling tales place and the dependence of the probability of close collisions on $\theta_{y,in}$ is constant. In addition, this probability has a sharp maximum at $\theta_{y,in} \approx \psi_c$, when the orthogonal energy of the particles becomes sufficient so that all the particles of the beam can come close to the atomic strings and the planar channeling does not yet take place. It is shown that the bending of the crystal destroys the effect of the hanging of particles near the atomic planes, and the volume reflection in a bent crystal corresponds to the conditions under which the probability of close collisions is maximal. The dependence of the probability of close collisions of relativistic negatively charged particles with atoms in a bent crystal on the angle between the initial momentum of the particles and the plane of bending of the crystal is obtained. It is shown that

in the case of stochastic deflection this probability is much higher than in planar channeling mode. It is also shown that the bending of the crystal destroys the effect of hanging of particles between atomic planes, and the volume reflection in a bent crystal corresponds to conditions under which the probability of close collisions is minimal.

The influence of incoherent scattering on the deflection efficiency of relativistic charged particles by a bent crystal is investigated. The theoretical description of the stochastic mechanism of deflection in the case of particle motion in a bent crystal is generalized, taking into account incoherent scattering. In the model of the atomic string potential $U_{st}(\rho) = U_0 \left(\frac{a}{\rho}\right)^2$, an expression is obtained for the maximum angle of deflection of relativistic charged particles with stochastic deflection α_{st}. For negatively charged particles, the existence of the optimal bending radius of the crystal, which corresponds to the maximum α_{st}, is shown, and its expression is found. This result is important given that it allows to choose the optimal parameters of the bent crystal to obtain the most effective deflection of negatively charged particles using a stochastic deflection mechanism. Using the numerical simulation in the realistic approximation of the potential of atomic strings in the Doyle-Turner model, the dependence of the optimal radius of curvature of the crystal at stochastic deflection of particles and the maximum angle, at which a given fraction of beam particles can be deflected, on particle energy is found for a wide range of particle energies from 100 GeV to 1.3 TeV. The theoretical description of the planar channeling of negatively charged particles in the case of particle motion in a bent crystal is generalized, taking into account incoherent scattering. The expression for the fraction of particles that remain in the sub-barrier state at a given crystal thickness is obtained. For negatively charged particles, the existence of an optimal bending radius of the crystal, which corresponds to the maximum angle of deflection of a given part of the beam particles f in planar channeling mode, is shown. This result is important because it allows one to choose the optimal parameters of the bent crystal to obtain the most effective deflection of negatively charged particles

by plane channeling in the bent crystal. It is shown that in the framework of the model of parabolic potential of crystalline atomic planes the ratio of the optimal bending radius of the crystal to the critical radius of the planar channel does not depend on the energy of the particles. The dependence of the specified relation on f is found. Using numerical simulations in a realistic approximation of the potential of atomic strings in the Doyle-Turner model, the dependence of the maximum angle of deflection of a given part of the beam particles in planar channeling mode on particle energy is found in a wide energy range of energies from 10 GeV to 10 TeV. It is confirmed that in the realistic potential of atomic planes the ratio of the optimal bending radius to the critical radius of crystal curvature that corresponds to planar channeling is independent of the particle energy.

The change in the shape of beams of relativistic charged particles during their passage through a bent crystal and the orientation dependence of the efficiency of stochastic deflection of charged particles are investigated. The possibility of splitting a beam of relativistic positively charged particles into several beams during the passage of a beam of particles through a bent crystal under the conditions of realization of the stochastic deflection mechanism is shown. Splitting is possible due to the transition of particles in the mode of planar channeling in skew planar channels. The dependence of the efficiency of such splitting on the bending radius of the crystal and on the orientation of the crystal is found. It is shown that by changing the orientation of the crystal it is possible to change the number of particles trapped in different inclined planar channels of the bent crystal, i.e. it is possible to split the primary beam of positively charged particles into several beams with different numbers of particles in these beams. The efficiency of stochastic deflection at different axial orientations of the bent crystal is compared. It is shown that the orientation of the crystal relative to the incident beam of charged particles near the crystal axis $\langle 110 \rangle$ allows to deflect the largest number of charged particles. The dependence of the efficiency of the stochastic mechanism of deflection on the choice of the plane of bending of the crystal is found.

The ionization energy loss of relativistic negatively charged particles in oriented crystals have been studied. The properties of the spectra of ionization energy losses of negatively charged particles during their planar channeling in crystals have been studied. It is shown that the shape of the spectrum of ionization energy loss is sensitive to the value of the dechanneling length l_d at such a crystal thickness L for which $L \sim l_d$. A method of experimental determination of the dechanneling length based on the measurement of the spectrum of ionization energy losses is proposed. The character of the dependence of the height of the maximum of the spectrum of ionization energy loss on the angle $\theta_{x,in}$ between the momentum of the particles impinging on the crystal and the crystal plane is found. The character of the dependence of the height of the maximum of the spectrum of ionization energy loss on the bending radius of the crystal is found.

The effect of scattering of relativistic positively charged particles on individual atomic strings in a crystal on the stability of their motion in the planar channeling mode is investigated. The dependence of the number of positively charged particles, which remain in the planar channeling mode when moving in an oriented crystal, on the angle $\theta_{x,in}$ between the initial momentum of particles and crystalline atomic planes in the field of which the particle moves, and on the angle $\theta_{y,in}$ between the initial momentum of the particles and the plane, which contains the crystal axis near which the crystal is oriented, and is orthogonal to the atomic planes in the field of which there is channeling, was found. Analysis of this dependence showed that for $\theta_{y,in} \gtrsim 6\psi_c$ (where ψ_c is the critical angle of the axial channeling) scattering on individual atomic strings does not make a significant contribution to the stability of particle motion in the planar channeling. At the same time, for $\theta_{y,in} \lesssim 6\psi_c$ a large number of particles leave the mode of under-barrier motion in the field of atomic planes, i.e. dechannels, due to scattering on individual atomic strings. It is shown that the dependence of the number of under-barrier particles on the angle $\theta_{y,in}$ has a resonant character, which was qualitatively explained by a simple analytical model of a harmonic oscillator on which a periodic external

force acts. The obtained dependence is important for understanding the conditions under which there is a stable planar channeling of positively charged particles. The theoretical description of the radiation of channeling particles is generalized to the case of angles between the momentum of particles and atomic strings, at which local maxima in the radiation spectrum associated with scattering on individual atomic strings become noticeable. Using the model of a harmonic oscillator on which a periodic external force acts to describe the scattering of channeled particles on individual atomic strings, the position of local maxima in the radiation spectrum of channeled particles corresponding to scattering on atomic strings was found analytically. The dependence of the position of these maxima on the angle $\theta_{y,in}$ is also found. The analytical result is confirmed by numerical simulations in a more realistic approximation of the potential of atomic strings in the Doyle-Turner model. Analysis of the angular distributions of positively charged particles after their passage through the bent crystal and the profiles of these distributions on the plane of bending of the crystal at different values of the angle $\theta_{y,in}$ for the three main planar orientations of the silicon crystal allowed to establish that as in a straight crystal for $\theta_{y,in} \gtrsim 6\psi_c$ scattering on individual atomic strings does not make a significant contribution to the stability of particle motion in the planar channeling mode and to the efficiency of particle deflection by a bent crystal.

Among the main results and those that have scientific novelty, in summary can be identified as follows. The dependence of the probability of close collisions of both positively and negatively charged relativistic particles with atoms in a bent crystal on the angle between the initial momentum of the particles and the plane of bending of the crystal is found. A method for finding optimal conditions for the effective deflection of negatively charged particles in a bent crystal is proposed. The theoretical description of the stochastic mechanism of deflection in a bent crystal is generalized to the case in which incoherent scattering is taking into account, and the dependence of the optimal radius of bending of the crystal at stochastic deflection of particles and the maximum angle at which particles can be deflected

on particle energy are found for a wide range of energies from 100 GeV to 1.3 TeV. The theoretical description of the planar channel of negatively charged particles in case of particle motion in a bent crystal is generalized to the case when incoherent scattering is taking into account, and the dependence of the maximum deflection angle at which a given part of the beam particles can be deflected by means of planar channeling on particle energy are found in a wide energy range from 10 GeV to 10 TeV. A method for splitting a beam of relativistic positively charged particles into several beams during the passage of a beam of particles through a bent crystal under conditions of a stochastic deflection mechanism is proposed and optimal conditions for such splitting are found. The dependence of the efficiency of the stochastic deflection mechanism on the choice of the plane of bending of the crystal is found. The spectra of ionization energy loss of fast negatively charged particles during planar channeling in a straight and bent crystal are obtained and the connection between the characteristics of these spectra and the length of dechanneling of charged particles in the crystal is found. The dependence of the number of positively charged particles, which remain in the plane channeling mode when moving in an oriented crystal, on the angle between the initial momentum of the particles and the crystalline atomic planes in the field in which the particle moves, and on the angle between the initial momentum of the particles and the plane containing the crystal axis, near which the crystal is oriented, and is orthogonal to the atomic planes in the field of which there is channeling, is found. The theoretical description of the radiation of channeled particles is generalized to the case of angles between the momentum of particles and atomic strings, at which local maxima in the radiation spectrum associated with scattering on individual atomic chains become noticeable.

The practical and scientific significance of the obtained results is that the theoretical analysis developed in the Doctoral Thesis allows to deepen the idea of the processes that take place during the motion of relativistic charged particles in bent crystals, and the research results can be used for new experiments at CERN,

GSI and other acceleration centers, and for the use of bent crystals for high-energy charged particle beam extraction from accelerators, splitting beams into several parts, changing the shape of beams at short distances, deflection of short-lived particles and generating electromagnetic radiation in a wide frequency range. Thus, the research conducted in the dissertation is relevant and has both fundamental and applied significance.

Keywords: relativistic charged particles, bent crystal, atomic strings, atomic planes, close collisions, change of beam shape, ionization energy loss, incoherent scattering.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА АБРЕВІАТУР

m	маса частинки
$\vec{p}$	імпульс частинки
$\vec{v}$	швидкість частинки
c	швидкість світла у вакуумі
$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$	енергія частинки
q	заряд частинки
$h = 2\pi\hbar$	стала Планка
R	радіус вигину кристала
R_c	критичний радіус вигину кристала
ГеВ	гігаелектронвольт
Тл	Тесла
$\langle$ijk$\rangle$	кристалічна вісь з індексами Міллера i, j, k
(ijk)	кристалічна атомна площина, ортогональна осі $\langle$ijk$\rangle$
ψ_c	критичний кут осьового каналювання
θ_c	критичний кут площинного каналювання

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Дослідженню орієнтаційних ефектів при проходженні релятивістських заряджених частинок через прямі та зігнуті кристали присвячена велика кількість теоретичних і експериментальних робіт. Інтерес до таких ефектів обумовлений як широким спектром можливих застосувань різних механізмів відхилення заряджених частинок при проходженні через зігнутий кристал, так і можливостями зміни форми пучків та їх розщеплення на декілька частин при проходженні через орієнтовані кристали, а також можливостями генерації електромагнітного випромінювання у широкому діапазоні частот при проходженні релятивістських заряджених частинок через прямі та зігнуті кристали. Експериментальні дослідження орієнтаційних ефектів при русі швидких заряджених частинок в кристалах вже більше ніж півстоліття ведуться в багатьох прискорювальних центрах, таких як Європейська організація з ядерних досліджень ЦЕРН (м. Женева, Швейцарія, в основному на прискорювачах SPS та LHC), Національна прискорювальна лабораторія ім. Енріко Фермі (м. Батавія, США), Національна прискорювальна лабораторія SLAC (Стенфорд, США), ІФВЕ (м. Протвино, Росія, на прискорювачі У-70), Об'єднаний інститут ядерних досліджень (м. Дубна, Росія), Майнцський університет (м. Майнц, Німеччина, на прискорювачі MAMI). Сильні електричні поля всередині кристала дозволяють на малих відстанях змінювати напрямок руху релятивістських заряджених частинок, які проходять під малими кутами до кристалічних осей або площин. Це дозволяє в деяких випадках замінювати громіздкі магнітні системи, які потрібні для відхилення заряджених частинок, зігнутими кристалами товщиною від кількох десятків мікрон до декількох сантиметрів. Окрім компактності серед переваг кристалів перед магнітними системами відхилення високоенергетичних заряджених частинок слід зазначити те, що вони не потребуюсь охолодження (на відміну від

надпровідникових електромагнітів) і не мають потреби в споживанні електроенергії. Серед можливих застосувань різних механізмів відхилення заряджених частинок зігнутими кристалами можна відзначити виведення релятивістських заряджених частинок з прискорювачів, зменшення емітансу пучків заряджених частинок у прискорювачах шляхом очищення пучків від гало за допомогою зігнутих кристалів, розщеплення пучків релятивістських заряджених частинок на декілька частин та зміна форми таких пучків, відхилення короткоживучих заряджених частинок з метою вимірювання їх магнітного моменту. Прямі орієнтовані кристали можуть використовуватися, наприклад, для генерації випромінювання в різних діапазонах частот. Теоретичним дослідженням в цьому актуальному науковому напрямку присвячена ця дисертація, в якій основну увагу приділено аналізу ефектів, які мають місце при проходженні релятивістських заряджених частинок через зігнуті кристали.

Мета і завдання дослідження. Основна мета дисертаційної роботи полягає в теоретичному описі ефектів, які мають місце при розсіюванні релятивістських заряджених частинок в орієнтованих зігнутих кристалах. Для досягнення поставленої мети було сформульовано наступні завдання:

- знайти орієнтаційну залежність ймовірності близьких зіткнень релятивістської зарядженої частинки з атомами кристала при її русі в зігнутому орієнтованому кристалі;

- розвинути теоретичний опис процесу некогерентного розсіювання релятивістських негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі та дослідити вплив такого розсіювання на ефективність відхилення частинок у зігнутому кристалі з осьовою та площинною орієнтаціями;

- знайти оптимальні умови для відхилення негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі;

- дослідити можливості розщеплення пучка позитивно заряджених частинок при їх стохастичному відхиленні у зігнутому кристалі;

- знайти спектри іонізаційних втрат енергії швидких негативно зарядже-

них частинок при площинному каналюванні в прямому та зігнутому кристалі при товщинах кристала, близьких до довжини деканалювання частинок;

- дослідити вплив розсіювання на окремих ланцюжках атомів кристала при площинному каналюванні релятивістських заряджених частинок на стабільність площинного каналювання частинок та електромагнітне випромінювання від цих частинок.

Об'єктом дослідження є процеси розсіювання та випромінювання релятивістських заряджених частинок в орієнтованих кристалах.

Предметом дослідження є ефекти, що виникають при розсіюванні релятивістських заряджених частинок в орієнтованих зігнутих кристалах.

Методи дослідження. Для вирішення поставлених у дисертації задач були використані методи класичної механіки та електродинаміки та методи чисельного моделювання руху швидких заряджених частинок в полі ланцюжків атомів кристала та атомних площин. Рух в кристалі розглядався за умов, коли товщина кристала є значно меншою за радіаційну довжину шляху частинок в речовині, тому енергія релятивістських частинок при проходженні через кристал вважалася незмінною.

Наукова новизна отриманих результатів. У дисертаційній роботі вперше здобуто наступні результати:

1. Враховано вплив некогерентного розсіювання на процес стохастичного відхилення заряджених частинок високої енергії у зігнутому кристалі та знайдено залежність оптимального радіуса вигину кристала при стохастичному відхиленні частинок та максимального кута, на який відхиляється задана частка частинок пучка за допомогою стохастичного відхилення, від енергії частинок в широкому діапазоні енергій від 100 ГеВ до 1,3 ТеВ.

2. Враховано вплив некогерентного розсіювання на процес площинного каналювання релятивістських негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі та знайдено залежність максимального кута відхилення заданої частини частинок пучка при площинному каналюванні від енергії частинок в широкому

діапазоні енергій від 10 ГеВ до 10 ТеВ.

3. Запропоновано метод розщеплення пучка релятивістських позитивно заряджених частинок на декілька пучків при проходженні пучка частинок через зігнутий кристал в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення та знайдено оптимальні умови для такого розщеплення.

4. Запропоновано метод знаходження оптимальних умов для ефективного відхилення негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі.

5. Передбачено ефект зменшення ймовірності близьких зіткнень високоенергетичних позитивно заряджених частинок при переході від площинного каналювання до стохастичного відхилення у зігнутому кристалі. Розвинуто теоретичний опис цього ефекту та знайдено залежність ймовірності близьких зіткнень як позитивно, так і негативно заряджених частинок високої енергії з атомами у зігнутому кристалі від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала.

6. Знайдено залежність ефективності стохастичного механізму відхилення від вибору площини вигину кристала.

7. Отримано спектри іонізаційних втрат енергії швидких негативно заряджених частинок при площинному каналюванні в прямому та зігнутому кристалі, товщина якого є близькою до довжини деканалювання частинок, та знайдено зв'язок між характеристиками цих спектрів та довжиною деканалювання заряджених частинок у кристалі.

8. Отримано залежність кількості позитивно заряджених частинок, які при русі в орієнтованому кристалі залишаються в режимі площинного каналювання, від кута між початковим імпульсом частинок та кристалічними атомними площинами, в полі яких рухається частинка, та від кута між початковим імпульсом частинок та площиною, яка містить у собі кристалічну вісь, поблизу якої орієнтовано кристал, і є ортогональною до атомних площин, в полі яких має місце каналювання.

9. Розвинуто теоретичний опис випромінювання каналюючих частинок у

випадку, коли стають помітними локальні максимуми у спектрі випромінювання, пов'язані з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках.

Практичне і наукове значення отриманих результатів полягає в тому, що розвинений в дисертаційній роботі теоретичний аналіз дозволив поглибити уявлення про процеси, які мають місце при русі релятивістських заряджених частинок в орієнтованих зігнутих кристалах, і передбачити ряд ефектів, які мають місце при такому русі. Результати досліджень можуть бути використані як для постановки нових експериментів в ЦЕРН, GSI та інших прискорювальних центрах, так і для застосування зігнутих кристалів для виведення пучків високоенергетичних заряджених частинок з прискорювачів, розщеплення пучків на декілька частин, зміни форми пучків на малих відстанях, відхилення короткоживучих частинок та генерації електромагнітного випромінювання в широкому діапазоні частот.

Особистий внесок здобувача. Результати дисертації опубліковані у статтях [1–13], препринті [14] і тезах доповідей наукових конференцій [15–35]. Здобувач брав участь у постановці задач, вирішених у дисертації, формулюванні основних ідей та методів дослідження, проведенні найбільш складних аналітичних і чисельних розрахунків, а також виконував контроль та перевірку результатів, отриманих іншими співавторами.

У статті [1] здобувачем було знайдено залежність ймовірності близьких зіткнень негативно заряджених частинок з атомами у зігнутому кристали від кута $\theta_{y,in}$ між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала та пояснено наявність мінімуму в цій залежності при $\theta_{y,in}$, приблизно рівних значенню критичного кута осьового каналювання. У роботі [2] здобувачем було знайдено кутові розподіли позитивно заряджених частинок після проходження зігнутого кристала в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення частинок і показано можливість розщеплення пучка на декілька частин, а також аналітично знайдено залежність числа частинок, які переходять в режим площинного каналювання в нахилених площинах від товщини кристала. У статті [3]

здобувачем було знайдено ефективність відхилення релятивістських позитивно заряджених частинок різними площинними каналами зігнутого кристала. У роботі [4] здобувачем було узагальнено теоретичний опис стохастичного механізму відхилення на випадок руху частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання та знайдено аналітичний вираз для оптимального радіуса вигину кристала при стохастичному відхиленні. У статті [5] здобувачем було знайдено аналітичну залежність ймовірності близьких зіткнень від кута між атомною площиною та початковим імпульсом заряджених релятивістських частинок в моделі синусоїдального потенціалу кристалічних атомних площин. Крім того, за допомогою числового моделювання здобувачем було знайдено аналогічну залежність для моделі потенціалу кристалічних атомних площин в зігнутому кристалі в наближенні Дойля-Тернера. У роботі [6] здобувачем було знайдено залежність ефективності розщеплення пучка релятивістських заряджених частинок на декілька частин у зігнутому кристалі від орієнтації кристала та показано можливість асиметричного розщеплення. У статті [7] здобувачем було знайдено аналітичну залежність максимального кута відхилення частинок та оптимального радіуса вигину кристала від енергії частинок у випадку стохастичного відхилення релятивістських негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі. У роботі [8] здобувачем було отримано аналітичний вираз для максимального кута відхилення заданої долі пучка негативно заряджених частинок при площинному каналюванні у зігнутому кристалі. У статті [9] здобувачем було знайдено вираз для спектральної густини випромінювання релятивістських заряджених частинок при площинному каналюванні з урахуванням розсіювання на окремих атомних ланцюжках в моделі параболічного площинного потенціалу. Також за допомогою числового моделювання здобувачем отримано спектри випромінювання в більш точному наближенні Дойля-Тернера для площинного потенціалу кристала. У роботі [10] здобувачем було отримано залежність кута відхилення релятивістських негативно заряджених частинок від радіуса вигину кристала у випадку стохастичного механізму

відхилення та показано існування максимуму в цій залежності. У статті [11] здобувачем було знайдено залежність максимального кута відхилення частинок та оптимального радіуса вигину кристала від енергії частинок у випадку площинного каналювання релятивістських негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі. У роботі [12] здобувачем було отримано спектри випромінювання високоенергетичних заряджених частинок в орієнтованому кристалі та показано, що пік, присутній у спектрах при русі частинок у полі періодично розташованих кристалічних атомних ланцюжків, коли кут між початковим імпульсом частинок та кристалічною віссю є меншим за критичний кут осьового каналювання, відповідає нестійкому періодичному руху надбар'єрних частинок в полі атомних площин. У статті [13] здобувачем було отримано спектри іонізаційних втрат енергії релятивістських заряджених частинок в орієнтованому кристалі та залежність характеристик цих спектрів від параметрів кристала. У роботі [14] здобувачем було знайдено залежність ефективності стохастичного механізму відхилення від вибору площини вигину кристала.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на багатьох семінарах за запрошенням та робочих нарадах у закордонних наукових установах, а саме в Національному інституті ядерної фізики (відділення м. Феррари), м. Феррара, Італія (2015 та 2017 рр.) та Лабораторії лінійного прискорювача, м. Орсе, Франція (2016 р.), а також на наступних міжнародних та вітчизняних наукових конференціях:

- XLIV Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами (Москва, Россия, 27–29 мая 2014 г.),

- VI International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena" (Capri, Italy, October 5–10, 2014),

- XIII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям (Харьков, 16–20 марта 2015 г.),

- XLV Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами (Москва, Россия, 26–28 мая 2015 г.),

- XIV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям (Харьков, 22–25 марта 2016 г.),
- XLVI Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами (Москва, Россия, 31 мая – 2 июня 2016 г.),
- VII International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena" (Sirmione – Desenzano del Garda, Italy, September 25–30, 2016),
- XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям (Харьков, 21–24 марта 2017 г.),
- XII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures" (Hamburg, Germany, September 18–22, 2017),
- XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям (Харьков, 20–23 марта 2018 г.),
- VIII International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena" (Ischia, Italy, September 23–28, 2018),
- XVII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике (Харьков, 26–29 марта 2019 г.),
- XXXI International Conference on Photonic, Electronic, and Atomic Collisions (Deauville, France, July 23–30, 2019),
- XIII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures" (Belgorod, Russia, September 15–20, 2019),
- XVIII Конференция по физике высоких энергий и ядерной физике (Харьков, 24–27 марта 2020 г.).

Зв'язок праці з науковими програмами, планами, темами. Дисертацію виконано в Інституті теоретичної фізики імені О.І. Ахієзера Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України. Вона є складовою частиною наступних проєктів:

- базова програма «Відомчий запит НАН України на проведення наукових досліджень з атомної науки та техніки Національного наукового

центру «Харківський фізико-технічний інститут» за темою «Розвиток теорії електродинамічних процесів при взаємодії заряджених частинок високих та ультрависоких енергій з аморфною речовиною, кристалічними структурами та інтенсивними зовнішніми полями» (номер державної реєстрації 0111U09550, термін виконання 2011–2015 рр., виконавець);

- базова програма «Відомчий запит НАН України на проведення наукових досліджень з атомної науки та техніки Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» за темою «Електромагнітні процеси в інтенсивних зовнішніх полях та при взаємодії заряджених частинок великої енергії з кристалічними та аморфними середовищами» (номер державної реєстрації 0116U007070, термін виконання 2016–2020 рр., виконавець);

- цільова програма наукових досліджень НАН України «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» за темою «Дослідження механізмів взаємодії заряджених частинок великої енергії з кристалами. Пропозиції щодо вимірювання магнітних моментів короткоживучих частинок в ЦЕРН» (номер державної реєстрації 0118U100327, термін виконання 2018–2019 рр., виконавець);

- цільова програма наукових досліджень НАН України «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» за темою «Дослідження когерентних ефектів при взаємодії частинок великої енергії з кристалічними та аморфними мішенями та їх використання для діагностики та керування параметрами пучків при проведенні прецизійних експериментів на прискорювачах CERN, LAL та GSI» (номер державної реєстрації 0120U103570, термін виконання 2020–2021 рр., виконавець);

- грант НАН України дослідницькій групі молодих вчених НАН України для проведення досліджень за пріоритетними напрямами розвиту науки і техніки за темою «Когерентні ефекти в динаміці та втратах енергії високоенергетичних заряджених частинок у кристалічних і аморфних середовищах» (номер державної реєстрації 0118U100199, термін виконання 2018–2019 рр.,

керівник);

- додаткова відомча тема наукових досліджень Відділення ядерної фізики та енергетики НАН України на 2019 р. «Дослідження залежності ефективності відхилення релятивістських заряджених частинок, які рухаються в зігнутому кристалі в режимі площинного каналювання, від енергії частинок» (номер державної реєстрації 0119U102937, термін виконання 2019 р., керівник);

- науково-дослідна робота НАН України за темою «Електромагнітні процеси при проходженні заряджених частинок великої енергії через кристалічні та аморфні середовища» (номер державної реєстрації 0114U002898, термін виконання 2014–2015 рр., відповідальний виконавець);

- науково-дослідна робота НАН України за темою «Розсіяння та випромінювання заряджених частинок великої енергії в тонких шарах кристалічної та аморфної речовини» (номер державної реєстрації 0116U004398, термін виконання 2016–2017 рр., відповідальний виконавець);

- науково-дослідна робота НАН України за темою «Когерентні процеси в розсіянні та випромінюванні при взаємодії заряджених частинок з прямими та зігнутими кристалами при енергіях, досяжних на прискорювачах ЦЕРН» (номер державної реєстрації 0118U006496, термін виконання 2018–2020 рр., відповідальний виконавець);

- науково-дослідна робота НАН України за темою «Розробка детекторних систем для експериментів на прискорювачах та технологій для фізики прискорювачів» (номер державної реєстрації 0115U005153, 0120U103567, термін виконання 2015–2018 рр., 2020 р., виконавець);

- науково-дослідна робота Державного фонду фундаментальних досліджень України за темою «Дослідження динаміки заряджених частинок великої енергії в прямих та зігнутих кристалах» (номер державної реєстрації 0115U005610,0116U002983, термін виконання 2015–2016 рр., виконавець);

- грант Президента України за конкурсним проєктом Державного фон-

ду фундаментальних досліджень України за темою «Відхилення ультрарелятивістських негативно заряджених частинок за допомогою зігнутих кристалів» (номер державної реєстрації 0117U001680, термін виконання 2017 р., керівник);

Також дослідження, покладені в основу дисертації, є складовою частиною програми Міністерства освіти та науки України «Фундаментальні наукові дослідження з найбільш важливих проблем розвитку науково-технічного, соціально-економічного, суспільно-політичного, людського потенціалу для забезпечення конкурентоспроможності України у світі та сталого розвитку суспільства і держави», в рамках тем:

- «Електромагнітні процеси та процеси за участю короткоживучих частинок у кристалах при енергіях, досяжних у ЦЕРНі» (номер державної реєстрації 0117U004866, термін виконання 2017–2019 рр., виконавець);
- «Дослідження транспорту швидких частинок у мультиплікуючих середовищах та в інтенсивних зовнішніх полях» (номер державної реєстрації 0119U002533, термін виконання 2019–2021 рр., виконавець).

У 2018–2020 рр. робота над дисертацією проводилася в докторантурі Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут».

Публікації. Результати дисертації опубліковані у 34 наукових працях: у 13 статтях у фахових вітчизняних і міжнародних періодичних виданнях, 1 препринті та у 20 тезах доповідей на вітчизняних і міжнародних наукових конференціях. Статті [5] та [6] опубліковані в одному номері журналу.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел із 380 найменувань на 40 сторінках та одного додатку. Робота містить 150 рисунків та 2 таблиці у тексті. Загальний обсяг дисертаційної роботи складає 332 сторінку, обсяг основної частини складає 265 сторінки.

РОЗДІЛ 1

ОРІЄНТАЦІЙНІ ЕФЕКТИ В ПРЯМИХ ТА ЗІГНУТИХ КРИСТАЛАХ (ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ)

1.1. Орієнтаційні ефекти в прямому кристалі

Розсіювання рентгенівських променів на орієнтованому кристалі. На початку 1910-х років Макс фон Лауе передбачив дифракцію рентгенівських променів на кристалі, яку незабаром експериментально підтвердили два його асистенти Вальтер Фрідріх і Пауль Кніппінг [36]. В експерименті пучок рентгенівських променів спрямовувався на кристал сульфату міді, а результати дифракції записувалися на фотопластині. Після проявки на фотопластині з'явилася велика кількість чітко визначених плям, розташованих у вигляді кілець навколо плями, створеної центральним променем (див. рис. 1.1). Таким чином, було показано, що колімований пучок рентгенівських променів при проходженні через кристал розщеплюється на декілька пучків. Фон Лауе отримав закон, який пов'язує кути розсіювання та розмір і орієнтацію елементарних комірок у кристалі, за що він був удостоєний Нобелівської премії з фізики в 1914 році [37].

Після новаторських досліджень фон Лауе ця область фізики швидко розвивалася, в першу чергу фізиками Вільямом Лоренсом Бреггом та його батьком Вільямом Генрі Бреггом. На той час одним із пояснень наявності плям на фотопластині було те, що розсіяні фотони найлегше виходять з кристала уздовж відкритих каналів, які, як передбачалося, існують між атомними рядами в кристалі. Для перевірки цієї корпускулярної ідеї Брегги провели експеримент, в якому орієнтація кристала відносно напрямку падіння рентгенівських променів послідовно змінювалася на певний кут. Якщо б пояснення наявності

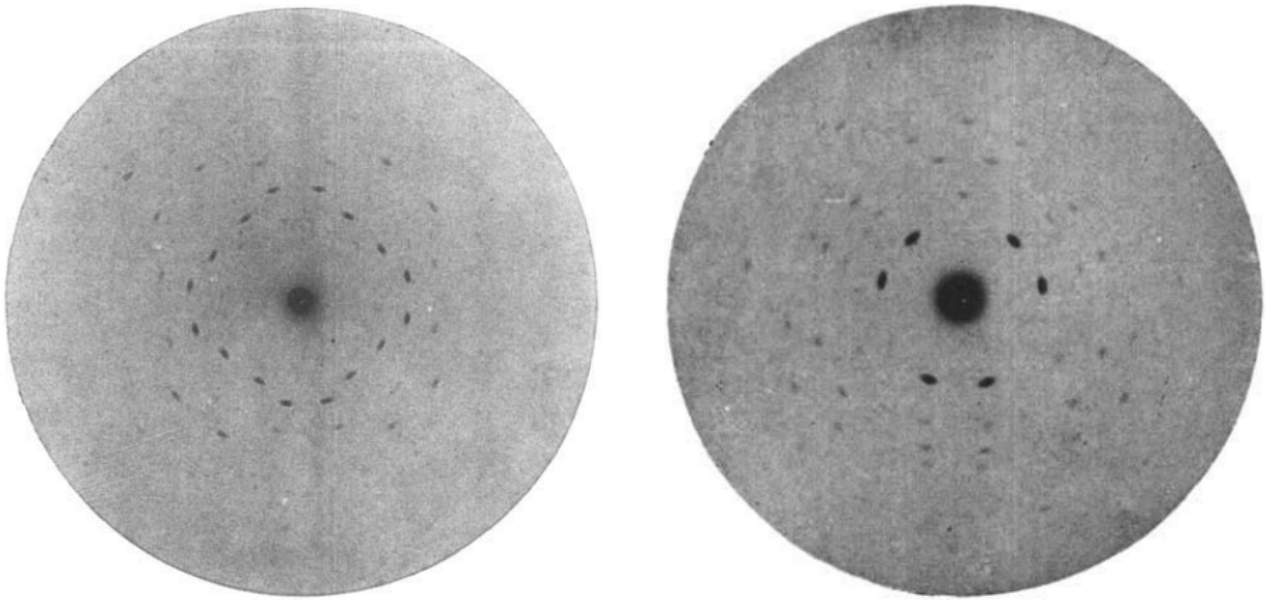


Рис. 1.1. Дифракційна картина, отримана при падінні рентгенівських променів на кристал сульфату міді, [36].

плям на фотопластині виявилося вірним, напрямки, вздовж яких з'являються плями на фотопластині, повинні були обертатися на той же кут. Експеримент, однак, показав обертання на вдвічі більший кут [38–41]. Таким чином, кристал поводився аналогічно набору площин, які діють подібно дзеркалам. У 1912–1913 роках молодший Брегг розробив закон, який пов'язує спостережуване розсіювання рентгенівських променів з відбиттям від рівномірно розташованих площин всередині кристала. Після експериментів Бреггів Йоганнес Штарк і Георг Вендт в роботах [42,43] запропонували провести аналогічний експеримент з протонами, але подібний експеримент був проведений лише через багато років по тому. В. Л. Брегг та В. Г. Брегг отримали Нобелівську премією з фізики 1915 року за роботу в області кристалографії, а ідея про те, що в кристалі можуть існувати відкриті канали декілька десятиріч лишалася забутою.

Розсіювання заряджених частинок на кристалі. На початку 1960-х років М. Т. Робінсоном та О. С. Оуеном [44,45] на основі комп'ютерного моделювання був передбачений ефект аномально великого пробігу швидких іонів, що падають на кристал під малим кутом до однієї з його головних кристалічних осей. Було розглянуто рух іонів міді з кінетичною енергією від 1 до 10 кеВ в кристалах з різною структурою кристалічної ґратки: fcc, bcc та алмазоподібної. Отримані

в результаті комп'ютерного моделювання траєкторії частинок показані на рис. 1.2. Ці результати показали, що коли позитивно заряджені іони рухаються в кристалі під малим кутом до кристалічної осі, вони не наближаються близько до ядер атомів кристала. Отримані орієнтаційні залежності довжин пробігу іонів міді у кристалах свідчили про те, що коли кристал орієнтовано відносно напрямку падіння частинок уздовж осі з малими значеннями індексів Міллера, наприклад осі $\langle 110 \rangle$, довжина пробігу суттєво зростає. Цей ефект обумовлений явищем каналювання частинок в кристалі, при якому кореляції в розсіюванні на сусідніх атомах кристала призводять до зменшення ймовірності того, що позитивно заряджені іони будуть наближатися на малу відстань до ядер атомів. Незабаром це передбачення було підтверджено експериментально [46, 47]. Ці експерименти за ідеєю були схожі на той, який пропонували провести Й. Штарк і Г. Вендт за 50 років до того.

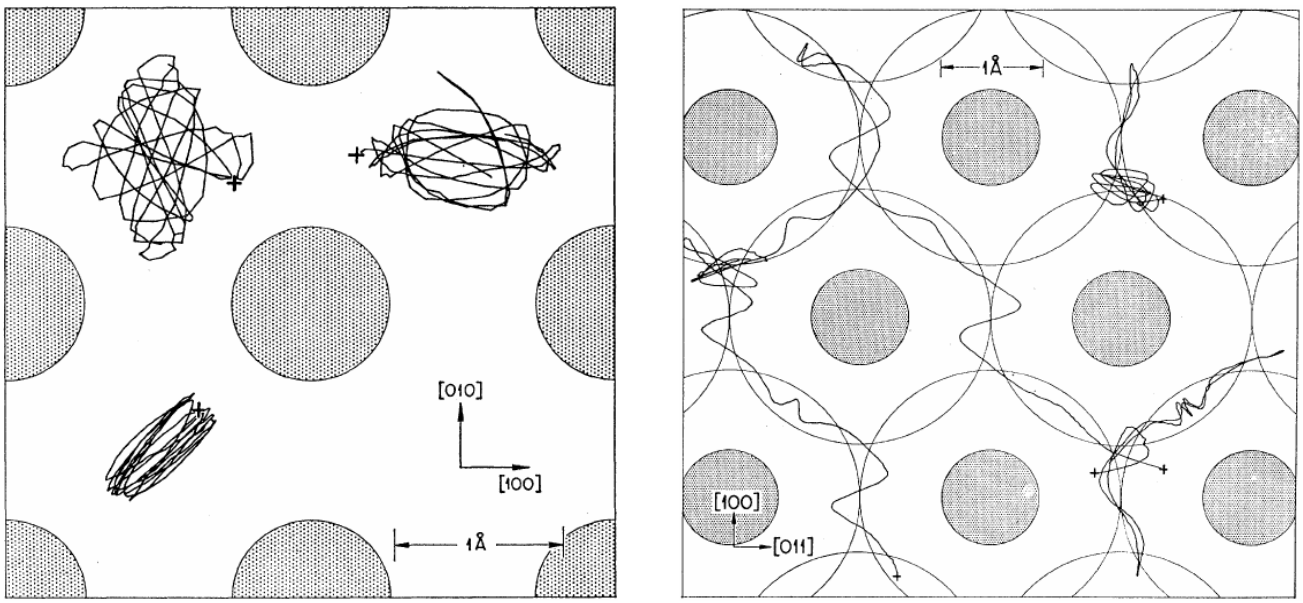


Рис. 1.2. Траєкторії іонів міді в орієнтованому кристалі в площині, що є ортогональною до кристалічної осі, поблизу якої рухаються іони, [45]. Зафарбовані кола показують положення ланцюжків атомів.

Таким чином, на відміну від аморфного середовища в кристалі є напрямки, уздовж яких атоми утворюють ланцюжки та площини. Якщо високоенергетична заряджена частинка рухається в кристалі під невеликим кутом до одного з цих напрямків, з'являються кореляції в розсіюванні частинки на сусідніх

атомах ланцюжка або площини і рух частинки визначається, переважно, полем безперервного потенціалу кристалічних атомних ланцюжків або площин [48]. Теорія явища каналювання була розвинена Й. Ліндхардом [48,49], який поклав в її основу поняття безперервного потенціалу ланцюжків атомів кристала. Основою теоретичного опису було наближення атомного ланцюжка, тобто ізольованого ряду атомів. Це наближення відповідає випадку, коли заряджена частинка рухається під малим кутом по відношенню до кристалографічної осі та розсіюється послідовно на ланцюжках атомів, причому рух частинки між зіткненнями зазвичай є нерегулярним двовимірним. В роботі [50] було показано, що саме у випадку малого кута між напрямком руху високоенергетичної зарядженої частинки та кристалічною віссю розгляд задачі розсіювання частинки в кристалі може бути проведений в рамках класичної механіки.

Й. Ліндхард для опису явища каналювання провів розгляд орієнтаційних ефектів для заряджених частинок, які рухаються через монокристали, розділивши ці ефекти на такі, що мають місце при спрямованому та неспрямованому русі. Для опису неспрямованого руху він використовував наближення, в якому можна припустити, що структура речовини істотно не впливає на траєкторію частинки. Термін «спрямований рух» був використаний для опису такого руху, при якому траєкторія частинки, внаслідок того, що вона визначається структурою середовища, різко відхиляється від траєкторії в невпорядкованій системі. Ліндхард показав, що неспрямований рух призводить тільки до флуктуацій фізичних ефектів, обумовлених кореляціями, в той час як спрямований рух призводить до більш фундаментальних змін в фізичних процесах. Каналюванням Ліндхард назвав явище, при якому траєкторія частинки, яка проходить поблизу центру потенціальної ями, утвореної полем ланцюжків атомів кристала або кристалічних площин, може мати певну стабільність. Також Й. Ліндхард ввів поняття критичного кута каналювання. Якщо кут між імпульсом частинки та віссю (або площиною) кристала, поблизу якої рухається частинка, є більшим за критичний кут каналювання, фінітний рух в полі

атомних ланцюжків (або площин) є неможливим. Кристалічні площини були описані як «ланцюжки атомних ланцюжків». Крім того, було розглянуто задачу про азімутальне розсіювання частинок, які падають на кристал під малим, але ненульовим кутом по відношенню до кристалічної осі, і було знайдено закон, за яким проходить так зване донат-розсіювання, коли кутовий розподіл частинок набуває форму «бублика».

М. Томсон показав, що при каналюванні позитивно заряджених частинок в кристалі рідше, ніж при русі таких частинок під кутами між імпульсом частинок та кристалічною віссю, більшими за кут каналювання, мають місце ядерні реакції, тому що при каналюванні позитивно заряджені частинки рідше наближаються на малу відстань до ядер атомів [51]. Також він показав, що явище каналювання істотно відрізняється від квантового явища тунелювання заряджених частинок. Надалі явище каналювання теоретично та експериментально вивчалося в багатьох роботах [52–109]. Зокрема, було показано, що можливі різні режими проходження релятивістських заряджених частинок через кристал, які можна розділити на осьове каналювання, площинне каналювання і надбар'єрний рух [110, 111].

Квазікласичне наближення в задачі розсіювання релятивістських заряджених частинок у кристалі. Якщо дебройлева довжина хвилі частинки $\lambda = h/p$ (де p це імпульс частинки) є істотно меншою за характерний лінійний розмір розглядуваної квантової системи, то властивості частинки стають близькими до класичних, тобто відбувається перехід від квантової механіки до класичної. При розсіюванні заряджених частинок в орієнтованому кристалі характерний лінійний розмір системи це відстань між сусідніми атомами d_{at}. В кристалі кремнію $d_{at} \approx 2,3$ Å. Оскільки $hc \approx 12398$ еВ×Å, для частинок з імпульсом $p > 54$ кеВ/c відношення λ/d_a стає меншим за 0,1. Далі в дисертаційній роботі розглядається рух заряджених частинок з імпульсом $p > 1$ ГеВ/c в орієнтованому кристалі кремнію. Для таких частинок $\lambda/d_{at} < 5,4 \times 10^{-6}$.

Можливість класичного розгляду задачі розсіювання при високих енер-

гіях можна обґрунтувати наступним чином (як це було зроблено в [69]). Розглянемо рівняння Дірака для біспінора частинки зі спіном $\frac{1}{2}$, яка рухається у зовнішньому полі [112]:

$$\left[\gamma^{\mu}\left(p_{\mu}-\frac{q}{c}A_{\mu}\right)-mc\right]\Psi=0, \tag{1.1}$$

Де $p_{\mu}=i\hbar\partial_{\mu}=\left(i\frac{\hbar}{c}\frac{\partial}{\partial t},-i\hbar\vec{\nabla}\right)$, γ^{μ} – гамма-матриці, m та q – це маса частинки та її заряд, A_{μ} – електромагнітний 4-потенціал. Розв'язок цього рівняння будемо шукати у вигляді

$$\Psi=\frac{1}{2mc}\left(\gamma^{\nu}\left(p_{\nu}-\frac{q}{c}A_{\nu}\right)+mc\right)\Phi,$$

де біспінор Φ задовольняє рівнянню

$$\left[\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\left(p_{\mu}-\frac{q}{c}A_{\mu}\right)\left(p_{\nu}-\frac{q}{c}A_{\nu}\right)-m^{2}c^{2}\right]\Phi=0. \tag{1.2}$$

Враховуючи, що

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}=\frac{1}{2}\left(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\nu}\gamma^{\mu}\right)+\frac{1}{2}\left(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}-\gamma^{\nu}\gamma^{\mu}\right)=g^{\mu\nu}+\sigma^{\mu\nu},$$

де $g^{\mu\nu}$ – метричний тензор ($g^{00}=1$, $g^{11}=g^{22}=g^{33}=-1$, $g^{ik}=0$ при $i\neq k$), $\sigma^{\mu\nu}=\frac{1}{2}\left(\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}-\gamma^{\nu}\gamma^{\mu}\right)$ – антисиметричний «матричний тензор», отримуємо

$$\left[\left(p_{\mu}-\frac{q}{c}A_{\mu}\right)^{2}-m^{2}c^{2}-\frac{iq\hbar}{2c}F_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\right]\Phi=0, \tag{1.3}$$

де $F_{\mu\nu}=\partial_{\mu}A_{\nu}-\partial_{\nu}A_{\mu}$ – тензор електромагнітного поля.

Розв'язок рівняння (1.1) будемо шукати у вигляді [113]

$$\Phi=f\exp\left(\frac{i}{\hbar}S\right). \tag{1.4}$$

Тоді

$$\left[\left(i\hbar\partial_\mu - \frac{q}{c}A_\mu\right)^2 - m^2c^2 - \frac{iq\hbar}{2c}F_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\right] fe^{iS/\hbar} = 0.$$

Враховуючи, що

$$\left(i\hbar\partial_\mu - \frac{q}{c}A_\mu\right) fe^{iS/\hbar} = i\hbar e^{iS/\hbar}\partial_\mu f - fe^{iS/\hbar}\partial_\mu S - \frac{q}{c}fA_\mu e^{iS/\hbar}$$

і

$$\begin{aligned}
&\left(i\hbar\partial^\mu - \frac{q}{c}A^\mu\right) e^{iS/\hbar}\left(i\hbar\partial_\mu f - f\partial_\mu S - \frac{q}{c}fA_\mu\right) = \\
&= e^{iS/\hbar}\Big(-i\hbar(\partial^\mu f)(\partial_\mu S) + f(\partial_\mu S)^2 + \frac{q}{c}fA^\mu\partial_\mu S - \\
&- \hbar^2\partial_\mu^2 f - i\hbar(\partial^\mu f)(\partial_\mu S) - i\hbar f\partial_\mu^2 S - i\hbar\frac{q}{c}A^\mu\partial_\mu f - i\hbar\frac{q}{c}f\partial^\mu A_\mu - \\
&-i\hbar\frac{q}{c}A^\mu\partial_\mu f + \frac{q}{c}fA^\mu\partial_\mu S + \left(\frac{q}{c}\right)^2 fA_\mu^2\Big) = \\
&= e^{iS/\hbar}\Big(f(\partial_\mu S)^2 + 2\frac{q}{c}fA^\mu\partial_\mu S + \left(\frac{q}{c}\right)^2 fA_\mu^2 - i\hbar f\partial_\mu^2 S - \\
&-2i\hbar(\partial^\mu f)(\partial_\mu S) - \hbar^2\partial_\mu^2 f - 2i\hbar\frac{q}{c}A^\mu\partial_\mu f - i\hbar\frac{q}{c}f\partial^\mu A_\mu\Big),
\end{aligned} \tag{1.5}$$

отримуємо

$$\begin{aligned}
&e^{iS/\hbar}\Big(f(\partial_\mu S)^2 + 2\frac{q}{c}fA^\mu\partial_\mu S + \left(\frac{q}{c}\right)^2 fA_\mu^2 - fm^2c^2 - i\hbar f\partial_\mu^2 S - \\
&-2i\hbar(\partial^\mu f)(\partial_\mu S) - \hbar^2\partial_\mu^2 f - 2i\hbar\frac{q}{c}A^\mu\partial_\mu f - i\hbar\frac{q}{c}f\partial^\mu A_\mu - \frac{iq\hbar}{2c}fF_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}\Big) = 0.
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Якщо обрати функцію S такою, що

$$\left(\partial_\mu S + \frac{q}{c}A_\mu\right)^2 - m^2c^2 = 0, \tag{1.7}$$

функція f повинна задовольняти рівнянню

$$f\partial^{\mu}\left(\partial_{\mu}S+\frac{q}{c}A_{\mu}\right)+2(\partial^{\mu}f)\left(\partial_{\mu}S+\frac{q}{c}A_{\mu}\right)+\frac{q}{2c}F_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}f=i\hbar\Box f, \tag{1.8}$$

де $\Box=\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\nabla^2$.

Рівняння (1.7) – це релятивістське рівняння Гамільтона-Якобі для *класичної* дії. Розв'язок рівняння (1.7), як показано в [114], має вигляд

$$S=S\left(r_1,\ldots,r_n,\alpha_1,\ldots,\alpha_n,t\right),$$

де α_i – це константи, які визначають повний інтеграл рівняння (1.7) (жодна з них не є адитивною), n – число незалежних координат частинки. Константи α_i обираються таким чином, що детермінант

$$D=\frac{\partial\left(\frac{\partial S}{\partial\alpha_1},\ldots,\frac{\partial S}{\partial\alpha_n}\right)}{\partial(r_1,\ldots,r_n)}=\left|\frac{\partial^2 S}{\partial\alpha_i\partial r_i}\right|$$

є відмінним від нуля. Якщо хвильова функція частинки до падіння на кристал являє собою плоску хвилю, то константи α_i можуть бути виражені через компоненти початкового імпульсу частинки $p_{0,i}$. При цьому дія S буде визначатися значенням координати частинки $\vec{r}$ в момент часу t та початковим імпульсом частинки $\vec{p}_0$:

$$S=S\left(\vec{r},\vec{p}_0,t\right),$$

Рівняння (1.8) визначає поведінку хвильового пакета та спіну частинки в зовнішньому полі. Зазначимо, що при розсіюванні високоенергетичної зарядженої частинки у кристалі, товщина якого є значно меншою за радіаційну довжину шляху частинки ($L_{rad}\sim 10$ см), енергію частинки можна вважати сталою. Також в кристалах, рух у яких розглядається в дисертацій роботі, магнітне

поле відсутнє, а електричне поле не залежить від часу: $qA_\mu = (U(\vec{r}), 0)$, де $U(\vec{r})$ – потенціальна енергія частинки в електричному поле. В рівнянні (1.8) знехтуємо доданком, пропорційним $\hbar$ (цей доданок відповідає за розпливання хвильового пакета, швидкість якого при зростанні енергії прямує до нуля як $\frac{1}{p}$ [115]) і розглянемо розв'язок рівняння (1.7), який відповідає фіксованому значенню енергії:

$$S\left(\vec{r}, \vec{p}_0, t\right) = -Et + S\left(\vec{r}, \vec{p}_0\right). \tag{1.9}$$

При цьому з рівняння (1.8) у випадку $qA_\mu = (U(\vec{r}), 0)$ отримуємо

$$f\Delta S + \frac{2}{c^2}(E - qA_0)\frac{\partial f}{\partial t} + 2(\vec{\nabla}S)\vec{\nabla}f - \frac{q}{2c}F_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}f = 0. \tag{1.10}$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд

$$f = \frac{1}{\sqrt{E - qA_0}}\sqrt{\left|\frac{\partial^2 S}{\partial r_i \partial p_{0,i}}\right|}u, \tag{1.11}$$

де u – це біспінор, який задовольняє рівнянню

$$\frac{du}{dt} = \frac{qc}{4(E - qA_0)}F_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu}u, \tag{1.12}$$

Це рівняння визначає рух спіну частинки в заданому електромагнітному полі $F_{\mu\nu}$. Якщо знехтувати взаємодією типу спін-поле [69], розв'язком рівняння (1.13) є постійний біспінор u_0.

Детермінант $D = \left|\frac{\partial^2 S}{\partial r_i \partial p_{0,i}}\right|$ в рівнянні (1.11) задовольняє рівнянню

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}}(\vec{v}D) = 0, \tag{1.13}$$

де $\vec{v}$ – це вектор швидкості, який визначається співвідношенням

$$\vec{v} = \frac{\vec{\nabla} S}{E - qA_0}, \tag{1.14}$$

Бачимо, що детермінант D є розв'язком рівняння неперервності для деякої густини в конфігураційному просторі. В роботі [116] було показано, що якщо знайдено розв'язок рівняння Гамільтона-Якобі, то в конфігураційному просторі можна ввести густину, яка зберігається. Це величина являє собою детермінант D.

Позначивши як $\vec{r}_0$ початкове значення координат траєкторії $\vec{r}(\tilde{l}) = \vec{r}(\tilde{l}, \vec{r}_0, \vec{p}_0)$, де $\tilde{l}$ – це довжина шляху частинки, то можна записати детермінант D у вигляді

$$D = \left| \frac{\partial \vec{r}_0}{\partial \vec{r}} \right| = \int d\vec{r}_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}(\tilde{l}, \vec{r}_0, \vec{p}_0)). \tag{1.15}$$

Таким чином, якщо в рівнянні (1.8) знехтувати доданком, пропорційним $\hbar$, та взаємодією спін-поле, хвильові пакети будуть вести себе так само, як частинки, які рухаються по класичним траєкторіям, що відповідають дії S. Хвильова функція в цьому випадку визначається класичною траєкторією частинки в зовнішньому полі:

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{E - qA_0} \int d\vec{r}_0 \delta \left(\vec{r} - \vec{r}(\tilde{l}, \vec{r}_0, \vec{p}_0) \right)} u_0 e^{\frac{i}{\hbar}(S(\vec{r}, \vec{p}_0) - Et)}. \tag{1.16}$$

В даному квазікласичному наближенні хвильова функція визначається через класичні траєкторії частинок. Густина імовірності, визначена в деякий початковий момент часу, буде рухатися за законами класичної механіки з класичною швидкістю $\vec{v}$ у кожній точці простору. Це є аналогом переходу від хвильової оптики до геометричної [117–119].

1.2. Орієнтаційні ефекти у зігнутому кристалі

Зігнуті кристали у рентгенівській спектроскопії. Наприкінці 1920-х років для досліджень в області рентгенівської спектроскопії постала потреба в отриманні пучків рентгенівських променів високої інтенсивності. В 1930 році Джессі Дюмон і Гаррі Кіркпатрік запропонували застосування зігнутих кристалів для фокусування рентгенівських променів, отриманих від точкового джерела [120]. Схематично можливість такого фокусування показана на рис. 1.3. Ідея полягала у тому, щоб за допомогою бреггівської дифракції на зігнутому кристалі PQ рентгенівські промені, які випромінюються точковим джерелом A, фокусувалися в точці B.

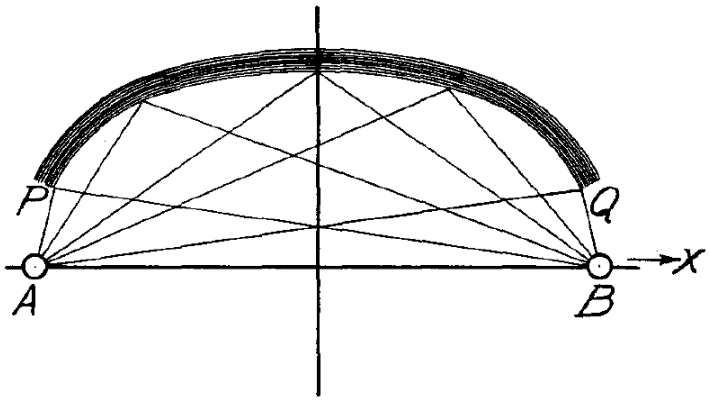


Рис. 1.3. Схема фокусування рентгенівських променів за допомогою зігнутого кристала, [120].

Пізніше було запропоновано ще декілька принципово різних схем фокусування рентгенівських променів за допомогою зігнутого кристала [121–125]. В одних використовувалося відбиття від поверхні зігнутого кристала (коли кристалічні площини розташовані паралельно чи майже паралельно поверхні кристала, на яку падають рентгенівські промені), а в інших – проходження через зігнутий кристал (коли кристалічні площини розташовані ортогонально поверхні кристала, на яку падають рентгенівські промені). На основі цих схем побудована велика кількість спектрометрів з високою роздільною здатністю, які базуються на застосуванні зігнутих кристалів, а сам процес дифракції на зігнутому кристалі вивчається донині [126–147].

Каналювання заряджених частинок у кристалі з дислокаціями. Каналювання заряджених частинок у зігнутому осьовому каналі кристала вперше було розглянуто Івом Квере в 1968 році в роботі [148]. В цій роботі проводився аналіз руху заряджених частинок в режимі каналювання при наявності дислокацій. Вигин осьового каналу, в полі якого мало місце каналювання, було спричинено дислокацією, як показано на рис. 1.4. Радіус вигину залежав від відстані до дислокації, а чим меншим він був, тим більшою була ймовірність деканалювання.

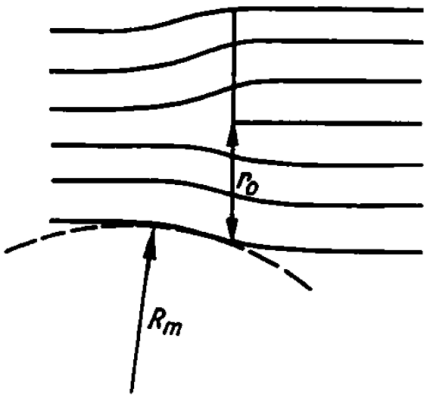


Рис. 1.4. Ілюстрація вигину осьових каналів в кристалі через наявність дислокації, [148]. R_m – це мінімальний радіус вигину каналу, який знаходиться на відстані r_0 від краю дислокації.

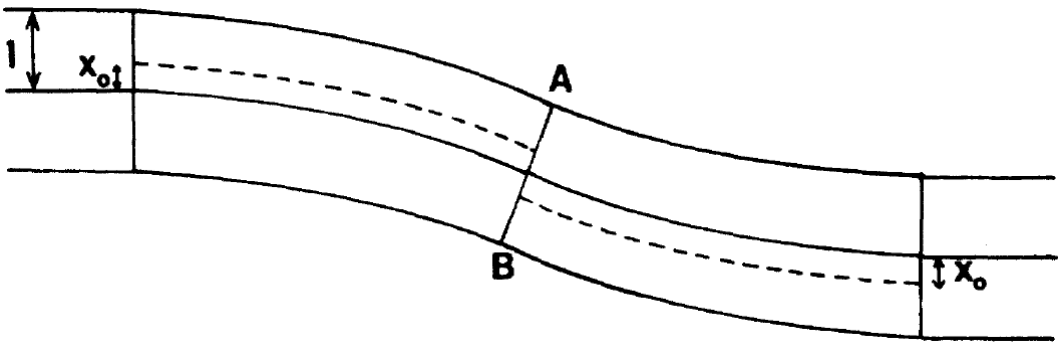


Рис. 1.5. Ілюстрація вигину площинного каналу в кристалі через наявність дислокації, [149].

Ананд Патак в 1976 році в роботі [149] розглянув рух заряджених частинок при площинному каналюванні в кристалі при наявності дислокацій (див. рис. 1.5). В цій роботі було запропоновано при теоретичному дослідженні впливу дислокацій на стійкість руху заряджених частинок в режимі площин-

ного каналювання розглядати модель руху в прямому кристалі при наявності відцентрової сили, яка є обернено пропорційна радіусу вигину площинного каналу та прямо пропорційна кінетичній енергії частинок. Більш детально деканалювання за рахунок дислокацій було пізніше розглянуто в роботі [150].

Площинне каналювання заряджених частинок у зігнутому кристалі. В тому ж 1976 році Едуард Циганов запропонував [151, 152] використання площинного каналювання швидких заряджених частинок у зігнутому кристалі для відхилення напрямку їх руху. При площинному каналюванні частинки рухаються в підбар'єрному режимі по відношенню до площинного потенціалу атомів кристала. Площинний потенціал, знайдений у роботі [152], показано на рис. 1.6. Якщо кристал зігнути, площинний потенціал зміниться, але якщо вигин є невеликим, то в цьому потенціалі залишаться ділянки, на яких розташовані потенціальні ями. Циганов показав, що такі ділянки пропадають лише коли радіус вигину кристала перевищує критичний радіус

$$R_c = \frac{pv}{eE_c}, \tag{1.17}$$

де p – це імпульс частинки, v – її швидкість, e – заряд позитрона, а E_c – напруженість електричного поля на границі ділянки підбар'єрного руху. Визначення критичного радіуса вигину кристала потім було дещо змінено (див. розділ 3), але саме його існування дозволило оцінити кути, на які можливо відхиляти частинки за допомогою зігнутого кристала.

Передбачення Е. М. Циганова було підтверджено результатами комп'ютерного моделювання [153, 154]. В цих роботах було знайдено кутовий розподіл протонів з кінетичною енергією E_k, що дорівнює 1 ГеВ та 6,6 ГеВ, після проходження зігнутих кристалів золота з різними радіусами вигину R. На рис. 1.7 показані ці кутові розподіли для $E_k = 1$ ГеВ, $R = 0,29$ см та $R = 0,112$ см. Видно, що при $R = 0{,}29$ см майже весь пучок протонів відхиляється на кут вигину кристала, позначений на рис. 1.7 буквою α. При

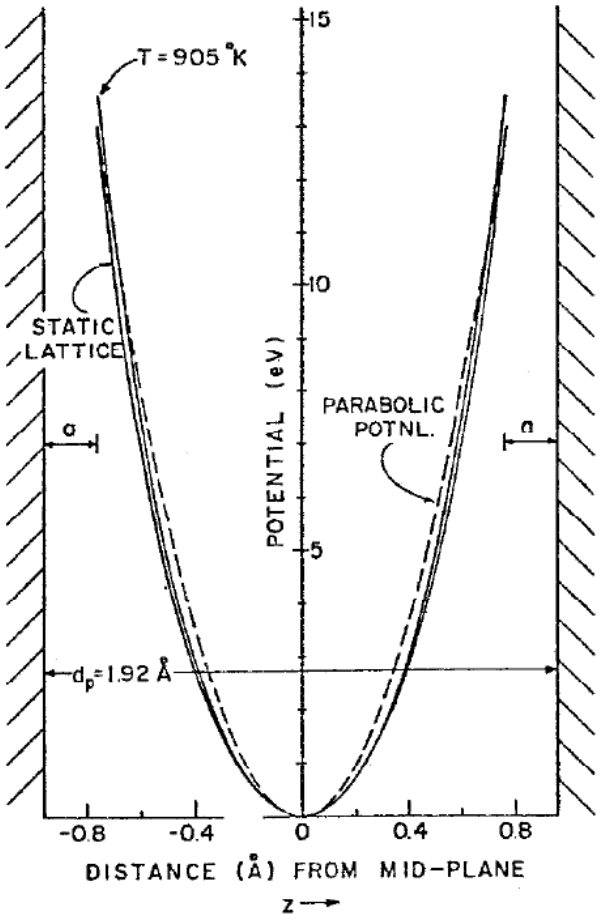


Рис. 1.6. Площинний потенціал атомів кристала, [152].

$R = 0{,}112$ см кількість відхилених частинок суттєво зменшується, проте частинки відхиляються на більший кут, оскільки кут вигину кристала при невеликих деформаціях визначається формулою

$$\alpha = L/R,$$

де L – це товщина кристала у напрямку руху заряджених частинок.

Перше експериментальне підтвердження можливості відхилення швидких заряджених частинок за допомогою площинного каналювання у зігнутих кристалах було опубліковане в 1979 році в роботі [155]. Експеримент було проведено радянсько-американською колаборацією в ОІЯД (м. Дубна) на протонах з кінетичною енергією 8,4 ГеВ. Каналювання протонів відбувалося в площинних каналах (111) кристала кремнію. Товщина зігнутих кристалів в напрямку

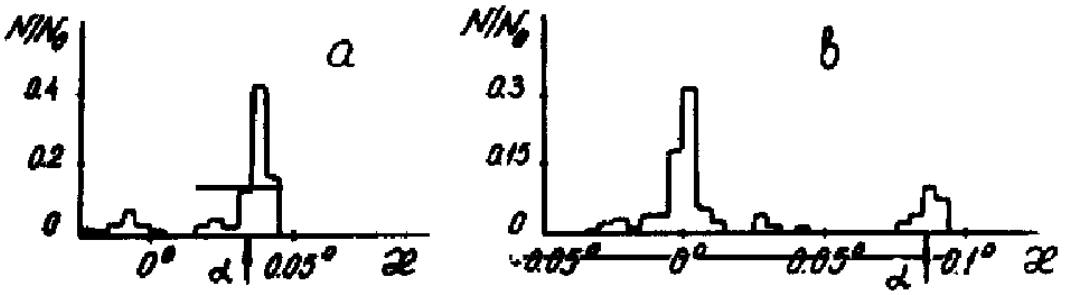


Рис. 1.7. Кутові розподіли протонів з кінетичною енергією 1 ГеВ після проходження через зігнуті кристали золота з радіусом вигину (a) 0,29 см та (b) 0,112 см, [154]. N – це число протонів, відхилених на певний кут, відкладений по осі абсцис, а N_0 – це повне число протонів.

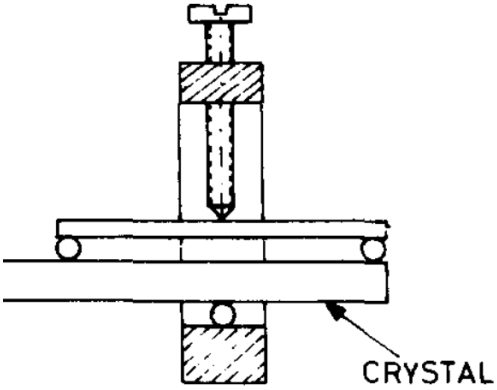


Рис. 1.8. Пристрій для вигину кристала, [155].

руху протонів складала 1 см. Для вигину кристала застосовувався пристрій, показаний на рис. 1.8. В крайніх точках кристал спирався на підкладку, а на середню частину кристала чинився тиск. Деформація, яку можна отримати за допомогою такого пристрою далека від циліндричної. Отриманий вигин був близьким до параболічного, тому радіус вигину кристала не був сталим (найменшим значення радіуса вигину було в центрі кристала). Проте такого вигину виявилося достатньо для ефективного відхилення високоенергетичних частинок. Кристали кремнію, які використовувалися в експерименті, мали кути вигину 0, 0,5, 1, 2, 4,5, 12,5 та 26 мрад. Для всіх цих кристалів результати експерименту показали відхилення частини пучка на кут вигину кристала. Кутові розподіли протонів після проходження через кристали кремнію з кутами вигину 0, 1, 3 та 26 мрад показані на рис. 1.9.

Результати, наведені на рис. 1.9, показали вірність передбачення Е. М. Ци-

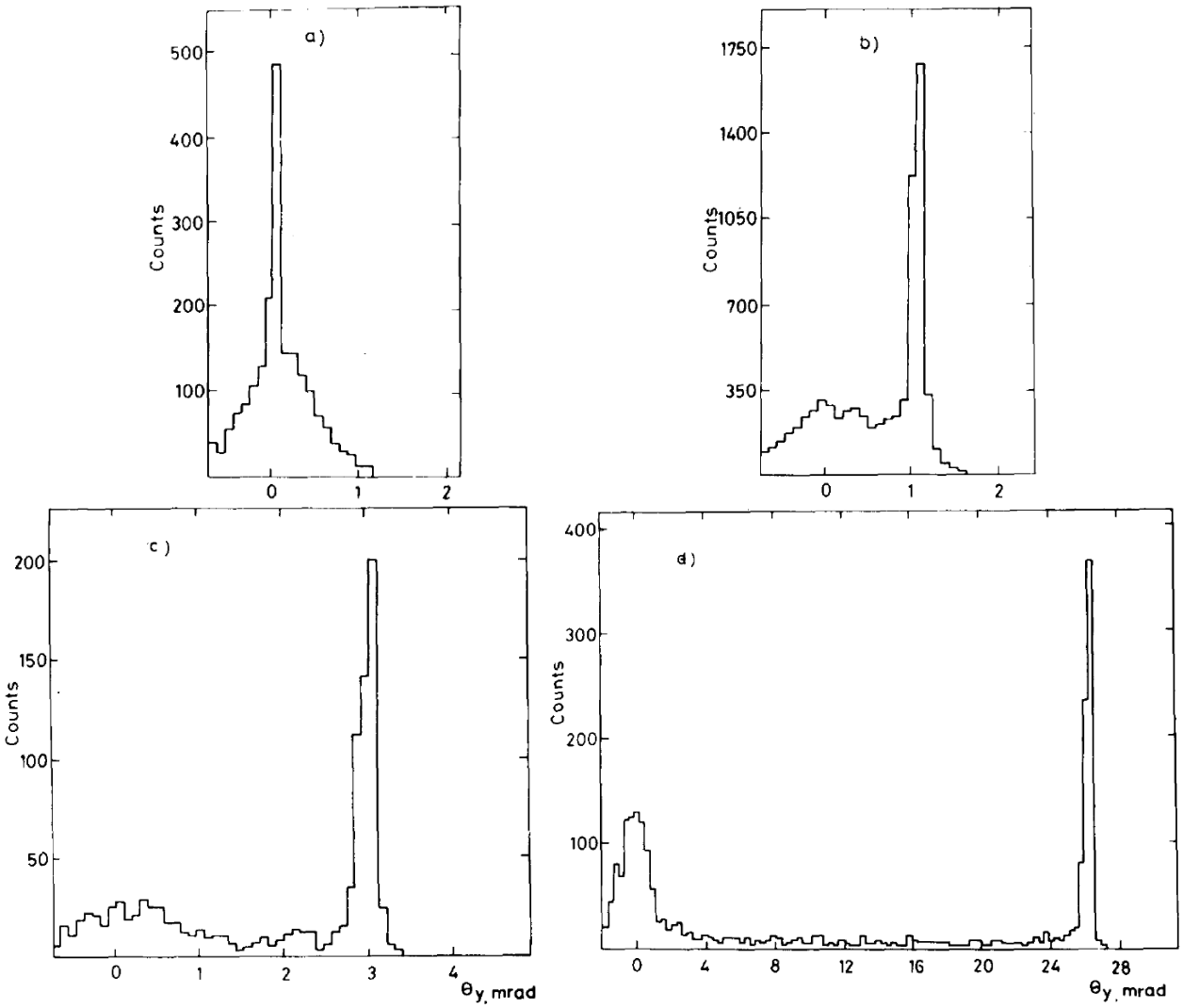


Рис. 1.9. Кутові розподіли протонів з кінетичною енергією 8,4 ГеВ після проходження кристалів кремнію з кутами вигину (a) 0 (прямий кристал), (b) 1 мрад, (c) 3 мрад та (d) 26 мрад, [155].

ганова. Велика частина пучка протонів була відхилена на повні кути вигину кристалів, а відхилений пучок виявився добре колімованим. Варто зазначити, що таке ефективне відхилення пучка вдалося отримати завдяки багатократному проходженню циркулюючого у прискорювачі пучка через зігнутий кристал. Індукція еквівалентного магнітного поля, яке потрібне було б для аналогічного відхилення пучка за допомогою магнітів, була оцінена авторами роботи в 81 Тл. Це дуже сильне магнітне поле. Для порівняння слід зазначити, що індукція магнітного поля Землі складає близько 50 мкТл, а індукція поля надпровідних поворотних електромагнітів на прискорювачі LHC ЦЕРН, які мають довжину 15 метрів, складає 8,3 Тл.

Теоретичний опис явища площинного каналювання у зігнутому кристалі було опубліковано в роботі [156]. Було показано, що в зігнутому кристалі при площинному каналюванні заряджені частинки мають ефективну потенціальну енергію

$$U_{eff} = U(x) + 2E\frac{x}{R} + U_0(R),$$

де параметр $U_0(R)$ обирається з умови, що ефективна потенціальна енергія дорівнює нулю в центрі потенціальної ями, а вісь x вважається паралельною вектору вигину кристала (і спрямована в протилежний бік по відношенню до цього вектора). Двійка у другому доданку в правій частині рівняння виявилася зайвою, але залежність від енергії частинок, координати x та радіуса вигину була написана вірно. Також в цій роботі було описано процес деканалювання за рахунок розсіювання на електронах та багатократного розсіювання на ядрах атомів кристала.

В 1980 році можливість відхилення високоенергетичних заряджених частинок за допомогою площинного каналювання у зігнутому кристалі була підтверджена і в ЦЕРН при імпульсі протонів 12 ГеВ/c [157]. Схема вигину кристала була аналогічною тій, що показана на рис. 1.8. Результати представлені на рис. 1.10. Площина (110) в експерименті була ортогональною до площини вигину кристала.

На рис. 1.10(a–c) видно, що велика кількість протонів була відхилена на повний кут вигину кристала. Ця кількість зменшується при зростанні кута вигину кристала. Результати, показані на рис. 1.10(d–e), були отримані для випадку, коли частинки захоплюються не в площину (110), яка є ортогональною до площини вигину кристала, а в площину, яка має кут 60° з площиною вигину (такі площини у зігнутому кристалі називають «невертикальними» або «нахиленими»). При русі у таких площинних каналах частинки відхиляються не тільки в напрямку, що є паралельним вектору вигину кристала, але і у

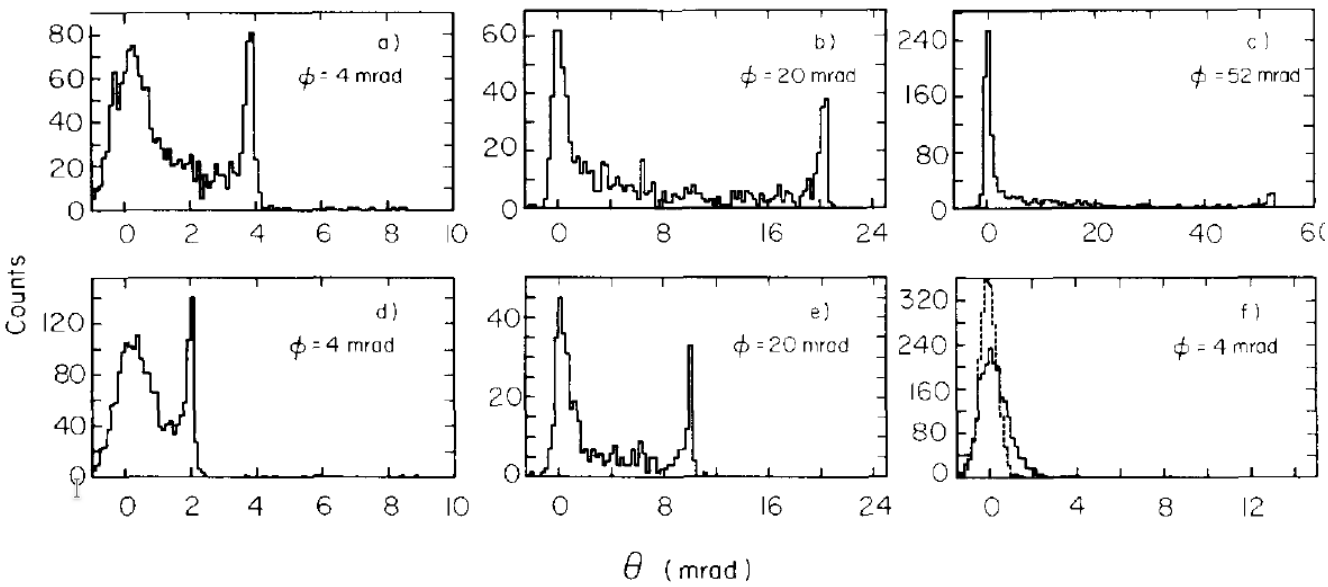


Рис. 1.10. Кутовий розподіл (a–e) протонів з імпульсом 12 ГеВ/c після проходження зігнутого кристала кремнію, вигнутого на (a) 4 мрад, (b) 20 мрад, (c) 52 мрад, (d) 4 мрад, (e) 20 мрад, та (f) π^--мезонів з імпульсом 12 ГеВ/c після проходження зігнутого кристала кремнію, вигнутого на 4 мрад, [157].

ортогональному до цього вектора напрямку. Саме з цим пов'язано те, що кути відхилення в площині вигину кристала на рис. 1.10(d–e) є меншими за кути вигину кристалів.

На рис. 1.10(f) показані результати експерименту по відхиленню π^--мезонів з імпульсом 12 ГеВ/c після проходження зігнутого кристала кремнію, вигнутого на 4 мрад, [157]. Відхилення пучка майже відсутнє. Це пов'язано з тим, що для негативно заряджених частинок центр потенціальної ями площинного каналу збігається (в зігнутих кристалах майже збігається) з точкою розташування атомних площин, тоді як для позитивно заряджених частинок центр потенціальної ями знаходиться посередині (в зігнутих кристалах майже посередині) між атомними площинами. Через це підбар'єрні негативно заряджені частинки значно частіше перебувають близько до ядер атомів і деканалюють на значно меншій товщині кристала. В експерименті товщина кристала була набагато більшою за довжину деканалювання, тому відхилення на кут вигину кристала не відбувалося.

Теоретичний аналіз проведених в ОІЯД і ЦЕРН експериментів було прове-

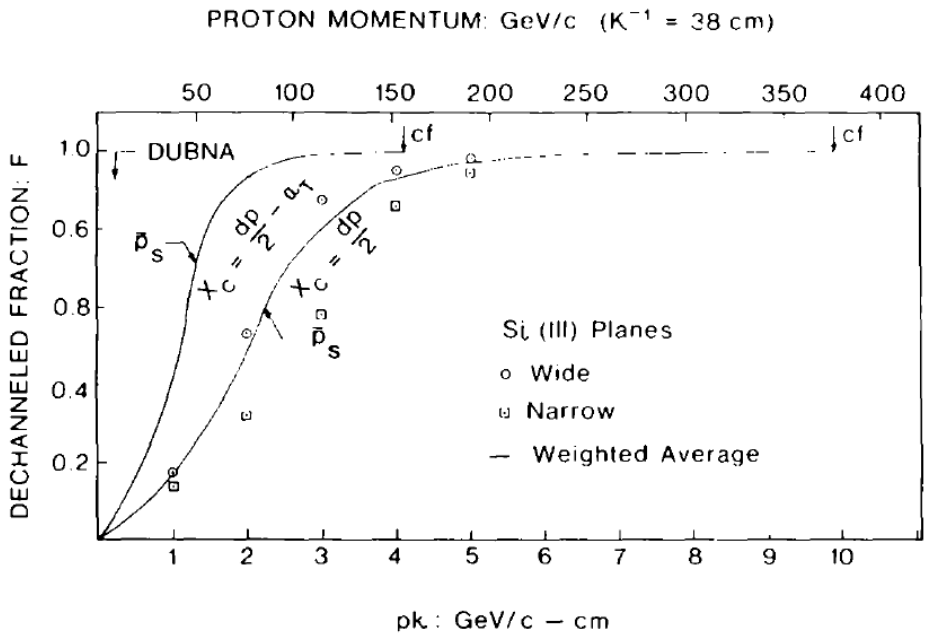


Рис. 1.11. Залежність числа деканалюючих протонів від імпульсу протонів при каналюванні в полі площин (111) кристала кремнію, [158].

дено в роботі [158]. В цій роботі було знайдено залежність числа деканалюючих частинок від імпульсу цих частинок для площинного каналювання у кристалах кремнію та вольфраму. Ця залежність показана на рис. 1.11. При зростанні енергії зменшується кількість частинок, які до кінця кристала знаходяться в режимі площинного каналювання. Цей результат є природним, оскільки з (1.17) видно, що з ростом імпульсу зростає критичний радіус площинного каналювання, тобто при сталому радіусі кристала зростання імпульсу призводить до зменшення області підбар'єрного руху.

Експериментальні та теоретичні дослідження площинного каналювання в зігнутому кристалі продовжувалися в роботах [159–203].

Вимірювання магнітного моменту короткоживучих заряджених частинок. Спочатку новий метод відхилення швидких заряджених частинок за допомогою зігнутого кристала розглядали лише як можливість для виведення пучків заряджених частинок (або частин цих пучків) з циклічних прискорювачів. Але в 1979 році Володимир Баришевський запропонував застосувати площинне каналювання в зігнутому кристалі для вимірювання магнітного моменту короткоживучих заряджених частинок [204]. Ідея полягала у тому, що

з ростом енергії заряджених частинок частота прецесії спіна у зовнішньому полі зменшується і для ультрарелятивістських частинок визначається їх аномальним магнітним моментом. Якщо кристал є немагнітним, рівняння для вектора поляризації спіна $\vec{\xi}$ може бути записано у вигляді

$$\frac{d\vec{\xi}}{dt} = \frac{2\mu'}{\hbar}\vec{\xi} \times \left(\vec{E} \times \vec{l}\right), \tag{1.18}$$

де $\vec{E}$ – напруженість електричного поля в точці, де перебуває частинка, $\vec{l} = \vec{v}/v$, $\vec{v}$ – швидкість частинки, μ' – аномальна частина магнітного моменту. Хоча внутрикристалічні поля є дуже великими, в разорієнтованому кристалі в різних точках траєкторії частинки $\vec{E}$ приймає випадкові значення і має місце швидка деполяризація спіна частинки. В орієнтованому кристалі можливе площинне каналювання і позитивно заряджена частинка осцилює між двома атомними площинами. При цьому, як видно з рівняння (1.18), під час кожної осциляції в полі однієї площини вектор поляризації спіна обертається в одному напрямку, а в полі другої площини – в протилежному. Таким чином, в прямому кристалі при площинному каналюванні середнє значення повороту спіна дорівнює нулю. А якщо кристал є зігнутим, в супутній до частинки системі відліку з'являється відцентрова сила, яка діє в одному напрямку впродовж усього руху частинки в кристалі. Саме ця сила призводить до повороту спіна частинки.

Ідею В. Г. Баришевського в 1980 році розвинув Володимир Любошиц [205]. Він знайшов зв'язок між кутом прецесії спіна та зміною напрямку імпульсу релятивістської частинки, яка рухається в довільному електричному полі. Як було раніше показано В. Баргманом, Л. Мішелем і В. Л. Телегді [206], рівняння для подвоєного середнього значення оператора спіна частинки $\vec{\zeta}$ в системі спокою частинки може бути записано у вигляді

$$\frac{d\vec{\zeta}}{d\tau} = \frac{2\mu}{\hbar}\vec{\zeta} \times \vec{H}^* - (\gamma - 1)\left(\vec{l} \times \frac{d\vec{l}}{d\tau}\right) \times \vec{\zeta}, \tag{1.19}$$

де $\vec{H}^*$ – напруженість магнітного поля в системі спокою частинки, τ – час в системі спокою частинки. Магнітний момент частинки визначається наступним чином:

$$\mu = \frac{qg}{2mc}\hbar s, \tag{1.20}$$

де s – її спін, g – гіромагнітне відношення, m – маса частинки, q – її заряд.

Рівняння руху релятивістської частинки можна записати як

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E} + q\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{H}, \tag{1.21}$$

де $\vec{p}$ – це імпульс частинки. З цього рівняння отримуємо

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m\gamma}\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{H}\right) - \frac{q\vec{v}}{\gamma mc^2}\left(\vec{v}\vec{E}\right). \tag{1.22}$$

Модуль швидкості релятивістської зарядженої частинки у тонкому кристалі майже не змінюється, тому для одиничного вектора в напрямку швидкості частинки маємо

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{q}{\gamma mv}\left(\vec{E} + \frac{v}{c}\vec{l} \times \vec{H}\right) - \frac{qv\vec{l}}{\gamma mc^2}\left(\vec{l}\vec{E}\right). \tag{1.23}$$

Таким чином, миттєву кутову швидкість повороту імпульсу частинки $\vec{\Omega}_0$ можна записати наступним чином:

$$\vec{\Omega}_0 = \vec{l} \times \frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{q}{\gamma mv}\left(\vec{l} \times \vec{E} + \frac{v}{c}\vec{l} \times \left(\vec{l} \times \vec{H}\right)\right), \tag{1.24}$$

тобто

Повернемося тепер до рівняння (1.19). Оскільки $d\tau = dt/\gamma$, кутова швидкість прецесії релятивістської зарядженої частинки $\vec{\Omega}$, яка визначається

рівнянням

$$\frac{d\vec{\zeta}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{\zeta},$$

може бути записана як

$$\vec{\Omega} = -\frac{2\mu}{\gamma\hbar}\vec{H}^* - (\gamma - 1)\left(\vec{l} \times \frac{d\vec{l}}{dt}\right). \tag{1.25}$$

Враховуючи, що

$$\vec{H}^* = \gamma\left(\vec{H} - \frac{\vec{v}}{c}\vec{l} \times \vec{E}\right) - (\gamma - 1)\vec{l}\left(\vec{l}\vec{H}\right),$$

для частинки зі спіном $\frac{1}{2}$

$$\vec{\Omega} = -\frac{q}{2mc}g\left(\vec{H} + \vec{E} \times \frac{\vec{v}}{c} - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\vec{l}\left(\vec{l}\vec{H}\right)\right) - (\gamma - 1)\vec{l} \times \frac{d\vec{l}}{dt}. \tag{1.26}$$

В немагнітному кристалі $H = 0$ і

$$\vec{\Omega}_0 = -\frac{q}{mc}\frac{\gamma}{\gamma^2 - 1}\vec{E} \times \frac{\vec{v}}{c}. \tag{1.27}$$

При цьому

$$\vec{\Omega} = -\frac{q}{2mc}g\vec{E} \times \frac{\vec{v}}{c} - (\gamma - 1)\vec{l} \times \frac{d\vec{l}}{dt}. \tag{1.28}$$

Порівнюючи (1.27) з (1.28) дістаємо

$$\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_0\left(\frac{g}{2}\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma} - \gamma + 1\right). \tag{1.29}$$

При відсутності аномального магнітного моменту $g = 2$, тому перепишемо

рівняння (1.29) таким чином, щоб гіромагнітне відношення входило у вигляді $(g-2)$:

$$\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_0 \frac{v^2}{c^2} \left(\frac{g-2}{2}\gamma + \frac{\gamma}{\gamma+1} \right). \tag{1.30}$$

Саме такий зв'язок між кутом прецесії спіна та зміною напрямку імпульсу релятивістської частинки було знайдено в роботі [205].

Також Любошиц показав, що якщо траєкторія зарядженої частинки в електричному полі представляє собою плоску криву, як це має місце у випадку площинного каналювання, то вектори $\vec{\Omega}(t)$ та $\vec{\Omega}_0(t)$ мають постійний напрямок уздовж нормалі $\vec{n}$ до площини руху частинки. У цьому випадку кут прецесії вектора поляризації навколо нормалі $\vec{n}$ складає

$$\theta(t) = \int_0^t \left(\frac{g-2}{2} \frac{\gamma^2(t')-1}{\gamma(t')} + \frac{\gamma(t')-1}{\gamma(t')} \right) \frac{d\theta_0(t')}{dt'} dt', \tag{1.31}$$

де

$$\theta_0(t) = \int_0^t \Omega_0(t') dt'$$

представляє собою кут між початковим імпульсом частинки і її імпульсом в момент t. Якщо при русі частинки її кінетична енергія залишається майже незмінною, що є справедливим припущенням для руху в тонких кристалах, то рівняння (1.31) для кінцевого значення кутів повороту спіну та імпульсу можна переписати у вигляді

$$\theta = \left(\frac{g-2}{2} \frac{\gamma^2-1}{\gamma} + \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \theta_0. \tag{1.32}$$

Таким чином, якщо експериментально визначити кут відхилення короткоживучої зарядженої частинки та кут повороту спіну (для цього потрібно знати початкову поляризацію частинки, а кінцеву можна визначити як паралельну

площині, в якій знаходяться імпульси частинок, на які розпадається короткоживуча частинка), за допомогою рівняння (1.32) можна визначити гіромагнітне відношення, а підставивши його до рівняння (1.20), можна знайти магнітний момент частинки.

У 1983 році Ік Джо Кім запропонував застосувати площинне каналювання в зігнутому кристалі для вимірювання магнітного моменту короткоживучих баріонів, які мають у своєму складі важкі кварки [207]. Кім детально розглянув зміну площинного потенціалу, викликану вигином кристала, в супутній системі відліку у випадку кристалів кремнію, германію, вольфраму та платини і показав можливість вимірювання магнітного моменту за допомогою проходження через зігнутий кристал для багатьох короткуживучих частинок. Для площини (110) зігнутого кристала вольфраму потенціальна енергія позитивно зарядженої частинки з зарядом позитрона показана на рис. 1.12.

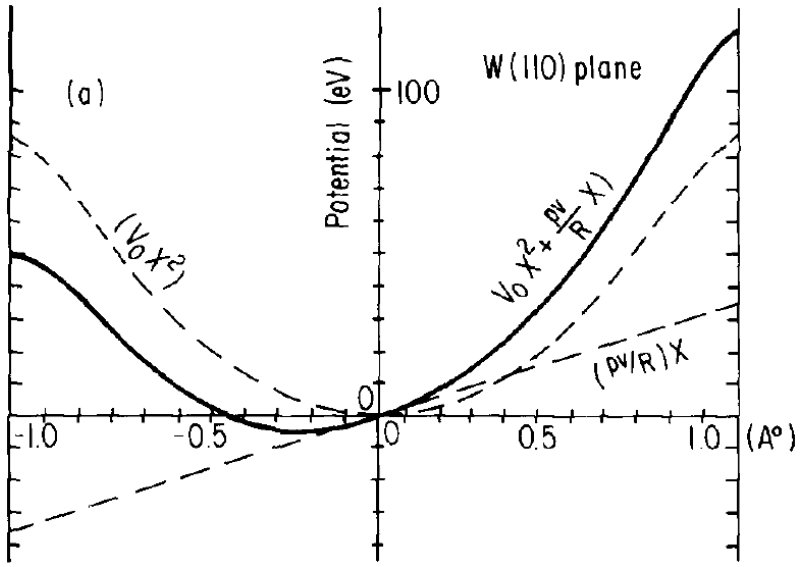


Рис. 1.12. Потенціальна енергія позитивно зарядженої частинки з зарядом позитрона в полі площинного каналу (110) зігнутого кристала вольфраму в супутній системі відліку, [207].

Подальші дослідження можливості вимірювання магнітного моменту короткоживучих частинок за допомогою їх відхилення при проходженні через зігнутий кристал опубліковані в роботах [208–211]. А в 1992 році за допомогою цього методу вдалося виміряти магнітний момент Σ^+ баріона [212]. В експе-

рименті, який було проведено в Фермілаб, пучок поляризованих Σ^+ баріонів налітав на зігнутий кристал кремнію, індукція ефективного магнітного поля в якому складала 45 Тл. Схема експерименту показана на рис. 1.13. Протони з кінетичною енергією 800 ГеВ налітали на мідну мішень, в якій народжувалися Σ^+ баріони. Отримані баріони налітали на один з двох зігнутих кристалів (застосування двох кристалів дозволило вдвічі збільшити статистику). Стрілки на нижньому рисунку показують початковий та кінцевий напрямок поляризації Σ^+ баріонів. Рух в полі зігнутого кристала в режимі площинного каналювання зумовив прецесію спіну Σ^+, яку експериментально визначили рівною $60° \pm 2°$. Магнітний момент було визначено рівним $(2.40 \pm 0{,}46 \pm 0{,}40)$, де спочатку записана статистична похибка, а потім систематична.

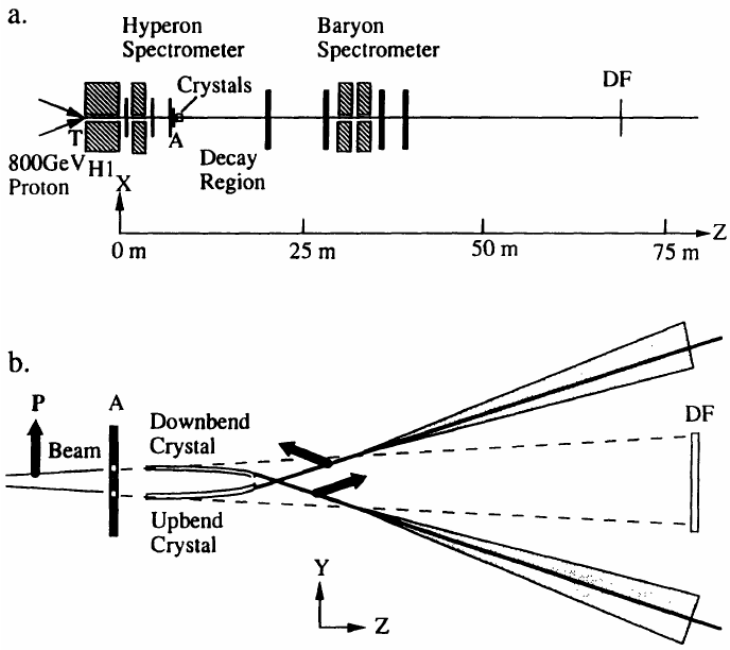


Рис. 1.13. Схема експерименту по вимірюванню магнітного моменту Σ^+ баріону, [212].

Розподіл Σ^+ баріонів за кутом відхилення після проходження зігнутих кристалів, отриманий в роботі [212], показано на рис. 1.14. Видно, що площинне каналювання у зігнутому кристалі дозволило не тільки відхилити частинки на великий кут, але й отримати добре колімовані відхилені пучки. Асиметрія на рис. 1.14 пов'язана з похибками в орієнтуванні одного з кристалів.

В наступних роботах, присвячених вимірюванню магнітного моменту

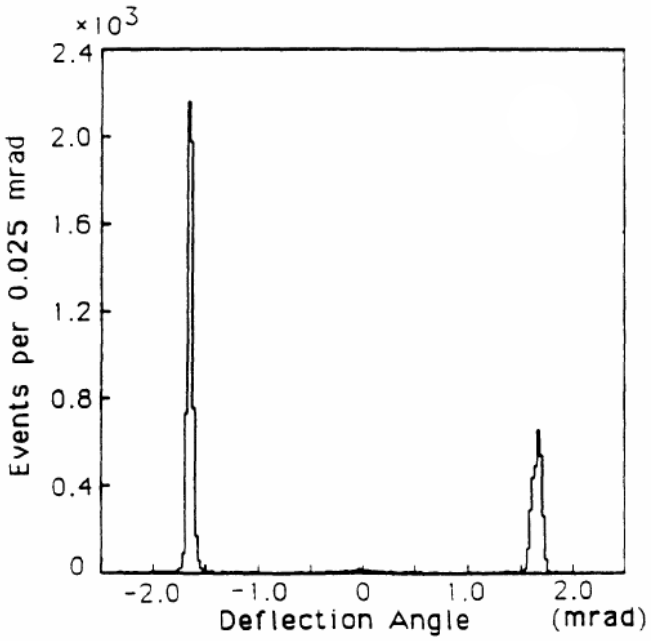


Рис. 1.14. Розподіл Σ^+ баріонів за кутом відхилення після проходження зігнутих кристалів, отриманий в роботі [212].

та електричного дипольного моменту короткоживучих частинок, [213–222] були проведені розрахунки для різних короткоживучих частинок і знайдені оптимальні умови для проведення експериментів по вимірюванню магнітного моменту короткоживучих частинок на різних прискорювачах. Наразі експеримент по вимірюванню магнітного моменту Λ_c^+ баріона готується у ЦЕРН [222, 223].

Об'ємне відбиття заряджених частинок у зігнутому кристалі. У 1986 році О. М. Таратін та С. А. Воробйов за допомогою чисельного моделювання розглянули задачу про захоплення в режим каналювання у зігнутих кристалічних площинах тих частинок, які при падінні на кристал були надбар'єрними [224]. На прикладі протонів з кінетичною енергією 1 ГеВ вони розглянули задачу падіння позитивно заряджених частинок на зігнутий кристал таким чином, щоб в якійсь точці всередині кристала частинки проходили по дотичній до кристалічних площин. Схематично така ситуація показана на рис. 1.15.

У зігнутому кристалі, коли частинка рухається в полі атомних площин, енергія руху вздовж осі x, яка є ортогональною до атомних площин, без

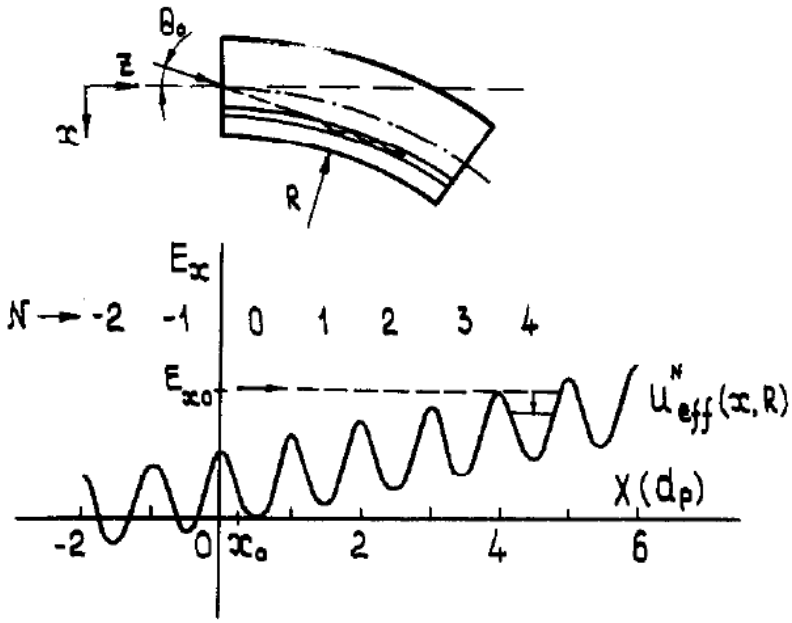


Рис. 1.15. Захоплення надбар'єрних позитивно заряджених частинок в режим площинного каналювання всередині зігнутого кристала, [224].

урахування некогерентного розсіювання може бути записана як

$$E_x = \frac{pv\theta_x^2}{2} + U_{eff}(x, R), \tag{1.33}$$

де ефективна потенціальна енергія частинки має вигляд

$$U_{eff}(x, R) = U(x) + pv\frac{x}{R}. \tag{1.34}$$

Другий доданок в (1.34) – це відцентрова енергія в супутній системі відліку, а саму енергію E_x називають ортогональною енергією частинки. На рис. 1.15 видно, що надбар'єрна частинка всередині кристала може досягти точки, в якій її ортогональна енергія стає меншою за висоту потенціального бар'єру. Автори роботи 1.15 показали, що якщо поблизу цієї точки частинка зазнає некогерентного розсіювання, скажімо на теплових коливаннях атомів або на атомних електронах, її ортогональна енергія може зменшитись, і тоді частинка буде захоплена в режим каналювання в площинному каналі, сформованому тими площинами, по дотичній до яких рухалася частинка. За допомогою

чисельного моделювання вони розрахували ймовірність такого захоплення як функцію товщини кристала та різних кутів між початковим напрямком руху частинок і початковим положенням атомних площин. В тому ж році ті ж автори за допомогою чисельного моделювання дослідили можливість захоплення негативно заряджених частинок в режим осьового каналювання всередині орієнтованого кристала [225].

Таким чином, автори роботи [224] показали, що всередині зігнутого кристала частинки можуть захопитися в режим площинного каналювання і бути відхиленими на певний кут в напрямку вигину кристала. А що буде, якщо частинки не зазнають некогерентного розсіювання під час проходження по дотичній до зігнутої атомної площини або некогерентне розсіювання призведе до збільшення ортогональної енергії? На це питання О. М. Таратін і С. А. Воробйов відповіли в 1987 році в роботах [226,227]. За допомогою чисельного моделювання вони показали, що ті частинки, які не будуть захоплені в режим площинного каналювання, будуть відхилені в напрямку, що є протилежним до вектору кривини кристала (див. рис. 1.16, випадок, позначений цифрою 2). Оскільки при цьому кут відбиття від атомної площини майже дорівнює куту падіння на площину, за аналогією з відбиттям в оптиці, явище було названо об'ємним відбиттям заряджених частинок у зігнутому кристалі.

Крім результатів чисельного моделювання О. М. Таратін і С. А. Воробйов знайшли також аналітичні вирази для кутів відхилення заряджених частинок при об'ємному відбитті. Але ці вирази були записані у вигляді інтегралів за траєкторією частинок. Більш прості вирази для кутів відбиття заряджених частинок у зігнутому кристалі були отримані в наступних роботах В. О. Маішеєва, М. В. Бондаренка, М. Ф. Шульги, В. І. Трутня, В. В. Бойка, С. Белуччі та В. М. Бірюкова [228–240], в яких більш детально було досліджено явище об'ємного відбиття. Точне усереднення по поперечним енергіям частинок початкового пучка для потенціалу загального вигляду було отримано в роботі [241].

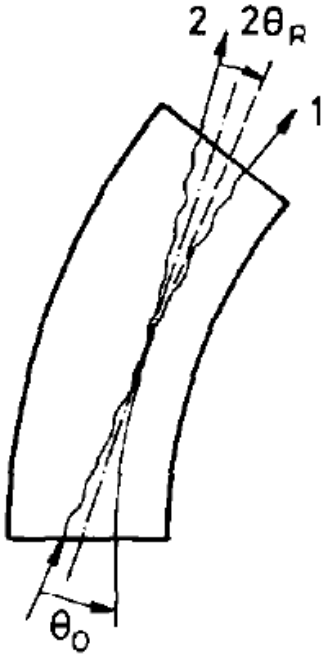


Рис. 1.16. Відхилення надбар'єрних позитивно заряджених частинок зігнутими атомними площинами, [226].

Експериментальне підтвердження існування ефекту об'ємного відбиття заряджених частинок від атомних площин у зігнутому кристалі було опубліковане в роботах [242, 243]. Експеримент було проведено на прискорювачі У-70 ІФВЕ м. Протвіно. Пучок протонів з кінетичною енергією 70 ГеВ налітав на зігнутий кристал кремнію товщиною 0,72 мм, який було зігнуто завдяки квазімозаїчній деформації [244]. Така техніка вигину кристала дозволила отримувати дуже тонкі зігнуті кристали з доволі малим радіусом вигину. Схематично такий кристал показано на рис. 1.17. Пучок налітав на кристал паралельно осі z. Бачимо, що радіус вигину в експерименті складав 1,7 м, а кут вигину кристала дорівнював приблизно 423 мкрад.

Орієнтація кристала в експерименті [242,243,245] була такою, що всередині кристала частинки проходили по дотичній до атомних площин. Це дозволило спостерігати об'ємне відбиття протонів на кут $39,5 \pm 2,0$ мкрад, що складає $1,65 \pm 0,08$ критичного кута площинного каналювання.

Для негативно заряджених частинок об'ємне відбиття є менш ефективним, але його теж вдалося спостерігати в експерименті на прискорювачі SPS ЦЕРН, результати якого опубліковані в роботі [246]. В подальшому об'ємне

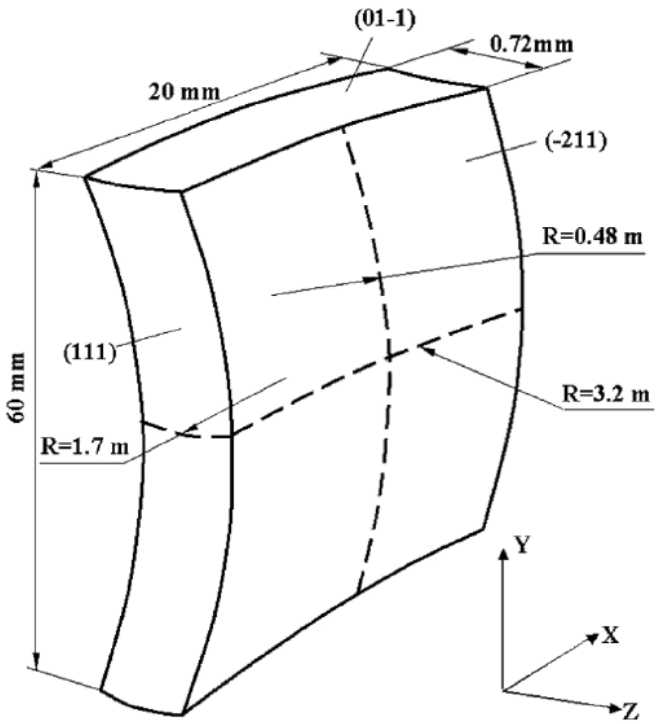


Рис. 1.17. Схематичне зображення зігнутого кристала, який використовувався в експерименті [242, 243].

відбиття експериментально спостерігалося в широкому інтервалі кінетичних енергій заряджених частинок від 855 МеВ до 400 ГеВ [196, 200, 247–254]. Варто зазначити, що якщо розташувати декілька зігнутих кристалів один за одним, можна отримати об'ємне відбиття частинок на кожному з кристалів і збільшити кут відхилення частинок [255–258]. Проте, як показали результати експерименту [259], таке відхилення призводить до доволі широкого кутового розподілу відхилених частинок.

Багатократне об'ємне відбиття заряджених частинок у зігнутому кристалі. У 2007 році В. В. Тихомиров в роботах [260, 261] передбачив можливість збільшення кута об'ємного відбиття в зігнутому кристалі за рахунок відбиття на декількох зігнутих площинах атомів. За допомогою чисельного моделювання він для прикладу розглянув рух протонів з кінетичною енергією 7 ТеВ в кристалі кремнію поблизу осі $\langle 111 \rangle$. Атомні площини, які містять в собі цю вісь, показані на рис. 1.18.

У випадку, який розглянув В. В. Тихомиров, площиною вигину кристала була площина $(1\bar{2}1)$. При звичайному об'ємному відбитті кут ψ_{in} між криста-

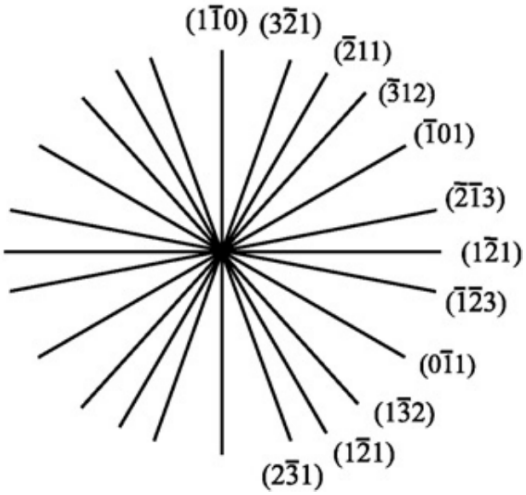


Рис. 1.18. Атомні площини, які містять в собі вісь $\langle 111 \rangle$ кристала кремнію, [261].

лічною віссю та імпульсом частинок був настільки великим, що частинка під час руху в кристалі перетинала лише одну низькоіндексну зігнуту площину. У випадку, що розглядається, це була б площина $(1\bar{1}0)$. В. В. Тихомиров запропонував зменшити кут ψ_{in} настільки, щоб при русі у зігнутому кристалі частинка проходила по дотичній не лише до вертикальної площини $(1\bar{1}0)$, але і до так званих нахилених площин, тобто таких, які мають відмінний від 90° кут з площиною вигину. Така постановка задачі призвела до кратного зростання кута відхилення релятивістських заряджених частинок. Підтвердженням цього є кутові розподіли, отримані в роботі [260], показані на рис. 1.19.

На рис. 1.19 за $\theta_x = 0$ прийнято початковий напрямок руху протонів. Вектор кривини кристала спрямований у напрямку зростання координати x. Верхній рисунок відповідає початковому значенню кута між напрямком руху частинок і віссю $\langle 111 \rangle$ $\theta_{y,0} = 100$ мкрад. Цей випадок відповідає проходженню протонів всередині кристала по дотичній лише до площини $(1\bar{1}0)$. Середній кут відхилення дорівнює в цьому випадку -2,3 мкрад. При зменшенні $\theta_{y,0}$ до 20 мкрад (третій згори рисунок) окрім площини $(1\bar{1}0)$ протони проходять всередині кристала по дотичній до декількох нахилених площин і відхиляються на кожній з них. Це призводить до зростання середнього кута відхилення частинок до -7,1 мкрад. На другому згори рисунку показано проміжний

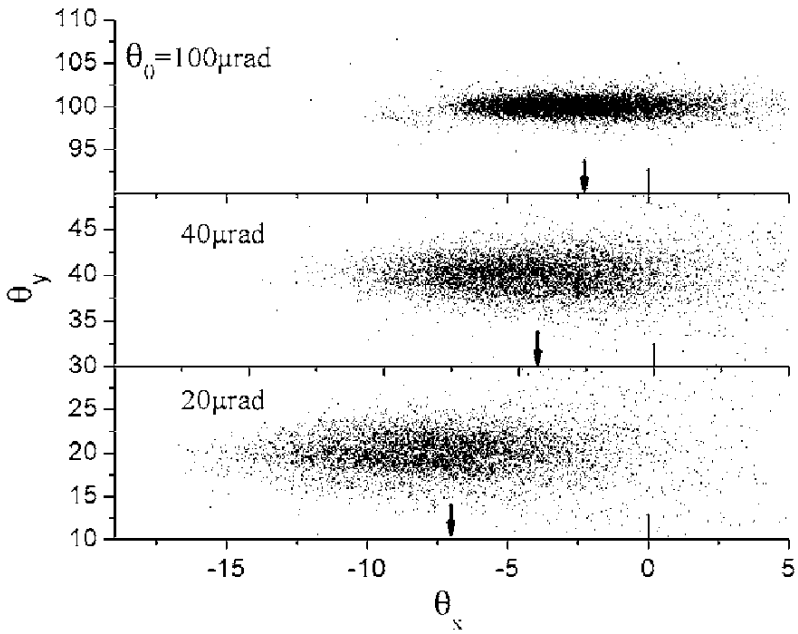


Рис. 1.19. Кутові розподіли протонів з кінетичною енергією 7 ТеВ після проходження зігнутого кристала в умовах багатократного об'ємного відбиття, [260]. Кути по осях відкладені в мкрад.

випадок, коли $\theta_{y,0} = 40$ мкрад.

Експериментальне підтвердження існування ефекту багатократного об'ємного відбиття було опубліковане в роботі [262]. Експеримент було проведено на прискорювачі SPS ЦЕРН. Протони, які налітали на кристал мали імпульс 400 ГеВ/c. Кристал кремнію мав товщину 4 мм і кут вигину 350 мкрад. Протони падали на кристал під кутом 170 мкрад, тобто всередині кристала вони проходили по дотичній до площини (110), а при малих кутах $\theta_{y,0}$ ще й до нахилених площин. Спочатку було виміряно кут об'ємного відбиття однією площиною (110). Він становив $(13,35 \pm 0,17)$ мкрад. При зменшенні кута $\theta_{y,0}$ вдалося досягти кута відхилення $(66,53 \pm 0,27)$ мкрад, тобто кут відхилення завдяки відбиттю від нахилених площин було збільшено у п'ять разів. Отриманий в експерименті кутовий розподіл показано на рис. 1.20. Вісь x направлена в напрямку, протилежному напрямку вектора кривини кристала.

Експериментальні та теоретичні дослідження багатократного об'ємного відбиття були продовжені в роботах [263–270].

Стохастичний механізм відхилення заряджених частинок у зігнуто-

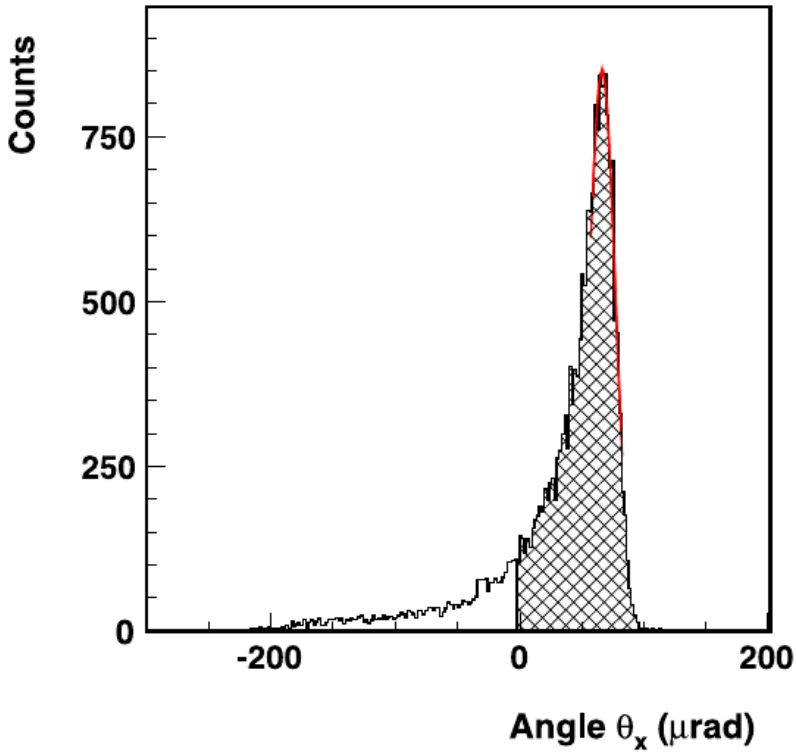


Рис. 1.20. Кутовий розподіл протонів з імпульсом 400 ГеВ/c після проходження зігнутого кристала в умовах багатократного об'ємного відбиття, [262].

му кристалі. Вище були розглянуті результати досліджень по відхиленню заряджених частинок у полі зігнутих кристалічних атомних площин. В 1991 році А. А. Гриненко та М. Ф. Шульга передбачили можливість відхилення швидких заряджених частинок при їх розсіюванні на зігнутих ланцюжках атомів кристала [271]. Цьому передбаченню передували теоретичні дослідження вчених Харківського фізико-технічного інституту щодо можливості прояву ефекту динамічного хаосу при русі швидких заряджених частинок під малим кутом до ланцюжків атомів кристала. В роботах [272, 273] було детально розглянуто як регулярний, так і надбар'єрний рух заряджених частинок у прямому кристалі. За допомогою аналізу перерізів Пуанкаре було показано, що при певних умовах траєкторії частинок у кристалі нагадують хаотичний броунівський рух. А в роботі [271] А. А. Гриненко та М. Ф. Шульга розглянули випадок, коли такі траєкторії мають місце у зігнутому кристалі. На основі чисельного моделювання було розглянуто рух заряджених частинок у полі зігнутих атомних ланцюжків. При моделюванні вирішувалося двовимірне

рівняння руху заряджених частинок з кінетичною енергією 100 ГеВ в супутній системі відліку за наявності відцентрової сили.

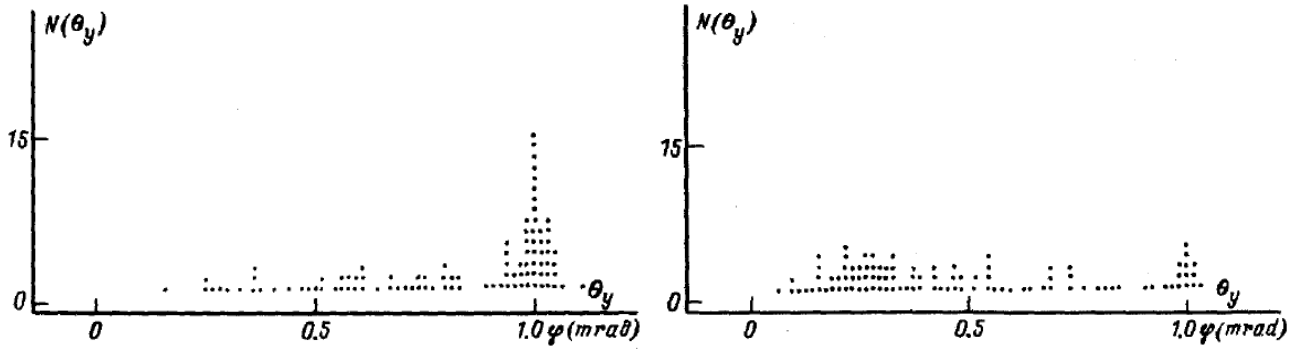


Рис. 1.21. Розподіли (ліворуч) позитивно та (праворуч) негативно заряджених частинок з кінетичною енергією 100 ГеВ за кутом відхилення після проходження зігнутого кристала, [271].

Розподіли частинок за кутом відхилення, отримані в результаті чисельного моделювання, показані на рис. 1.21. Кут вигину кристала при моделюванні складав 1 мрад. Виявилося, що і для позитивно, і для негативно заряджених частинок має місце ефективне відхилення. У випадку позитивно заряджених частинок більшість частинок відхилилася на кут вигину кристала. У випадку негативно заряджених частинок кількість частинок, відхилених на кут вигину кристала, була меншою, але, незалежно від знака заряду, усі частинки пучка відхилилися в напрямку вектора кривини кристала. Оскільки новий механізм відхилення мав місце при орієнтаціях кристала, при яких в прямому кристалі має місце явище динамічного хаосу (тобто коли кут між імпульсом частинки та віссю атомного ланцюжка є меншим або порядку критичного кута осьового каналювання), цей механізм відхилення пізніше було названо стохастичним механізмом відхилення.

Роботи харківської групи щодо стабільності руху швидких заряджених частинок під малим кутом до кристалічних осей були продовжені в [274], де, серед іншого, були показані схожі риси в розсіюванні заряджених частинок на кристалічних атомних ланцюжках і на атомних ланцюжках, які розташовані випадково (модель випадкових ланцюжків). А детальний опис нового механізму

відхилення частинок у зігнутому кристалі було зроблено в роботі [275]. В цій роботі було показано двовимірні кутові розподіли позитивно (див. рис. 1.22(a)) та негативно (див. рис. 1.22(b)) заряджених частинок з кінетичною енергією 10^4 ГеВ після проходження зігнутого кристала кремнію поблизу осі $\langle 111 \rangle$.

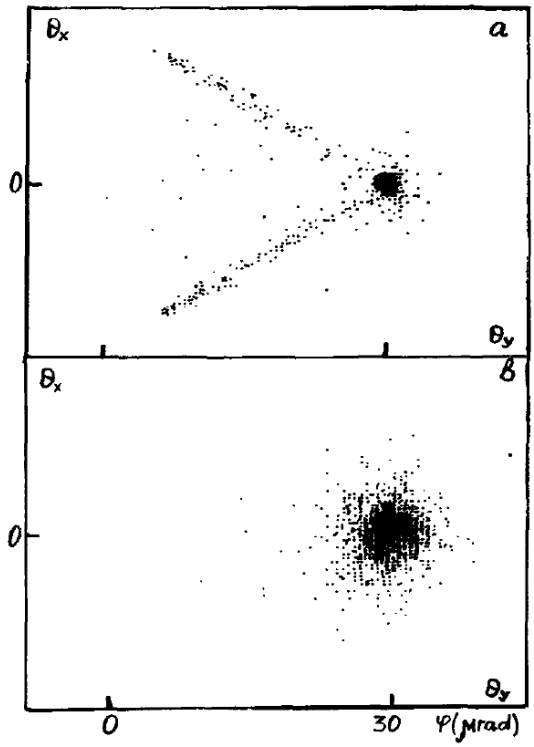


Рис. 1.22. Кутові розподіли (a) позитивно та (b) негативно заряджених частинок з кінетичною енергією 10^4 ГеВ після проходження зігнутого кристала, [275].

Показані на рис. 1.22 кутові розподіли були отримані за допомогою чисельного моделювання. Товщина кристала дорівнювала 30 см, а його радіус вигину становив 10^4 м. З рисунку добре видно, що незалежно від знаку заряду частинок стохастичний механізм відхилення дозволив відхилити майже всі частинки на кут вигину кристала (30 мкрад). Також добре помітна різниця між розподілами позитивно і негативно заряджених частинок. Частина позитивно заряджених частинок виходила з режиму стохастичного відхилення і захоплювалася в режим площинного каналювання в нахилених площинах. В той же час, для позитивно заряджених частинок відхилений пучок виявився краще колімованим, ніж у випадку негативно заряджених частинок. Це пояснюється тим, що негативно заряджені частинки притягуються до ядер атомів кристала

і некогерентне розсіювання для них є більш інтенсивним, ніж для позитивно заряджених частинок.

Теоретичний опис стохастичного механізму відхилення було розроблено в роботі [276]. В цій роботі було знайдено умову (критерій Гриненко-Шульги), при виконанні якої повинно мати місце стохастичне відхилення:

$$\langle \psi^2 \rangle = \frac{lL}{R^2} \leq \psi_c^2, \tag{1.35}$$

де $\langle \psi^2 \rangle$ – середньоквадратичне значення кута між імпульсом частинки та кристалічною віссю, поблизу якої частинка проходить кристал, l – це середнє значення довжини вільного шляху частинки між послідовними зіткненнями з атомними ланцюжками, R – радіус вигину кристала, а ψ_c – критичний кут осьового каналювання.

Перше експериментальне дослідження стохастичного механізму відхилення було проведене в 1996 році та виявилося невдалим [277]. В експерименті, який було проведено в ЦЕРН, спочатку пучок протонів з імпульсом 450 ГеВ/c, а потім пучок π^--мезонів з імпульсом 200 ГеВ/c налітали на зігнутий кристал кремнію та рухалися в ньому поблизу осі $\langle 110 \rangle$. Товщина зігнутої частини кристала складала приблизно 3,1 см, а його радіус вигину $R \approx 10$ м. Таким чином, критерій (1.35) не виконувався, а параметр

$$\frac{lL}{R^2 \psi_c^2}$$

замість того, щоб бути меншим за одиницю, в експерименті дорівнював приблизно 83, на що було звернуто увагу в роботі А. А. Гриненка та М. Ф. Шульги [278]. Кутові розподіли протонів, отримані в результаті експерименту [277], показані на рис. 1.23.

Після невдалого першого експерименту експериментальний інтерес до нового механізму відхилення заряджених частинок на багато років зменшився. Проте, А. А. Гриненко та М. Ф. Шульга продовжили теоретичні дослідження

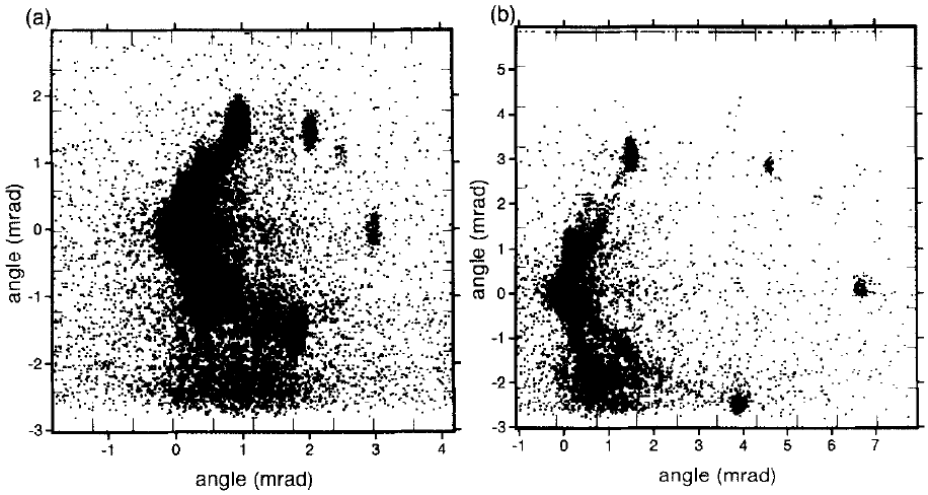


Рис. 1.23. Кутові розподіли протонів з імпульсом 450 ГеВ/c при падінні під малим кутом до осі $\langle 110 \rangle$ кристала кремнію. Кут вигину кристала становив (a) 3,1 мрад, (b) 6,7 мрад, [277].

стохастичного механізму відхилення заряджених частинок. В роботі [279] на прикладі U^{+92} була показана можливість високоефективного відхилення багатозарядних іонів. Також була отримана залежність ефективності відхилення позитивно заряджених частинок від товщини кристала. А в роботах [280–282] була показана можливість стохастичного відхилення частинок в полі зігнутих нанотрубок. Також з'являлися нові роботи по дослідженню ефекту динамічного хаосу при русі частинок поблизу кристалічної осі [283, 284].

Такі інтенсивні теоретичні дослідження не лишилися без уваги фізиків-експериментаторів. В 2008 році колаборацією UA9 в ЦЕРН було проведено другий експеримент по виявленню стохастичного відхилення релятивістських заряджених частинок [285]. Протони з імпульсом 400 ГеВ/c налітали на зігнутий кристал кремнію під малим кутом до кристалічної осі $\langle 111 \rangle$. Кристал був зігнутий у двох напрямках. Схематичне зображення цього кристала показано на рис. 1.24. Первинний вигин у площині (x, y) було отримано шляхом чинення тиску на два торця кристала з розмірами 0,5×2 мм. Це зумовило вторинний вигин у площині (x, z), який зветься антикластичною деформацією. Така техніка згинання кристала дозволила отримати доволі тонкий зігнутий кристал (товщиною 2 мм) з кривиною, що є близькою до циліндричної (а не до параболи,

як у випадку, показаному на рис. 1.8).

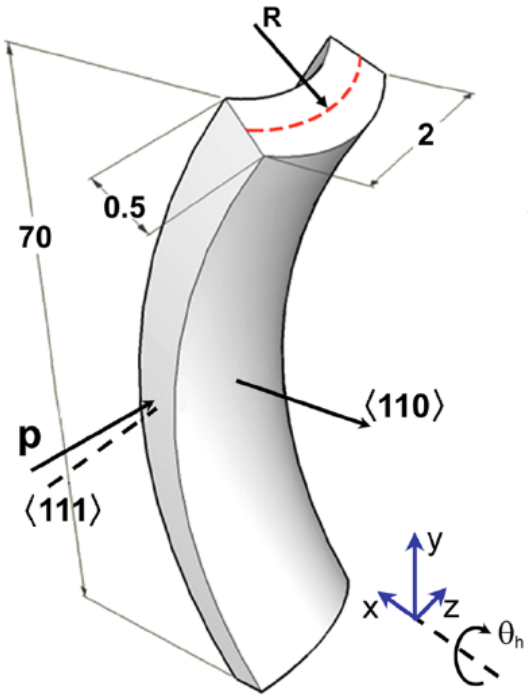


Рис. 1.24. Схематичне зображення зігнутого кристала, який було використано в експерименті [285].

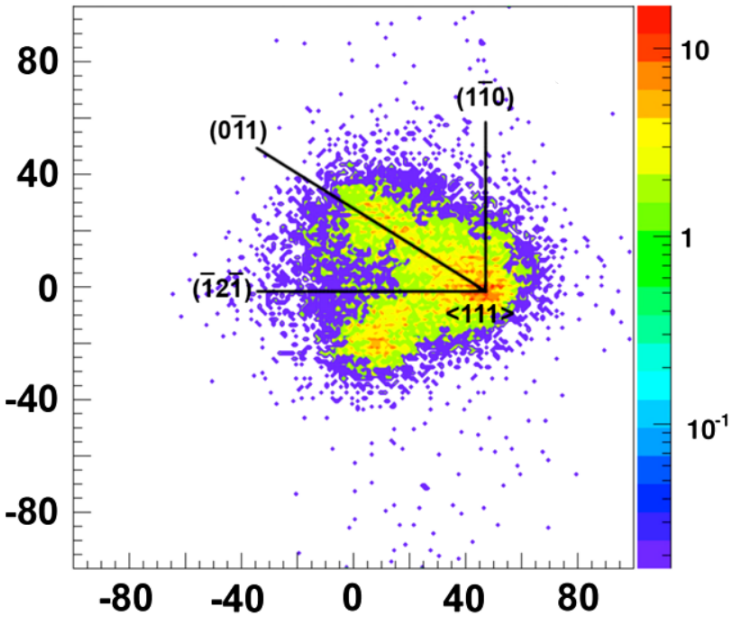


Рис. 1.25. Кутовий розподіл протонів з імпульсом 400 ГеВ/c після проходження зігнутого кристала в умовах стохастичного відхилення, [285]. По осі абсцис відкладено кут відхилення вздовж осі x в мкрад, а по осі ординат – кут відхилення вздовж осі y в мкрад. Колір показує густину розподілу частинок.

Кристал в експерименті [285] було зігнуто на кут 50 мкрад (таким чином $R = 40$ м). В цьому експерименті умова (1.35) була виконана й експеримент

показав стохастичне відхилення пучка протонів на кут вигину кристала. Результати експерименту показані на рис. 1.25. На рисунку видно, що, як і було передбачено А. А. Гриненком та М. Ф. Шульгою в 1991 році, при розсіюванні на зігнутих ланцюжках атомів кристала заряджені частинки були відхилені в напрямку вектору кривини кристала на кут вигину кристала. Крім того на рис. 1.25 можна побачити дві групи протонів, які вийшли з режиму стохастичного відхилення та перейшли до площинного каналювання в нахилених площинах.

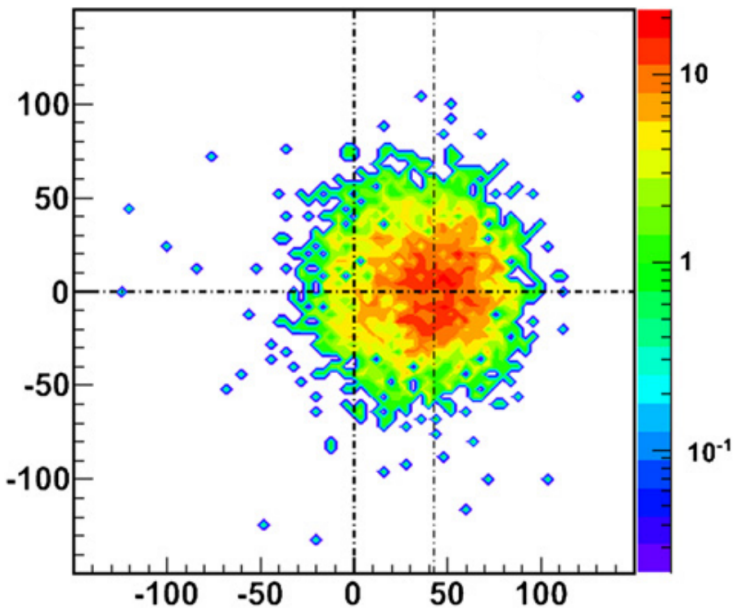


Рис. 1.26. Кутовий розподіл π^--мезонів з імпульсом 150 ГеВ/c після проходження зігнутого кристала в умовах стохастичного відхилення, [286]. По осі абсцис відкладено кут відхилення вздовж осі x в мкрад, а по осі ординат – кут відхилення вздовж осі y в мкрад. Колір показує густину розподілу частинок.

Роком пізніше колаборації UA9 вдалося провести в ЦЕРН експеримент по відхиленню пучка негативно заряджених частинок [286]. Пучок π^--мезонів з імпульсом 150 ГеВ/c налітав на зігнутий кристал кремнію під малим кутом до осі $\langle 111 \rangle$. Товщина кристала складала 0,98 мм, а його кут вигину складав 43 мкрад. Кутовий розподіл π^--мезонів, отриманий в результаті експерименту, показаний на рис. 1.26. Оскільки в цьому експерименті умова (1.35) знову була виконана, експеримент виявився вдалим. Негативно заряджені частинки відхилилися на кут вигину кристала за рахунок стохастичного відхилення при розсіюванні на зігнутих ланцюжках атомів кристала. Кутовий розподіл

відхилених частинок виявився ширшим за той, який показнано на рис. 1.25, що пояснюється більш інтенсивним некогерентним розсіюванням негативно заряджених частинок у порівнянні з позитивно зарядженими.

Таким чином, в результаті експериментів, проведених в ЦЕРН, вдалося експериментально довести ефективність стохастичного механізму відхилення як для позитивно, так і для негативно заряджених частинок. Подальші теоретичні та експериментальні дослідження відхилення релятивістських заряджених частинок у полі зігнутих атомних ланцюжків кристала та проявів ефекту динамічного хаосу в розсіюванні частинок на кристалічних атомних ланцюжках проводилися в роботах [287–298]. Ефекти, пов'язані з випромінюванням при проходженні швидких заряджених частинок через орієнтовані кристали досліджувалися в роботах [201, 299–322]. А можливості спостереження проявів квантових ефектів при розсіюванні релятивістських частинок у тонких кристалах та класичних орієнтаційних ефектів у тонких кристалах досліджувалися в роботах [80, 323–330].

1.3. Іонізаційні втрати енергії заряджених частинок в орієнтованому кристалі

При проходженні через кристалічну або аморфну мішень заряджена частинка за рахунок кулонівської взаємодії пружно розсіюється на електронах та ядрах атомів, передаючи їм частину своєї енергії, яка витрачається в основному на іонізацію атомів. Такий процес носить назву іонізаційних втрат енергії. Іонізаційні втрати енергії заряджених частинок грають важливу роль в наукових дослідженнях з фізики високих енергій. Принцип дії більшості детекторів частинок як низьких, так і високих енергій заснований на реєстрації утвореного частинками іонізаційного заряду. Теоретичний опис втрат енергії швидкої зарядженої частинки на іонізацію аморфної речовини було проведено Гансом Бете [331] та Феліксом Блохом [332]. Пізніше Енріко Фермі отримав

поправку на ефект густини до формули повних іонізаційних втрат енергії швидкої зарядженої частинки в аморфному тілі [333]. Таким чином, було отримано, що повні іонізаційні втрати енергії важкої зарядженої частинки на одиниці шляху в аморфному тілі можна записати наступним чином:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{2\pi n_e Z^2 e^4}{mv^2}\left[\ln\left(\frac{2mv^2 W_{\max}}{I^2(1-\beta^2)}\right) - 2\beta^2 - \Delta_F\right], \tag{1.36}$$

де Ze – це заряд частинки, v – її швидкість, $\beta = v/c$, n_e – це число електронів в одиниці об'єму, I – середній потенціал іонізації атомів у середовищі, $W_{\max}$ – максимальна енергія, яка передається частинкою атомним електронам, Δ_F – це поправка на ефект густини, пов'язаний з поляризацією речовини, в якій рухається частинка.

У тонких шарах речовини значення іонізаційних втрати енергії частинок є стохастичним і розподіляється відповідно до закону, який було отримано в роботах [334–336]. Для іонізаційних втрат енергії в аморфному тілі такий розподіл відомий як розподіл Ландау. Він має єдиний максимум, який відповідає найбільш імовірному значенню втрат енергії частинок.

Атоми у кристалі розташовані періодично, тому кристал є анізотропною мішенню й іонізаційні втрати швидких заряджених частинок у ньому повинні залежати від орієнтації кристала. Таким чином, при певних орієнтаціях кристала відносно напрямку падіння швидких заряджених частинок найбільш імовірне значення втрат енергії частинок повинно відрізнятися від випадку руху частинок в аморфному тілі.

При осьовому або площинному каналюванні позитивно заряджені частинки рухаються у полі атомних ланцюжків або площин і через електростатичне відштовхування від позитивно заряджених ядер атомів вони менше часу проводять близько до атомів, ніж у аморфному тілі. Таким чином, ймовірність іонізаційних втрат енергії при каналюванні позитивно заряджених частинок у порівнянні з рухом в аморфному тілі повинна зменшуватися, що повинно при-

зводити до зменшення найбільш імовірного значенню втрат енергії частинок. Для негативно заряджених частинок повинна мати місце протилежна ситуація. Оскільки вони притягуються до позитивно заряджених атомних ланцюжків та площин, повинно мати місце збільшення найбільш імовірного значенню втрат енергії частинок.

В роботі [337] було розглянуто іонізаційні втрати протонів і π^+-мезонів з імпульсом 1,35 ГеВ/c, які проходять германієвий кристал товщиною 0,67 мм, орієнтований відносно напрямку падіння частинок поблизу осі $\langle 110 \rangle$. На рис. 1.27 заповненими колами показано розподіл іонізаційних втрат енергії позитив-

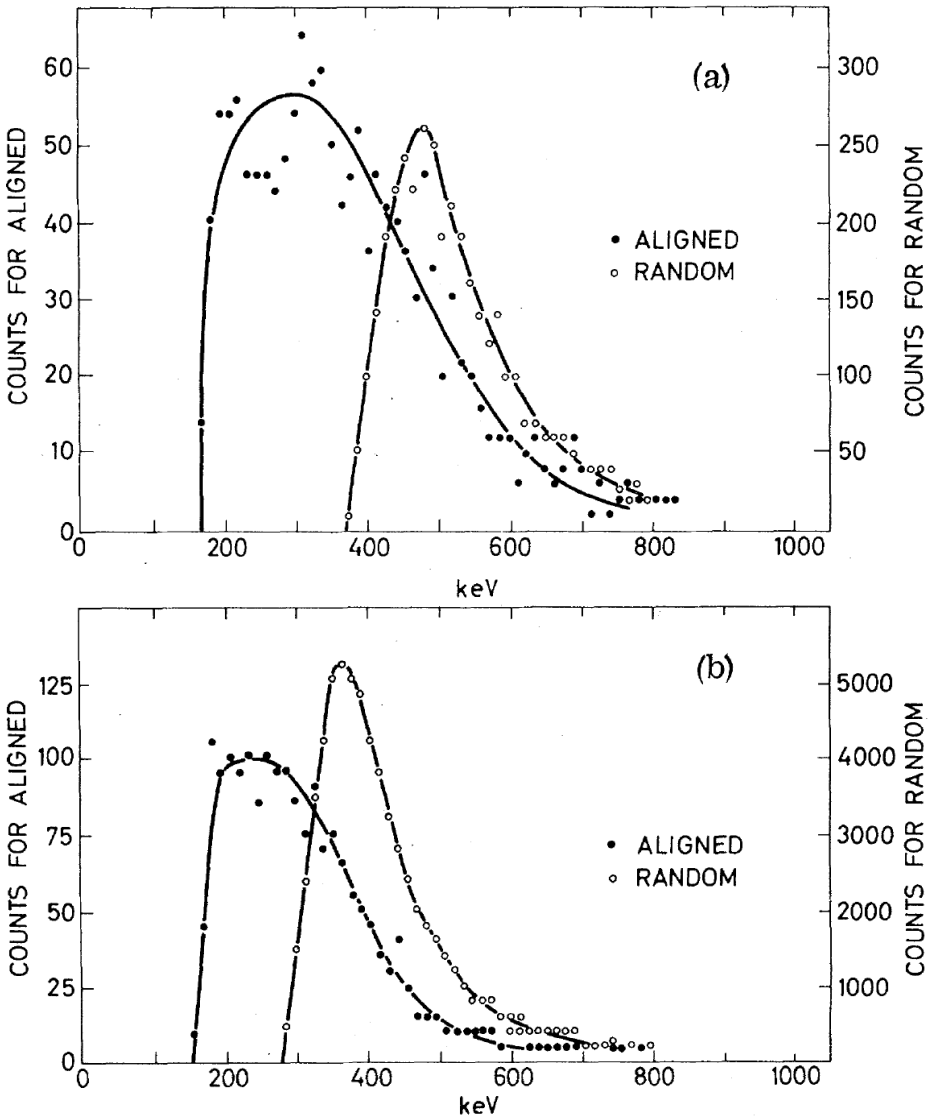


Рис. 1.27. Розподіл іонізаційних втрат енергії (a) протонів та (b) π^+-мезонів в кристалі германію товщиною 0,67 мм, [337]. Кристал має осьову орієнтацію відносно напрямку падіння частинок.

но заряджених частинок при осьовій орієнтації кристала. Незаповненими колами показано розподіл іонізаційних втрат енергії в розорієнтованому кристалі, коли кут між напрямком руху швидких заряджених частинок та кристалічними осями та площинами значно перевищує критичний кут осьового каналювання. Бачимо, що в експерименті вдалося побачити суттєве зменшення іонізаційних втрат енергії позитивно заряджених частинок в кристалі з осьовою орієнтацією відносно напрямку падіння частинок.

В роботі [63] було опубліковано результати експерименту, в якому вимірювалися іонізаційні втрати енергії негативно заряджених частинок у кристалі з осьовою орієнтацією. Розподіл іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з імпульсом 1,35 ГеВ/c, які проходять германієвий кристал товщиною 0,67 мм, орієнтований відносно напрямку падіння частинок поблизу осі $\langle 110 \rangle$, отримані в роботі [63], показано на рис. 1.28. Заповнені кола відповідають орієнтованому кристалу, а незаповнені – розорієнтованому. З рисунку видно, що суттєвого підвищення іонізаційних втрат енергії в експерименті побачити не вдалося. Це пов'язано з тим, що товщина кристала значно перевищувала довжину деканалювання негативно заряджених частинок, тому більшу частину шляху в кристалі частинки проходили в режимі надбар'єрного руху, а не в режимі каналювання.

В тій же роботі було опубліковано результати експерименту, в якому вимірювалися іонізаційні втрати енергії позитивно заряджених частинок у кристалі з площинною орієнтацією відносно напрямку падіння частинок. Розподіл іонізаційних втрат енергії π^+-мезонів з імпульсом 1,35 ГеВ/c, які проходять германієвий кристал товщиною 0,67 мм, орієнтований відносно напрямку падіння частинок поблизу площини (111), отримані в роботі [63], показано на рис. 1.29. Частина частинок при падінні на кристал потрапляла до режиму площинного каналювання. Пік іонізаційних втрат енергії цих частинок припадає на 185 кеВ. Інші частинки при падінні на кристал були надбар'єрними. Для них пік іонізаційних втрат енергії дорівнював 350 кеВ. Таким чином, експериментально було доведено майже двократне зменшення іонізаційних втрат енергії позитивно

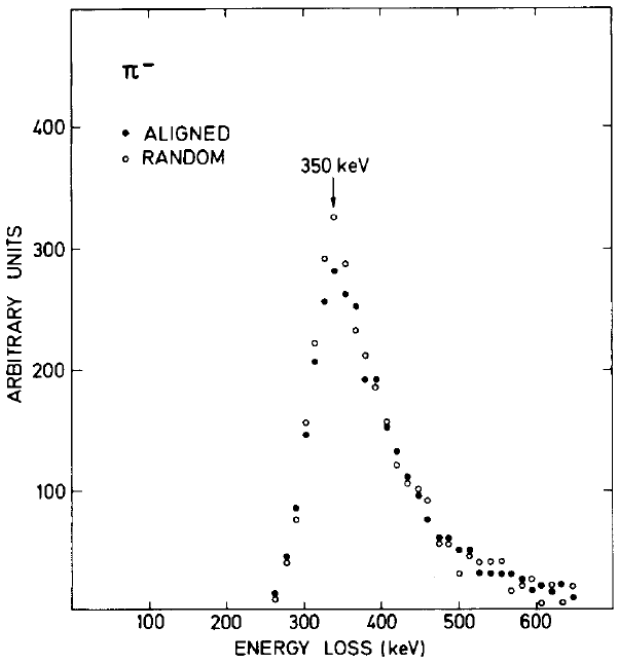


Рис. 1.28. Розподіл іонізаційних втрат енергії π^--мезонів в кристалі германію товщиною 0,67 мм, [63]. Кристал має осьову орієнтацію відносно напрямку падіння частинок.

заряджених частинок при площинному каналюванні порівняно з втратами у розорієнтованому кристалі.

Розгляд втрат енергії на іонізацію атомів кристала при каналюванні заряджених частинок в МеВ-ному діапазоні енергій частинок було проведено в роботах [338, 339]. В роботі [340] експериментальне дослідження розподілу іонізаційних втрат енергії заряджених частинок в орієнтованих кристалах було розширене на область більших кінетичних енергій частинок, які проходять через кристал. Було показано, що іонізаційні втрати енергії протонів з імпульсом 15 ГеВ/c, які проходять через германієвий кристал товщиною 0,74 мм, орієнтований відносно напрямку падіння частинок поблизу осі $\langle 110 \rangle$, є приблизно вдвічі меншими за втрати у розорієнтованому кристалі. Результати експерименту показані на рис. 1.30(a). Майже таке ж зменшення іонізаційних втрат енергії мало місце і при площинному каналюванні в полі площин (111) германію (див. рис. 1.30(b)).

Аналогічні результати були отримані для площинних орієнтацій (110) і (100). Експериментальні розподіли іонізаційних втрат енергії протонів з імпуль-

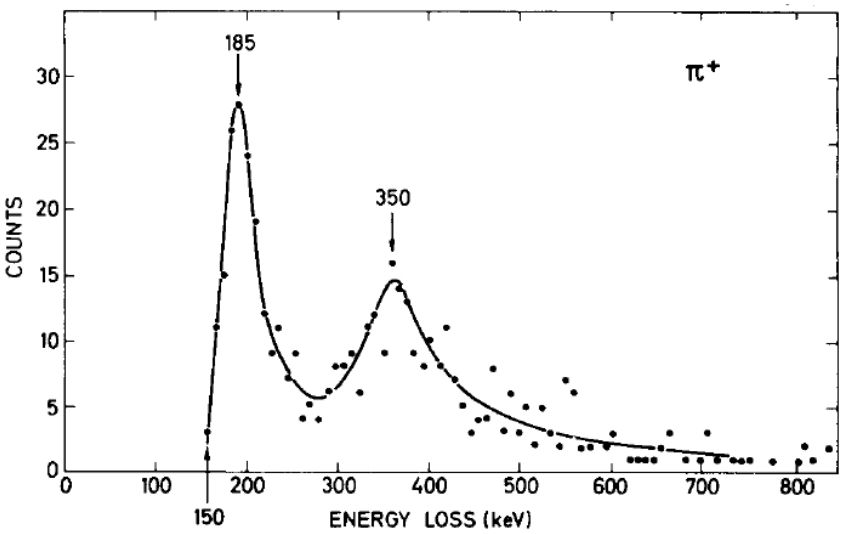


Рис. 1.29. Розподіл іонізаційних втрат енергії π^+-мезонів в кристалі германію товщиною 0,67 мм, [63]. Кристал має площинну орієнтацію відносно напрямку падіння частинок.

сом 15 ГеВ/c при площинних орієнтаціях (110) та (100) кристала германію показані на рис. 1.31(a) та 1.31(b) відповідно. З представлених результатів експерименту можна побачити, що найсильніше зменшення іонізаційних втрат енергії позитивно заряджених частинок має місце при осьовій орієнтації $\langle 110 \rangle$ та при площинній орієнтації (111) кристала. Найменш помітне зменшення має місце при орієнтації кристала вздовж площин (100). Така поведінка має місце через те, що орієнтація кристала вздовж площин (111) відповідає найбільшим значенням градієнту внутрикристалічного електростатичного поля, а орієнтація кристала вздовж площин (100) – найменшим значенням вказаного градієнта. Чим сильнішим є градієнт електростатичного поля, тим більша сила відштовхує позитивно заряджені частинки від атомних площин, зменшуючи тим самим ймовірність втрат енергії частинок.

Тією ж експериментальною групою в роботі [341] було експериментально досліджено розподіл іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з імпульсом 15 ГеВ/c в кристалі германію товщиною 0,74 мм, орієнтованому відносно напрямку падіння частинок поблизу осі $\langle 110 \rangle$. На відміну від попереднього експерименту з негативно зарядженими частинками (див. рис. 1.28), в роботі [340] вдалося побачити підвищення значення іонізаційних втрат енергії негативно зарядже-

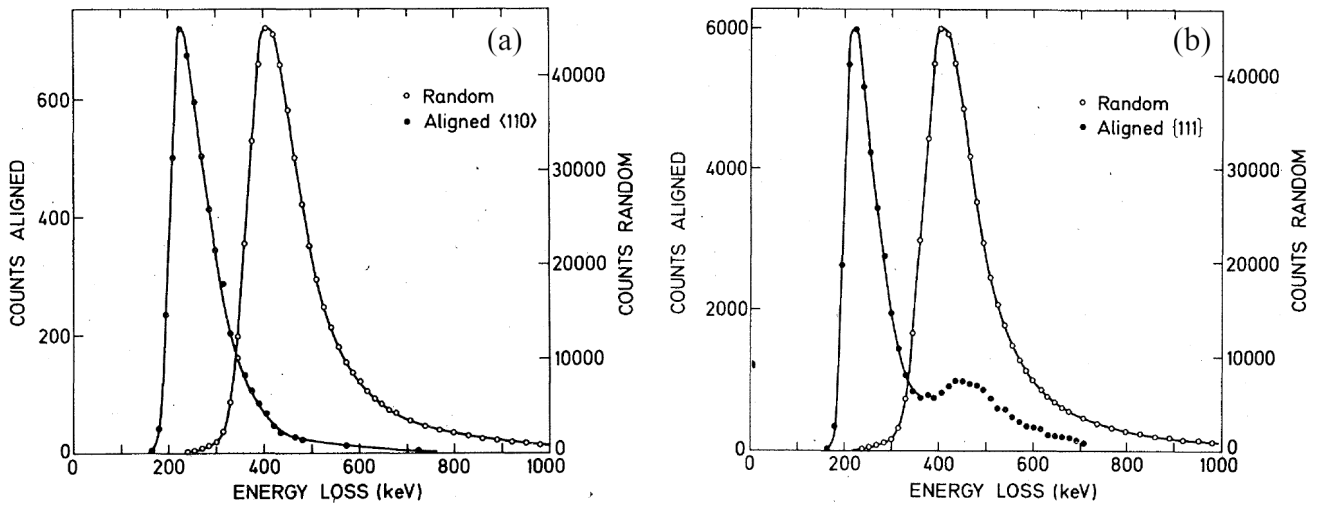


Рис. 1.30. Розподіл іонізаційних втрат енергії протонів в кристалі германію товщиною 0,74 мм, [340]. Відносно напрямку падіння частинок кристал орієнтовано поблизу (a) осі ⟨110⟩, (b) площини (111).

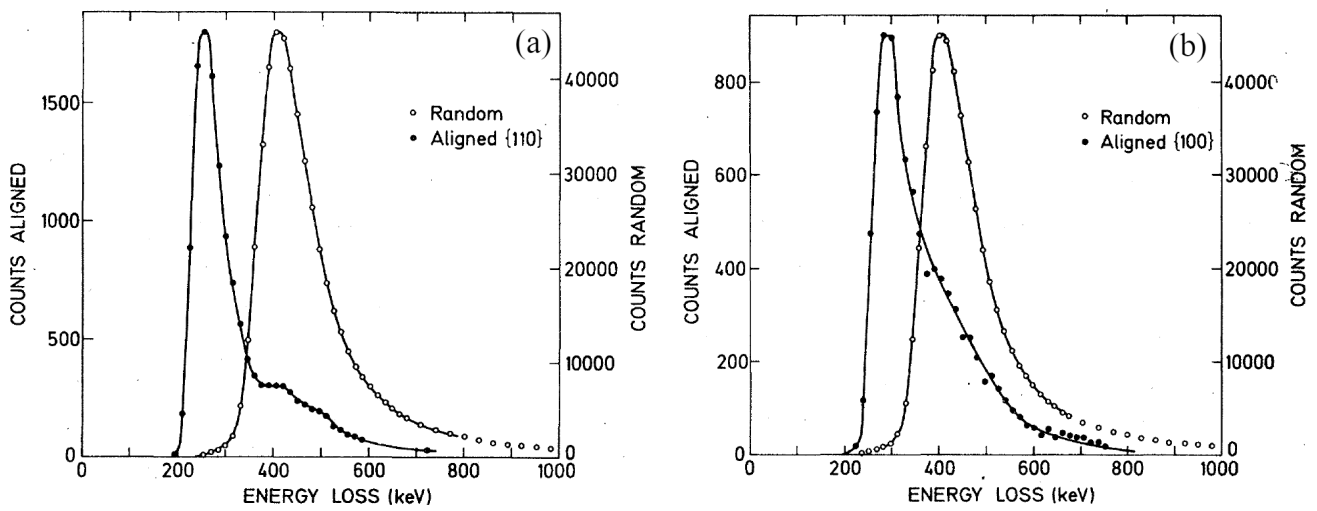


Рис. 1.31. Розподіл іонізаційних втрат енергії протонів в кристалі германію товщиною 0,74 мм, [340]. Відносно напрямку падіння частинок кристал орієнтовано поблизу (a) площини (110), (b) площини (100).

них частинок при осьовому каналюванні порівняно з рухом у розорієнтованому кристалі. Експериментальні результати показані на рис. 1.32. Відмінність від попереднього експерименту (який не показав суттєвої різниці між іонізаційними втратами енергії негативно заряджених частинок при осьовій орієнтації та в розорієнтованому кристалі) полягала у тому, що при зростанні енергії в 10 разів настільки ж зросла і довжина деканалювання частинок l_d, що при майже тій самій товщині кристала L призвело до збільшення відношення l_d/L. Чим більшим є це відношення, тим більшим повинно бути зростання значення

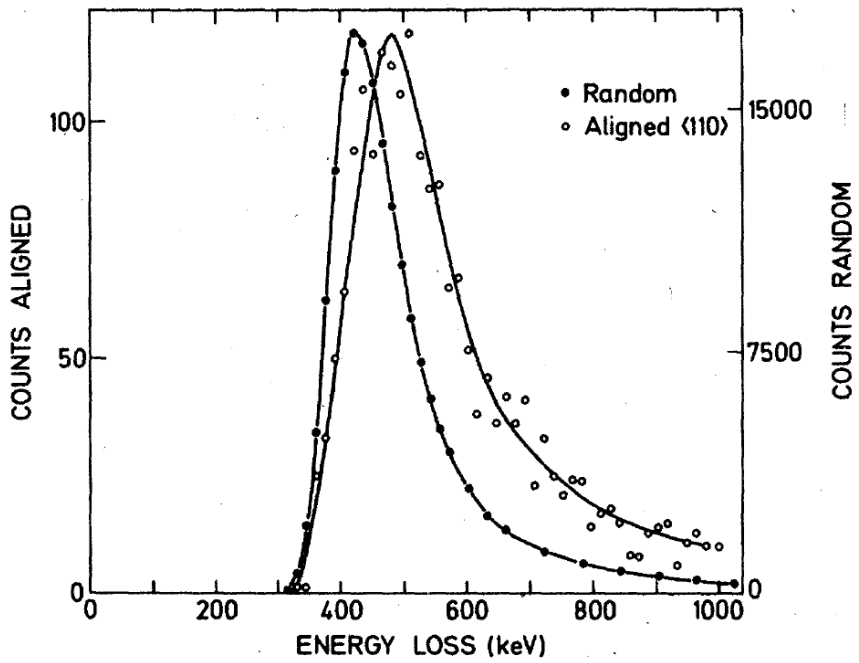


Рис. 1.32. Розподіл іонізаційних втрат енергії π^--мезонів в кристалі германію товщиною 0,74 мм, [340]. Кристал має осьову орієнтацію відносно напрямку падіння частинок.

іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок.

Теоретичний розгляд середніх іонізаційних втрат енергії заряджених частинок при каналюванні на основі квантово-механічної теорії збурень було проведено в роботі [342]. В цій роботі, серед іншого, було показано, що втрати енергії каналюючих частинок можуть бути розділені на збудження валентних електронів і електронів внутрішніх орбіталей. Крім того, автори цієї роботи показали, що втрати енергії релятивістських заряджених частинок в орієнтованому кристалі пов'язані з втратами енергії в розорієнтованому кристалі наступним чином:

$$\frac{dE(x,y)}{dz} = \frac{Z_2 + Z(x,y)}{2Z_2} \left(\frac{dE(x,y)}{dz} \right)_{\text{random}}, \tag{1.37}$$

де вважається, що частинка налітає на кристал вздовж осі z, Z_2 – це число протонів в ядрі атома кристала, $Z(x,y)N$ – це середня електронна густина вздовж траєкторії частинки із фіксованою точкою падіння на кристал (x,y) у наближенні прямолінійної траєкторії частинки, N – це концентрація атомів у

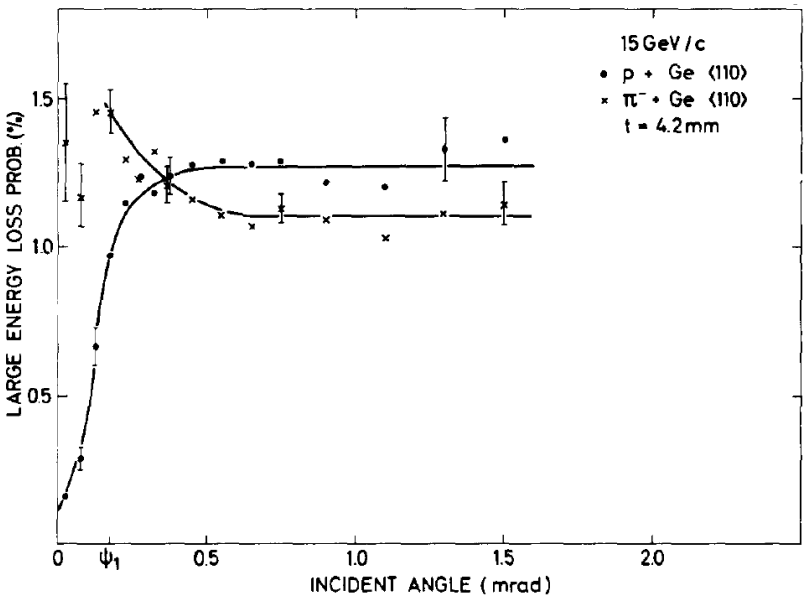


Рис. 1.33. Залежність імовірності великих втрат енергії (таких, що перевищують 5,4 МеВ) протонів та π^--мезонів у кристалі германію товщиною 4,2 мм від кута між початковим напрямком руху частинок і кристалічною віссю $\langle 110 \rangle$. Імпульс частинок дорівнював 15 ГеВ/c.

кристалі.

В роботі [70] увагу було прикуто до того, що при зменшенні кута ψ між імпульсом налітаючих на кристал заряджених частинок та кристалічною віссю імовірність великих втрат енергії заряджених частинок змінюється в напрямку, який залежить від знака заряду частинок. Результати експерименту для протонів та π^--мезонів з імпульсом 15 ГеВ/c показані на рис. 1.33. Під терміном «великі втрати енергії» в статті малися на увазі втрати, які перевищували 5,4 МеВ. При цьому середні втрати енергії в розорієнтованому кристалі германію товщиною 4,2 мм, який використовувався в експерименті, складали 2,3 МеВ. Буквою ψ_1 на рисунку позначено критичний кут осьового каналювання. При кутах, менших за $2\psi_1$, втрати енергії протонів суттєво зменшуються у порівнянні з випадком $\psi \gg \psi_1$, в той час як втрати енергії π^--мезонів зростають. Сильна орієнтаційна залежність втрат енергії від кута ψ при $\psi \lesssim \psi_1$ в експерименті є більш помітною для позитивно заряджених частинок. Це пов'язано з тим, що товщина кристала в експерименті значно перевищувала довжину деканалювання π^--мезонів у кристалі.

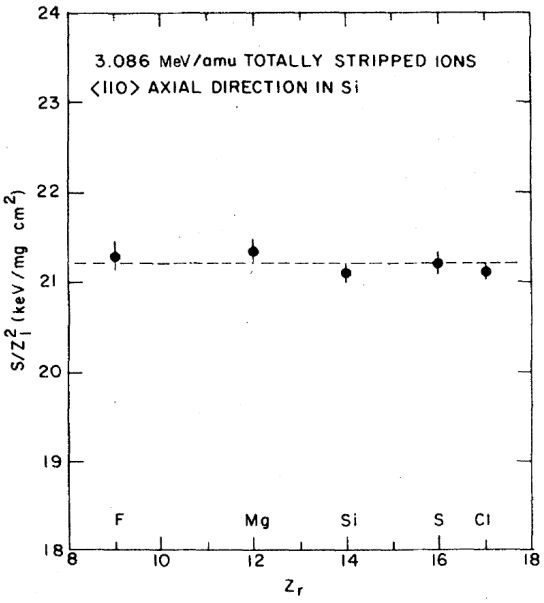


Рис. 1.34. Залежність гальмівної сили, яка діє на іони за рахунок іонізації атомів кристала кремнію, поділеної на квадрат заряду іонів, від значення заряду іонів, [343, 344]. Кінетична енергія іонів в експериментах складала 3,086 МеВ на нуклон, кристал було орієнтовано вздовж кристалічної осі $\langle 110 \rangle$.

Експериментальні дослідження іонізаційних втрат енергії в орієнтованих кристалах проводилися також для іонів. В роботах [343, 344] було розглянуто іонізаційні втрати енергії іонів фтору, магнію, кремнію, сірки та хлору. В експериментах було показано, що іонізаційні втрати енергії пропорційні квадрату заряду іонів (див. рис. 1.34), що узгоджується з формулою (1.36). Експерименти показали квадратичну залежність від заряду іонів як для повністю, так і для частково іонізованих іонів.

Подальші експериментальні дослідження іонізаційних втрат енергії в орієнтованих кристалах проводилися в роботах [162, 169, 345] та інш. Варто зазначити, що нещодавно в роботі [346] було запропоновано для більш детального вивчення ефекту каналювання заряджених частинок в орієнтованих кристалах застосовувати детектори на основі орієнтованих напівпровідникових кристалів зі змінною товщиною області збіднення. Такі детектори могли б відкрити шлях для експериментального вивчення динаміки заряджених частинок в режимі каналювання у кристалі та точного вимірювання товщинної залежності іонізаційних втрат енергії частинок в орієнтованих кристалах.

Зазначимо, що попри проведені дослідження іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок в кристалі з осьовою орієнтацією відносно напрямку падіння частинок, процес іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок в прямому та зігнутому кристалі з площинною орієнтацією потребує детального вивчення.

Висновки до розділу 1

Проведений огляд літератури показує велику кількість орієнтаційних ефектів, які мають місце при проходженні швидких заряджених частинок через прямі та зігнуті кристали. Дослідженню цих явищ присвячено велику кількість теоретичних та експериментальних робіт. Зігнуті кристали можуть застосовуватися для вирішення багатьох задач прискорювальної фізики, таких як

- виведення релятивістських заряджених частинок з прискорювачів, як це вже робиться на прискорювачі У-70 ІФВЕ м. Протвіно, де за допомогою площинного каналювання у зігнутому кристалі створено виведений канал протонів;
- очищення пучків релятивістських заряджених частинок від гало шляхом виведення частинок з певним значенням поперечного імпульсу;
- розщеплення пучка швидких заряджених частинок на декілька частин;
- зміна форми пучків релятивістських заряджених частинок;
- відхилення короткоживучих заряджених частинок задля вимірювання їх магнітного моменту;
- застосування руху високоенергетичних заряджених частинок у зігнутому або періодично зігнутому кристалі для генерації випромінювання в різних діапазонах частот.

Прогрес у технології отримання монокристалів та розвинення декількох схем їх згинання дозволяє вирішувати вказані задачі. Проте залишається багато актуальних задач, які потребують детального вивчення. Серед них можна зазначити наступні:

- дослідження впливу розсіювання на окремих ланцюжках атомів кристала при площинному каналюванні релятивістських заряджених частинок на стабільність режиму каналювання в прямих і зігнутих кристалах;
- вивчення впливу розсіювання на окремих ланцюжках атомів кристала при площинному каналюванні релятивістської зарядженої частинки на випромінювання від цієї частинки;
- знаходження орієнтаційної залежності ймовірності близьких зіткнень релятивістської зарядженої частинки з атомами кристала при її русі в зігнутому орієнтованому кристалі;
- дослідження впливу некогерентного розсіювання релятивістських негативно заряджених частинок на ефективність їх відхилення у зігнутому кристалі з осьовою та площинною орієнтаціями;
- пошук оптимальних умов для відхилення негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі;
- дослідження можливості розщеплення пучка позитивно заряджених частинок при їх стохастичному відхиленні у зігнутому кристалі;
- знаходження спектрів іонізаційних втрат енергії швидких негативно заряджених частинок при площинному каналюванні в прямому та зігнутому кристалі.

Перелічені задачі складають основу дисертації і викладені в роботах [1–35, 221].

РОЗДІЛ 2

ДОСЛІДЖЕННЯ ОРІЄНТАЦІЙНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ЙМОВІРНОСТІ БЛИЗЬКИХ ЗІТКНЕНЬ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК З АТОМАМИ У ЗІГНУТОМУ КРИСТАЛІ

Коли високоенергетична заряджена частинка падає на кристал під невеликим кутом ψ^{in} до однієї з головних кристалографічних осей (позначимо її віссю z), виникають кореляції між послідовними зіткненнями частинки з атомами решітки кристала. В результаті цих кореляцій рух частинок в кристалі в основному визначається безперервним потенціалом атомних ланцюжків, паралельних осі z. Через високі значення кристалічних полів, напрямок руху високоенергетичної зарядженої частинки при проходженні через кристал може бути змінено на досить малих відстанях. Проходження заряджених частинок високої енергії через зігнутий кристал представляє особливий інтерес, оскільки в цьому випадку можна відхилити весь пучок частинок в одному напрямку кристалом малого розміру. Є кілька механізмів відхилення високоенергетичних заряджених частинок зігнутим кристалом, пов'язаних з фінітним (каналювання) та інфінітним (надбар'єрним) рухом по відношенню до зігнутих атомних ланцюжків або зігнутих атомних площин кристала. Ці механізми реалізуються в площинному та осьовому каналюванні в зігнутому кристалі, в стохастичному механізмі відхилення, пов'язаному з багатократним розсіюванням частинок на атомних ланцюжках зігнутого кристала, та об'ємному відбитті від зігнутих кристалічних атомних площин.

Стохастичний механізм відхилення релятивістських заряджених частинок, який пов'язано з явищем динамічного хаосу [273] при розсіюванні частинок на ланцюжках атомів кристала, було передбачено в роботі [271] та експериме-

тально підтверджено в експериментах ЦЕРН, результати яких опубліковано в [285] (випадок позитивно заряджених частинок) і [286] (випадок негативно заряджених частинок). Цей механізм дозволяє відхилити як позитивно, так і негативно заряджені частинки на кути, які в багато разів перевищують критичний кут осьового каналювання

$$\psi_c = \sqrt{4Z\,|qe|/pvd_a},$$

де e – це заряд електрона, $Z\,|e|$ – заряд ядра атома кристала, q, p і v – це, відповідно, заряд частинки, її імпульс і швидкість, а d_a – це відстань між сусідніми атоми в атомному ланцюжку, паралельному осі z. В роботі [289] було показано, що за допомогою стохастичного механізму відхилення можна відхилити частинки пучка на кути, що дорівнюють

$$\alpha_{cr} = \frac{2R\psi_c^2}{l_0}, \tag{2.1}$$

де R – це радіус вигину кристала, $l_0 = 4/(\pi^2 n d R_a \psi_c)$, n – це концентрація атомів у кристалі, R_a – це радіус екранування потенціалу атомного ядра. Максимальний кут відхилення за допомогою стохастичного механізму було знайдено без урахування некогерентних процесів в розсіюванні частинок, тому максимальний кут відхилення в (2.1) залежить тільки від енергії частинок і радіуса вигину кристала та не залежить від товщини кристала. Найбільш висока ймовірність некогерентних процесів має місце, коли частинка наближається до атомних ядер. Недавні експерименти [169, 347] показали, що при площинному каналюванні в зігнутому кристалі ймовірність некогерентного розсіювання позитивно заряджених частинок на атомних ядрах є меншою, ніж в разорієнтованому кристалі. Розглянемо ймовірність некогерентних процесів, пов'язаних з близькими зіткненнями у випадку стохастичного відхилення заряджених частинок у зігнутому кристалі.

2.1. Ймовірність близьких зіткнень в орієнтованому кристалі

Розпочнемо дослідження ймовірності близьких зіткнень із випадку позитивно заряджених частинок. Для цього розглянемо рух високоенергетичних заряджених частинок у зігнутому кристалі на прикладі частинок, які падають на зігнутий кристал кремнію, орієнтований у напрямку кристалічної осі $\langle 110 \rangle$. Вісь $\langle 110 \rangle$ було обрано для розгляду тому, що для цієї осі критичний кут осьового каналювання ψ_c має найбільше значення серед інших осей кристала кремнію, що дозволяє отримати високе значення максимально можливого кута відхилення частинок (2.1). В якості осі x оберемо вісь, яка лежить у площині кристала (001). Таким чином, вісь y в точці падіння частинок на кристал лежить у площині кристала $(1\bar{1}0)$. На рис. 2.1 показано розташування кристалічних ланцюжків атомів, які є паралельними кристалічній осі $\langle 110 \rangle$. Пунктирна лінія показує край елементарної комірки в цій орієнтації, $a_x = a\sqrt{2}/2$, $a_y = a$, де a – це стала ґратки (яка для кристала кремнію дорівнює 5.431 Å). Напрямок вигину кристала збігається з напрямком осі x.

Використання наближення безперервного потенціалу атомного ланцюжка [48] у випадку, коли не береться до уваги некогерентне розсіювання частинок на теплових коливаннях атомів кристалу, атомних електронах тощо, дозволяє перейти від тривимірного рівняння руху релятивістської зарядженої частинки у кристалі

$$\frac{d}{dt}\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = -\vec{\nabla}U(\vec{r}),$$

де m – це маса частинки, $U(\vec{r})$ – її потенціальна енергія в кристалічному полі, до двовимірного рівняння руху частинки в полі кристалічних атомних ланцюжків в площині, яка є ортогональною до осі z:

$$\frac{d}{dt}\vec{p}_\perp = -\frac{\partial}{\partial\vec{\rho}}U(\vec{\rho}) = -\frac{\vec{v}_\perp}{v_\perp^2}\frac{\partial}{\partial t}U(\vec{\rho}), \tag{2.2}$$

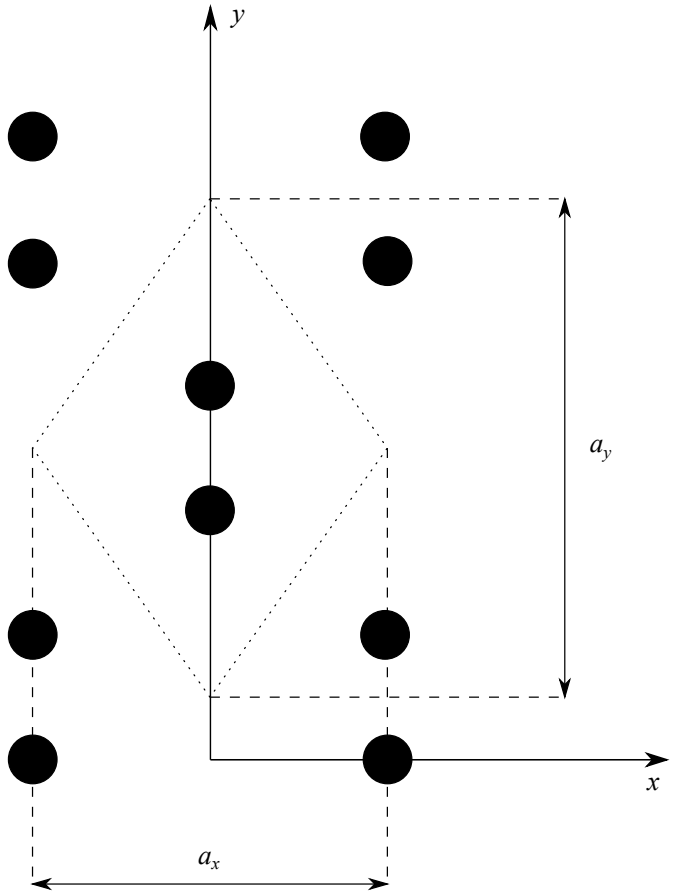


Рис. 2.1. Розташування кристалічних атомних ланцюжків, які є паралельними осі $\langle 110 \rangle$ у кристалі кремнію.

де $\vec{\rho}$ – це вектор від осі ланцюжка до частинки, який лежить в площині (x, y), $\vec{v}_\perp$ та $\vec{p}_\perp$ – це проекції швидкості та імпульса частинки на площину (x, y).

Оскільки $\vec{p} = E\vec{v}/c^2$, де E – це енергія частинки, отримуємо

$$\vec{v}_\perp = \frac{c^2}{E}\vec{p}_\perp.$$

Таким чином, від рівняння (2.2) можна перейти до

$$\vec{p}_\perp \frac{d}{dt}\vec{p}_\perp = -\frac{E}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}U(\vec{\rho}), \tag{2.3}$$

З рівняння (2.3) випливає наявність інтеграла руху

$$\varepsilon_\perp = \frac{c^2 p_\perp^2}{2E} + U(x, y). \tag{2.4}$$

Цей інтеграл руху зазвичай називають енергією поперечного руху частинки [348].

Якщо кут ψ між імпульсом частинки та кристалічною віссю задовольняє умові $\psi \ll 1$ (саме такий випадок розглядається у дисертаційній роботі), то $p_\perp = p \sin\psi \approx p\psi$. В цьому випадку отримуємо

$$\frac{c^2 p_\perp^2}{2E} = \frac{\left(E^2 - m^2c^4\right)\psi^2}{2E}$$

і можемо переписати рівняння (2.4) у вигляді

$$\varepsilon_\perp = \frac{E\psi^2}{2} - \frac{m^2c^4}{2E}\psi^2 + U(x,y). \tag{2.5}$$

Якщо $E \gg mc^2$, другим доданком у правій частині рівняння (2.5) можна знехтувати. В цьому випадку при русі в полі атомних ланцюжків прямого кристала частинка має енергію поперечного руху

$$\varepsilon_\perp = \frac{E\psi^2}{2} + U(x,y), \tag{2.6}$$

Без урахування некогерентного розсіювання $\varepsilon_\perp$ в прямому кристалі є інтегралом руху. У цьому випадку область руху частинок визначається значенням початкової енергії поперечного руху. Межа цієї області визначається співвідношенням $U(x_b, y_b) = \varepsilon_\perp$. Найближча можлива відстань ρ_{min} між частинкою та кристалічним ланцюжком атомів, таким чином, становить

$$\rho_{min} = \min\sqrt{(x_b - x_s)^2 + (y_b - y_s)^2},$$

де (x_s, y_s) – це координати найближчого до (x_b, y_b) ланцюжка атомів кристала. Якщо ρ_{min} є меншою за середньоквадратичну амплітуду теплових коливань атому кристала в одному напрямку r_T то частинка має високу ймовірність некогерентного розсіювання атомними ядрами. Якщо $\rho_{min} > r_T$, то ймовірність

близьких зіткнень і, таким чином, некогерентного розсіювання на атомних ядрах значно зменшується.

Коли частинки падають на кристал з $\psi^{in} = 0$ (що у зігнутому кристалі відповідає початковим умовам стохастичною відхилення) їх ортогональна енергія дорівнює потенціальній енергії в полі ланцюжків атомів кристала. Таким чином, ймовірність близьких зіткнень в кристалі є високою тільки для тих частинок, для яких відстань до найближчого ланцюжка атомів при падінні на кристал була меншою за r_T. Якщо частинки, які налітають на кристал, рівномірно розподілені в елементарній комірці, яку зображено на рис. 2.1, відношення між кількістю частинок з початковою відстанню до найближчого ланцюжка атомів, меншою за r_T, та повним числом частинок дорівнює співвідношенню між площею двох кіл з радіусом r_T та площею елементарної комірки:

$$w_a = \frac{4\pi r_T^2}{a_x a_y} = 4\sqrt{2}\pi r_T^2/a^2 \approx 3.39 * 10^{-3}. \tag{2.7}$$

Тепер розглянемо випадок площинного каналювання в площині $(1\bar{1}0)$. Співвідношення між кількістю частинок з високою ймовірністю близьких зіткнень і загальним числом частинок в цьому випадку становить

$$w_p = \frac{4r_T}{a_x} = 4\sqrt{2}r_T/a \approx 78.12 * 10^{-3}. \tag{2.8}$$

Порівнюючи (2.7) та (2.8) ми бачимо, що при осьовій орієнтації кристала ймовірність некогерентного розсіювання, пов'язаного з близькими зіткненнями, є значно нижчою, ніж при площинній орієнтації.

2.2. Ймовірність близьких зіткнень позитивно заряджених частинок у зігнутому кристалі

У випадку зігнутого кристала ортогональна енергія частинки в системі відліку, пов'язаній із зігнутою віссю кристала, дорівнює

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{E\psi^2}{2} + U(x,y) + E\left(\frac{\mathfrak{R}}{R} - 1\right), \tag{2.9}$$

де $\mathfrak{R}$ – це відстань між частинкою та центром кристалічної кривини, ψ – це кут між імпульсом частинки та віссю z. Єдина відмінність (2.9) порівняно з (2.6) полягає в останньому доданку, який є відцентровою енергією. Цей доданок як в осьовому, так і в площинному випадку збільшує ймовірність близьких зіткнень. У випадку зігнутого кристала обчислення коефіцієнтів (2.7) та (2.8) провести не так легко, як у випадку прямого кристала, оскільки не для всіх частинок ортогональна енергія $\varepsilon_{\perp}$ є постійною в зігнутому кристалі. Щоб провести порівняння між ймовірністю близьких зіткнень у випадку стохастичною відхилення та площинного каналювання в зігнутому кристалі було проведено числове моделювання руху високоенергетичних заряджених частинок через зігнутий кристал на прикладі протонів з кінетичною енергією 270 ГеВ, що проходять крізь кристал кремнію товщиною 5 мм з радіусом вигину 50 м. Для обраної енергії частинок критичний кут осьового каналювання становить 28 мкрад. Таким чином, у випадку, що розглядається, використовуючи рівняння (2.1) отримуємо, що максимальний кут α_{cr}, до якого більшість частинок пучка буде відхилятися зігнутим кристалом, становить близько 450 мкрад, що більш ніж в чотири рази перевищує кут вигину кристала. Таким чином, можна очікувати, що результати моделювання покажуть відхилення більшості частинок пучка кристалом на кут вигину 100 мкрад.

Числове моделювання полягало в розв'язанні класичного рівняння руху заряджених частинок в полі кристалічних атомних ланцюжків, паралельних

обраній кристалічній осі z (в даному випадку осі $\langle 110 \rangle$ кристала кремнію) [348]:

$$\frac{d^2}{dt^2}\rho = -\frac{c^2}{E_{||}}\frac{\partial}{\partial \vec{\rho}}U(\vec{\rho}),$$

де $\vec{\rho}$ – це вектор від осі ланцюжка до частинки, який лежить в площині (x, y), $E_{||} = c\sqrt{p_{||}^2 + (mc)^2}$. Далі буде розглядатися випадок, коли $p_{||} \gg mc$, тому в подальшому будемо вважати, що $E_{||} = E$. Для отримання потенціалу атомного ланцюжка було застосовано наближення Дойля-Тернера [349] для атомного потенціалу. В цьому наближенні потенціальна енергія частинки з зарядом протона в полі атома становить

$$U_a = \frac{2\pi\hbar^2}{m_e}\sum_k^4 \alpha_k \left(\frac{4\pi}{\beta_k + B}\right)^{3/2} e^{-\frac{4\pi^2 r^2}{\beta_k + B}}, \tag{2.10}$$

де α_i і β_i – це коефіцієнти, отримані в роботі [349], m_e – маса електрона, $B = 8\pi^2 \langle r_T^2 \rangle$, $\langle r_T^2 \rangle$ – середній квадрат відхилення атомів від їх рівноважних положень уздовж однієї з координат. За допомогою інтегрування рівняння (2.10) вздовж осі z, отримуємо вираз для потенціальної енергії частинки з зарядом протона в полі ланцюжка атомів

$$U_{str}(\rho) = \frac{1}{d_a}\int_{-\infty}^{\infty} U_a(\rho, z)dz = \frac{8\pi^2\hbar^2}{m_e d_a}\sum_{k=1}^4 \frac{\alpha_k}{\beta_k + B} e^{-\frac{4\pi^2\rho^2}{\beta_k + B}}. \tag{2.11}$$

Для того, щоб в рамках моделі безперервного потенціалу атомного ланцюжка отримати потенціальну енергію частинки у кристалі, потрібно провести підсумовування по всіх ланцюжках атомів кристала:

$$U(\vec{\rho}) = \sum_n U_{str}(\vec{\rho} - \vec{\rho}_n), \tag{2.12}$$

де $\vec{\rho}_n$ – це радіус-вектори, які вказують положення ланцюжків атомів кристала. Враховуючи, що потенціал (2.11) при зростанні відстані від ланцюжка швидко

прямує до нуля, можемо проводити підсумовування в (2.12) по цілим $n \in (-\infty, \infty)$. В цьому випадку для потенціалу ланцюжка (2.11) таке підсумовування може бути проведено аналітично. Зокрема, для осі $\langle 110 \rangle$ кристала кремнію отримуємо

$$\begin{aligned} U_{\langle 110 \rangle}(\rho) = \frac{2\pi\hbar^2}{m_e d_a^2 d_{sy}} \sum_{k=1}^{4} \alpha_k \Bigg[& \vartheta_3\left(\pi\frac{x}{d_a}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_a^2}}\right) \vartheta_3\left(\pi\frac{y}{d_{sy}}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_{sy}^2}}\right) + \\ & + \vartheta_3\left(\pi\frac{x}{d_a}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_a^2}}\right) \vartheta_3\left(\pi\frac{y-d_{sy}/4}{d_{sy}}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_{sy}^2}}\right) + \\ & + \vartheta_3\left(\pi\frac{x-d_a/2}{d_a}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_a^2}}\right) \vartheta_3\left(\pi\frac{y-d_{sy}/2}{d_{sy}}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_{sy}^2}}\right) + \\ & + \vartheta_3\left(\pi\frac{x-d_a/2}{d_a}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_a^2}}\right) \vartheta_3\left(\pi\frac{y-3d_{sy}/4}{d_{sy}}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_{sy}^2}}\right) \Bigg], \end{aligned} \tag{2.13}$$

де $\vartheta_3(u,q) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} e^{2nui}$ – це тета-функція Якобі третього роду [350], $i^2 = -1$, $d_a = a\sqrt{2}/2$, $d_{sy} = a$, $a \approx 5,431$ Å – це стала кристалічної ґратки.

У програмному коді моделювання враховувалося некогерентне розсіювання, пов'язане з тепловими коливаннями атомів і розсіюванням на електронній підсистемі кристала.

Спочатку розглянемо кутові розподіли частинок після проходження через зігнутий кристал. Ці розподіли показано на рис. 2.2. Кольорами на цьому рисунку показано розподіл інтенсивності пучка за логарифмічною шкалою. Ліворуч на рисунку показаний кутовий розподіл протонів при падінні на кристал в умовах реалізації режиму площинного каналювання, а праворуч – стохастичного механізму відхилення. За нуль обрано початковий напрямок руху частинок. Бачимо, що кутові розподіли мають певну структуру. Обидва механізми дозволяють відхилити більшість протонів на повний кут вигину кристала. Це добре видно з рис. 2.3, на якому зображена густина кутових розподілів, представлених на рис. 2.2. На рис. 2.3 N_0 – це кількість частинок в пучку, $N(\theta_x)$ – це кількість частинок, відхилених в напрямку осі x на кут, який не перевищує θ_x.

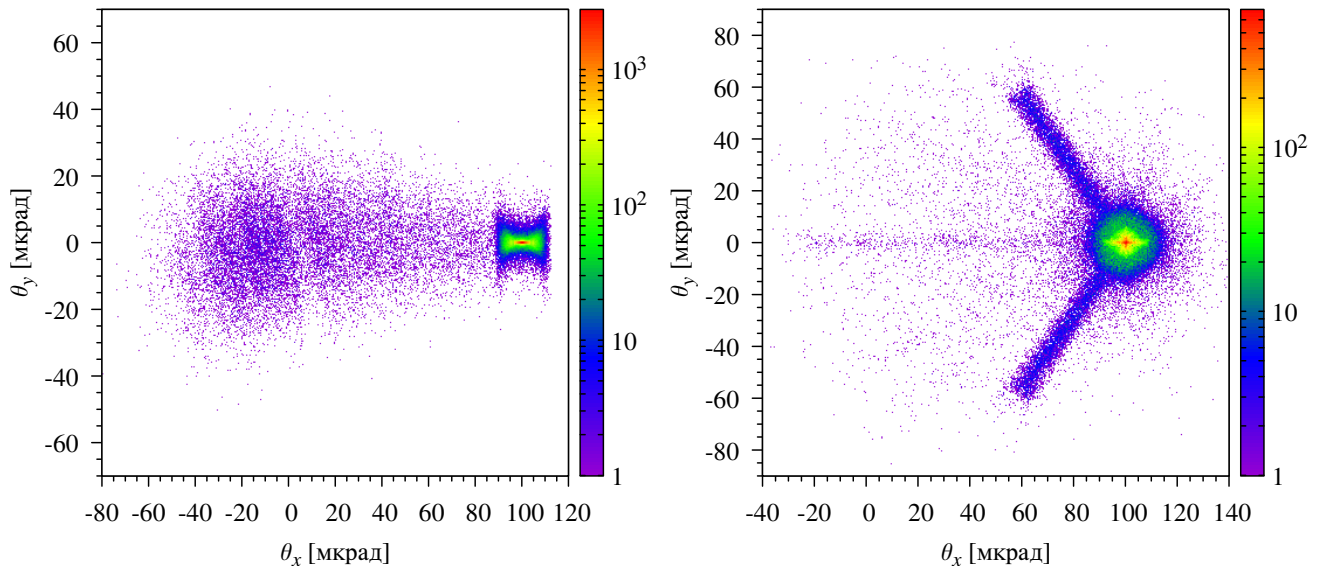


Рис. 2.2. Кутові розподіли протонів з енергією 270 ГеВ після проходження зігнутого кристала товщиною 5 мм з радіусом кривизни 50 м. Ліворуч випадок площинного каналювання, праворуч — стохастичного відхилення.

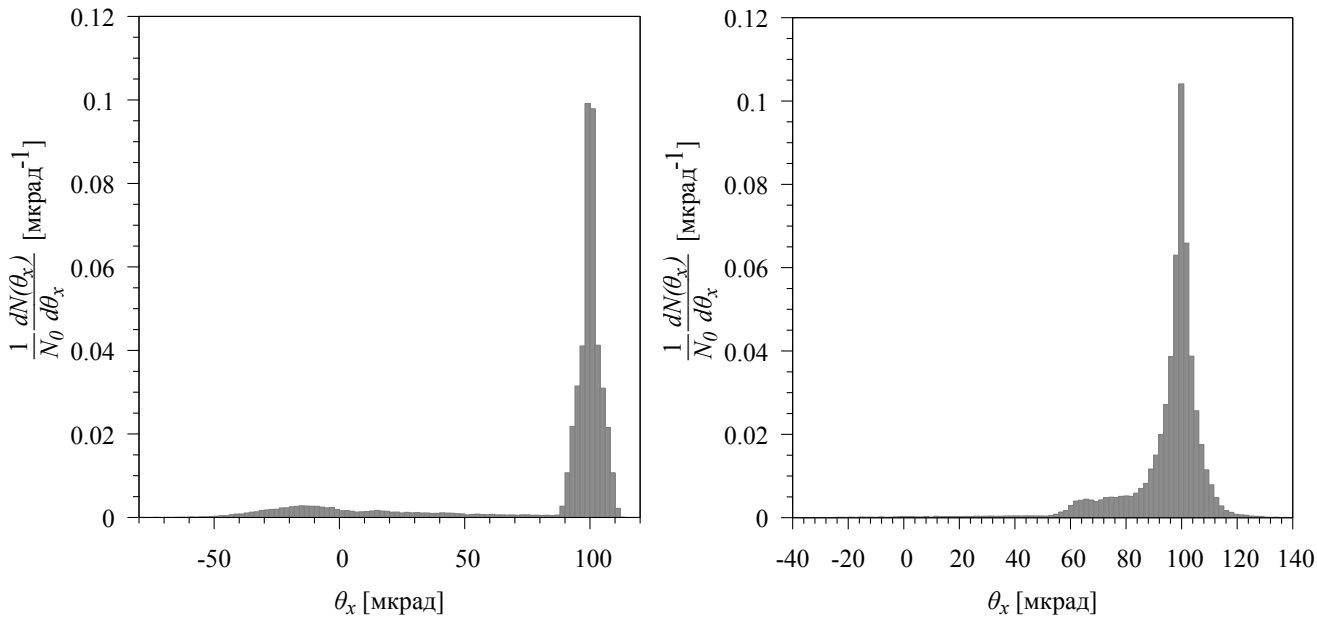


Рис. 2.3. Густина кутових розподілів, показаних на рис. 2.2. Ліворуч випадок площинного каналювання, праворуч — стохастичного відхилення.

У випадку площинного каналювання після проходження через кристал майже всі протони відхиляються на повний кут вигину кристала 100 мкрад, причому пучок залишається добре колімованим. Невелика частка протонів деканалює. Також на кутовому розподілі присутня невелика кількість частинок, які при падінні на кристал не були захоплені площинним каналом. Ці частинки або об'ємно відбиваються від зігнутих площин (якщо напрямок їх ортогональ-

ного руху при падінні на кристал збігається з напрямком зростання координати x), або рухаються як у аморфному тілі (якщо напрямок їх ортогонального руху при падінні на кристал збігається з напрямком зменшення координати x).

Після проходження через кристал в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення пучок розділяється на кілька частин. Основна частина протонів відхиляється на кут вигину кристала. Ця частина добре колімована в межах одного критичного кута осьового каналювання. Це частинки, які відхиляються завдяки стохастичному механізму відхилення. Інша група частинок рухається в кристалі в режимі площинного каналювання в невертикальних площинах. Основні невертикальні площини для розглянутої орієнтації кристала – це площини $(1\bar{1}1)$ та $(\bar{1}11)$. З рис. 2.3 видно, що колімація частинок, відхилених в стохастичному режимі, близька до ψ_c, а число частинок в невертикальних площинах є близьким до 15%. Крім того, з рис. 2.2 та 2.3 бачимо, що майже всі частинки відхилилися зігнутим кристалом в одному напрямку (у напрямку вигину кристала).

Тепер розглянемо результати моделювання ймовірності близьких зіткнень P протонів у зігнутому кристалі. Для цього при моделюванні було проведено підсумовування цієї ймовірності уздовж траєкторій частинок, вважаючи, що ймовірність близьких зіткнень в обраній точці траєкторії пропорційна ймовірності розташування ланцюжка атомів в даній точці. Ми використовували модель нормального розподілу атомних ядер поблизу вузла ґратки

$$w_n\left(\vec{r}\right) = \frac{1}{(2\pi r_T^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\left(\vec{r}-\vec{r}_n\right)^2}{2r_T^2}\right),$$

де r_T – середньоквадратична амплітуда атомних теплових коливань в одному напрямку, а вектор $\vec{r}_n$ – це координати вузла решітки. Отримана ймовірність була усереднена за усіма частинками пучка. Якщо кут ψ_{in} між початковим напрямком імпульсу частинки та віссю z в моделюванні дорівнював нулю, отримані результати відповідали стохастичному механізму відхилення, а якщо

кут між початковим імпульсом частинки і площиною $(1\bar{1}0)$ $\theta_{x,in}$ дорівнював нулю, а кут між початковим імпульсом частинки і площиною (001) $\theta_{y,in}$ був набагато більшим за ψ_c, отримані результати відповідали площинному каналюванню в зігнутому кристалі. Ймовірність близьких зіткнень в цьому випадку будемо позначати як P_{ch}.

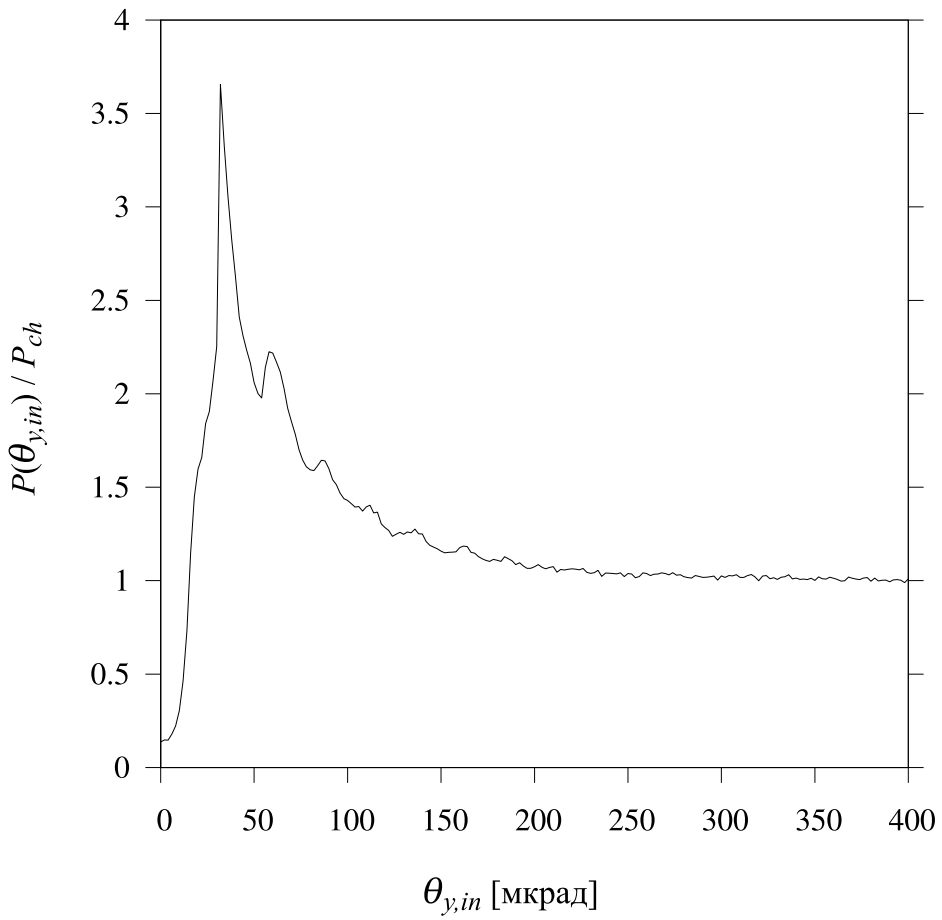


Рис. 2.4. Ймовірність близьких зіткнень протонів в зігнутому в кристалі.

На рис. 2.4 показані результати моделювання відносної ймовірності близьких зіткнень протонів у зігнутому кристалі при різних кутах $\theta_{y,in}$ та нульовому значенні кута $\theta_{x,in}$. З рисунку бачимо, що в разі стохастичною відхилення ймовірність близьких зіткнень є в кілька разів меншою, ніж у випадку площинного каналювання. Ймовірність близьких зіткнень зростає при зростанні $\theta_{y,in}$ приблизно до 50 мкрад, разом із зростанням ортогональної енергії частинок, яке призводить до зменшення області, забороненої для руху частинок. Проте, подальше збільшення ортогональної енергії частинок призводить до захоплення частинок в площинні канали, паралельні до площини кристала $(1\bar{1}0)$, що, в

свою чергу, призводить до зменшення ймовірності близьких зіткнень. Через це, починаючи приблизно з 50 мкрад ймовірність починає зменшуватися і при $\theta_y \approx 10\psi_c$ стає сталою.

На рис. 2.5 зображено таку ж нормовану ймовірність близьких зіткнень, що і рис. 2.4 при $\theta_{y,in} \in (0, \psi_c)$. Бачимо, що в кутовій області $(0, \psi_c/2)$ ймовірність близьких зіткнень є значно меншою, ніж при площинному каналюванні.

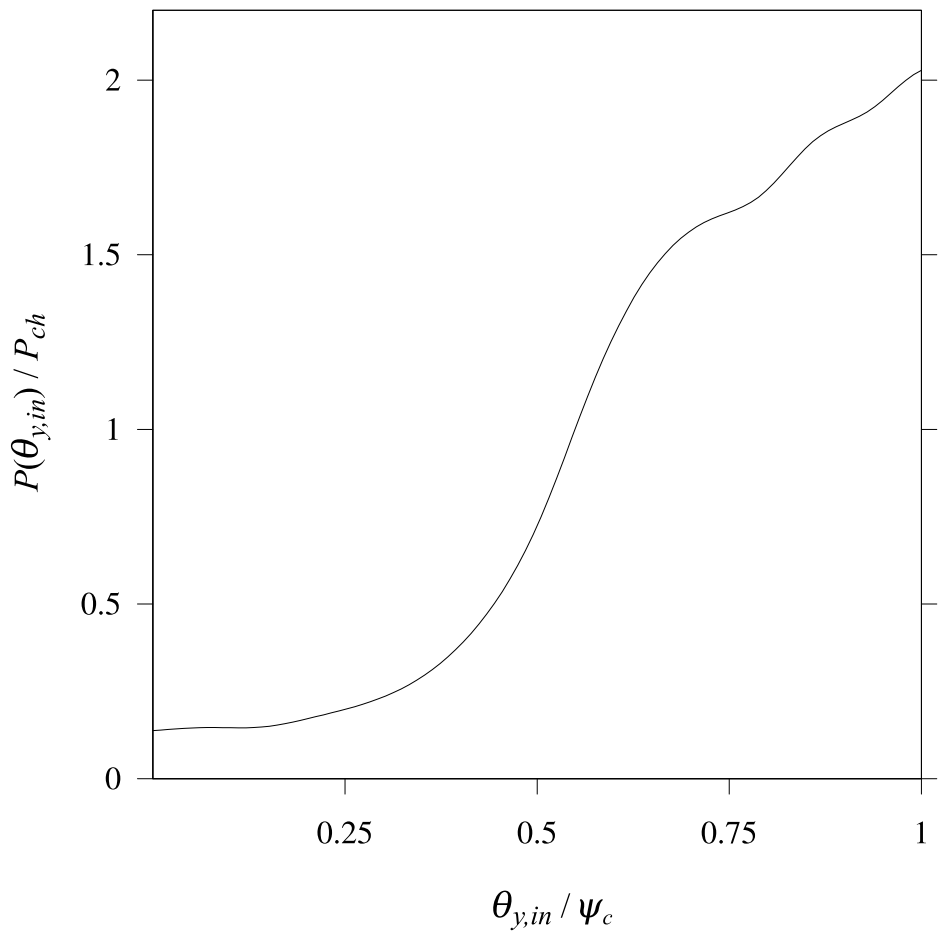


Рис. 2.5. Ймовірність близьких зіткнень протонів в зігнутому в кристалі при $\theta_{y,in} \in (0, \psi_c)$.

2.3. Ймовірність близьких зіткнень негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі

Розглянемо тепер розсіювання негативно заряджених частинок в обраному кристалі. Для цього проведемо моделювання проходження π^--мезонів з

кінетичною енергією 270 ГеВ через зігнутий кристал.

Для того, щоб заряджені частинки, падаючи на зігнутий кристал, мали можливість відхилятися площинним каналом, повинні виконуватися декілька умов. Перша умова полягає в тому, що кут $\theta_{y,in}$ повинен значно перевищувати ψ_c, а кут $\psi_{x,in}$ повинен бути меншим за критичний кут площинного каналювання $\theta_c = \sqrt{2U_0/E}$, де U_0 – це потенціальна енергія частинки в полі кристалічних атомних площин прямого кристала. Другою умовою є те, що радіус вигину кристала повинен перевищувати критичний радіус, який визначається згідно з наступною формулою:

$$R_c = \frac{E}{|dU(x)/dx|_{max}},$$

де вісь x є ортогональною до зігнутих площин, в полі яких має місце площинне каналювання (в нашому випадку це площини $(1\bar{1}0)$), $U(y)$ – це потенціальна енергія частинки в площинному каналі прямого кристала. Якщо зазначені умови виконуються, частина частинок пучка при падінні на кристал захоплюється в режим площинного каналювання.

Для того, щоб в кристалі можна було спостерігати як стохастичне відхилення, так і площинне каналювання, при моделюванні було обрано ті ж параметри та орієнтацію кристала, що і у попередньому підрозділі, тобто кристал кремнію товщиною мав товщину 5 мм і радіус вигину $R = 50$ м, площиною вигину була площина (001), а відносно напрямку падіння частинок кристал було орієнтовано поблизу кристалічної осі $\langle 110 \rangle$. Критичний кут осьового каналювання у розглянутому випадку становить 27,9 мкрад, а критичний кут площинного каналювання в полі площин $(1\bar{1}0)$ становить 14,5 мкрад. В обраному випадку критичний радіус каналювання в вертикальній площині складає 47,5 см, що приблизно в сто разів менше за радіус вигину обраного кристала. Кут $\theta_{y,in}$ при моделюванні площинного каналювання складав 400 мкрад, що приблизно в 14 разів більше за критичний кут осьового каналювання.

Крім того, слід зазначити, що параметр α_{cr} в нашому випадку дорівнює 200 мкрад, тобто в два рази перевищує кут вигину кристала $\alpha = L/R = 100$ мкрад. Зазначене вище означає, що обраний кристал дозволяє створити умови як для площинного каналювання заряджених частинок вказаної енергії, так і для їх стохастичного відхилення.

Однак, описані вище умови були отримані без урахування некогерентного розсіювання, інтенсивність якого пропорційна ймовірності близьких зіткнень. При моделюванні проходження π^--мезонів з енергією 270 ГеВ через зігнутий кристал було враховане некогерентне розсіювання і обчислена відносна ймовірність близьких зіткнень при розсіюванні в кристалі. Результати моделювання представлені нижче.

На рис. 2.6 показані кутові розподіли π^--мезонів після проходження через кристал в умовах площинного каналювання та стохастичного відхилення. Кольори на рисунку показують в логарифмічному масштабі інтенсивність кутового розподілу частинок пучка після проходження через зігнутий кристал. Лівий кутовий розподіл відповідає площинному каналюванню π^--мезонів у полі атомних площин $(1\bar{1}0)$. Правий кутовий розподіл відповідає стохастичному

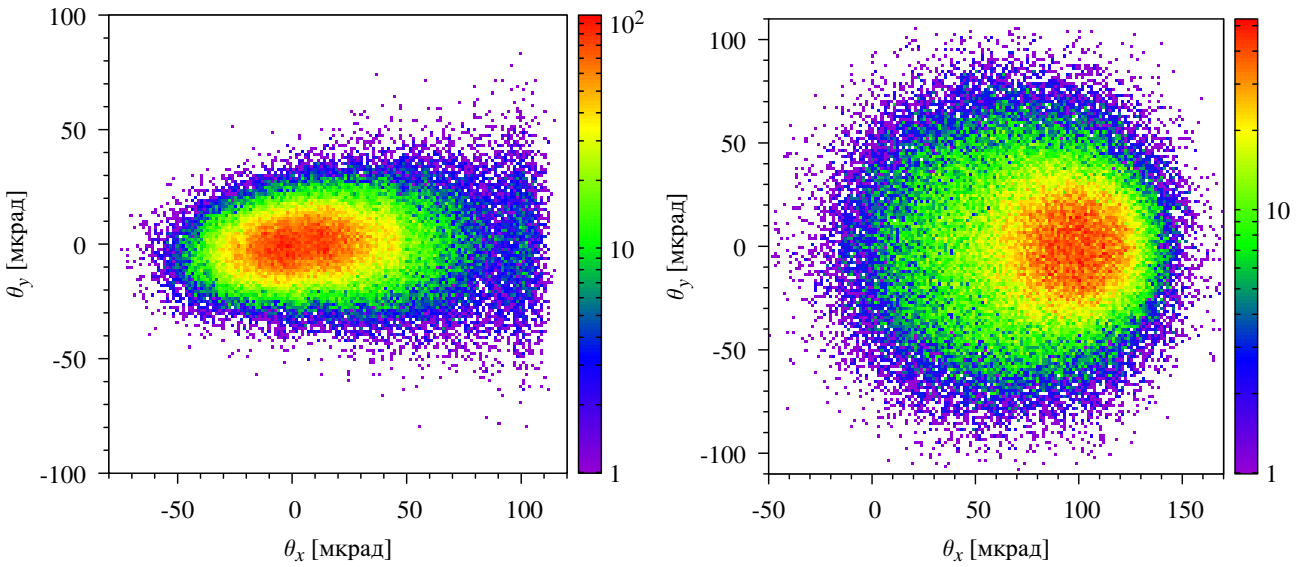


Рис. 2.6. Кутові розподіли π^--мезонів з енергією 270 ГеВ після проходження зігнутого кристала товщиною 5 мм з радіусом вигину 50 м. Ліворуч випадок площинного каналювання, праворуч – стохастичного відхилення.

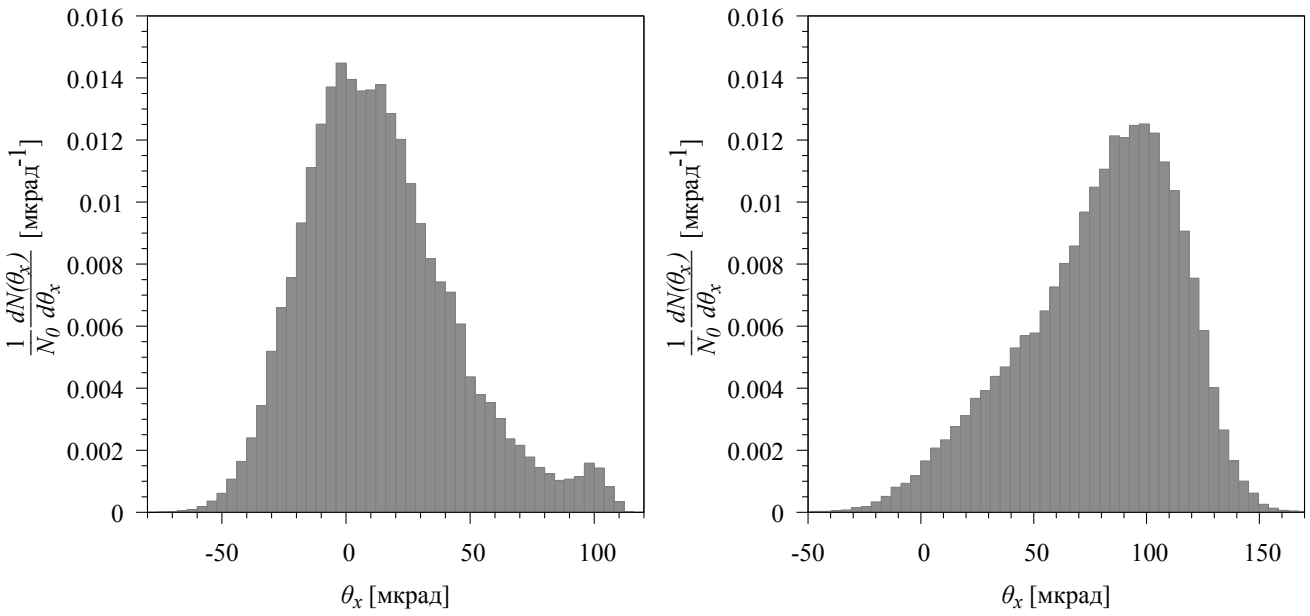


Рис. 2.7. Густина кутових розподілів, показаних на рис. 2.6. Зліва випадок площинного каналювання, справа – стохастичного відхилення.

відхиленню π^--мезонів. На рис. 2.7 показана густина цих кутових розподілів вздовж осі x. На приведених рисунках бачимо, що на відміну від протонів лише мала частка π^--мезонів відхиляється зігнутим кристалом на повний кут вигину кристала в умовах реалізації площинного каналювання, хоча $R \gg R_c$. При цьому стохастичний механізм відхилення, як і у випадку протонів, дозволяє відхилити більшість π^--мезонів на 100 мкрад. Така різниця в ефективності двох механізмів відхилення пов'язана з тим, що при площинному каналюванні частинки мають бути підбар'єрними, тобто їхня ортогональна енергія не повинна перевищувати потенціальну енергію частинки в сідловій точці між двома сусідніми площинними каналами. Через некогерентне розсіювання ортогональна енергія частинок може як зростати, так і зменшуватися, а її зростання призводить до виходу з режиму каналювання (а разом з тим і з режиму відхилення). Через те, що кристал є зігнутим, такі частинки майже не мають змоги реканалювати, тому що зі зростанням довжини їх траєкторії у кристалі зростає кут між напрямком їх руху і вертикальним площинним каналом. При стохастичному ж відхиленні частинки є надбар'єрними, що означає, що цей механізм є не таким чутливим до зростання $\varepsilon_\perp$.

На рис. 2.8 представлені результати моделювання відносної ймовірності

близьких зіткнень π^--мезонів у зігнутому кристалі при різних кутах $\theta_{y,in}$ та нульовому значенні кута $\theta_{x,in}$. На цьому рисунку, як і у випадку протонів, за одиницю обрано ймовірність при площинному каналюванні. З рисунку бачимо, що в разі стохастичною відхилення ймовірність близьких зіткнень, на відміну від випадку позитивно заряджених частинок, приблизно вдвічі перевищує ймовірність у випадку площинного каналювання. Це обумовлено тим, що велика кількість π^--мезонів при падінні на кристал в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення потрапляє у режим осьового каналювання. Це має місце, коли $\theta^2_{x,in} + \theta^2_{y,in} < \psi^2_c$.

Незважаючи на те, що ймовірність близьких зіткнень для π^--мезонів у випадку стохастичного відхилення є вдвічі вищою, ніж у випадку розсіювання з початковими умовами, що відповідають площинному каналюванню, на рисунках 2.6 та 2.7 видно, що більшість частинок після проходження через кристал в режимі стохастичного відхилення відхилялися на кут вигину кристала. Це

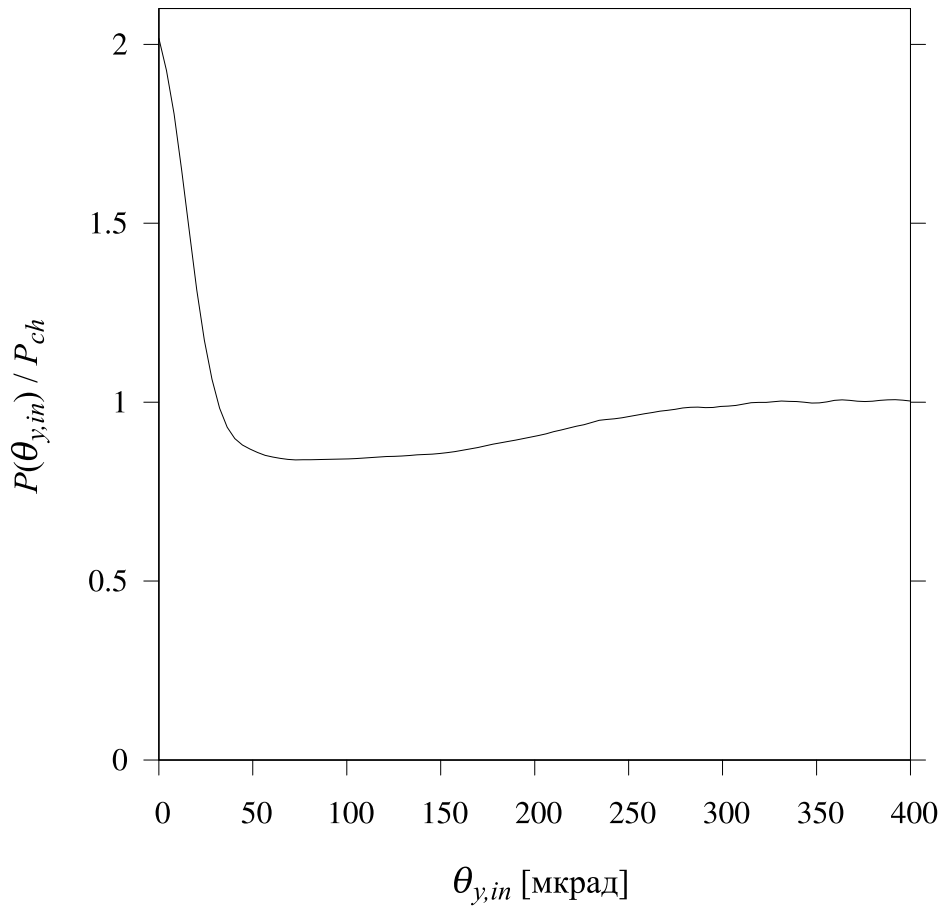


Рис. 2.8. Ймовірність близьких зіткнень π^--мезонів в зігнутому кристалі.

відбувається тому, що частинки, які беруть участь у стохастичному відхиленні, можуть бути надбар'єрними. Ось чому цей режим відхилення не настільки чутливий до інтенсивності некогерентного розсіювання, ніж площинне каналювання. Цей висновок добре узгоджується з експериментальними результатами відхилення π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ за допомогою зігнутих кристалів в умовах стохастичного відхилення, які опубліковані в [286].

Слід зазначити, що під відносною ймовірністю близьких зіткнень заряджених частинок пучка можна розуміти відносний вихід ядерних реакцій, тому що ці величини в даній задачі є еквівалентними.

2.4. Залежність ймовірності близьких зіткнень від кута між кристалічною віссю та імпульсом частинок

У попередніх двох підрозділах було проведено порівняння ймовірності близьких зіткнень високоенергетичних заряджених частинок у зігнутому кристалі в умовах площинного каналювання та стохастичного відхилення. Таким чином, було проведено дослідження залежності ймовірності близьких зіткнень від кута між початковим імпульсом частинок і площиною вигину кристала. Для позитивно заряджених частинок порівняння показало, що в разі стохастичного відхилення ймовірність близьких зіткнень є значно меншою, ніж в разі площинного каналювання. Цей результат було нещодавно підтверджено експериментально в ЦЕРН [298].

Наступним кроком досліджень в цьому напрямку є аналіз залежності ймовірності близьких зіткнень від значення кута між напрямком кристалографічної осі та початковим напрямком імпульсу заряджених частинок. Такому аналізу присвячений цей підрозділ. Цей аналіз дає змогу в рамках однієї моделі порівняти ймовірність близьких зіткнень для трьох основних механізмів відхилення пучка заряджених частинок: площинного каналювання в зігнутому кристалі, об'ємного відбиття та стохастичного відхилення.

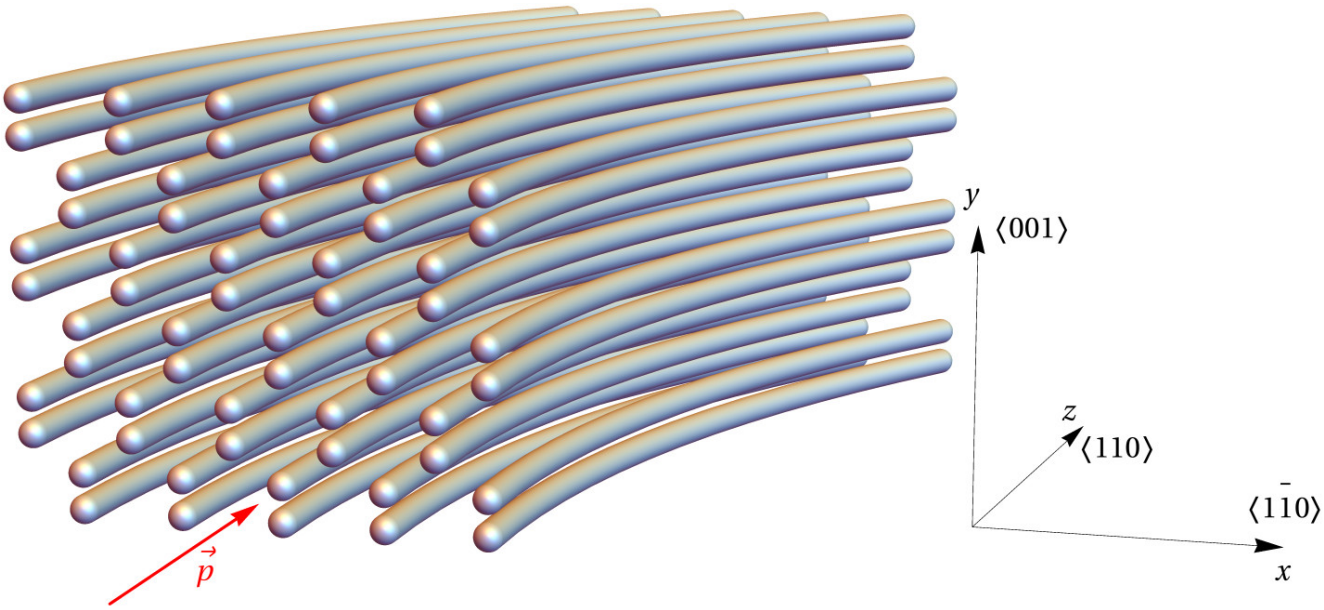


Рис. 2.9. Орієнтація зігнутого кристала кремнію по відношенню до падаючих на кристал заряджених частинок.

При русі високоенергетичної зарядженої частинки в кристалі під малим кутом по відношенню до однієї з головних кристалографічних осей задача про знаходження траєкторії частинки може бути спрощена за допомогою застосування моделі безперервного потенціалу [48]. У цій моделі потенціал атомних ланцюжків усереднюється по напрямку кристалічної осі. Це дозволяє звести задачу про рух частинки в кристалі до задачі про рух в площині, що є ортогональною до осі. Без втрати загальності будемо розглядати рух частинки поблизу кристалографічної осі $\langle 110 \rangle$ кристала кремнію. Орієнтація кристала та системи координат, яка буде використовуватися в нашому розгляді, наведені на рис. 2.9.

На рис. 2.9 показано, що вісь x є перпендикулярною до площини $(1\bar{1}0)$ і лежить в площині вигину, вісь y є перпендикулярною до площини вигину (001), а вісь z є колінеарною осі кристала в точці падіння частинок на кристал. Таким чином, в нашій моделі потенціал кристала є сумою безперервних потенціалів зігнутих атомних ланцюжків, які в точці падіння частинок на кристал є паралельними до кристалічної осі $\langle 110 \rangle$. Розглянемо спочатку випадок падіння на кристал позитивно заряджених частинок, а після цього розглянемо орієнтаційну залежність ймовірності близьких зіткнень негативно заряджених частинок.

2.4.1. Позитивно заряджені частинки

Почнемо аналіз ймовірності близьких зіткнень високоенергетичних позитивно заряджених частинок в кристалі з руху частинок у прямому кристалі. Порівняння значення цієї ймовірності при падінні частинок паралельно до кристалографічної осі (що в разі зігнутого кристала відповідає стохастичному відхиленню) та при площинному каналюванні в цьому випадку було зроблено в попередніх підрозділах. Співвідношення між ймовірностями близьких зіткнень в цих двох режимах руху було оцінено за порядком величини як $\frac{P_a}{P_{pl}} \sim \frac{\pi r_T}{a}$, де r_T – це середньоквадратичне значення амплітуди теплових коливань атома в одному напрямку ($r_T = 0,075$ Å для кремнію при температурі 293 K), a – це стала кристалічної ґратки (для кремнію $a = 5,431$ Å). Тепер спробуємо провести порівняння ймовірності близьких зіткнень в разі площинного каналювання та надбар'єрного руху релятивістської позитивно зарядженої частинки в тонкому кристалі поблизу однієї з головних кристалографічних осей. Для аналітичного розгляду цієї проблеми використаємо просте наближення потенціальної енергії частинки в полі атомних площин:

$$U(x) = \frac{U_0}{2}\left(1 - \cos\left(2\pi\frac{x}{d_p}\right)\right), \tag{2.14}$$

де U_0 – це глибина потенціальної ями, а d_p – це відстань між сусідніми атомними площинами. Для знаходження траєкторії частинки у полі (2.14) потрібно вирішити рівняння руху:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{c^2}{E}\frac{\partial U(x)}{\partial x}, \tag{2.15}$$

де E – це енергія частинки. Розв'язок рівняння (2.15) має наступний вигляд:

$$x(t) = \pm\frac{d_p}{\pi}\mathrm{am}\left(\frac{\pi c(t+b_2)}{d_p}\sqrt{\frac{U_0}{E}(1+b_1)}, \sqrt{\frac{2}{1+b_1}}\right), \tag{2.16}$$

де $\mathrm{am}(u,k)$ – це амплітуда Якобі (зворотна функція еліптичного інтегралу першого роду) [351]. Якщо припустити, що в момент $t = 0$ координата x дорівнює нулю, то параметр b_2 дорівнює нулю, оскільки $\mathrm{am}(0,k) = 0$. Щоб знайти b_1, можна знайти похідну від $x(t)$ при $t = 0$:

$$v_x(0) = \pm c\sqrt{\frac{U_0}{E}(1+b_1)} \tag{2.17}$$

і з (2.17) отримуємо $b_1 = \dfrac{E}{U_0}\dfrac{v_x^2(0)}{c^2} - 1$. Вводячи критичний кут площинного каналювання [48] $\theta_c = \sqrt{\dfrac{2U_0}{E}}$ та кут $\theta_{x,0} = \dfrac{v_x(0)}{c}$, можна переписати (2.16) у вигляді

$$x(t) = \frac{d_p}{\pi}\mathrm{am}\left(\frac{\pi t v_x(0)}{d_p}, \frac{\theta_c}{\theta_{x,0}}\right). \tag{2.18}$$

Характер залежності (2.18) від часу t визначається другим аргументом амплітуди Якобі і для різних значень параметра $k = \dfrac{\theta_c}{\theta_{x,0}}$ показаний на рис. 2.10. Підбар'єрному руху (площинному каналюванню) відповідає випадок $k > 1$, тобто $\theta_{x,0} < \theta_c$, а надбар'єрному руху відповідає $k < 1$, тобто $\theta_{x,0} > \theta_c$. Якщо $\theta_{x,0}$ дещо перевищує θ_c (див. випадок k=0.99 на рис. 2.10), позитивно заряджені частинки «зависають»[1] над атомними площинами (n-на площина має координату $x_n = \dfrac{2n+1}{2}d_p$, $n \in \mathbb{Z}$).

Ймовірність близьких зіткнень в тонкій аморфній мішені може бути записана у вигляді добутку перерізу зіткнення σ, концентрації атомів N та товщини мішені L:

$$P = \sigma N L.$$

У тонкому орієнтованому кристалі ймовірність близьких зіткнень високоенергетичної зарядженої частинки можна записати аналогічним чином за допомогою

[1] Такий термін було введено в роботі [352].

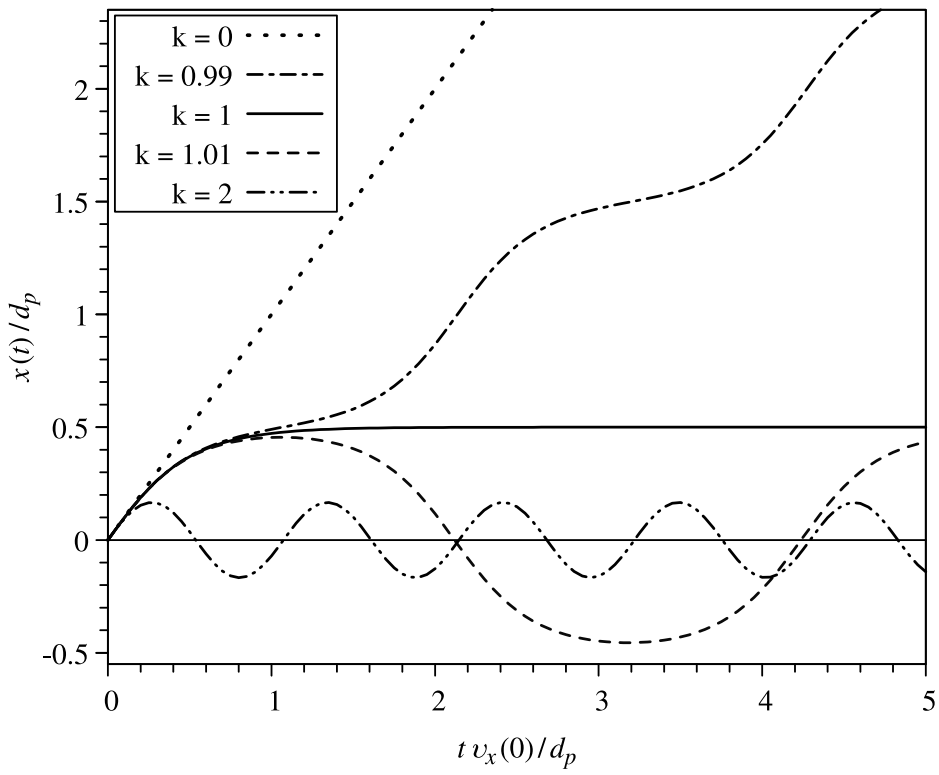


Рис. 2.10. Траєкторії позитивно заряджених частинок у полі (2.14).

інтегрування по траєкторії частинки:

$$P = \sigma v_z \int_{T_{in}}^{T_{out}} N\left(x, y, z\right) dt,$$

де концентрація атомів залежить від координат частинки і припускаємо, що частинка влітає у кристал в момент $t = T_{in}$ і виходить з нього в момент $t = T_{out}$. У разі руху в полі атомних площин концентрація атомів залежить тільки від однієї координати: $N(x, y, z) = N(x)$. Якщо припустити, що концентрація атомів поблизу атомної площини має гаусів розподіл із середнім значенням, яке дорівнює $x_n = \dfrac{2n+1}{2} d_p$ (координата розташування n-ої атомної площини), то ймовірність близьких зіткнень може бути знайдена як

$$P = \frac{\sigma N v_z d_p}{\sqrt{2\pi r_T^2}} \int_{T_{in}}^{T_{out}} \sum_n \exp\left(-\frac{\left(x(t) - \frac{2n+1}{2} d_p\right)^2}{2r_T^2}\right) dt. \tag{2.19}$$

Якщо припустити, що кристал є нескінченним в напрямку x, підсумову-

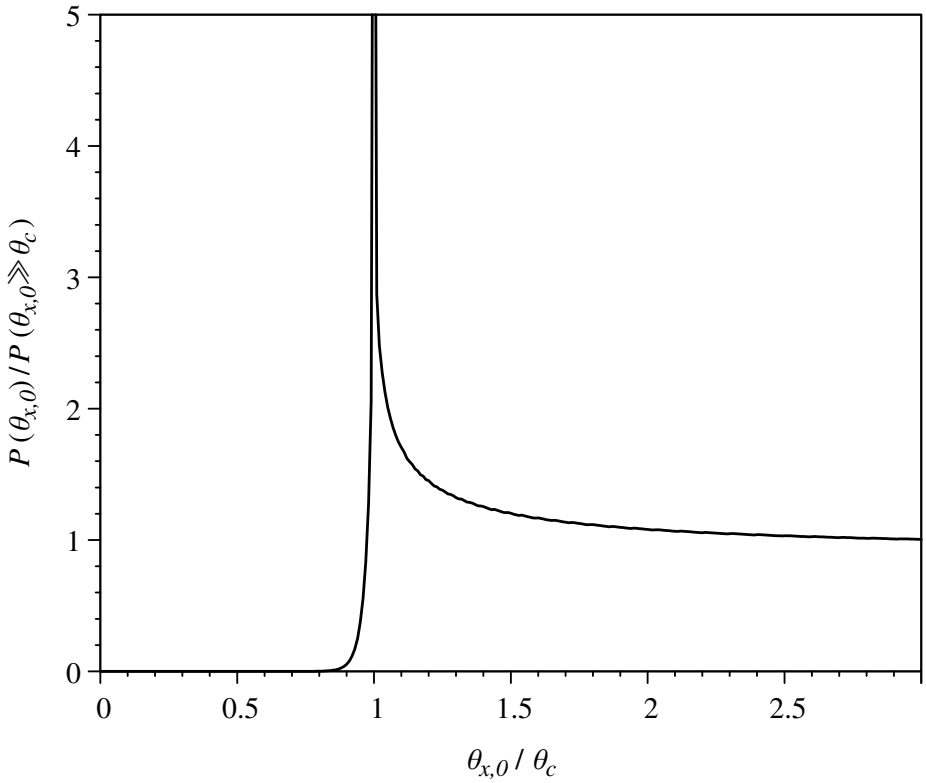


Рис. 2.11. Залежність ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{x,0}$ для позитивно заряджених частинок, які рухаються у полі (2.14).

вання за n може бути зроблено аналітично і, таким чином, отримуємо

$$P = \sigma N v_z \int_{T_{in}}^{T_{out}} \vartheta_4 \left(\pi \frac{x(t)}{d_p}, \exp\left(-\frac{2\pi^2 r_T^2}{d_p^2} \right) \right) dt, \tag{2.20}$$

де $\vartheta_4(u,q) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n q^{n^2} e^{2nui}$ – це тета-функція Якобі четвертого роду [351].

Підставляючи до рівняння (2.20) рішення (2.18) знаходимо залежність ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{x,0}$:

$$P(\theta_{x,0}) = \sigma N \int_0^L \vartheta_4 \left(\mathrm{am}\left(\frac{\pi l \theta_{x,0}}{d_p}, \frac{\theta_c}{\theta_{x,0}} \right), \exp\left(-\frac{2\pi^2 r_T^2}{d_p^2} \right) \right) dl, \tag{2.21}$$

де L – це товщина кристала. Отримана залежність показана на рис. 2.11, де ймовірність близьких зіткнень нормована на значення $P(\theta_{x,0})$ при $\theta_{x,0} \gg \theta_c$ (ймовірність близьких зіткнень у аморфній орієнтації). Швидке зростання ймовірності близьких зіткнень при $\theta_{x,0} = \theta_c$ відбувається через те, що $x(t)$

в цьому випадку ($k = 1$) прямує до $d_p/2$, як показано на рис. 2.10, а високі значення ймовірності поблизу $\theta_{x,0} = \theta_c$ обумовлені зависанням частинок біля атомних площин. На рис. 2.11 також бачимо, що в разі площинного каналювання ($\theta_{x,0} < \theta_c$) ймовірність близьких зіткнень є набагато меншою, ніж у разі надбар'єрного руху ($\theta_{x,0} > \theta_c$).

Тепер проаналізуємо, як рис. 2.11 зміниться, якщо частинки будуть рухатися не у полі (2.14), а у більш реалістичному площинному потенціалі. Для цього розглянемо атомну площину як сукупність атомних ланцюжків, а потенціал атома представимо у наближенні Дойля-Тернера. У цьому наближенні потенціальна енергія протона в полі атомного ланцюжка може бути записана у вигляді (2.11). Для такого поля рівняння руху не може бути вирішені аналітично, тому нижче для нашого розгляду застосуємо числове моделювання руху частинок у полі атомних ланцюжків.

Моделювання проводилося для протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ, які рухалися в двоміліметровому кристалі кремнію поблизу осі $\langle 110 \rangle$. Кут $\theta_{y,in} = v_{y,in}/c$ при моделюванні значно перевищував критичний кут площинного каналювання в атомній площині $(1\bar{1}0)$ $\theta_c \approx 10,3$ мкрад і дорівнював 1 мрад. Результати моделювання з урахуванням некогерентного розсіювання протонів на теплових коливаннях атомів і електронах кристала показані на рис. 2.12. На цьому рисунку зображена залежність ймовірності близьких зіткнень від початкового значення кута $\theta_x = v_x/c$. Ця ймовірність на рис. 2.12 нормована на її значення при $\theta_{x,0} = 0$ (випадок каналювання в полі атомних площин $(1\bar{1}0)$), яке позначено як P_{ch}. У порівнянні з результатами, представленими на рис. 2.11, моделювання дає можливість усереднити ймовірність близьких зіткнень пучка за початковими координати частинок в кристалі. В результаті цього усереднення вказана ймовірність не прямує до нуля при $\theta_{x,in} \to 0$. За рахунок врахування впливу некогерентного розсіювання, такі траєкторії частинок, як та, яка показана на рис. 2.10 при $k = 1$, не мають місця, тому що вони стають нестабільними. Це, на додаток до усереднення за початковою

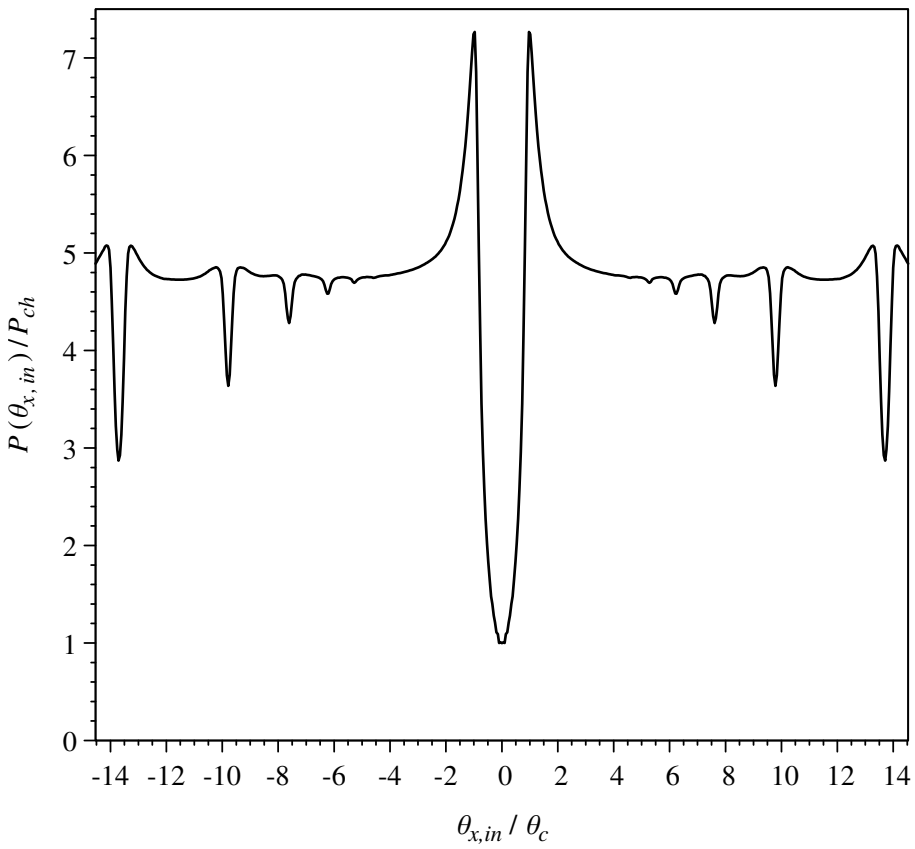


Рис. 2.12. Залежність ймовірності близьких зіткнень протонів від $\theta_{x,in}$ при площинному каналюванні та надбар'єрному русі в прямому кристалі.

координатою, пояснює менш гострий пік при $\theta_{x,in} = \theta_c$. На рис. 2.12 бачимо мінімум, пов'язаний з площинним каналюванням у вертикальній площині $(1\bar{1}0)$ при $\theta_{x,in} = 0$ та декілька локальних мінімумів, пов'язаних з площинним каналюванням в нахилених площинних каналах з більш високими індексами Міллера. Поруч з кожним мінімумом можна бачити два піки, пов'язані з зависанням протонів над атомними площинами.

Тепер розглянемо, як залежність ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{x,in}$ зміниться, при переході до зігнутого кристала (див. рис. 2.9). Для цього було проведено числове моделювання руху протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ поблизу осі $\langle 110 \rangle$ зігнутого кристала кремнію, товщина якого складає 2 мм, а радіус вигину $R = 20$ м. Як і в попередньому випадку, кут $\theta_{y,in}$ дорівнював 1 мрад і моделювання проводилося з урахуванням некогерентного розсіювання. Залежність ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{x,in}$ показана на рис. 2.13. Вказана ймовірність нормована на те ж саме значення P_{ch}, як і в попередньому

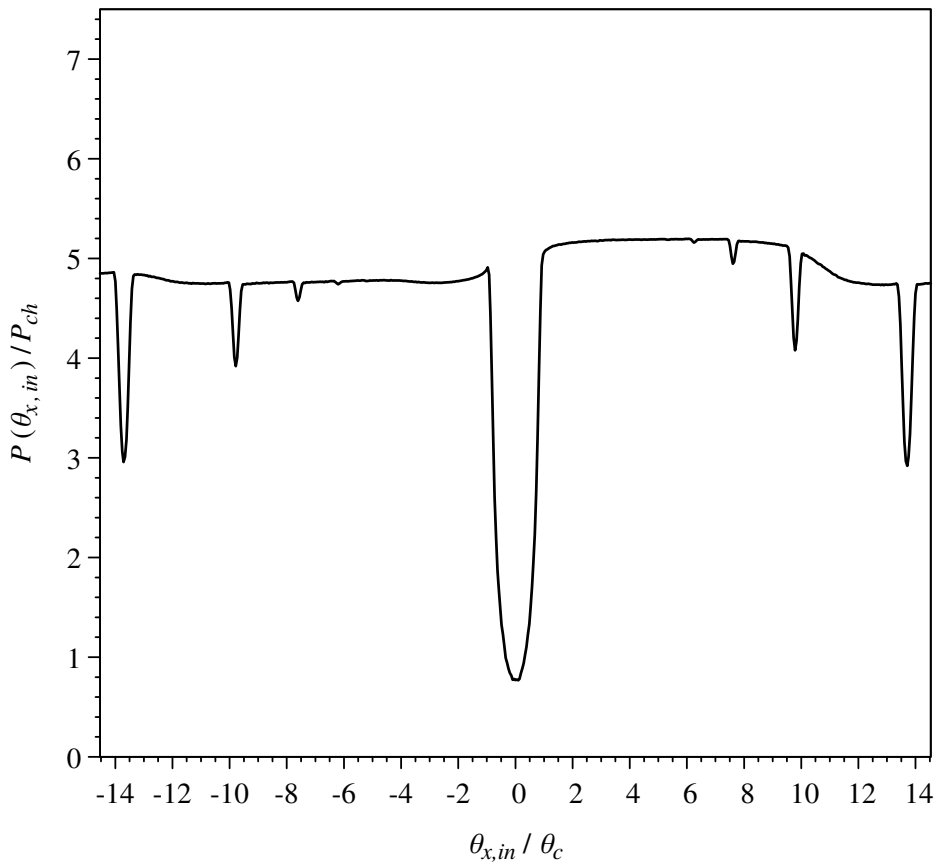


Рис. 2.13. Залежність ймовірності близьких зіткнень протонів від $\theta_{x,in}$ при площинному каналюванні та надбар'єрному русі в зігнутому кристалі.

випадку. З рис. 2.13 видно, що мінімум при $\theta_{x,in} = 0$, пов'язаний з площинним каналюванням в зігнутих площинах $(1\bar{1}0)$, став більш глибоким у порівнянні з випадком прямого кристала. Це пов'язано з тим, що в прямому кристалі, якщо $\theta_{x,in} = 0$, ненульовий внесок в ймовірність близьких зіткнень роблять частинки, які падають на кристал поблизу атомних площин[2]. Іншими словами, як це було показано на рис. 2.11, відмінна від нуля ймовірність відповідає $\theta_{x,0} \approx \theta_c$. У зігнутому кристалі частинки, які падають на кристал поблизу атомних площин стають надбар'єрними через викривлення кристала і виходять з режиму площинного каналювання. На рис. 2.11 бачимо, що ймовірність близьких зіткнень для надбар'єрних частинок є меншою, ніж для частинок з $\theta_{x,0} \approx \theta_c$, тому мінімум на рис. 2.13 є глибшим у порівнянні з випадком прямого кристала. Також на рис. 2.13 відсутні піки ймовірності в точках $\theta_{x,in} = \pm\theta_c$ поблизу мінімуму при $\theta_{x,in} = 0$ і поблизу інших локальних мінімумів. Це

[2] «Поблизу» в даному випадку означає відстань, яка не перевищує r_T.

пояснюється тим, що через викривлення кристала ефект зависання є можливим лише на малих ділянках траєкторії протонів. У зігнутому кристалі «зависання» призводить до добре відомого ефекту об'ємного відбиття [227], після чого θ_x змінюється приблизно на $2\theta_c$.

Ще однією цікавою відмінністю між ймовірністю близьких зіткнень у зігнутому кристалі в порівнянні з прямим кристалом є асиметрія відносно точки $\theta_{x,in} = 0$. Для прямого кристала розподіл ймовірності на рис. 2.12 був симетричним. У зігнутому кристалі вісь y є ортогональною до площини вигину (див. рис. 2.9), так що асиметрія в площині (x, y) повинна бути тільки в напрямку x. Напрямок $\theta_{x,in} = 0$ відповідає початковому розташуванню зігнутої атомної площини $(1\bar{1}0)$, тому якщо $\theta_{x,in}$ перевищує θ_c і не перевищує кут вигину кристала $\alpha = L/R = 100$ мкрад, на деякій товщині кристала протони будуть рухатись паралельно атомній площині $(1\bar{1}0)$. На такій товщині протони будуть відбиті площиною, але до цього вони зависатимуть над цією площиною. Це зависання збільшує ймовірність близьких зіткнень в області $\theta_c < \theta_{x,in} < \alpha$ для частинок, які не були захоплені в площинне каналювання в нахилених площинах. Цей результат добре узгоджується з результатами робіт [235–237], в яких було проведено детальний теоретичний аналіз ймовірності розсіювання частинок на ядрах при об'ємному відбитті релятивістських заряджених частинок у зігнутому кристалі, та з експериментальними результатами, опублікованими в роботі [167]. Також звернемо увагу на існування невеликого збільшення ймовірності близьких зіткнень протонів через зависання над нахиленими площинними каналами з високими індексами Міллера, але цей ефект є набагато меншим.

Для кращого розуміння залежності ймовірності близьких зіткнень від орієнтації кристала по відношенню до напрямку руху пучка було здійснено моделювання руху протонів в зігнутому кристалі, описаному вище. У цьому моделюванні розраховано ймовірність близьких зіткнень для різних значень $(\theta_{x,in}, \theta_{y,in})$, що дозволило порівняти цю ймовірність для трьох основних механізмів відхилення пучків заряджених частинок. Результати моделювання

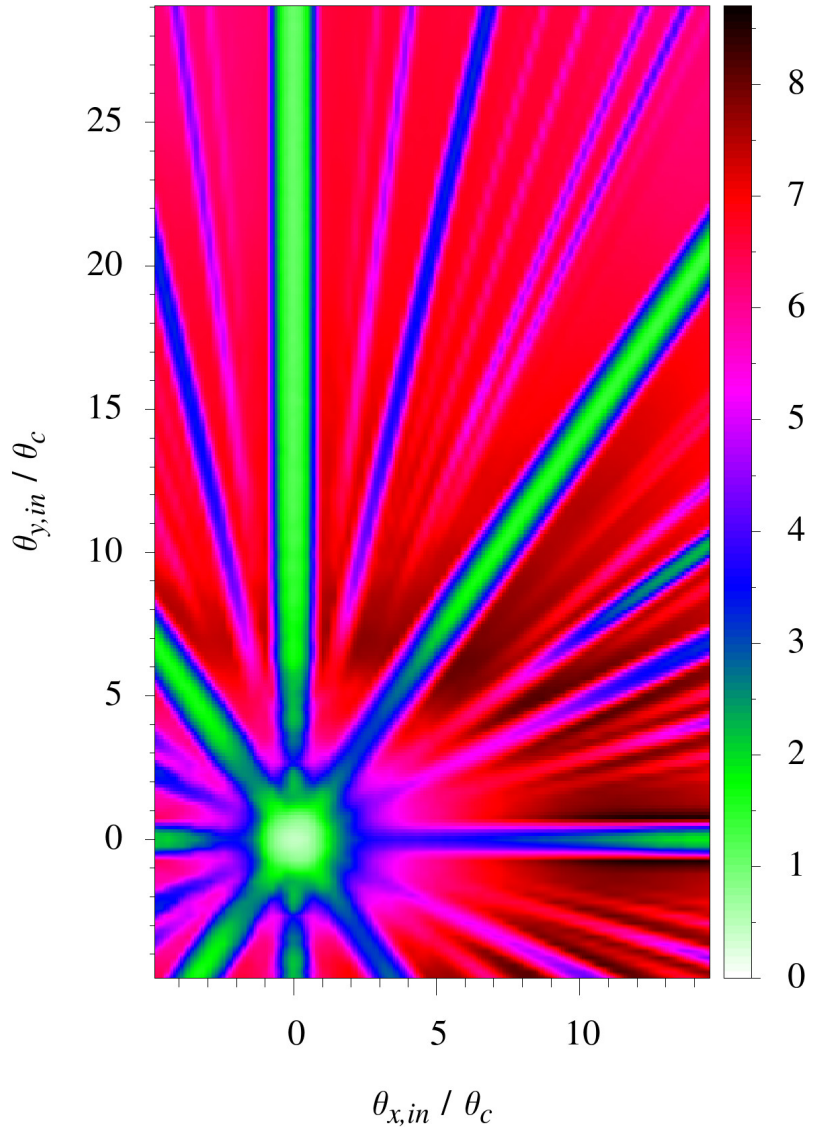


Рис. 2.14. Орієнтаційна залежність ймовірності близьких зіткнень у зігнутому кристалі.

наведені на рис. 2.14. Кольори показують ймовірність близьких зіткнень, нормовану на P_{ch}. При малих $\theta_{x,in}$ та $\theta_{y,in}$ вказана ймовірність є найнижчою. Ця область відповідає стохастичному відхиленню. При площинному каналюванні в зігнутій площині $(1\bar{1}0)$ $\theta_{x,in} < \theta_c$, а $\theta_{y,in} \gg \theta_c$. Бачимо, що ймовірність близьких зіткнень для цього режиму є вищою, що збігається з результатами статті [293] та експериментальними результатами [298]. Для $\theta_c < \theta_{x,in} < \alpha$ та $\theta_{y,in} \gg \theta_c$ бачимо, що ймовірність близьких зіткнень у випадку об'ємного відбиття є вищою, ніж у випадку площинного каналювання, що узгоджується з експериментальними результатами, опублікованими в роботі [167]. Також бачимо велику кількість локальних мінімумів ймовірності близьких зіткнень,

які відповідають площинному каналюванню в нахилених площинах.

2.4.2. Негативно заряджені частинки

Вище в цьому підрозділі було розглянуто випадок падіння на кристал пучка позитивно заряджених частинок. Тепер розглянемо орієнтаційну залежність ймовірності близьких зіткнень негативно заряджених частинок.

Для негативно заряджених частинок модельний потенціал (2.14) треба замінити на

$$U(x) = \frac{U_0}{2}\left(-1 - \cos\left(2\pi\frac{x}{d_p}\right)\right). \tag{2.22}$$

Оскільки в рівняння руху (2.15) входить похідна потенціалу по координаті, розв'язок рівняння (2.14) для негативно заряджених частинок буде таким самим, як і для позитивно заряджених (див. рівняння (2.18)). Відмінність полягає лише в тому, що атомні площини у випадку негативно заряджених частинок мають координати $x_n = nd_p$. Тому для негативно заряджених частинок ймовірність близьких зіткнень при застосуванні модельного потенціалу (2.22) може бути знайдена як

$$P = \frac{\sigma N v_z d_p}{\sqrt{2\pi r_T^2}} \int_{T_{in}}^{T_{out}} \sum_n \exp\left(-\frac{(x(t) - nd_p)^2}{2r_T^2}\right) dt. \tag{2.23}$$

Якщо припустити, що кристал є нескінченним в напрямку x, підсумовування по n може бути зроблено аналітично і, таким чином, отримуємо

$$P = \sigma N v_z \int_{T_{in}}^{T_{out}} \vartheta_3\left(\pi\frac{x(t)}{d_p}, \exp\left(-\frac{2\pi^2 r_T^2}{d_p^2}\right)\right) dt. \tag{2.24}$$

Підставляючи до рівняння (2.24) рішення (2.18) знаходимо залежність

ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{x,0}$:

$$P\left(\theta_{x,0}\right) = \sigma N \int_0^L \vartheta_3 \left(\mathrm{am}\left(\frac{\pi l \theta_{x,0}}{d_p}, \frac{\theta_c}{\theta_{x,0}} \right), \exp\left(-\frac{2\pi^2 r_T^2}{d_p^2} \right) \right) dl. \tag{2.25}$$

Бачимо, що відмінність від випадку позитивно заряджених частинок полягає в роді тета-функції Якобі (третій, а не четвертий). Отримана залежність показана на рис. 2.15, де ймовірність близьких зіткнень нормована на значення $P\left(\theta_{x,0}\right)$ при $\theta_{x,0} \gg \theta_c$ (ймовірність близьких зіткнень у аморфній орієнтації). При $\theta_{x,0} \to 0$ ймовірність близьких зіткнень швидко зростає. Параметр k при цьому прямує до нескінченності, а амплітуда коливань, показаних на рис. 2.10 – до нуля. Оскільки для негативно заряджених частинок в точці $x = 0$ знаходиться атомна площина, зі зменшенням $\theta_{x,0}$ область руху частинок стає все ближчою до атомної площини, що призводить до зростання ймовірність близьких зіткнень. В той же час при $\theta_{x,0} = \theta_c$ параметр k дорівнює одиниці і має місце зависання частинок між атомними площинами, що призводить до різкого падіння ймовірності близьких зіткнень при $\theta_{x,0} \to \theta_c$. На рис. 2.15 також

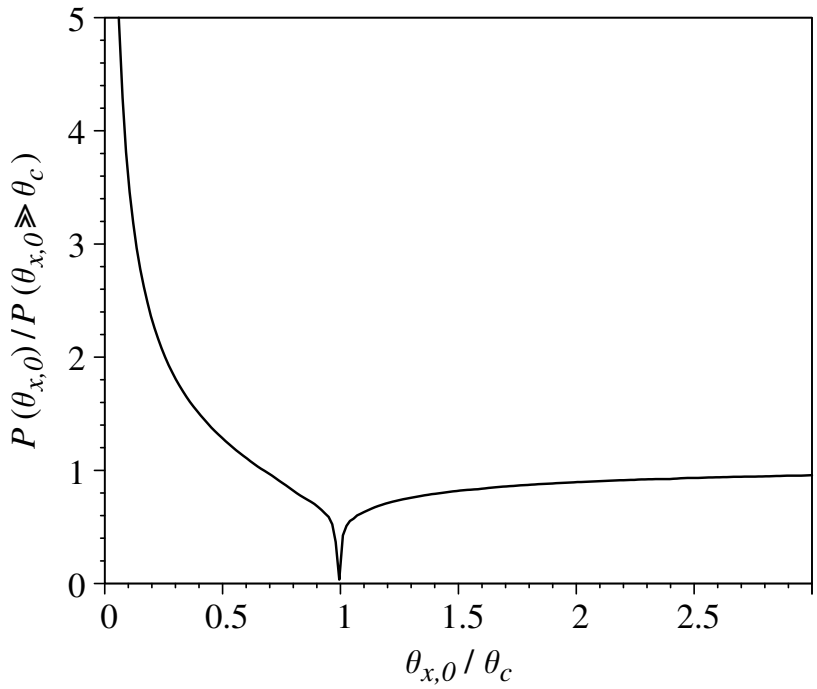


Рис. 2.15. Залежність ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{x,0}$ для позитивно заряджених частинок, які рухаються у полі (2.14).

бачимо, що в разі надбар'єрного руху ($\theta_{x,0} > \theta_c$) ймовірність близьких зіткнень є набагато меншою, ніж у разі площинного каналювання ($\theta_{x,0} < \theta_c$).

Проаналізуємо тепер, як рис. 2.15 зміниться, якщо частинки будуть рухатися не у полі (2.22), а у більш реалістичному площинному потенціалі у наближенні Дойля-Тернера. Як і у випадку позитивно заряджених частинок, для розгляду застосуємо числове моделювання руху негативно заряджених частинок у полі атомних ланцюжків. Моделювання проводилося для π^--мезонів з кінетичною енергією 400 ГеВ, які рухалися в кристалі кремнію поблизу осі $\langle 110 \rangle$. Товщина кристала складала 2 мм. Кут між початковим напрямком імпульсу частинок і площиною вигину кристала $\theta_{y,in}$ при моделюванні дорівнював 1 мрад і значно перевищував критичний кут площинного каналювання в атомній площині $(1\bar{1}0)$ $\theta_c \approx 10,3$ мкрад. На рис. 2.16 показана залежність ймовірності близьких зіткнень від початкового значення кута $\theta_x = v_x/c$, отримана в результаті моделювання руху π^--мезонів у кристалі з урахуванням

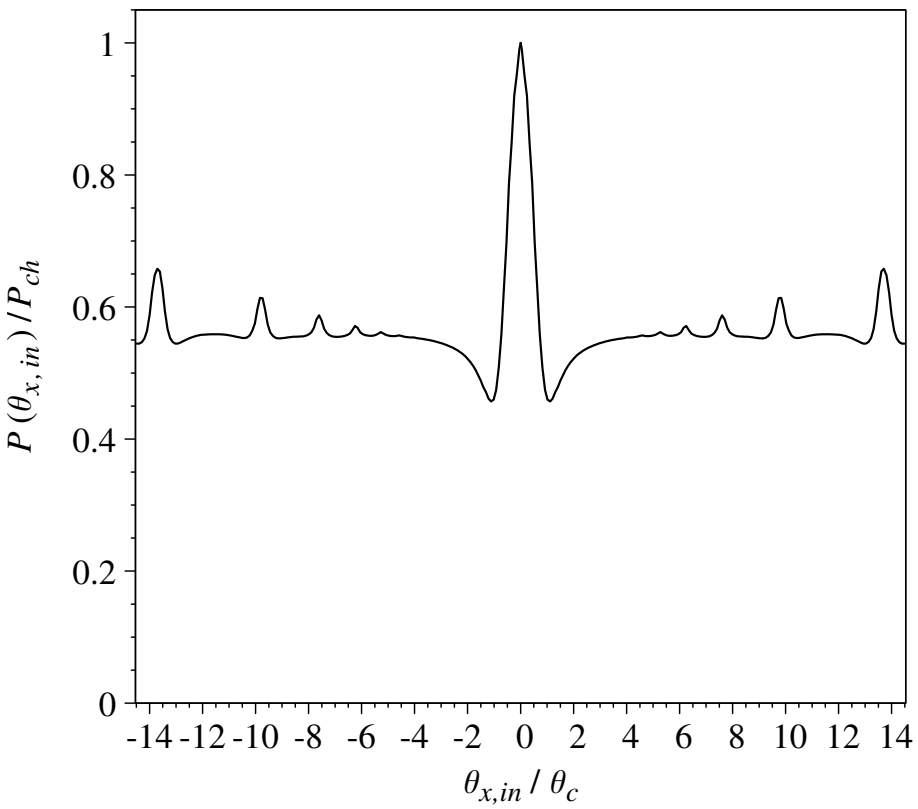


Рис. 2.16. Залежність ймовірності близьких зіткнень π^--мезонів від $\theta_{x,in}$ при площинному каналюванні та надбар'єрному русі в прямому кристалі.

некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів та електронах. Ця ймовірність нормована на її значення при каналюванні в полі атомних площин $(1\bar{1}0)$ (тобто на значення в точці $\theta_{x,in} = 0$), яке позначено як P_{ch}. На відміну від результатів аналітичних розрахунків, представлених на рис. 2.15, при моделюванні проводилося усереднення ймовірності близьких зіткнень пучка за початковими координатами частинок у кристалі. Завдяки такому усередненню вказана ймовірність не прямує до нуля при $\theta_{x,in} \to \theta_c$. Вплив некогерентного розсіювання призводить до того, що траєкторії каналюючих негативно заряджених частинок з малою амплітудою та високою частотою коливань (на рис. 2.10 це відповідає $k \gg 1$) стають нестабільними завдяки швидкому деканалюванню частинок. Таке деканалювання та проведення усереднення за початковою координатою зумовлюють менш гострий пік при $\theta_{x,in} = 0$. На рис. 2.16 бачимо максимум, пов'язаний з площинним каналюванням у вертикальній площині $(1\bar{1}0)$ при $\theta_{x,in} = 0$ та декілька локальних максимумів, пов'язаних з площинним каналюванням в нахилених площинних каналах з більш високими індексами Міллера. Поруч з кожним максимумом знаходяться два локальні мінімуми, які пов'язані з зависаннями π^--мезонів *між* атомними площинами.

Для того, щоб дослідити, як залежність ймовірності близьких зіткнень негативно заряджених частинок від $\theta_{x,in}$ зміниться при переході до руху негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі, було проведено числове моделювання руху π^--мезонів з кінетичною енергією 400 ГеВ поблизу осі $\langle 110 \rangle$ зігнутого кристала кремнію, товщина якого складала 2 мм, а радіус вигину $R = 20$ м. Кут $\theta_{y,in}$ дорівнював 1 мрад, як і у випадку прямого кристала. Моделювання проводилося з урахуванням некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів кристала та атомних електронах. На рис. 2.17 показана залежність ймовірності близьких зіткнень від кута $\theta_{x,in}$. Цю ймовірність нормовано на значення P_{ch} у прямому кристалі. На рис. 2.17 бачимо, що максимум при $\theta_{x,in} = 0$, зумовлений площинним каналюванням частинок в зігнутих площинах $(1\bar{1}0)$, та локальні максимуми, зумовлені каналюванням в площинах з більш

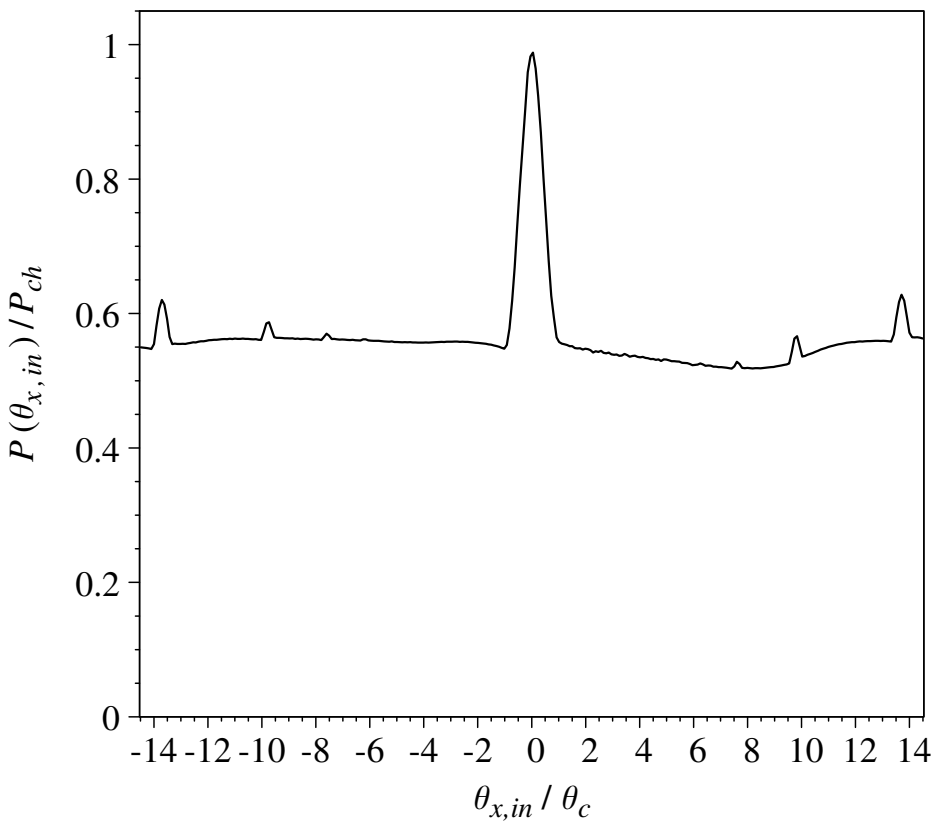


Рис. 2.17. Залежність ймовірності близьких зіткнень π^--мезонів від $\theta_{x,in}$ при площинному каналюванні та надбар'єрному русі в зігнутому кристалі.

високими індексами Міллера, стали менш високими у порівнянні з випадком прямого кристала. Це є наслідком того, що в зігнутому кристалі глибина потенціальної ями, утвореної атомними площинами, є меншою, ніж у прямому кристалі. У зігнутому кристалі не всі частинки з $\theta_{x,in} = 0$ потрапляють в режим площинного каналювання при падінні на кристал. Деякі частинки пучка вже при падінні на зігнутий кристал стають надбар'єрними. На рис. 2.15 бачимо, що ймовірність близьких зіткнень для надбар'єрних частинок є меншою, ніж для каналюючих частинок, тому через наявність надбар'єрних частинок максимуми на рис. 2.17 є менш високими у порівнянні з випадком прямого кристала. Крім того, на рис. 2.17 майже відсутні локальні мінімуми ймовірності в точках $\theta_{x,in} = \pm\theta_c$ поблизу максимуму при $\theta_{x,in} = 0$, а також поблизу інших локальних максимумів. Це є наслідком того, що через викривлення кристала ефект зависання між атомними площинами є можливим лише на малих ділянках траєкторії π^--мезонів. Як і у випадку позитивно заряджених частинок, у

зігнутому кристалі «зависання» негативно заряджених частинок призводять до об'ємного відбиття частинок в полі атомних площин, в результаті якого кут θ_x частинок змінюється приблизно на $2\theta_c$.

На відміну від випадку прямого кристала, ймовірність близьких зіткнень негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі є асиметричною щодо точки $\theta_{x,in} = 0$. У зігнутому кристалі через наявність вигину асиметрія в площині (x, y) має місце лише в напрямку x, оскільки вісь y є ортогональною до площини вигину кристала (див. рис. 2.9). Якщо значення кута $\theta_{x,in}$ перевищує θ_c і не перевищує кут вигину кристала $\alpha = L/R = 100$ мкрад, то в деякій точці всередині кристала π^--мезони будуть рухатись паралельно до атомних площин $(1\bar{1}0)$. Поблизу цієї точки буде відбуватися об'ємне відбиття, але до цього π^--мезони зависатимуть між атомними площинами. Це зависання зменшує ймовірність близьких зіткнень в області $\theta_c < \theta_{x,in} < \alpha$ для частинок, які не були захоплені в площинне каналювання в нахилених площинах. Цей результат добре узгоджується з результатами робіт [235–237]. Внаслідок зависання π^--мезонів між нахиленими площинними каналами з високими індексами Міллера також має місце невелике зменшення ймовірності близьких зіткнень, але цей ефект є набагато меншим.

Для того, щоб порівняти значення ймовірності близьких зіткнень при різних орієнтаціях кристала по відношенню до напрямку руху пучка було здійснено моделювання руху π^--мезонів в зігнутому кристалі, параметри якого наведено вище. В результаті моделювання розраховано ймовірність близьких зіткнень для різних значень $(\theta_{x,in}, \theta_{y,in})$, що дозволило порівняти цю ймовірність для трьох основних механізмів відхилення пучків заряджених частинок. Результати моделювання наведені на рис. 2.18. Кольори показують ймовірність, нормовану на значення P_{ch} у прямому кристалі. При малих $\theta_{x,in}$ та $\theta_{y,in}$ вказана ймовірність є найвищою, що добре узгоджується з результатами, показаними на рис. 2.8, оскільки ця область відповідає стохастичному відхиленню. Площинне каналювання у зігнутій площині $(1\bar{1}0)$ відповідає $\theta_{x,in} < \theta_c$ та $\theta_{y,in} \gg \theta_c$. На рис.

2.18 бачимо, що ймовірність близьких зіткнень для цього режиму є нижчою, ніж у випадку стохастичного відхилення. Для $\theta_c < \theta_{x,in} < \alpha$ та $\theta_{y,in} \gg \theta_c$ бачимо, що ймовірність близьких зіткнень негативно заряджених частинок у випадку об'ємного відбиття є нижчою, ніж у випадку площинного каналювання. Крім того, бачимо велику кількість локальних максимумів ймовірності близьких зіткнень, які відповідають площинному каналюванню негативно заряджених частинок в нахилених площинах.

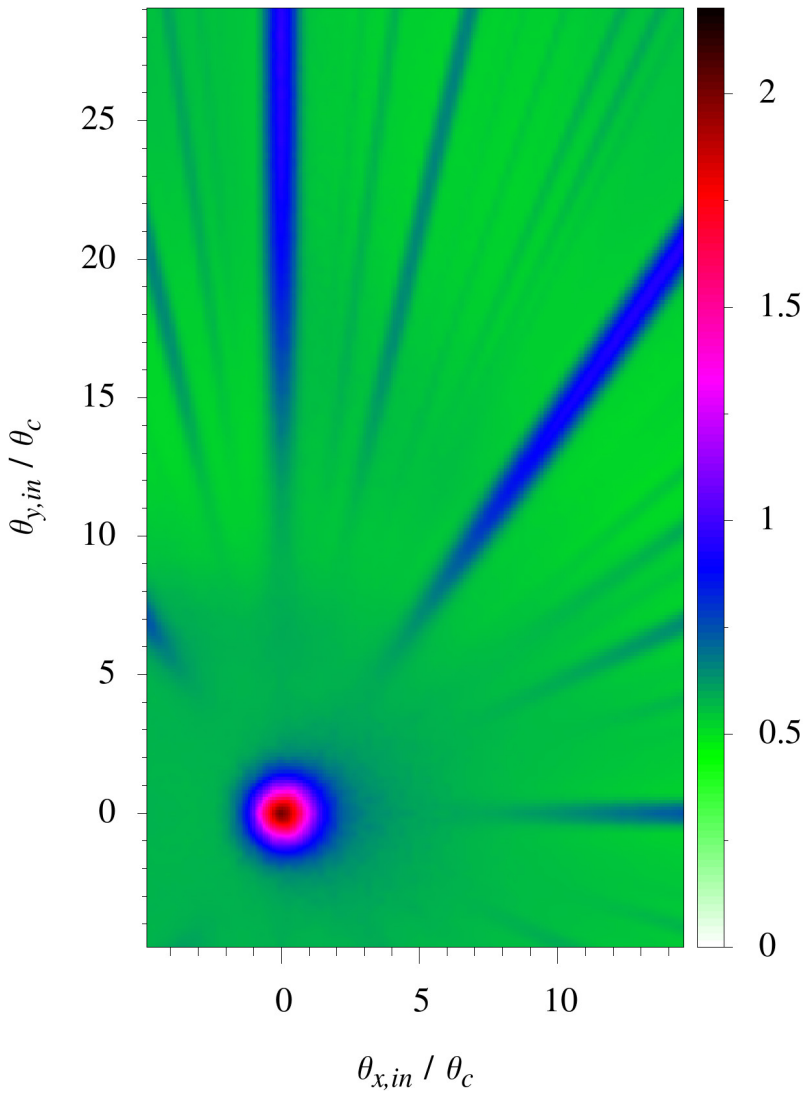


Рис. 2.18. Орієнтаційна залежність ймовірності близьких зіткнень негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі.

2.5. Залежність ймовірності близьких зіткнень від кутової розбіжності пучка заряджених частинок

У попередньому підрозділі було проведено аналіз залежності ймовірності близьких зіткнень високоенергетичних заряджених частинок від кута між початковим імпульсом частинок та напрямком кристалічної осі, під малим кутом до якої частинки падають на зігнутий кристал. Було показано, що для позитивно заряджених частинок мінімум цієї ймовірності відповідає нульовому значенню вказаного кута. В свою чергу, нульовий кут відповідає умовам реалізації стохастичного механізму відхилення релятивістських заряджених частинок у зігнутому кристалі. Цей механізм полягає в розсіюванні заряджених частинок у полі зігнутих ланцюжків атомів кристала. Рух частинок в площині, що є ортогональною до кристалічної осі, при цьому є надбар'єрним. При збільшенні кута між початковим імпульсом частинок та напрямком кристалічної осі, під малим кутом до якої частинки падають на зігнутий кристал, можлива реалізація умов площинного каналювання у зігнутому кристалі. В цьому випадку рух заряджених частинок у напрямку, який є ортогональним до кристалічної площини, є фінітним. Частинки перебувають у підбар'єрному стані і рухаються у потенціальній ямі між двома сусідніми кристалічними площинами. Суттєвим фактором, який впливає на кількість частинок, які відхиляються при русі у зігнутому кристалі, є кутова розбіжність пучка. У попередніх підрозділах цього розділу було розглянуто модель пучка без кутової розбіжності. Розглянемо тепер, як кутова розбіжність пучка високоенергетичних заряджених частинок впливає на ймовірність близьких зіткнень частинок з атомами зігнутого кристала.

Розгляд задачі було проведено для умов, що є експериментально досяжними на прискорювачі SPS ЦЕРН. А саме, було розглянуто рух π^+-мезонів з кінетичною енергією 180 ГеВ у зігнутому кристалі кремнію товщиною 4 мм та радіусом вигину 80 м. Розгляд проводився за допомогою числового моделювання руху заряджених частинок у зігнутому кристалі. Таким чином, в

моделюванні розв'язувалося двовимірне рівняння руху заряджених частинок у полі кристалічних атомних ланцюжків із урахуванням наявності відцентрової сили. Також в моделі було враховано некогерентне розсіювання частинок на теплових коливаннях атомів кристала та на атомних електронах.

Результати моделювання представлені на рис. 2.19. По осі абсцис відкладено кут між початковим імпульсом заряджених частинок та віссю $\langle 110 \rangle$ кристала кремнію. Площина викривлення кристала співпадала з кристалографічною площиною (001). Таким чином вісь y, яка була ортогональною до цієї площини, лежала в площині $(1\bar{1}0)$. Це означає, що нульове значення кута, відкладеного уздовж осі абсцис відповідало умовам реалізації механізму стохастичного відхилення, тоді як значення цього кута, які значно перевищують критичний кут осьового каналювання, відповідали площинному каналюванню. Критичний кут осьового каналювання для вказаних параметрів задачі дорівнював близько 34,14 мкрад.

По осі ординат на рис. 2.19 відкладено ймовірність близьких зіткнень π^+-мезонів з атомами кристала. Цю ймовірність нормовано на величину ймовірності близьких зіткнень у випадку площинного каналювання пучка без кутової розбіжності P_{ch}. Суцільна крива відповідає саме такому випадку паралельного пучка заряджених частинок. Штрихова крива відповідає випадку пучка з кутовою розбіжністю 30 мкрад. Це значення є близьким до значення критичного кута осьового каналювання. Пунктирна крива відповідає випадку пучка заряджених частинок з кутовою розбіжністю 60 мкрад, тобто майже вдвічі більшою за критичний кут осьового каналювання.

Проаналізуємо наведені на рис. 2.19 результати. Бачимо, що для паралельного пучка ймовірність близьких зіткнень у випадку стохастичного відхилення є в декілька разів більшою, ніж у випадку площинного каналювання. На рисунку можна побачити еволюцію залежності ймовірності близьких зіткнень від кута між початковим імпульсом заряджених частинок та віссю кристала при збільшенні кутової розбіжності пучка. Також цікавим результатом є те,

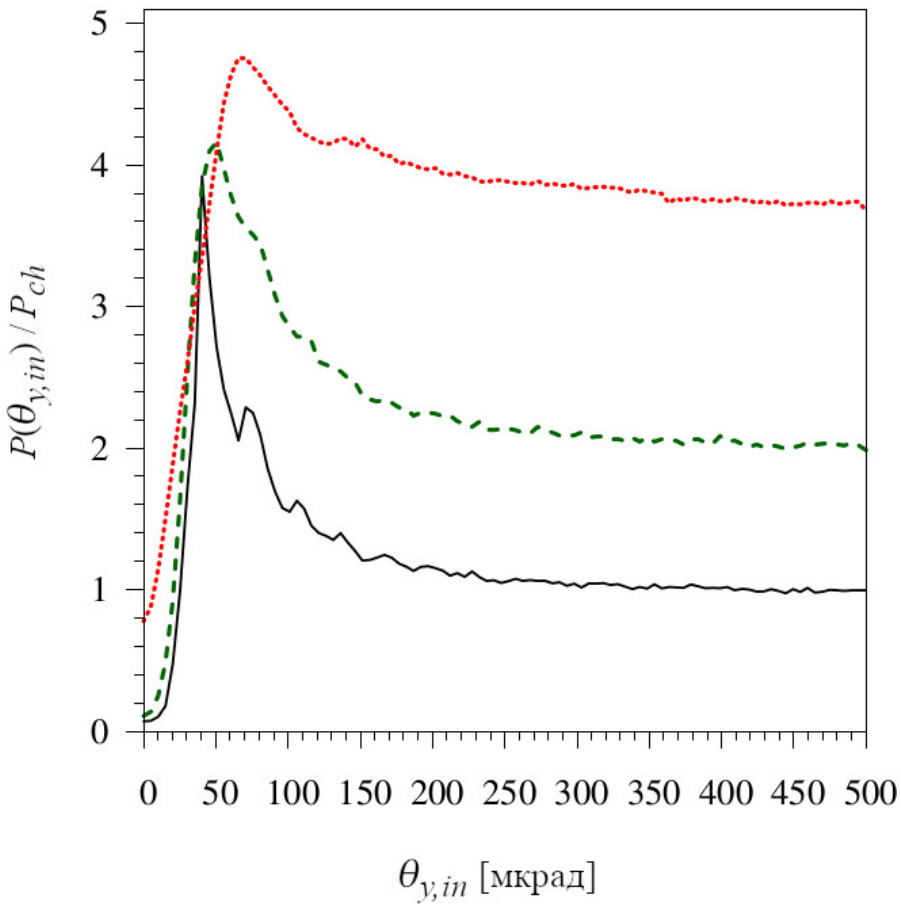


Рис. 2.19. Залежність ймовірності близьких зіткнень π^+-мезонів з атомами зігнутого кристала кремнію товщиною 4 мм та радіусом вигину 80 м (кут вигину кристала 50 мкрад) від кута між початковим імпульсом заряджених частинок та віссю $\langle 110 \rangle$ кристала.

що при збільшенні кутової розбіжності до 30 мкрад у випадку стохастичного відхилення ймовірність близьких зіткнень майже не змінюється, тоді як у випадку площинного каналювання вона зростає майже в два рази. Це пов'язано з тим, що критичний кут осьового каналювання приблизно в два рази перевищує критичний кут площинного каналювання. Це означає, що при значенні кутової розбіжності, яке дорівнює 30 мкрад, майже всі π^+-мезони перебувають у режимі стохастичного відхилення. В той же час у випадку площинного каналювання кутова розбіжність 30 мкрад призводить до того, що більшість заряджених частинок пучка при падінні на кристал стає надбар'єрною. Такі частинки не приймають участі в площинному каналюванні та вносять сильний вклад у збільшення значення ймовірності близьких зіткнень. При подальшому збіль-

шенні величини кутової розбіжності пучка частинок в два рази бачимо, що зростання ймовірності близьких зіткнень у випадку площинного каналювання є швидшим за лінійне. У випадку стохастичного відхилення зростання теж має місце. Це пов'язано з тим, що при збільшенні кутової розбіжності до значень, які перевищують критичний кут осьового каналювання, велика частина частинок пучка виходить з режиму стохастичного відхилення.

Висновки до розділу 2

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [1, 5, 16–18, 22, 31, 33]. Серед основних результатів в якості висновків можна виділити наступні:

- Знайдено залежність відносної ймовірності близьких зіткнень релятивістських позитивно заряджених частинок з атомами у зігнутому кристалі від кута $\theta_{y,in}$ між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Показано, що ця залежність має мінімум при $\theta_{y,in} \to 0$, що відповідає руху частинок у зігнутому кристалі в режимі стохастичного відхилення. При $\theta_{y,in} \gg \psi_c$ має місце площинне каналювання і залежність ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{y,in}$ виходить на константу. Крім того вказана ймовірність має різкий максимум при $\theta_{y,in} \approx \psi_c$, коли ортогональна енергія частинок стає достатньою для того, щоб всі частинки пучка могли близько наближатися до атомних ланцюжків і при цьому площинне каналювання ще не має місця. Локальні максимуми в залежності ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{y,in}$ при $\psi_c < \theta_{y,in} < 6\psi_c$ пов'язані з розсіюванням каналюючих частинок на окремих атомних ланцюжках, яке буде розглянуто в розділі 6. Варто зазначити, що отриману в цьому розділі залежність ймовірності близьких зіткнень релятивістських позитивно заряджених частинок з атомами у зігнутому кристалі від кута $\theta_{y,in}$ було експериментально підтверджено в ЦЕРН в експериментах колаборації UA9 [203, 298]. Крім того в цьому розділі показано, що зростання початкової кутової розбіжності пучка позитивно заряджених частинок якісно не змінює залежність

ймовірність близьких зіткнень від кута $\theta_{y,in}$ але призводить до значно більш суттєвого зростання цієї ймовірності при площинному каналюванні, ніж при стохастичному відхиленні.

- Отримано залежність відносної ймовірності близьких зіткнень релятивістських негативно заряджених частинок з атомами у зігнутому кристалі від кута $\theta_{y,in}$ між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Показано, що у випадку стохастичного відхилення ця ймовірність є значно більшою ніж при площинному каналюванні. При $\theta_{y,in} \gg \psi_c$ залежність ймовірності близьких зіткнень від $\theta_{y,in}$ виходить на константу, а при $\theta_{y,in} \approx \psi_c$, коли ортогональна енергія частинок стає достатньою для того, щоб всі частинки пучка виходили з режиму осьового каналювання, але ще не захоплювалися в режим площинного каналювання, має місце мінімум ймовірності близьких зіткнень.

- В моделі синусоїдального потенціалу кристалічних атомних площин знайдено аналітичну залежність ймовірності близьких зіткнень від кута $\theta_{x,in}$ між атомною площиною та початковим імпульсом релятивістських заряджених частинок. Показано, що ця залежність для позитивно заряджених частинок має мінімум при площинному каналюванні, а при $\theta_{x,in} \gg \theta_c$ виходить на константу. При $\theta_{x,in} = \theta_c$ залежність має місце різкий максимум, пов'язаний із зависанням частинок поблизу кристалічних площин. За допомогою чисельного моделювання отриманий аналітичний результат узагальнено на випадок реалістичного потенціалу атомних площин кристала в моделі Дойля-Тернера як в прямому, так і в зігнутому орієнтованому кристалі. Показано, що вигин кристала руйнує ефект зависання частинок поблизу атомних площин, а об'ємне відбиття в зігнутому кристалі відповідає умовам, при яких ймовірність близьких зіткнень є максимальною.

- Для негативно заряджених релятивістських частинок також знайдено аналітичну залежність ймовірності близьких зіткнень від кута $\theta_{x,in}$ в моделі синусоїдального потенціалу кристалічних атомних площин. Показано, що ця

залежність при площинному каналюванні негативно заряджених частинок має максимум, а при $\theta_{x,in} = \theta_c$ мінімум, який відповідає зависанню частинок між атомними площинами кристала. При цьому при $\theta_{x,in} \gg \theta_c$ вказана залежність виходить на константу. Отриманий аналітичний результат узагальнено на випадок реалістичного потенціалу атомних площин кристала в моделі Дойля-Тернера як в прямому, так і в зігнутому орієнтованому кристалі за допомогою чисельного моделювання. При цьому показано, що вигин кристала руйнує ефект зависання частинок між атомними площинами, а об'ємне відбиття негативно заряджених частинок в зігнутому кристалі відповідає умовам, при яких ймовірність близьких зіткнень є мінімальною.

РОЗДІЛ 3

ВПЛИВ НЕКОГЕРЕНТНОГО РОЗСІЮВАННЯ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ВІДХИЛЕННЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК ЗІГНУТИМ КРИСТАЛОМ

Якщо кристал є зігнутим, рух релятивістських заряджених частинок у полі зігнутих атомних ланцюжків або зігнутих атомних площин дає можливість відхиляти напрямок руху заряджених частинок. Таке відхилення є можливим при застосуванні одного з трьох механізмів відхилення пучків заряджених частинок при проходженні через зігнутий кристал. Перший механізм – це площинне каналювання, яке має місце, коли заряджені частинки рухаються у площинному каналі, який утворено сусідніми атомними площинами. Такі частинки при проходженні через зігнутий кристал відхиляються на кут, який дорівнює куту вигину кристала. Площинне каналювання може відбуватися, коли кут між імпульсом частинки та кристалічною площиною є меншим за критичний кут площинного каналювання

$$\theta_{\mathrm{c}} = \sqrt{\frac{2U_0}{E}},$$

де U_0 – це глибина потенціальної ями, у якій рухається заряджена частинка, E – це кінетична енергія частинки. Площинне каналювання є більш ефективним для позитивно, ніж для негативно заряджених частинок. Це зумовлено тим, що негативно заряджені частинки притягуються атомними ядрами, розсіювання на яких призводить до переходу з підбар'єрних станів до надбар'єрних, тобто до деканалювання.

Зменшення впливу некогерентного розсіювання на ядрах на ефективність відхилення частинок можливе при застосуванні механізмів відхилення,

пов'язаних з когерентною взаємодією надбар'єрних частинок із атомними ланцюжками та площинами зігнутого кристала. Одним з двох таких механізмів є об'ємне відбиття. При об'ємному відбитті частинки, які рухаються у зігнутому кристалі в надбар'єрних станах щодо площинних каналів кристала, відхиляються у напрямку, що є протилежним до напрямку викривлення кристала. Об'ємне відбиття є ефективним і для позитивно, і для негативно заряджених частинок, але кути відхилення є досить малими, будучи порядку θ_{c}, і, отже, набагато меншими, ніж при площинному каналюванні у зігнутому кристалі.

Третій механізм, який називається стохастичним відхиленням (див. підрозділ 1.2), полягає у розсіюванні надбар'єрних частинок у полі зігнутих атомних ланцюжків атомів кристала. Стохастичний механізм відхилення є ефективним для обох знаків заряду частинок, які розсіюються на зігнутому кристалі, і дає можливість відхиляти більшу частину пучка частинок на кут вигину кристала (як при площинному каналюванні) з ефективністю відхилення в одному напрямку близькою до 100%.

В цьому розділі ми проведемо аналіз впливу некогерентного розсіювання на ефективність відхилення негативно заряджених частинок за допомогою зігнутих кристалів. Оскільки об'ємне відбиття не дає змогу відхиляти заряджені частинки на великі кути, ми розглянемо випадок стохастичного відхилення та площинного каналювання негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі.

3.1. Вплив некогерентного розсіювання на ефективність відхилення релятивістських заряджених частинок зігнутим кристалом при осьовій орієнтації кристала

В роботі [271] на основі чисельного моделювання руху високоенергетичних заряджених частинок у зігнутому кристалі було показано, що якщо кут між імпульсом частинки та напрямком осі кристала є меншим за критичний кут

осьового каналювання $\psi_c = \sqrt{\frac{4Z|qe|}{Ed}}$, де $Z|e|$ – заряд ядра атома, q – заряд частинки, d – відстань між сусідніми атомами у ланцюжку, то частинка може бути відхилена при розсіюванні в полі зігнутих атомних ланцюжків. Таке відхилення пізніше почало називатися стохастичним відхиленням через те, що траєкторії частинок, які беруть участь у відхиленні, схожі на хаотичні траєкторії та надзвичайно чутливі до початкових умов. Через декілька років було знайдено умови, які відповідають стохастичному відхиленню, і в роботі [276] було показано, що для відхилення частинок має бути виконано наступне співвідношення:

$$\frac{lL}{R^2} \leq \psi_c, \tag{3.1}$$

де L та R – це товщина та радіус вигину кристала, l – це середня довжина шляху, який частинка проходить при розсіюванні на одному атомному ланцюжку в напрямку осі атомного ланцюжка. Умова (3.1) була отримана без урахування впливу некогерентного розсіювання частинки на окремих атомах у кристалі, тому вона набагато краще працює для позитивно заряджених частинок, ніж для негативно заряджених, оскільки, завдяки електричному притяганню до атомних ядер негативно заряджені частинки в кристалі наближаються ближче до атомних ланцюжків, ніж позитивно заряджені частинки. Отже, умова (3.1) у випадку негативно заряджених частинок повинна бути модифікована таким чином, щоб урахувати вплив на рух частинки некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів та розсіювання на електронах.

Розглянемо багатократне розсіювання надбар'єрної зарядженої частинки на атомних ланцюжках зігнутого кристала крок за кроком. Кожен крок відповідає розсіюванню на одному атомному ланцюжку. Позначимо кристалічну вісь, під малим кутом до якої частинка падає на кристал, віссю z. Початкове значення кута ψ між імпульсом частинки та віссю z вважається меншим або ненабагато перевищуючим критичний кут осьового каналювання

(нижче в тексті за допомогою комп'ютерного моделювання кутовий аксептанс стохастичного механізму відхилення для негативно заряджених частинок буде визначено чіткіше). Вісь x обрана ортогональною до осі z і лежить в площині вигину кристала (xz) (див. рис. 3.1). Вісь y є ортогональною до осей x та z. Під час кожного розсіювання на атомному ланцюжку будемо розглядати кристал як локально прямий. Викривлення кристала та некогерентне розсіювання на теплових коливаннях атомів і розсіювання на електронах враховуються, коли частинка переходить від розсіювання на одному атомному ланцюжку до розсіювання на сусідньому. У такому наближенні кутові координати частинки $\theta_x = v_x/v$ та $\theta_y = v_y/v$ (де v_x і v_y – це проекції швидкості частинки v на осі x та y, відповідно) після розсіювання на атомному ланцюжку можна записати у вигляді рекурентних співвідношень

$$\theta_{x,i+1} = \left(\theta_{x,i} - \frac{L_i}{R}\right)\cos\varphi_i - \theta_{y,i}\sin\varphi_i + \Psi_{x,i,inc} + \frac{L_i}{R}, \tag{3.2}$$

$$\theta_{y,i+1} = \left(\theta_{x,i} - \frac{L_i}{R}\right)\sin\varphi_i + \theta_{y,i}\cos\varphi_i + \Psi_{y,i,inc}, \tag{3.3}$$

де i – це порядковий номер зіткнення частинки з атомним ланцюжком, φ_i – кут азимутального розсіювання частинки при i-му зіткненні, L_i – це довжина шляху, який частинка пройшла в кристалі до i-того зіткнення, $\Psi_{x,i,inc}$ та $\Psi_{y,i,inc}$ – це доданки, які відповідають некогерентному розсіюванню під час i-того зіткнення. Після виконання такої ж процедури усереднення по φ_i як в роботі [276], з (3.3) можна отримати

$$\frac{d}{dz}\overline{\psi^2} = l/R^2 + \frac{d}{dz}\overline{\Psi^2_{inc}}, \tag{3.4}$$

де $\overline{\psi^2}$ – це усереднене значення квадрата кута ψ між імпульсом частинки та віссю z, $\overline{\Psi^2_{inc}}$ – це середній квадрат кута некогерентного розсіювання.

Якщо кут між імпульсом частинки та віссю атомного ланцюжка кристала $\psi \ll 1$, то середню довжину шляху, який проходить частинка при розсіюванні

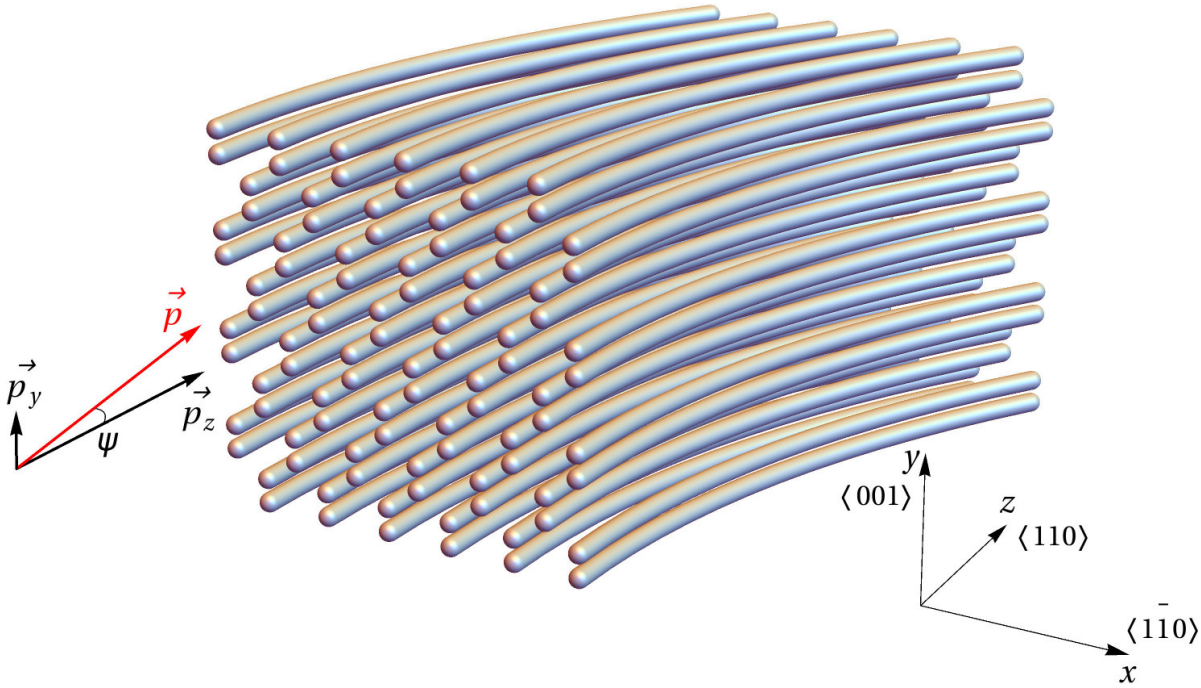


Рис. 3.1. Орієнтація зігнутого кристала кремнію по відношенню до заряджених частинок, які на нього налітають.

на одному ланцюжку l, можна отримати з наступного співвідношення [48]:

$$\frac{1}{l} = nd\psi \int_{-\infty}^{\infty} \{1 - \cos[\varphi(b)]\}\, db, \tag{3.5}$$

де $\varphi(b)$ – це кут азимутального розсіювання в площині, що є ортогональною до осі ланцюжків, як функція прицільного параметра b, n – це концентрація атомів у кристалі, d – це середня відстань між сусідніми атомами в кристалічному атомному ланцюжку. Кут азимутального розсіювання $\varphi(b)$ може бути записаний у вигляді [273]

$$\varphi(b) = \pi - 2b \int_{\rho_0}^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^2} \left(1 - \frac{U_{st}(\rho)}{\varepsilon_\perp} - \frac{b^2}{\rho^2}\right)^{-1/2}, \tag{3.6}$$

де $U_{st}(\rho)$ – це потенціал кристалічного атомного ланцюжка, ρ – відстань від ланцюжка, ρ_0 – мінімальна відстань між частинкою та атомним ланцюжком при розсіюванні, $\varepsilon_\perp$ – енергія поперечного руху. Оскільки $\varepsilon_\perp$ залежить від ψ, рівняння (3.4) є в загальному випадку нелінійним диференціальним рівнянням.

Проте, в деяких особливих випадках рівняння (3.4) може бути вирішене аналітично.

Якщо вибрати потенціал кристалічного атомного ланцюжка у модельній формі

$$U_{st}(\rho) = U_0 \left(\frac{a_0}{\rho}\right)^2, \tag{3.7}$$

де U_0 та a_0 – це константи, то з (3.6) отримуємо наступний вираз для $\varphi(b)$:

$$\varphi(b) = \pi - 2b \int_{\rho_0}^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^2} \left(1 - \frac{U_0 a_0^2 + \varepsilon_\perp b^2}{\varepsilon_\perp \rho^2}\right)^{-1/2}. \tag{3.8}$$

Таким чином, мінімальна відстань між частинкою та атомним ланцюжком при розсіюванні дорівнює

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{U_0}{\varepsilon_\perp} a_0^2 + b^2} \tag{3.9}$$

і за допомогою заміни змінних $\chi = \rho_0/\rho$ можна переписати рівняння (3.8) у вигляді

$$\varphi(b) = \pi - \frac{2b}{\rho_0} \int_0^1 \frac{d\chi}{\sqrt{1-\chi^2}}. \tag{3.10}$$

З рівняння (3.10) отримуємо

$$\varphi(b) = \pi \left(1 - \frac{b}{\rho_0}\right). \tag{3.11}$$

Підставляючи вираз (3.11) до рівняння (3.5), отримуємо

$$\frac{1}{l} = n d\psi \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi b}{\rho_0}\right)\right] db.$$

Таким чином

$$\frac{1}{l} = 2nd\psi \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2\left(\frac{\pi b}{2\rho_0}\right) db. \tag{3.12}$$

Підставляючи (3.9) до рівняння (3.12), отримуємо

$$\frac{1}{l} = 2nd\psi \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2\left(\frac{\pi}{2\sqrt{1+\frac{U_0}{\varepsilon_\perp}\frac{a_0^2}{b^2}}}\right) db. \tag{3.13}$$

За допомогою заміни змінних $t = \left(1+\frac{U_0}{\varepsilon_\perp}\frac{a_0^2}{b^2}\right)^{-1/2}$ з рівняння (3.13) отримуємо

$$\frac{1}{l} = 4nd\psi a_0\sqrt{\frac{U_0}{\varepsilon_\perp}} \int_0^1 \left(1-t^2\right)^{-3/2} \cos^2\left(\frac{\pi}{2}t\right) dt. \tag{3.14}$$

Оскільки $\int_0^1 \left(1-t^2\right)^{-3/2} \cos^2\left(\frac{\pi}{2}t\right) dt \approx 0,7$ і на великій відстані від ланцюжка $\varepsilon_\perp \approx \dfrac{E\psi^2}{2}$, з рівняння (3.14) отримуємо

$$l \approx \frac{1}{4nda_0}\sqrt{\frac{E}{U_0}}. \tag{3.15}$$

Таким чином, для потенціалу (3.7) l не залежить від кута ψ, отже, можемо проінтегрувати рівняння (3.4):

$$\overline{\psi^2} = lL/R^2 + \overline{\Psi_{inc}^2}. \tag{3.16}$$

Рівняння (3.16) визначає усереднене значення кута ψ між імпульсом частинки та віссю z. Другий доданок у цьому рівнянні, $\overline{\Psi_{inc}^2}$, залежить від кута некогерентного розсіювання, що є новим у порівнянні з випадком позитивно заряджених частинок [276]. За аналогією з рухом зарядженої частинки в амор-

фному середовищі [353], припускаємо, що середній квадрат кута некогерентного багатократного розсіювання є пропорційним товщині мішені: $\overline{\Psi_{inc}^2} = \xi L$, де ξ – це коефіцієнт пропорційності. Якщо позначити максимальне значення кута ψ, при якому частинки беруть участь у стохастичному відхиленні, як ψ_m, то з рівняння (3.16) отримаємо вираз для товщини кристала L_{st}, до якої негативно заряджені частинки відхиляються при розсіюванні на зігнутих кристалічних ланцюжках:

$$L_{st} = \frac{\psi_m^2}{l/R^2 + \xi}. \tag{3.17}$$

З рівняння (3.17) випливає, що стохастичний механізм відхилення дає можливість відхиляти пучок негативно заряджених частинок на максимальний кут

$$\alpha_{st} = \frac{L_{st}}{R} = \frac{\psi_m^2}{l/R + \xi R}. \tag{3.18}$$

Якщо $\xi = 0$, то рівняння (3.18) матиме такий самий вигляд, як у роботі [276], в якій були отримані умови реалізації стохастичного механізму відхилення для позитивно заряджених частинок. Через силу електричного відштовхування від ядер позитивно заряджені частинки рухаються досить далеко від атомних ланцюжків, і тому некогерентним розсіюванням можна знехтувати при умові не дуже великих товщин кристала. У такому випадку, чим більшим є радіус вигину кристала, тим більшим є максимальний кут відхилення, тобто $\alpha_{st} \propto R$. В результаті, товщина кристала L_{st}, до якої пучок позитивно заряджених частинок відхиляється за допомогою стохастичного механізму, пропорційна R^2.

Для негативно заряджених частинок $\xi \neq 0$ і α_{st} має максимум при певному радіусі вигину кристала. Щоб визначити цей оптимальний радіус R_{opt}, потрібно прирівняти нулю похідну α_{st} по R. При цьому з (3.18) отримуємо вираз

для оптимального радіуса вигину

$$R_{opt} = \sqrt{l/\xi}, \tag{3.19}$$

який має місце в наближенні потенціалу атомного ланцюжка у вигляді (3.7).

По аналогії з аморфним середовищем ξ має бути пропорційним E^{-2}. Це означає, що оптимальний радіус вигину в моделі (3.7) повинен лінійно збільшуватися зі збільшенням енергії пучка.

Для більш реалістичних моделей потенціалу атомних ланцюжків рівняння (3.4) не допускає аналітичного інтегрування. Для того, щоб визначити значення максимального кута α_{st} та оптимального радіуса R_{opt}, було проведене моделювання руху частинок у кристалі для випадку потенціалу ланцюжків в наближенні Дойля-Тернера [349].

Для знаходження оптимальних умов для найбільш ефективного відхилення негативно заряджених частинок було розроблено наступний метод. Для пошуку оптимального радіуса вигину кристала проводиться чисельне моделювання руху антипротонів у зігнутих кристалах з різними радіусами вигину. Для кожного кристала та кожної частинки, яка проходить через кристал, визначається товщина кристала, на якій частинка виходить з режиму відхилення, тобто з площинного каналювання або зі стохастичного режиму відхилення, відповідно. Далі для кожного кристала будується залежність числа частинок, які перебувають в режимі відхилення, від товщини кристала та визначаються товщини, які відповідають заданій кількості частинок (наприклад 20% частинок пучка, якщо для реального застосування потрібно вивести з прискорювача саме 20% частинок пучка при однократному проходженні пучка через кристал). Після проведення цих операцій для кристалів з різними радіусами вигину, отримуємо залежність товщини кристала, на яку можна відхилити задану частку частинок пучка f, від радіуса вигину кристала R. Якщо поділити цю залежність на R, отримуємо залежність кута відхилення,

на який можна відхилити fN_0 частинок (тут N_0 – це число частинок у пучку) від радіуса вигину кристала. Ця залежність має максимум, якій знаходиться в точці $R = R_{opt}$ і відповідає найбільшому куту відхилення частинок. Крім цього, для знаходження оптимальних умов для відхилення частинок, потрібно порівняти результати, отримані за допомогою описаного вище методу, при осьовій і площинній орієнтаціях кристала. Оптимальною буде така орієнтація, яка дозволяє відхилити більшу частину частинок пучка на заданий кут.

У роботі [2] було введено поняття довжини релаксації l_e частинок, які рухаються у зігнутому кристалі в режимі стохастичного відхилення. Цей термін був використаний для визначення товщини кристала, на якій кількість частинок, які приймають участь у стохастичному відхиленні, становить $1/e$ від кількості частинок, що падають на кристал, орієнтований уздовж кристалічної осі по відношенню до напрямку руху частинок. У роботі [2] було знайдено залежність l_e від R для протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ. Ця залежність мала форму, близьку до параболи, що відповідає рівнянню (3.17) у випадку $\xi \approx 0$.

Для аналізу залежності l_e від R для випадку негативно заряджених частинок було проведене чисельне моделювання динаміки π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ у полі зігнутих атомних ланцюжків, паралельних осі $\langle 110 \rangle$ кристала кремнію. При моделюванні площина викривлення кристала співпала з площиною кристала (001), тоді як кутова розбіжність пучка дорівнювала нулю. Орієнтація кристала по відношенню до заряджених частинок, що падають на нього, показана на рис. 3.1. Моделювання руху частинок полягало у вирішенні рівняння руху в полі потенціалу безперервних атомних ланцюжків шляхом їх чисельного інтегрування. При цьому також було враховано внесок некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів та розсіювання на електронах кристала. Інші види некогерентного розсіювання не враховувались через малу товщину кристала.

Для того, щоб знайти значення максимального кута ψ_m між імпульсом

негативно зарядженої частинки на кристалічною віссю, при якому реалізується стохастичне відхилення, була досліджена залежність кута відхилення π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ у напрямку вигину кристала від кута $\theta_{y,in}$ між початковим імпульсом частинок та площиною вигину (водночас це кут між початковим імпульсом частинок та віссю $\langle 110 \rangle$, див. рис. 3.1). Ця залежність показана на рис. 3.2. Кут $\theta_{x,in}$ між початковим імпульсом частинок та площиною $(1\bar{1}0)$ дорівнював нулю. Довжина кристала L становила 1,52 мм, а радіус вигину R дорівнював 11,7 м (цей вибір параметрів кристала буде пояснено далі). На рисунку можна побачити, що стохастичний механізм відхилення ефективно працює для негативно заряджених частинок з $\theta_{y,in} \leq \psi_c \approx 37,4$ мкрад та майже не дозволяє відхиляти в напрямку вигину кристала частинки з $\theta_{y,in} > 1,5\psi_c$. З цієї причини в подальшому моделюванні припускалося, що частинки виходять зі стохастичного механізму відхилення, якщо кут між їх імпульсом і напрямком

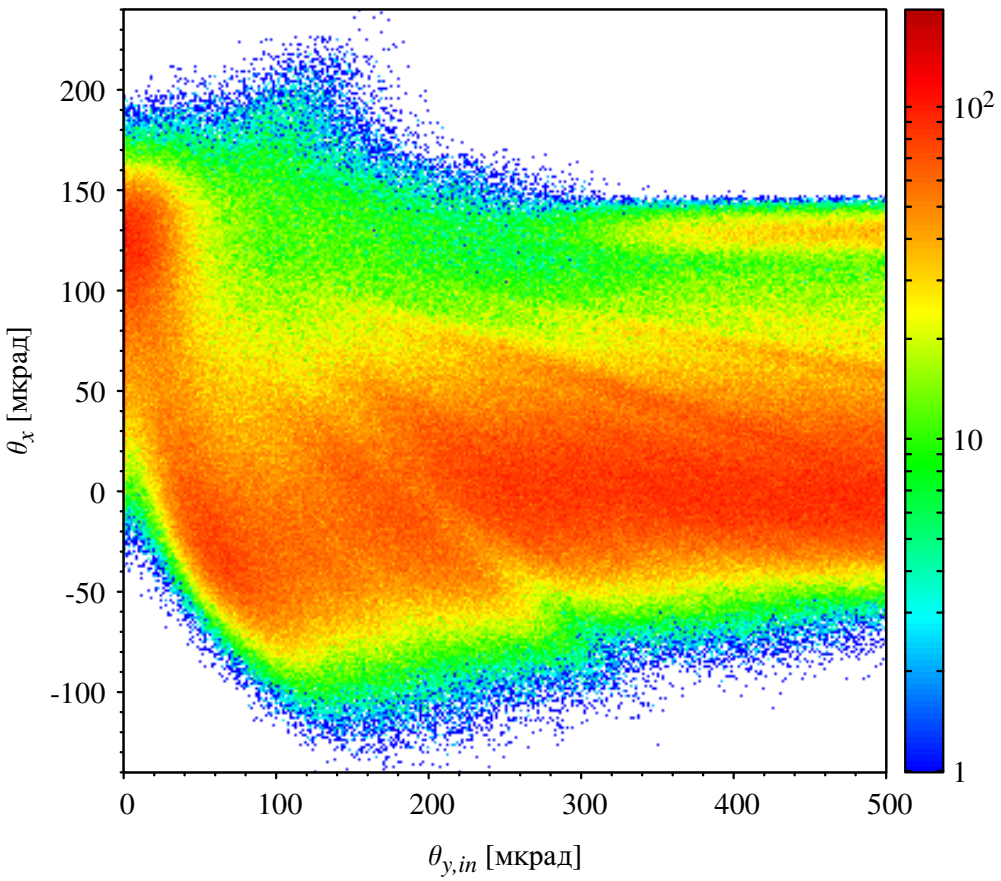


Рис. 3.2. Залежність кута відхилення π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ у напрямку вигину кристала від кута між початковим імпульсом частинки і площиною вигину.

атомних ланцюжків перевищував $\psi_m = 1,5\psi_c$[1].

На рис. 3.2 можна також помітити, що коли кут $\theta_{y,in}$ стає більшим за ψ_c, частинки відхиляються в напрямку, що є протилежним до напрямку вигину кристала. Ця область початкових кутів відповідає донат-розсіюванню частинок у зігнутому кристалі. При більших значеннях $\theta_{y,in}$, а саме коли $\theta_{y,in} \gg \psi_c$, має місце площинне каналювання. На рис. 3.2 добре помітно, що ефективність площинного каналювання є набагато нижчою, ніж ефективність стохастичного відхилення. Це можна пояснити тим, що при площинному каналюванні відхиляються лише підбар'єрні частинки, тому ефективність цього механізму відхилення сильно зменшується через некогерентне розсіювання, яке призводить до переходу частинок з підбар'єрного стану до надбар'єрного. В той же час при стохастичному механізмі відхилюються надбар'єрні частинки, тому цей механізм є менш чутливим до некогерентного розсіювання.

Залежність довжини релаксації від радіуса вигину кристала показана на рис. 3.3 суцільною кривою. Видно, що для малих радіусів вигину довжина релаксації в реальному кристалі швидко зростає зі зростанням R, тоді як для більших радіусів швидкість зростання l_e зменшується і l_e прямує до постійного значення. Постійне значення l_e відповідає випадку, коли $l/R^2 \ll \xi$ в рівнянні (3.17), тобто випадку $R \gg \sqrt{l/\xi}$.

У реальному кристалі не можна нехтувати впливом некогерентного розсіювання на рух частинок. Однак, для аналізу залежності l_e від радіуса вигину кристала у випадку $\xi = 0$, може бути використана модель ідеального кристала, в якому атоми не відхиляються від своїх рівноважних положень у вузлах кристалічної ґратки. Результати моделювання руху частинок у такому ідеальному кристалі без теплових коливань представлені на рис. 3.3 пунктирною кривою. Можна помітити, що довжина релаксації не показує очікуваної параболічної залежності від радіуса вигину, як у рівнянні (3.17). Замість цього можна побачити, що при $R \approx 2$ м l_e стрімко зростає як

[1]Кутові розподіли, аналогічні тому, який показано на рис. 3.2, було отримано і для інших кінетичних енергії частинок в діапазоні від 1 ГеВ до 10 ТеВ. В цьому діапазоні енергій також виявилося, що $\psi_m \approx 1,5\psi_c$.

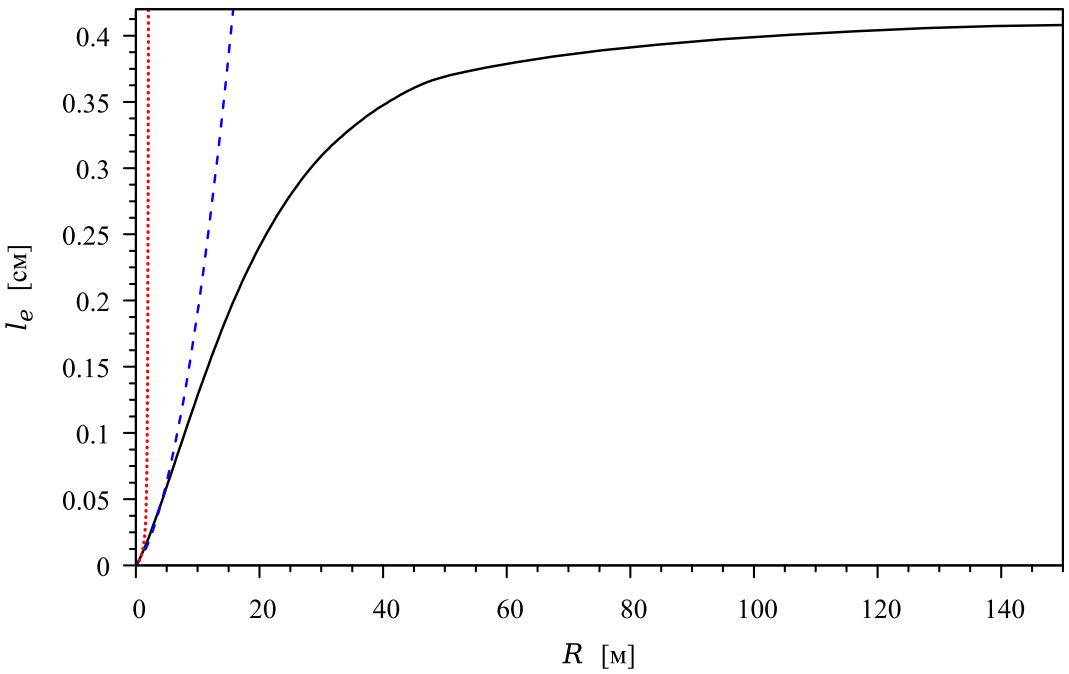


Рис. 3.3. Залежність довжини релаксації від радіуса вигину кристала для π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ. Пунктирна лінія – ідеальний кристал з $\xi = 0$; штрихова лінія – рух надбар'єрних частинок з $\xi = 0$; суцільна лінія – реальний кристал.

вертикальна лінія. Проаналізуємо причину цієї невідповідності. В прямому кристалі, якщо частинка падає на кристал в точці, де $U(x^{in}, y^{in}) < 0$, вона стає підбар'єрною, тобто має місце осьове каналювання, і якщо ми знехтуємо внеском некогерентного розсіювання, така частинка залишається в підбар'єрному стані до виходу з кристала. Насправді, оскільки довжина осьового деканалювання для π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ становить близько 56 мкм, частинки, які при вльоті у кристал потрапляють до режиму каналювання, швидко деканалюють, переходячи в режим стохастичного відхилення. У зігнутому кристалі відносна кількість аксіально канальованих частинок є меншою, ніж у прямому кристалі, оскільки поперечна енергія $\varepsilon_\perp$ містить доданок $\propto E/R$. Залежність відношення η кількості π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ, які при падінні на кристал стають підбар'єрними, до повної кількості частинок пучка N_0 у зігнутому кристалі, орієнтованому відповідно до рис. 3.1, від радіуса вигину кристала показана на рис. 3.4. Зі збільшенням R це відношення збільшується, і при $R = \infty$ (прямий кристал) $\eta \approx 0,59$. На рис. 3.4 можна

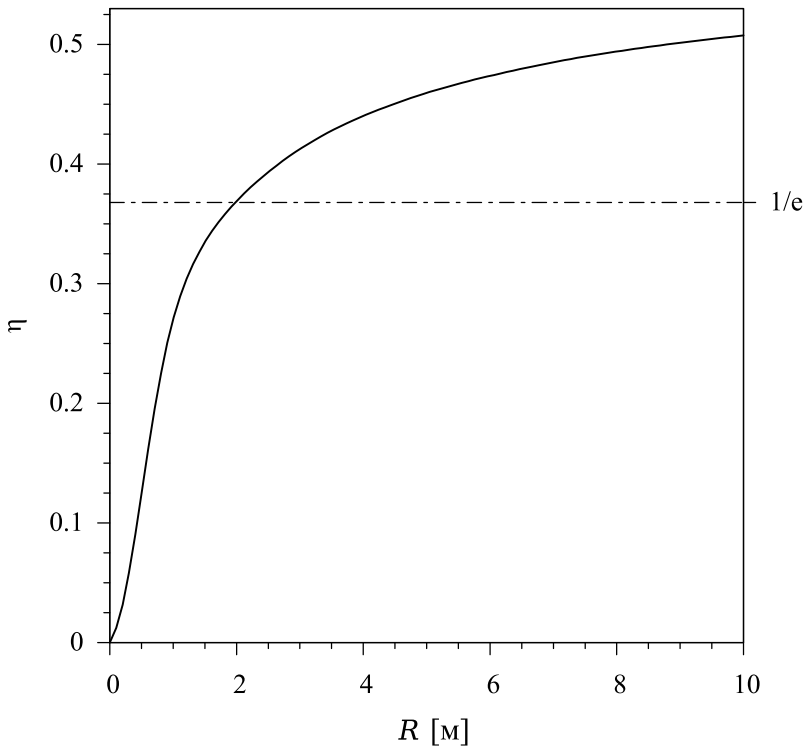


Рис. 3.4. Залежність відносної кількості π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ, які при падінні на кристал стають підбар'єрними, від радіуса вигину кристала кремнію, орієнтованого відносно напрямку падіння частинок уздовж осі $\langle 110 \rangle$.

побачити, що при $R > 2$ м відношення η стає більшим за $1/e$. Через це в ідеальному кристалі починаючи з $R \approx 2$ м принаймні N_0/e частинок відхиляється в режимі осьового каналювання до повного кута вигину кристала, тобто l_e прямує до нескінченності, що і пояснює вид пунктирної кривої на рис. 3.3.

Як наслідок, ми не можемо проаналізувати випадок $\xi = 0$ для стохастичного відхилення, розглядаючи рух частинок пучка, який падає на ідеальний кристал, бо в цьому випадку більшість частинок рухається в режимі осьового каналювання. Проте, якщо ми будемо брати до уваги лише рух надбар'єрних частинок в ідеальному кристалі, то всі частинки при падінні на кристал перебуватимуть у режимі стохастичного відхилення і, відповідно до рівняння (3.17), повинна мати місце квадратична залежність довжини релаксації від радіуса вигину. Щоб довести це, в чисельному моделюванні для кожної частинки з $U(x_{in}, y_{in}) < 0$ поперечні швидкості $v_{x,in}$ та $v_{y,in}$ обирались

такими, щоб поперечна енергія $\varepsilon_\perp$ дорівнювала 1 еВ. В той же час для частинок з $U(x_{in}, y_{in}) > 0$ поперечні швидкості $v_{x,in}$ та $v_{y,in}$ були обрані рівними нулю. Результати моделювання показані на рис. 3.3 штриховою кривою. Ця крива показує квадратичну залежність l_e від R, що добре узгоджується з аналогічною залежністю для надбар'єрних *позитивно* заряджених частинок при стохастичному відхиленні [2].

Таким чином, залежність довжини релаксації від радіуса вигину кристала була досліджена у трьох основних випадках. На рис. 3.3 пунктирна лінія демонструє випадок ідеального кристала без урахування некогерентного розсіювання при русі частинок ($\xi = 0$). При цьому основний внесок в значення довжини релаксації роблять частинки, які рухаються у режимі осьового каналювання. Штрихова лінія на рис. 3.3 відповідає випадку руху надбар'єрних частинок при нехтуванні внеском некогерентного розсіювання, що добре описує випадок руху позитивно заряджених частинок у полі зігнутих атомних ланцюжків. Суцільна лінія на рис. 3.3 показує випадок реального кристала, в якому внесок некогерентного розсіювання обмежує товщину кристала, до якої негативно заряджені частинки рухаються у режимі стохастичного відхилення.

Для того, щоб знайти оптимальний радіус вигину кристала, за допомогою чисельного моделювання була проаналізована залежність кута відхилення, на який відхиляється N_0/e частинок пучка, від радіуса вигину кристала. Залежність цього кута відхилення $\alpha_e = l_e/R$ від радіуса вигину кристала показана на рис. 3.5. Як і на рис. 3.3, суцільна крива відповідає руху частинок пучка в реальному кристалі, пунктирна крива відповідає руху частинок в ідеальному кристалі, а штрихова крива відповідає руху надбар'єрних частинок в ідеальному кристалі. Можна помітити, що суцільна крива на рис. 3.5 має максимум при $R = R_{opt} \approx 11,7$ м (саме тому цей радіус вигину та l_e, яка відповідає йому, були обрані для отримання результатів, показаних на рис. 3.2). Існування максимуму суцільної кривої на рис. 3.5 пояснюється існуванням плато в залежності довжини релаксації від радіуса вигину при великих R (див.

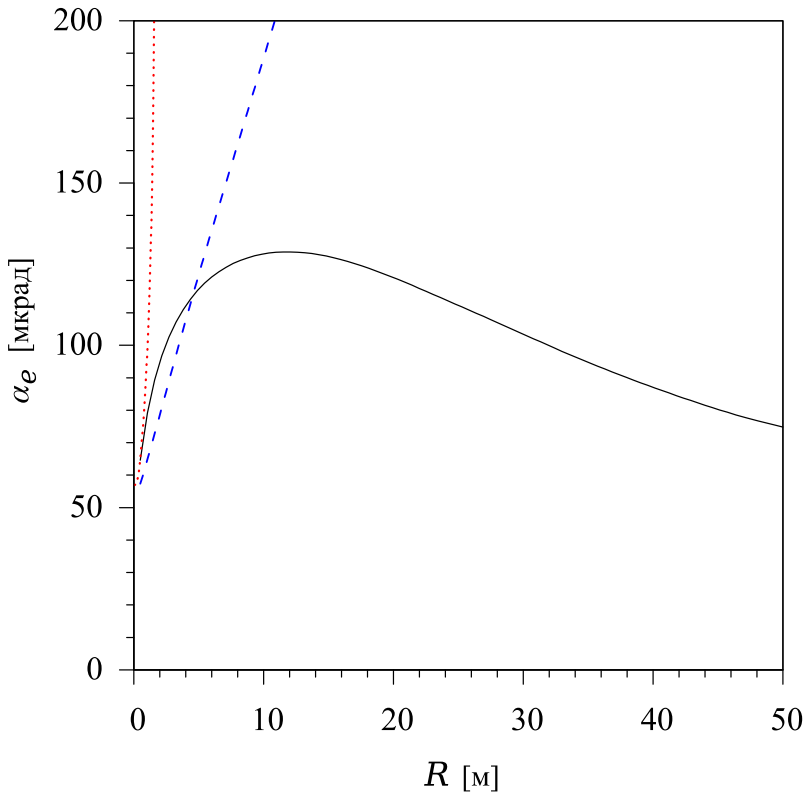


Рис. 3.5. Залежність кута відхилення α_e від радіуса вигину кристала для π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ.

рис. 3.3). Це плато призводить до неможливості збільшення кута відхилення при збільшенні R і одночасному збільшенні товщини кристала, оскільки ця товщина стає набагато більшою за l_e. Це є результатом сильного впливу некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів і електронах на динаміку частинок у кристалі у випадку негативно заряджених частинок. І навпаки, для випадку позитивно заряджених частинок (див. [2]), l_e зростає пропорційно R^2, а отже α_e зростає пропорційно R. Таке саме лінійне зростання ми бачимо у випадку надбар'єрних негативно заряджених частинок, які рухаються в ідеальному кристалі (пунктирна лінія на рис. 3.5).

Когерентна взаємодія пучків заряджених частинок з кристалами є добре дослідженою для пучків позитивно заряджених частинок. Зокрема, в роботах [354, 355] було запропоновано використовувати площинне каналювання для колімації та виведення протонного пучка з прискорювача LHC. Нещодавно на прискорювачі LHC спостерігалося каналювання протонів з енергією 6500 ГеВ у зігнутому кристалі [356]. Через низьку ефективність відхилення (див., напри-

клад, рис. 3.2), площинне каналювання має обмежене застосування у випадку негативно заряджених частинок. З метою збільшення ефективності відхилення пучків негативно заряджених частинок може бути використане стохастичне відхилення.

Рис. 3.6 відображає результати моделювання кутового розподілу π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ після проходження зігнутого кристала кремнію з $R = R_{opt}$ і $L = l_e$ у режимі стохастичного відхилення. Добре помітно ефективне відхилення негативно заряджених частинок на повний кут вигину кристала, який приблизно дорівнює 130 мкрад. Крім того, можна помітити, що майже всі частинки пучка відхиляються у напрямку вектора кривини кристала. Висока ефективність відхилення та широкий кутовий аксептанс роблять стохастичне відхилення добрим кандидатом для керування пучком не-

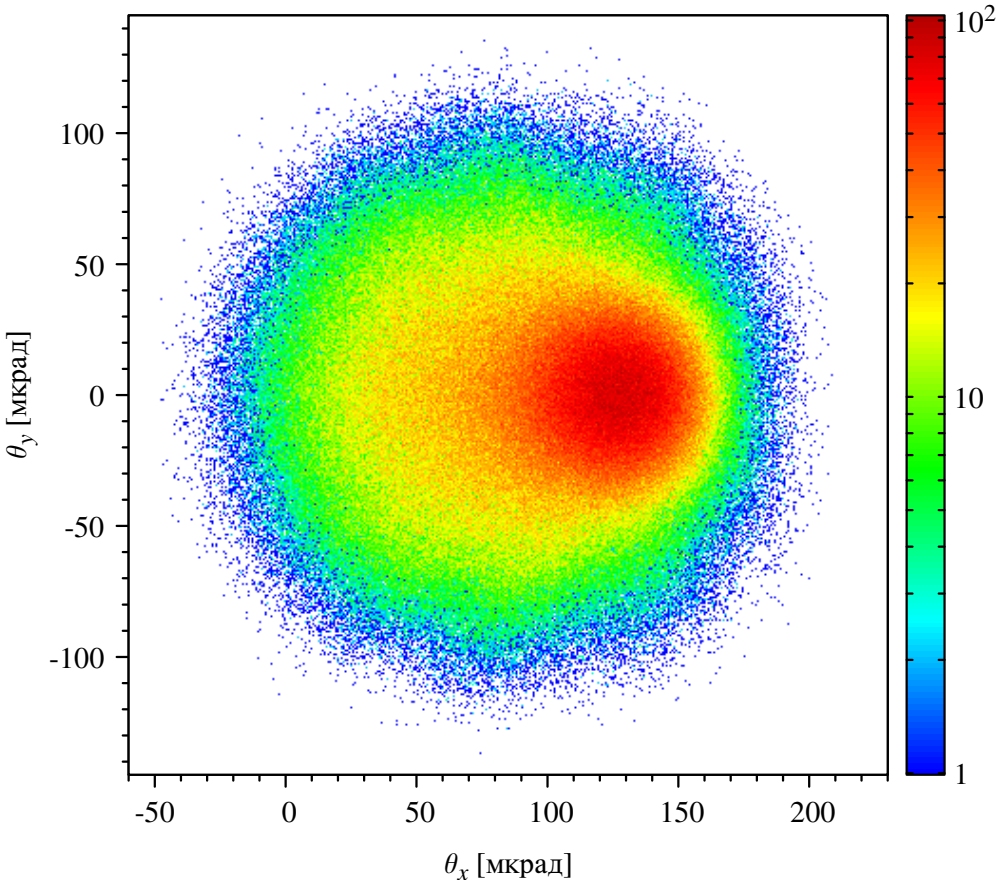


Рис. 3.6. Кутовий розподіл π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ після проходження зігнутого кристала кремнію з $R = R_{opt}$ і $L = l_e$, орієнтованого відносно напрямку падіння частинок уздовж осі $\langle 110 \rangle$.

гативно заряджених частинок в майбутніх мюонних або електрон-позитронних колайдерах.

Розглянемо тепер як змінюється ефективність стохастичного відхилення та значення оптимального радіуса вигину кристала зі зміною енергії частинок. Для цього проведемо аналіз рівняння (3.18). В аморфному середовищі $\overline{\psi_{inc}^2} \propto L/E^2$ [69]. За аналогією ми припускаємо, що в кристалі $\overline{\psi_{inc}^2} = \zeta L/E^2$. Виходячи з цього, рівняння (3.18) можна представити в наступному вигляді:

$$\alpha_{st} = \frac{\psi_m^2}{l/R + \zeta R/E^2}. \tag{3.20}$$

З рівняння (3.20) можна отримати наступне значення оптимального радіуса вигину:

$$R_{opt} = E\sqrt{l/\zeta}.$$

В наближенні $U_{str}(\rho) = U_0 \left(\frac{a_0}{\rho}\right)^2$ можна отримати, що

$$l \approx \frac{1}{4nda_0}\sqrt{\frac{E}{U_0}},$$

де n – це концентрація атомів у кристалі. Таким чином, $R_{opt} \propto E^{5/4}$. Беручи до уваги, що $\psi_m \approx 1,5\psi_c \propto E^{-1/2}$, можна отримати залежність максимального значення кута відхилення частинок як функцію енергії частинок у формі

$$\max(\alpha_{st}) = \frac{\psi_m^2}{l/R_{opt} + \zeta R_{opt}/E^2} \propto E^{-1/4}. \tag{3.21}$$

Таким чином, ми знайшли залежність максимального значення кута відхилення від енергії частинок (3.21) для простої моделі потенціалу атомного ланцюжка $U_{str}(\rho) = U_0 \left(\frac{a_0}{\rho}\right)^2$. Для більш детального розгляду залежності оптимального радіуса вигину та максимального кута відхилення від енергії

частинок ми провели чисельне моделювання руху π^--мезонів у більш реалістичному потенціалі Дойля-Тернера. На рис. 3.7 показана залежність кута відхилення α_e, при досягненні якого частина π^--мезонів в режимі стохастичного відхилення зменшується в e разів, від радіуса вигину кристала. Початкова кутова розбіжність частинок вважалася рівною нулю. При отриманні результатів, які представлені на рис. 3.7, припускалося, що $\psi_m = 1,5\psi_c$. Кожна з п'яти кривих на рис. 3.7 була побудована на основі двохсот точок, кожна з яких відповідає результатам моделювання руху 5×10^4 π^--мезонів у зігнутому кристалі з радіусом вигину R. З результатів моделювання для кожного з двохсот значень R в діапазоні від нуля до 100 м було отримано довжину релаксації, на якій кількість π^--мезонів в режимі стохастичного відхилення зменшується в e разів. Після цього, розділивши цю довжину на радіус вигину, було отримано значення α_e. Кожна з п'яти кривих відповідає різній кінетичній енергії частинок. Суцільна крива відповідає кінетичній енергії 100 ГеВ, штрихова крива – 200 ГеВ, пунктирна крива – 300 ГеВ, штрихпунктирна крива – 400 ГэВ, а

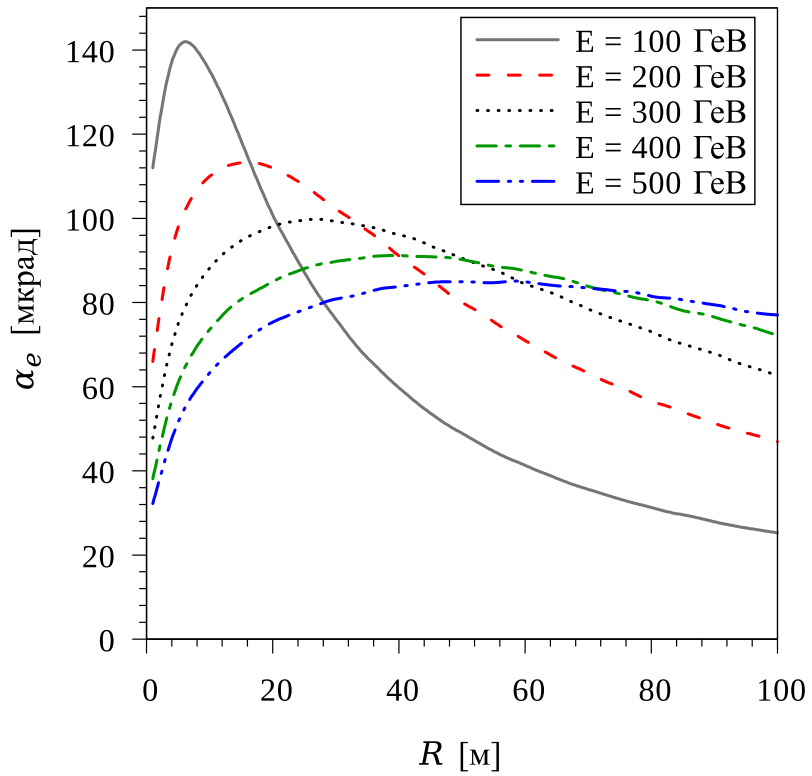


Рис. 3.7. Залежність кута відхилення α_e від радіуса вигину R для π^--мезонів з кінетичною енергією від 100 до 500 ГеВ

штрихпунктирна крива з двома точками – 500 ГеВ. На рис. 3.7 можна побачити, що при збільшенні енергії частинок значення оптимального радіуса вигину, який відповідає максимуму в залежності кута α_e від R, зростає, а максимальне значення кута α_e зменшується.

Для кращого розуміння залежності оптимального радіуса вигину від енергії π^--мезонів на рис. 3.8 показані значення R_{opt}, отримані шляхом чисельного моделювання. Точки на рисунку відповідають радіусам, при яких мають місце максимуми кривих, які показані на рис. 3.7, та максимуми у залежності α_e від R при більших енергіях. Суцільна крива на рис. 3.8 відповідає апроксимації точок, отриманих при моделюванні, функцією $F_R(E) = k_R \left(\frac{E}{1\ \text{ТеВ}}\right)^{5/4}$. Найкраще узгодження з отриманими точками досягається при $k_R \approx 130$ м. На рис. 3.8 ми бачимо, що залежність $E^{5/4}$ успішно описує залежність оптимального радіуса вигину від енергії частинок не тільки для простого потенціалу атомних ланцюжків (3.7), але і для моделі потенціалу Дойля-Тернера.

У теорії каналювання критичний кут осьового каналювання ψ_c є одним з

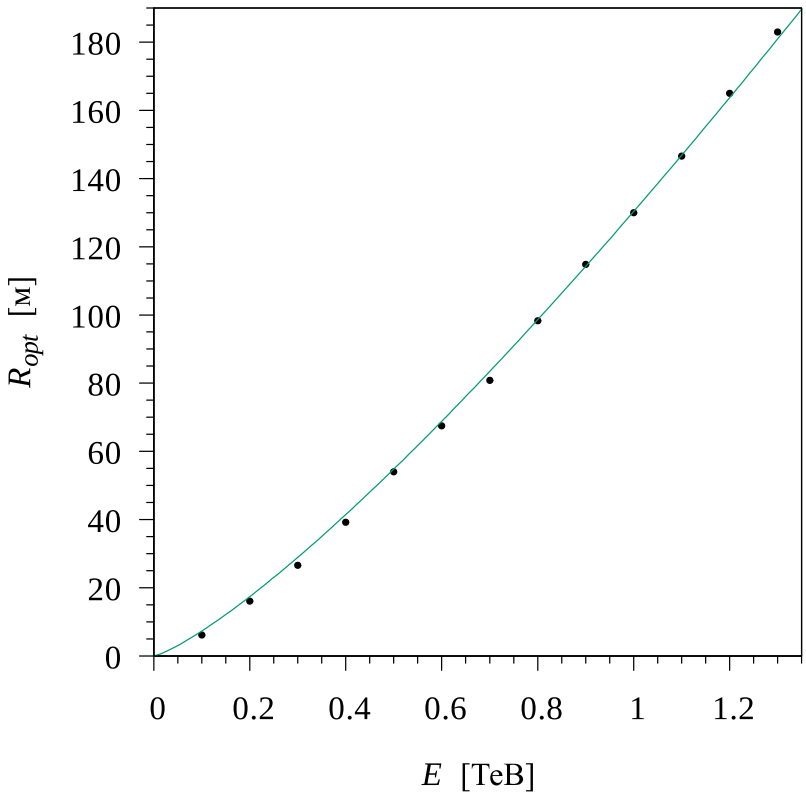


Рис. 3.8. Залежність оптимального радіуса вигину кристала від кінетичної енергії частинок.

основних параметрів. Цей параметр, наприклад, визначає кутовий аксептанс двох з трьох основних механізмів відхилення частинок зігнутим кристалом: площинного каналювання та стохастичного відхилення. У випадку об'ємного відбиття кут відхилення є пропорційним ψ_c [227] і, таким чином, зменшується при збільшенні енергії частинки, як $E^{-1/2}$. На рис. 3.7 можна побачити, що зі збільшенням енергії частинок α_e зменшується. Це означає, що максимальний кут відхилення, досяжний за допомогою стохастичного відхилення, також зменшується зі збільшенням енергії частинок. Розглянемо, однак, залежність відношення α_e до критичного кута осьового каналювання від енергії частинок. Ця залежність показана на рис. 3.9. Точки відповідають значенням α_e, отриманим з моделювання. Як було показано вище (див. рівняння (3.21)), для простого наближення потенціалу атомного ланцюжка (3.7) залежність $\max(\alpha_{st})$ від енергії частинок має вигляд $E^{-1/4}$, тобто $\dfrac{\max(\alpha_{st})}{\psi_c} \propto E^{1/4}$. Через це для апроскимації даних, показаних на рис. 3.9, була використана функція

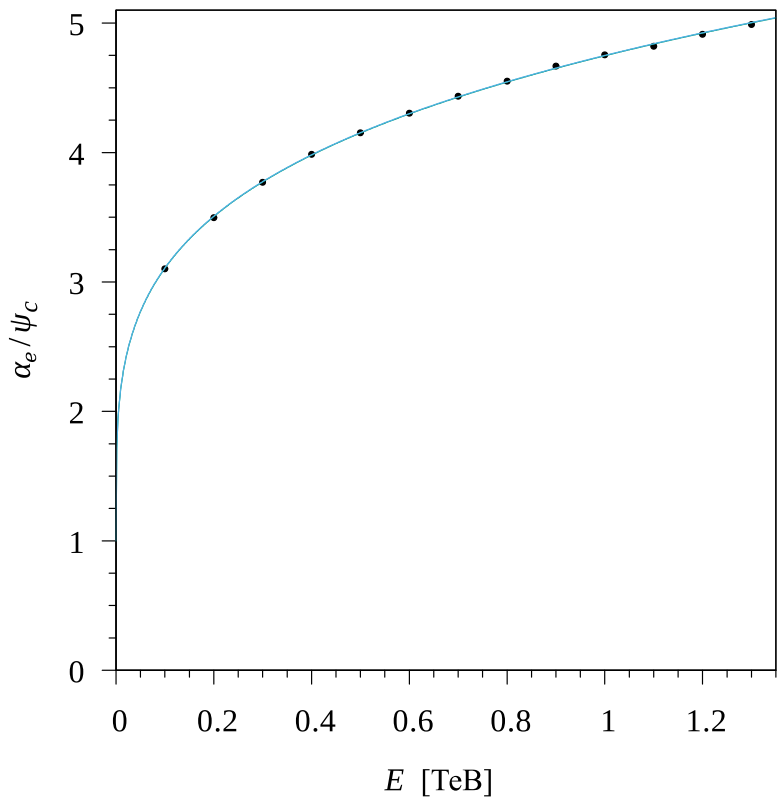


Рис. 3.9. Залежність відношення α_e до критичного кута осьового каналювання від енергії частинок.

$F_\alpha(E) = k_\alpha \left(\frac{E}{1\ \text{ТеВ}}\right)^{1/4} + C$. Адитивна константа C відповідає тому факту, що α_e є кутом відхилення, при якому кількість частинок у режимі стохастичного відхилення зменшується в e разів, але якщо пучок падає на кристал паралельно до кристалічної осі, більшість частинок бере участь у стохастичному відхиленні, щонайменше, поки співвідношення товщини кристала до радіуса вигину не перевищує ψ_c. Суцільна крива на рис. 3.9 показує апроксимацію даних функцією $F_\alpha(E)$. Ця апроксимація відповідає $k_\alpha \approx 3,75$ і $C \approx 1$.

На рис. 3.9 бачимо, що функція $F_\alpha(E)$ успішно описує залежність α_e/ψ_c (і, таким чином, максимального кута відхилення по відношенню до критичного кута осьового каналювання) від енергії частинок пучка не тільки для простого наближення потенціалу атомного ланцюжка (3.7), але і для потенціалу Дойля-Тернера. Цей факт показує, що кут відхилення у випадку стохастичного відхилення по відношенню до кута відхилення, що є досяжним за допомогою однократного об'ємного відбиття, збільшується зі збільшенням енергії частинок як $E^{1/4}$.

3.2. Вплив некогерентного розсіювання на ефективність відхилення релятивістських негативно заряджених частинок зігнутим кристалом при площинній орієнтації кристала

У попередньому підрозділі було показано, що якщо зігнутий кристал орієнтовано уздовж однієї з головних кристалічних осей по відношенню до напрямку початкового імпульсу високоенергетичних негативно заряджених частинок, які на нього падають, то існує оптимальний радіус вигину кристала, який відповідає відхиленню пучка частинок на максимальний кут. Існування оптимального радіуса вигину пояснюється тим, що при малих радіусах вигину кристала частинки швидко виходять з режиму відхилення через сильну відцентрову силу (яка є обернено пропорційною радіусу вигину кристала), а

при великих радіусах вигину для отримання заданого кута відхилення потрібно збільшувати товщину кристала (оскільки кут вигину кристала дорівнює відношенню його товщини до радіуса вигину), що зменшує число частинок, які відхиляються на повний кут вигину кристала, через вихід частинок з режиму відхилення через некогерентне розсіювання (середній квадрат кута некогерентного розсіювання є пропорційним товщині кристала). У випадку площинного каналювання негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі обидва ці чинники (відцентрова сила та некогерентне розсіювання) також призводять до виходу частинок з режиму відхилення. Таким чином, слід очікувати наявність оптимального радіуса вигину і у випадку площинного каналювання негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі. Слід зазначити, що існування оптимального радіуса вигину кристала для відхилення позитивно заряджених частинок було вперше показано в роботі [156], а аналітичний вираз для оптимального радіуса вигину кристала у випадку позитивно заряджених частинок в було знайдено в роботах [109, 160].

У прямому кристалі рівняння руху частинок при площинному каналюванні можна записати наступним чином [69]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{c^2}{E}\frac{dU_p(x)}{dx}, \tag{3.22}$$

де вісь x є ортогональною до площин, що утворюють площинний канал, $U_p(x)$ – це потенціальна енергія частинки у полі кристалічних атомних площин, E – енергія частинки. Якщо кристал є зігнутим, то в неінерціальній супутній до каналюючих частинок системі відліку, яка пов'язана з зігнутою кристалічною площиною, траєкторію частинки можна знайти, якщо вирішити рівняння (3.22), в якому до правої сторони додано $-\frac{c^2}{R}$. Цей доданок з'являється через наявність відцентрової сили $-\frac{E}{R}$. Таким чином, рівняння руху частинок при площинному

каналюванні у зігнутому кристалі можна записати як

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{c^2}{E}\frac{dU_{eff}(x)}{dx}, \tag{3.23}$$

де $U_{eff}(x) = U_p(x) + Ex/R$ – це ефективна потенціальна енергія частинки.

Для спрощення розрахунків будемо використовувати параболічне наближення площинного потенціалу

$$U_p(x) = -\frac{U_0}{d_p^2}\left\{(2x+d_p)^2 H[-x(d_p+x)]+ \right. \\ \left. +(2x-d_p)^2 H[x(d_p-x)]\right\}, \tag{3.24}$$

де d_p – це відстань між сусідніми атомними площинами, а $H(x)$ – це функція Гевісайда, яка дорівнює 1 при $x \geq 0$ і 0 при негативних аргументах. У роботі [196] було показано, що така проста параболічна апроксимація дає майже такий самий результат для оцінки частки негативно заряджених частинок, які стають підбар'єрними при падінні пучка на кристал, як і більш складна та реалістична апроксимація Дойля-Тернера [349]. На рис. 3.10 показано порівняння потенціальної енергії в параболічному наближенні (3.24) (пунктирна лінія) та у наближенні Дойля-Тернера (суцільна лінія) для частинки з зарядом, що є рівним заряду електрона, яка рухається в полі атомних площин (110) кристала кремнію.

Нехай пучок високоенергетичних негативно заряджених частинок падає на зігнутий кристал, а початковий імпульс кожної з частинок пучка лежить у площині, яка утворює площинний канал. Щоб знайти частку негативно заряджених частинок, які стають підбар'єрними при падінні пучка на зігнутий кристал, треба спочатку знайти значення негативного x, для якого похідна від ефективного потенціалу дорівнює нулю. Якщо площинний потенціал обрано у

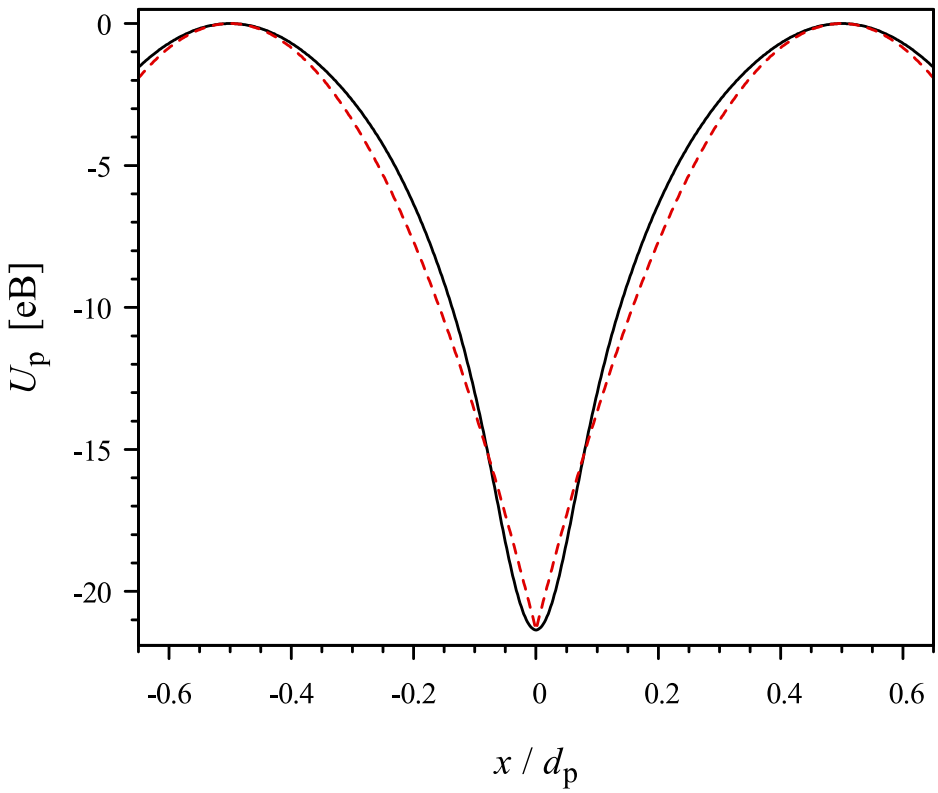


Рис. 3.10. Потенціальна енергія частинки з зарядом, що дорівнює заряду електрона, в полі атомних площин (110) кремнію. Суцільна лінія відповідає апроксимації Дойля-Тернера, пунктирна лінія відповідає параболічному наближенню (3.24).

параболічній апроксимації (3.24), то ця точка може бути знайдена як

$$x_{neg} = \frac{d_p}{2}\left(\frac{R_c}{R} - 1\right),$$

де

$$R_c = \frac{E d_p}{4U_0}$$

це критичний радіус площинного каналювання у параболічному наближенні потенціалу. Крім того, позитивний x для якого $U_{eff}(x) = U_{eff}(x_{neg})$ можна знайти як

$$x_{pos} = \frac{d_p}{2}\left(\frac{R_c}{R} + 1 - 2\sqrt{\frac{R_c}{R}}\right).$$

Якщо $R > R_c$, можна знайти частку підбар'єрних негативно заряджених частинок у момент, коли пучок влітає у зігнутий кристал, у вигляді

$$\frac{x_{pos} - x_{neg}}{d_p} = 1 - \sqrt{\frac{R_c}{R}}.$$

Якщо $R < R_c$, підбар'єрні частинки відсутні.

Під час руху частинок у зігнутому кристалі частинки стають надбар'єрними через некогерентне багатократне розсіювання, обумовлене тепловими коливаннями атомів і розсіюванням на електронах. У аморфному середовищі кутовий розподіл частинок, обумовлений багатократним розсіюванням, є гаусівським [353]. За аналогією припускаємо, що кутовий розподіл внаслідок некогерентного багатократного розсіювання в кристалі також є гаусівським. Якщо так, то для $R > R_c$ на деякій товщині кристала l частка підбар'єрних (канальованих) частинок f може бути оцінена як

$$\begin{aligned} f &= \left(1 - \sqrt{\frac{R_c}{R}}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_0} \int_{-\theta_c}^{\theta_c} \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\theta_0^2}\right) d\theta = \\ &= \left(1 - \sqrt{\frac{R_c}{R}}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{\theta_c}{\sqrt{2}\theta_0}\right), \end{aligned} \tag{3.25}$$

де θ – це кут між площинами кристала та імпульсом частинки, θ_0 – стандартне відхилення кутового розподілу, θ_c – це критичний кут площинного каналювання. Критичний кут площинного каналювання у зігнутому кристалі в параболічному наближенні площинного потенціалу можна знайти як [109]

$$\theta_c = \sqrt{\frac{2U_0}{E}} \left(1 - \frac{R_c}{R}\right).$$

В орієнтованому кристалі кутовий розподіл, обумовлений некогерентним розсіюванням, залежить від поперечної енергії канальованих частинок. Однак, для спрощення припустимо, що за аналогією з багатократним розсіюванням в

аморфному середовищі $\theta_0 \propto \sqrt{l}$ і ξ_p – це коефіцієнт пропорційності. У такому наближенні з рівняння (3.25) можна знайти, що

$$\theta_0 = \frac{\theta_c}{\sqrt{2}\,\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{f}{1-\sqrt{\frac{R_c}{R}}}\right)} = \xi_p\sqrt{l}, \tag{3.26}$$

де $\mathrm{erf}^{-1}(x)$ – це зворотня функція помилок.

З рівняння (3.26) можна знайти товщину кристала l, на якій частка канальованих частинок дорівнює f:

$$l = \frac{\theta_c^2}{2\xi_p^2\left[\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{f}{1-\sqrt{\frac{R_c}{R}}}\right)\right]^2}. \tag{3.27}$$

Якщо покласти $f = 1/e$, отримаємо залежність довжини деканалювання від радіуса вигину в зігнутому кристалі.

Знаючи, що кут вигину кристала дорівнює товщині кристала, поділеній на радіус вигину, можна знайти кут відхилення α, до якого частка канальованих частинок є вищою за f:

$$\alpha = \frac{l}{R} = \frac{\theta_c^2}{2\xi_p^2 R\left[\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{f}{1-\sqrt{\frac{R_c}{R}}}\right)\right]^2}. \tag{3.28}$$

Форма залежності (3.28) показана на рис. 3.11. Цей рисунок побудовано для довільного значення енергії частинок задля того, щоб показати існування максимуму в залежності α від радіуса вигину.

Оптимальний радіус вигину кристала, який відповідає максимуму α, можна знайти, як розв'язок рівняння

$$\left.\frac{d\alpha}{dR}\right|_{R=R_{opt}} = 0. \tag{3.29}$$

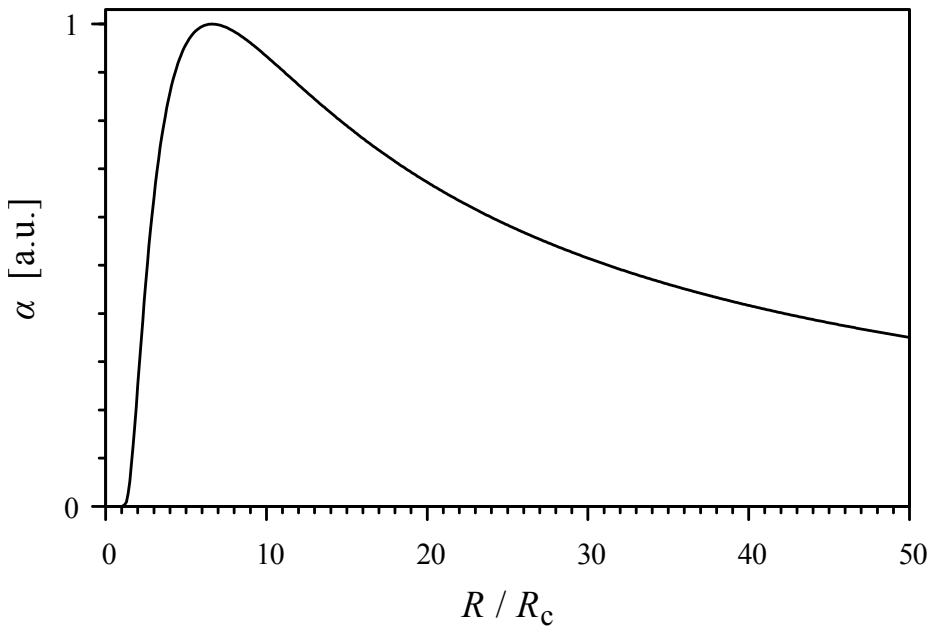


Рис. 3.11. Форма залежності кута відхилення, до якого частка канальованих частинок перевищує f, від радіуса вигину кристала.

Слід зазначити, що згідно з рівнянням (3.28) відношення R_{opt}/R_c не залежить від енергії частинки, а залежить лише від значення f. Залежність R_{opt}/R_c від f в параболічному наближенні площинного потенціалу показана на рис. 3.12. На рисунку можна побачити, що для широкого діапазону значень f значення $\dfrac{R_{opt}}{R_c}$ змінюється в малому діапазоні від 6,5 до 7.

Тепер знайдемо залежність α від R/R_c в більш реалістичному наближенні площинного потенціалу, а саме в наближенні Дойла-Тернера. У цьому наближенні потенціальну енергію частинки з зарядом, який дорівнює заряду електрона, в полі атомного ланцюжка можна записати як

$$U_{str}(\rho) = -\frac{8\pi^2\hbar^2}{m_e d}\sum_{k=1}^{4}\frac{\alpha_k}{\beta_k + B}e^{-\frac{4\pi^2\rho^2}{\beta_k+B}}, \tag{3.30}$$

де m_e – це маса електрона, d – це відстань між сусідніми атомами в атомному ланцюжку, α_k і β_k – це коефіцієнти, знайдені в роботі [349] для великої кількості елементів, $B = 8\pi^2\langle {r_T}^2\rangle$, а r_T – це середньоквадратична амплітуда теплових коливань атомів в одному напрямку ($r_T \approx 0,075$ Å для кремнію при 293 K [60]), $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ – відстань до атомного ланцюжка. Після усереднення (3.30) по

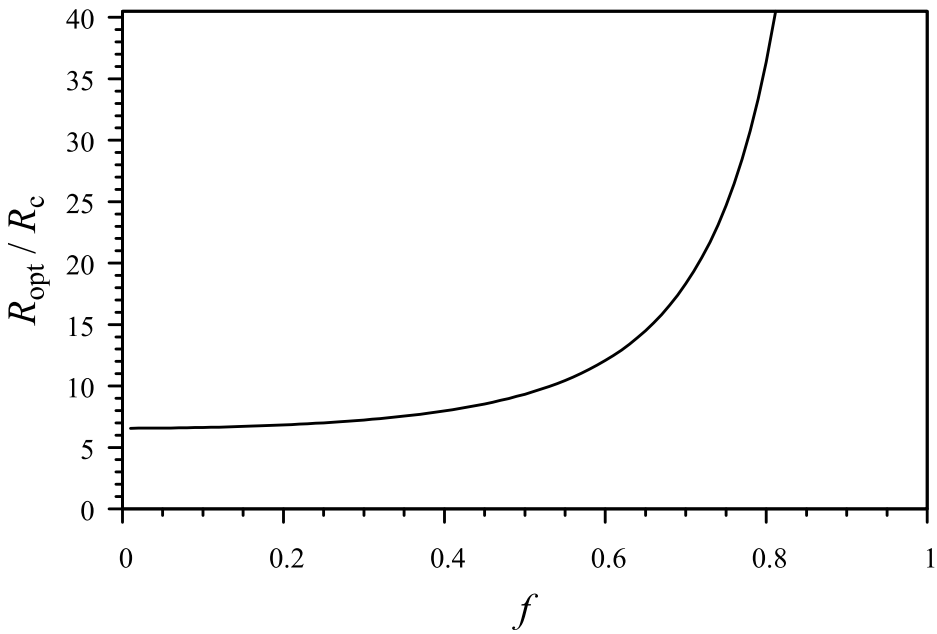


Рис. 3.12. Залежність відношення оптимального радіуса вигину кристала до критичного радіуса площинного каналювання від частки канальованих частинок в параболічному наближенні площинного потенціалу.

y можна отримати потенціальну енергію частинки з зарядом, який дорівнює заряду електрона, у полі атомної площини як

$$U_{pl}(x) = -\frac{4\pi^{\frac{3}{2}}\hbar^2}{m_e d d_s}\sum_{k=1}^{4}\frac{\alpha_k}{\sqrt{\beta_k + B}}e^{-\frac{4\pi^2 x^2}{\beta_k + B}}, \tag{3.31}$$

де d_s – це відстань між сусідніми атомними ланцюжками в атомній площині.

Для отримання потенціалу атомних площин у кристалі в наближенні Дойля-Тернера необхідно підсумувати потенціали атомних площин (3.31). Оскільки $U_{pl}(x)$ у рівнянні (3.31) швидко зменшується зі збільшенням відстані від атомної площини, лише обмежена кількість сусідніх атомних площин визначає значення потенціалу у вибраній точці всередині кристала. Цей факт дає змогу аналітично підсумувати потенціали атомних площин та знайти потенціальну енергію високоенергетичної зарядженої частинки з зарядом, який дорівнює заряду електрона як

$$U_p(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{pl}(x - x_n), \tag{3.32}$$

де точки x_n відповідають розташуванню атомних площин. Після підсумовування отримуємо

$$U_p(x) = -\frac{2\pi\hbar^2}{m_e d d_s d_p} \sum_{k=1}^{4} \alpha_k \vartheta_3 \left(\pi \frac{x}{d_p}, e^{-\frac{\beta_k + B}{4d_p^2}} \right), \tag{3.33}$$

де $\vartheta_3(u,q) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} e^{2nui}$ – це тета-функція Якобі третього роду [350], $i^2 = -1$.

На жаль, вираз (3.33) є занадто складним для того, щоб отримати аналітичну залежність α від R/R_c як це було зроблено вище для параболічного потенціалу. Однак цю залежність можна знайти за допомогою чисельного моделювання. Було проведене чисельне моделювання руху π^--мезонів у зігнутому кристалі кремнію. Кінетична енергія частинок становила 10 ГеВ, 100 ГеВ і 1 ТеВ. При моделюванні траєкторія зарядженої частинки в полі безперервного потенціалу атомних ланцюжків (в наближенні Дойля-Тернера) обчислювалася за допомогою чисельного інтегрування рівняння руху.

На рис. 3.1 показано орієнтацію кристала по відношенню до налітаючого пучка. Кут ψ між початковим імпульсом кожної частинки $\vec{p}$ і площиною (x,z) значно перевищував критичний кут осьового каналювання ψ_c ($\psi > 50\psi_c$). Початкове значення p_x в моделюванні дорівнювало нулю. Площина вигину кристала збігалася з площиною (x,z).

Результати моделювання наведені на рис. 3.13. Суцільні лінії відповідають залежності α від R/R_c для $f = 5\%$, тоді як пунктирні лінії відповідають $f = 15\%$. Чорні лінії відповідають $E = 10$ ГеВ, червоні – $E = 100$ ГеВ, а сині – $E = 1$ ТеВ. Форма залежностей α від R/R_c на рис. 3.13 подібна до форми залежності, яка показана на рис. 3.11. Добре видно, що як і в параболічному наближенні площинного потенціалу, відношення R_{opt}/R_c майже не залежить від енергії частинок, а залежить лише від величини f. В результаті моделювання було отримано, що для $f = 5\%$ $R_{opt}/R_c \approx 4,5$, а для $f = 15\%$ $R_{opt}/R_c \approx 6,2$. Ці значення дещо нижчі за значення, отримані в параболічному наближенні потенціалу. Слід зазначити, що незважаючи на

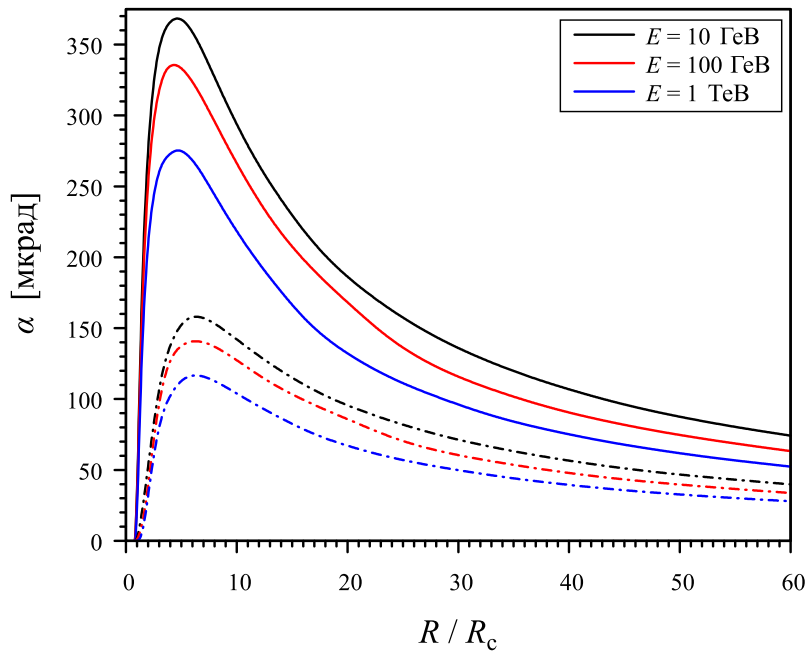


Рис. 3.13. Залежність кута відхилення, до якого частка канальованих частинок перевищує 5% (суцільні лінії) і 15% (пунктирні лінії) від відношення радіуса вигину до критичного радіуса площинного каналювання.

те, що інтенсивність некогерентного розсіювання зменшується зі збільшенням енергії частинок, максимальне значення α зменшується із збільшенням енергії частинок внаслідок зменшення критичного кута площинного каналювання. Слід також зазначити, що, незважаючи на той факт, що значення оптимального радіуса вигину мало змінюється при зміні f з 5% до 15%, максимальне значення α в той же час зменшується дуже суттєво.

Для того, щоб знайти залежність α_f і R_{opt} від кінетичної енергії частинок E, треба помітити, що $R_c = \dfrac{Ed_p}{4U_0}$, $\theta_c = \sqrt{\dfrac{2U_0}{E}}\left(1 - \dfrac{R_c}{R}\right)$ [109] і за аналогією з багатократним розсіюванням в аморфному середовищі будемо вважати, що коефіцієнт ξ_p є пропорційним до $1/E$. Якщо ввести змінну $\rho = R/R_c$, можна записати (3.28) як

$$\alpha_f = \frac{U_0}{E\xi_p^2 R_c} \frac{\left(1-\rho^{-1}\right)^2}{\rho\left(\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{f}{1-\rho^{-1/2}}\right)\right)^2}. \tag{3.34}$$

Оскільки $R_c \propto E$ і $\xi_p \propto 1/E$, перший множник в (3.34) не залежить від енергії

частинок.

Оптимальний радіус вигину, який відповідає $\max(\alpha_f)$, можна знайти, розв'язавши рівняння

$$\left.\frac{d\alpha_f}{dR}\right|_{\rho=\rho_{opt}} = 0. \tag{3.35}$$

Це означає, що значення ρ_{opt} в параболічному наближенні площинного потенціалу не залежить від E і тому $R_{opt} \propto E$.

Модель параболічного потенціалу атомних площин корисна для аналітичних розрахунків, однак ця модель не враховує низку властивостей реального міжплощинного потенціалу. Знайдемо залежність α_f і R_{opt} від кінетичної енергії частинок у більш реалістичному наближенні Дойля-Тернера для площинного потенціалу.

Рівняння (3.33) було знайдено у припущенні, що атомні площини є рівновіддаленими. Це вірно для атомних площин (100) та (110) кристала кремнію. В той же час, для атомних площин (111), якщо розглядати одну з них, відстань до правої сусідньої площини не є такою ж, як відстань до лівої сусідньої площини. Якщо ми позначимо відстань між непарними атомними площинами (що дорівнює відстані між парними атомними площинами) як d_{p2}, а відстань між двома найближчими площинами як d_{p1}, потенціальна енергія високоенергетичної зарядженої частинки з зарядом, який дорівнює заряду електрона в полі площин (111) кристала кремнію, можна записати як

$$U_p(x) = -\frac{2\pi\hbar^2}{m_e d d_s d_{p2}} \sum_{k=1}^{4} \alpha_k \left[\vartheta_3\left(\pi\frac{x}{d_{p2}}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_{p2}^2}}\right) + \right.$$
$$\left. + \vartheta_3\left(\pi\frac{x-d_{p1}}{d_{p2}}, e^{-\frac{\beta_k+B}{4d_{p2}^2}}\right)\right]. \tag{3.36}$$

У зігнутому кристалі частинка рухається в так званому ефективному

потенціалі:

$$U_{eff}(x) = U_p(x) + Ex/R. \tag{3.37}$$

Знайдемо критичний радіус вигину кристала при площинному каналюванні в наближенні Дойля-Тернера. Критичний радіус вигину кристала – це радіус, при якому потенціальні ямки в ефективному потенціалі (3.37) зникають. Це означає, що при $R = R_c$ похідна $U_{eff}(x)$ всюди є позитивною, або дорівнює нулю. Отже, щоб знайти R_c, треба знайти точку x_0, у якій друга похідна $U_{eff}(x)$ дорівнює нулю, і розв'язати рівняння

$$\frac{dU_{eff}(x)}{dx}\Big|_{x=x_0} = 0. \tag{3.38}$$

Таким чином, отримуємо

$$R_c = \frac{E}{|U_p'(x_0)|}. \tag{3.39}$$

У таблиці 3.1 наведено значення $U_p'(x_0)$ та глибини потенціальних ямок U_0 у прямому кристалі кремнію для трьох основних площинних орієнтацій у наближенні Дойля-Тернера. Для площини (111) розрахунки було зроблено для більш глибокої потенційної ямки.

Таблиця 3.1. Максимальні значення похідної площинного потенціалу.

Площина	$U_p'(x_0)$ [еВ/Å]	U_0 [еВ]	$4U_0/d_p$ [еВ/Å]
(100)	39,5225	11,7894	34,7340
(110)	57,3313	21,3573	44,4934
(111)	66,8021	28,3173	48,1676

Тепер порівняємо R_c , отриманий у параболічному наближенні потенціалу атомних площин ($R_c = \frac{Ed_p}{4U_0}$) і наближенні Дойля-Тернера. Для цього у таблиці 3.1 обчислено значення $\frac{4U_0}{d_p}$ для трьох основних площинних орієнтацій кристала кремнію. Порівняння значень $U_p'(x_0)$ та $4U_0/d_p$ показує, що для всіх трьох основних площинних орієнтацій параболічне наближення дає завищені значення критичного радіуса вигину кристала. Різниця значень R_c лінійно збільшується зі збільшенням енергії. На рис. 3.14 показана різниця значень критичного радіуса вигину, обчисленого в параболічному наближенні та в наближенні Дойля-Тернера на прикладі атомних площин (110) кристала кремнію. Можна побачити, що хоча при низьких енергіях різниця є невеликою, вона росте лінійно зі збільшенням енергії частинок і при енергії 2 ТеВ, різниця досягає 1 м.

Вираз (3.33) є занадто складним для аналітичного отримання залежності α_f і R_{opt} від кінетичної енергії частинок, як це було зроблено для параболічного потенціалу. Однак цю залежність можна знайти за допомогою чисельного моделювання. Було проведено чисельне моделювання руху π^--мезонів у зігнутому

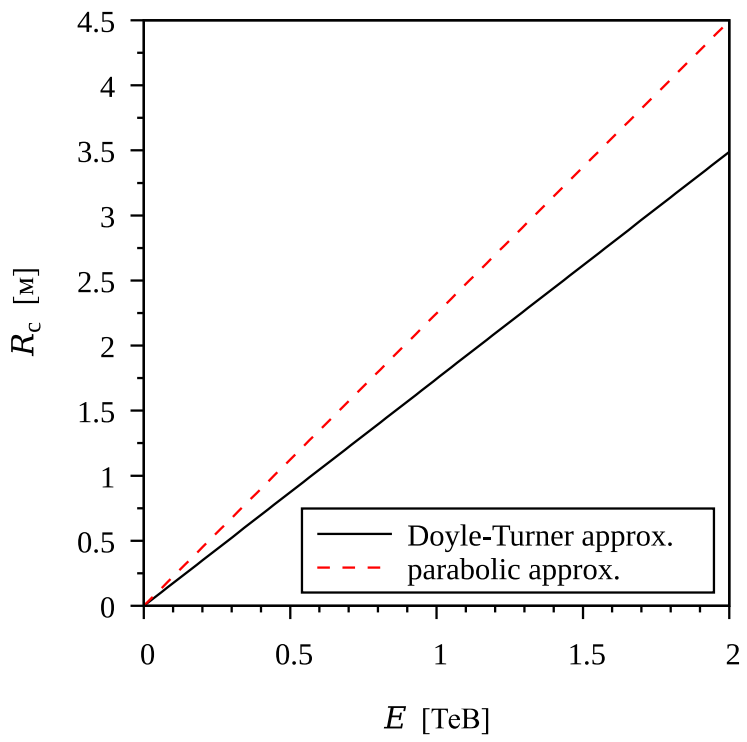


Рис. 3.14. Залежність критичного радіуса вигину кристала від енергії частинок у параболічному наближенні площинного потенціалу та у наближенні Дойля-Тернера.

кристалі кремнію. Моделювання проводилося для частинок з енергією від 10 ГеВ до 10 ТеВ. При моделюванні кристал був орієнтований таким чином, що налітаючі частинки рухалися в зігнутих площинних каналах (110).

Для кожного розглянутого значення енергії частинок проводилося моделювання проходження пучка 10^5 частинок через кристал заданого радіуса вигину R. Початкова кутова розбіжність пучка дорівнювала нулю. Для кожної частинки обчислювалася товщина кристала, при якій частинка виходила з режиму каналювання. Це дало можливість знайти максимальний кут відхилення α_f, при якому задана частка f частинок пучка залишається у підбар'єрному стані і, таким чином, може бути відхилена зігнутим кристалом із заданим R. Після цього радіус вигину кристала змінювався і знову проводилося моделювання. Завдяки цій процедурі вдалося знайти залежність α_f від R. Приклад такої залежності показано на рис. 3.15 для $E = 300$ ГеВ і $f = 0,1$. На цьому рисунку видно чітко визначений максимум при $6 < R/R_c < 7$), що збігається з

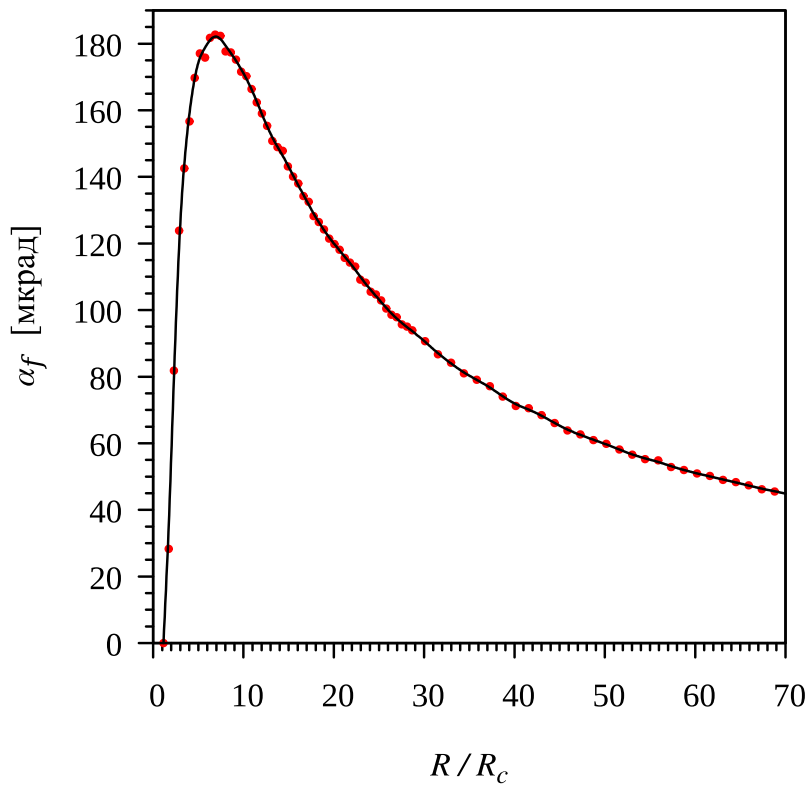


Рис. 3.15. Залежність максимального кута відхилення α_f, при якому задана частка $f = 0.1$ частинок пучка залишається у підбар'єрному стані, від радіуса вигину кристала для E=300 ГеВ.

результатами, отриманими в [8].

Після повторення процедури, описаної в попередньому абзаці, було отримано значення $\max \alpha_f$ і R_{opt} для ряду енергій частинок в діапазоні від 10 ГеВ до 10 ТеВ. Значення $\max \alpha_f$, отримані в результаті моделювання, показані на рис. 3.16 чорними точками для $f = 0,1$. Червона пунктирна крива показує апроксимацію отриманих при моделюванні точок функцією $G(E) = A\left(\frac{E}{1\ \text{ТеВ}}\right)^{\mu}$. Для отриманих результатів моделювання A приблизно дорівнює 165 мкрад і μ приблизно становить $-0,076$. Видно, що апроксимуюча крива дуже точно описує розподіл точок, отриманих за допомогою моделювання. Чорна суцільна крива показує залежність критичного кута площинного каналювання від енергії частинок. Видно, що максимальний кут відхилення, на який можна відхилити 10% частинок пучка негативно заряджених частинок за допомогою площинного каналювання, у багато разів перевищує критичний кут площинного каналювання.

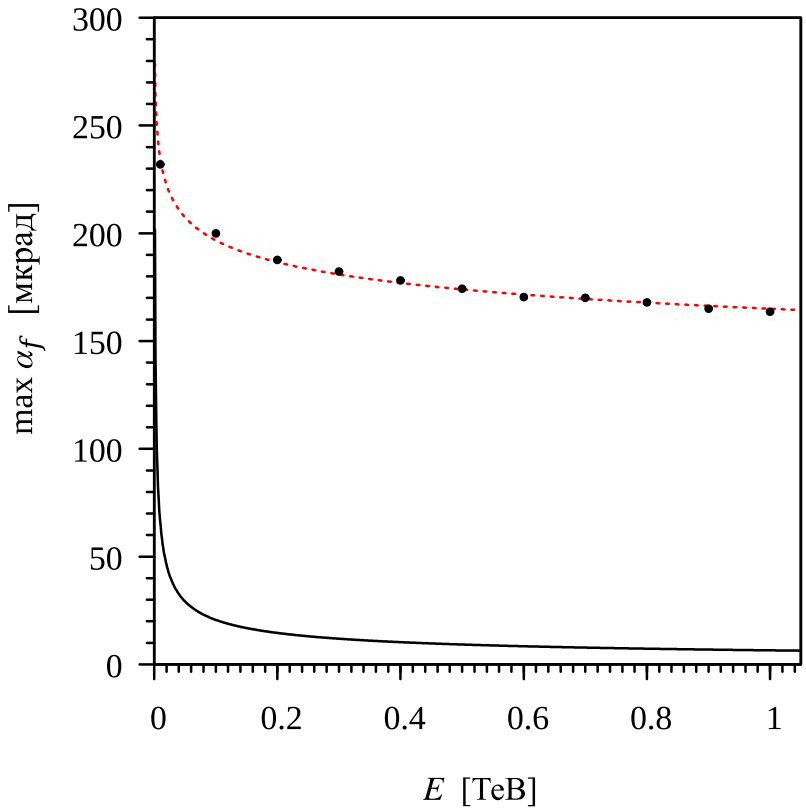


Рис. 3.16. Залежність максимального кута, на який частка $f = 0,1$ частинок пучка може бути відхилена, від енергії частинок. Чорна суцільна крива показує залежність критичного кута площинного каналювання від енергії частинок.

На рис. 3.17 показано залежність відношення оптимального радіуса вигину кристала до критичного радіуса площинного каналювання від енергії частинки при $f = 0,1$. Результати моделювання показані чорними точками, тоді як середнє значення $\langle R_{opt}/R_c \rangle \approx 6,7$ показано пунктирною лінією. Результати моделювання збігаються з аналітичними розрахунками, результати яких показані на рис. 3.12. Видно, що відношення оптимального радіуса вигину кристала до критичного радіуса площинного каналювання не залежить від енергії частинок. Таким чином, робимо висновок, що оптимальний радіус площинного каналювання збільшується лінійно зі збільшенням енергії частинок.

На рис. 3.18 показано залежність $\max \alpha_f$ від енергії частинок для $f = 0,1$ у подвійному логарифмічному масштабі. Як і на рис. 3.16 чорні точки показують результати моделювання, в той час як пунктирна лінія показує апроксимацію цих точок функцією $G(E) = A\left(\frac{E}{1\ \text{TeB}}\right)^{\mu}$ (значення параметрів підгонки вказані вище). Суцільна лінія на малюнку показує залежність крити-

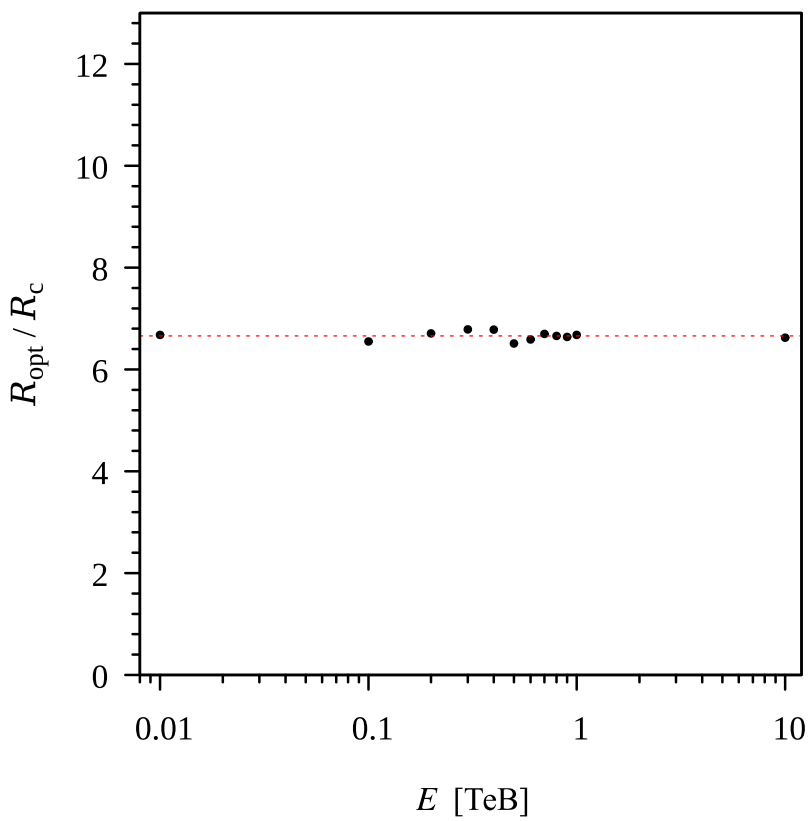


Рис. 3.17. Залежність відношення оптимального радіуса вигину до критичного радіуса площинного каналювання від енергії частинки для $f = 0,1$.

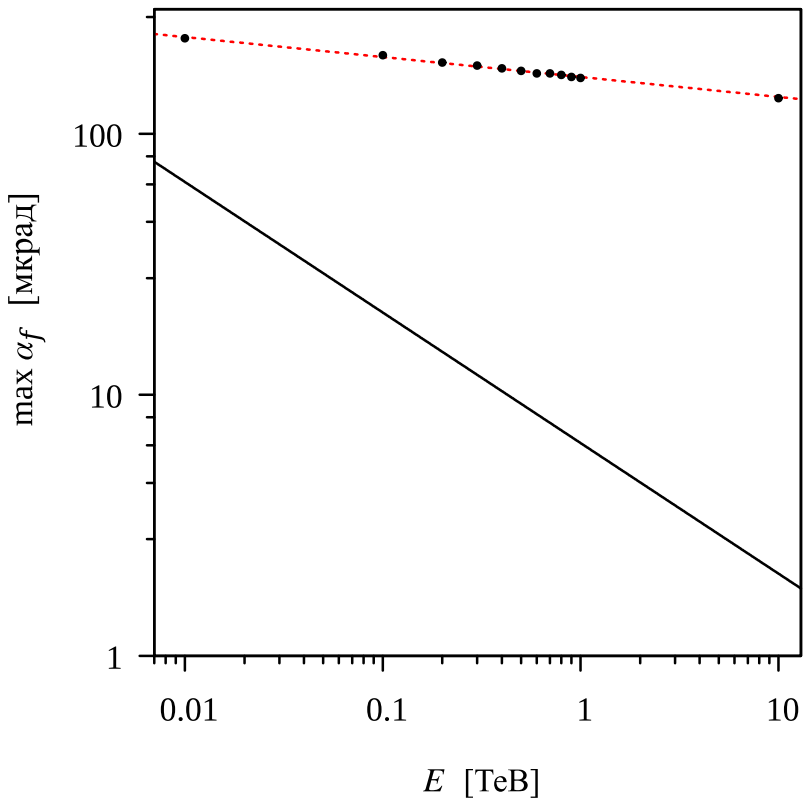


Рис. 3.18. Те ж, що на рис. 3.16, у подвійному логарифмічному масштабі.

чного кута площинного каналювання від енергії частинок. Той факт, що точки, отримані в результаті моделювання в подвійному логарифмічному масштабі, знаходяться на прямій лінії, показує, що $\max \alpha_f$ залежить від енергії частинок відповідно до степеневого закону.

Важливо зазначити, що відповідно до формули (3.34) значення α_f істотно залежить від частки частинок пучка, яка повинна бути відхилена зігнутим кристалом. На рис. 3.19 показано цю залежність для $E = 300$ ГеВ. Результати моделювання зображено крапками, а лінія показує значення критичного кута площинного каналювання. Видно, що зі зменшенням f стрімко зростає $\max \alpha_f$. Однак слід зазначити, що площинне каналювання дає можливість відхилити лише меншу частину пучка негативно заряджених частинок. І чим меншою є ця частина, тим на більший кут її можна відхилити.

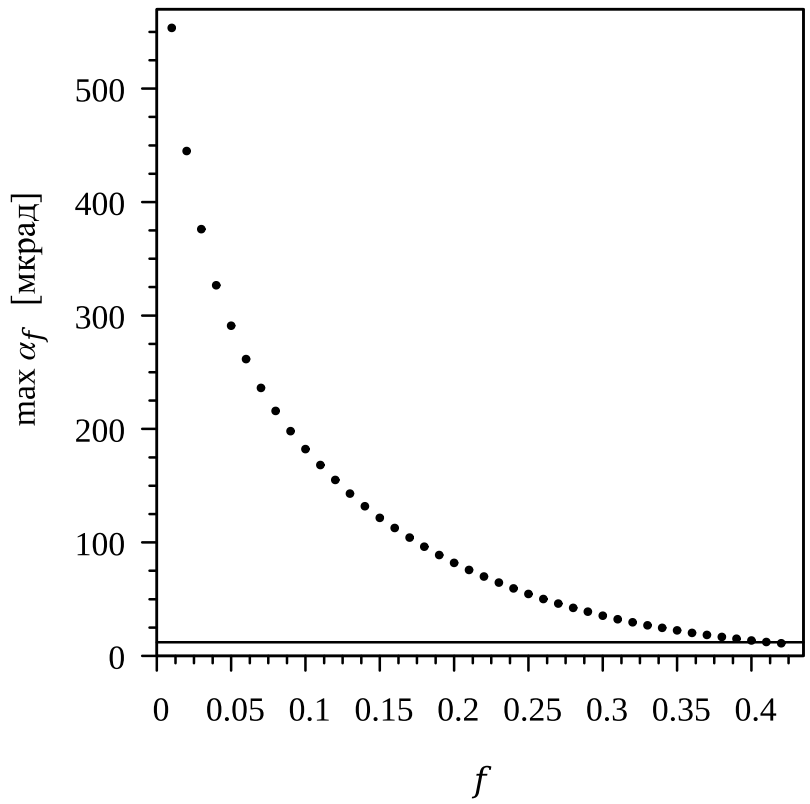


Рис. 3.19. Залежність максимального кута, на який задана частка частинок може бути відхилена зігнутим кристалом від f при $E = 300$ ГеВ. Суцільна лінія показує значення критичного кута площинного каналювання.

3.3. Порівняльний аналіз ефективності відхилення релятивістських негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі при різних орієнтаціях кристала

При розсіюванні у зігнутому кристалі як з площинною, так і з осьовою орієнтацією релятивістські заряджені частинки змінюють напрямок свого руху. Для позитивно заряджених частинок і осьова, і площинна орієнтації кристала дозволяють відхилити значну кількість частинок пучка на кут вигину кристала при вірному підборі товщини кристала та радіуса його вигину. А крім того, осьова орієнтація дозволяє ще й розщеплювати паралельний пучок позитивно заряджених частинок на декілька добре колімованих частин (див. наступний розділ). Ситуація суттєво змінюється при переході від розгляду розсіювання позитивно заряджених частинок у кристалі до розгляду розсіювання негативно заряджених частинок. Різниця полягає у тому, що позитивно заряджені ча-

стинки відштовхуються від позитивно заряджених ядер кристала, а негативно заряджені частинки притягуються до них. Через це механізм розсіювання негативно заряджених релятивістських частинок у кристалі є значно більш чутливим до некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів кристала. Тому площинне каналювання у зігнутому кристалі для негативно заряджених частинок є менш ефективним, ніж для позитивно заряджених. Отже, постає питання про порівняння ефективності відхилення негативно заряджених частинок зігнутим кристалом у випадку площинної орієнтації та у випадку осьової орієнтації. У двох попередніх підрозділах була вирішена задача про пошук оптимальних умов для відхилення релятивістських негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі у осьовій та площинній орієнтаціях відповідно. Було показано існування оптимального радіуса вигину кристала, який відповідає відхиленню заданої кількості частинок на максимальний кут. Проведемо тепер порівняльний аналіз механізмів відхилення негативно заряджених частинок, спираючись на ці результати.

Отже, вище було встановлено, що механізм стохастичного відхилення дає можливість відхилити пучок негативно заряджених частинок на максимальний кут

$$\alpha_{st} = \frac{\psi_m^2}{l/R + \xi R} \approx \frac{2,25\psi_c^2}{l/R + \xi R}. \tag{3.40}$$

Для площинної ж орієнтації кристала було отримано, що механізм площинного каналювання дає можливість відхилити задану долю негативно заряджених частинок пучка на максимальний кут

$$\alpha_{pl} = \frac{\theta_c^2}{2\xi_p^2 R \left(\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{f}{1-\sqrt{\frac{R_c}{R}}}\right)\right)^2} = \frac{U_0\left(1-\frac{R_c}{R}\right)^2}{E\xi_p^2 R \left(\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{f}{1-\sqrt{\frac{R_c}{R}}}\right)\right)^2}. \tag{3.41}$$

З рівнянь (3.40) та (3.41) бачимо, що вирази для максимального кута від-

хилення релятивістських негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі для осьової та площинної орієнтації мають схожий характер. В обох випадках у чисельнику стоїть величина, пропорційна критичному куту каналювання, а похідні цих виразів прямують до нуля при певних значеннях радіуса вигину кристала.

Подальше порівняння проведемо на основі чисельного моделювання проходження релятивістських негативно заряджених частинок через зігнутий кристал у випадку осьової та площинної орієнтації. Для визначеності в якості негативно заряджених частинок розглянемо π^--мезони з кінетичною енергією 100 ГеВ. Рух частинок моделювався у зігнутому кристалі кремнію товщиною 2 мм. Осьовій орієнтації відповідала орієнтація кристала поблизу осі $\langle 110 \rangle$, а площинній – поблизу площини (110). Критичний кут осьового каналювання для вказаних частинок дорівнює приблизно 45,8 мкрад. Числове моделювання полягало у вирішенні двовимірного рівняння руху релятивістських негативно заряджених частинок, які рухаються у потенціалі атомних ланцюжків із урахуванням некогерентного розсіювання частинок на теплових коливаннях атомів кристала та на атомних електронах.

Розглянемо спочатку результати, які були отримані для осьової орієнтації кристала. Ці результати показані на рис. 3.20. Кольори показують кількість частинок, відхилених на заданий кут θ_x при різних значеннях радіуса вигину кристала. Вісь x обрана таким чином, щоб падінні частинок на кристал вона збігалася з вектором кривини кристала. Чорна суцільна лінія показує кут вигину кристала для кожного значення радіуса вигину. На рисунку бачимо, що для великих значень радіуса вигину має місце відхилення майже усіх π^--мезонів на повний кут вигину кристала. При зменшенні радіуса вигину кристала кут відхилення зростає як $1/R$, але зменшення радіуса вигину призводить також до зменшення кількості частинок, які відхиляються на повний кут вигину кристала. Це пов'язано зі збільшенням значення відцентрової сили, яка у випадку зігнутого кристала стоїть у правій частині рівняння руху і є зворотно

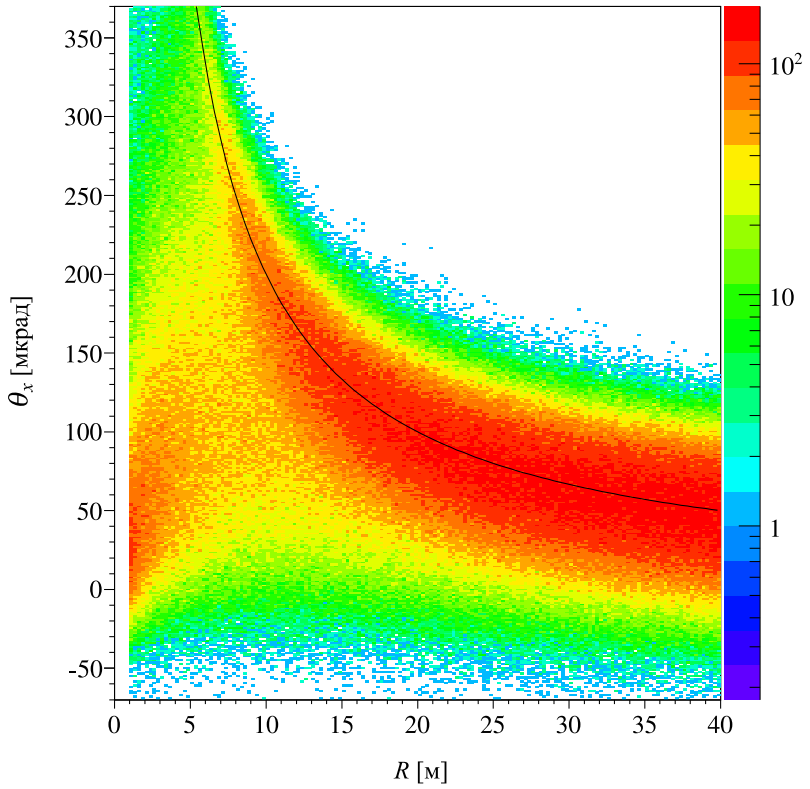


Рис. 3.20. Залежність кількості π^--мезонів з кінетичною енергією 100 ГеВ, відхилених на кут θ_x, від радіуса вигину кристала кремнію товщиною 2 мм для орієнтації кристала вздовж осі $\langle 110 \rangle$ відносно напрямку падіння частинок.

пропорційною до значення радіуса вигину кристала.

Аналогічне моделювання руху π^--мезонів з кінетичною енергією 100 ГеВ було проведено при площинній орієнтації кристала. На рис. 3.21 показані результати цього моделювання. Бачимо, що у порівнянні з випадком стохастичного відхилення (яке відповідає осьовій орієнтації кристала), у випадку площинного каналювання значно менша кількість негативно заряджених частинок відхиляється на повний кут вигину кристала. Це пов'язано з тим, що у стохастичному відхиленні приймають участь надбар'єрні частинки, тоді як при площинному каналюванні частинки мають бути підбар'єрними. Через це площинне каналювання є більш чутливим до некогерентного розсіювання. Через некогерентне розсіювання більшість частинок швидко переходить з підбар'єрного стану до надбар'єрного і виходить з режиму відхилення. Також бачимо, що навіть при малих значеннях радіуса вигину кристала деяка група частинок відхиляється на повний кут вигину, але чим меншим є радіус, тим

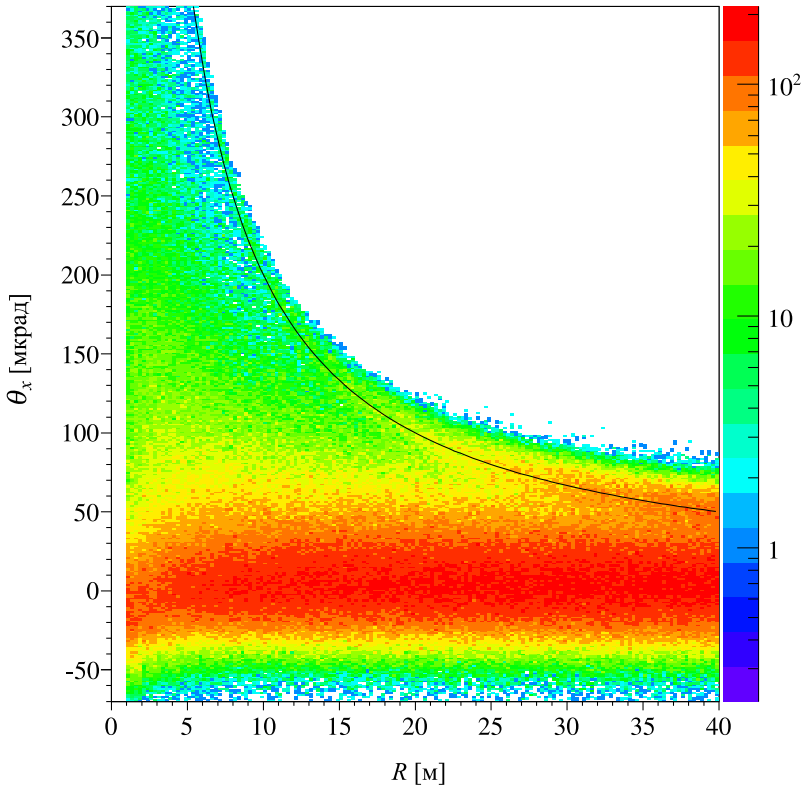


Рис. 3.21. Те ж, що на рис. 3.20 для орієнтації кристала вздовж площини (110) відносно напрямку падіння частинок.

меншою стає кількість таких частинок.

Таким чином, бачимо, що стохастичне відхилення є більш ефективним для відхилення негативно заряджених частинок, ніж площинне каналювання. Обидва механізми дають змогу відхиляти значну кількість негативно заряджених частинок на повний кут вигину кристала, але при осьовій орієнтації кристала доля таких частинок є значно більшою, ніж при площинній орієнтації.

3.4. Аналіз можливості використання зігнутих кристалів для відхилення заряджених частинок в проєкті FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) GSI (Дармштадт, Німеччина)

В рамках проєкту FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) в центрі дослідження важких іонів ім. Гельмгольца (GSI Helmholtzzentrum für Schweri-

onenforschung) наразі розробляється та будується кільце HESR (High Energy Storage Ring) для накопичення антипротонів в діапазоні кінетичних енергій від 0,83 ГеВ до 14 ГеВ. Це відповідає швидкості руху частинок від 84,8 до 99,8% швидкості світла. Ці антипротони будуть використовуватися для майбутнього покоління експериментів, що вивчають сильну взаємодію. На початку роботи HESR основним його користувачем буде експеримент PANDA. Але якщо буде можливе виведення частини пучка з накопичувального кільця, це дозволить паралельно з основним експериментом проводити низку інших, застосовуючи антипротони, виведені з кільця в окремі експериментальні канали. Застосування зігнутих кристалів для відхилення антипротонів може дозволити таке виведення частинок, оскільки існує декілька механізмів відхилення заряджених частинок за допомогою зігнутих кристалів і серед них є такі, що є ефективними для відхилення не тільки позитивно, але й негативно заряджених частинок.

Об'ємне відбиття не дозволяє відхиляти частинки на кути, які б значно перевищували критичний кут площинного каналювання у кристалі. Через це об'ємне відбиття не розглядається на роль механізму, за допомогою якого можна було б вивести антипротони з накопичувального кільця. Натомість, два інші механізми дозволяють відхиляти негативно заряджені частинки на кути, які значно перевищують критичний кут площинного каналювання.

Для порівняння ефективності застосування площинного каналювання та стохастичного відхилення для відхилення високоенергетичних негативно заряджених частинок зігнутим кристалом в умовах, досяжних у проєкті FAIR, було проведено чисельне моделювання руху антипротонів з кінетичною енергією 14 ГеВ в зігнутому кристалі кремнію. Була обрана орієнтація кристала відносно напрямку імпульсу налітаючих частинок уздовж кристалічної осі $\langle 110 \rangle$. Ілюстрація розташування кристалічних атомних ланцюжків при цій орієнтації кристала показана на рис. 3.22. Чорними точками показані атомні ланцюжки у площині, що є ортогональною до осі $\langle 110 \rangle$. Лінії показують границі елементарної комірки. Ця орієнтація для кристала кремнію відповідає найбільш

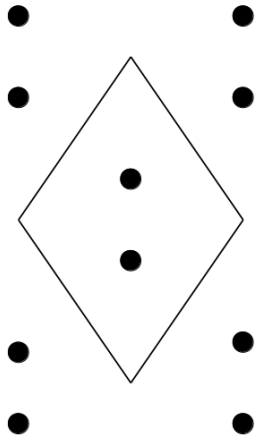


Рис. 3.22. Розташування атомних ланцюжків уздовж осі $\langle 110 \rangle$ кристала кремнію.

високому значенню потенціалу атомних ланцюжків.

При моделюванні, коли частинки падали на кристал під малим кутом до обраної кристалічної осі, мав місце стохастичний режим відхилення. Якщо ж кут між імпульсом налітаючих частинок та віссю $\langle 110 \rangle$ в багато разів перевищував критичний кут осьового каналювання ψ_c, який для вказаної енергії дорівнює 118,8 мкрад, частинки захоплювалися у режим площинного каналювання у площинних каналах (110). У моделюванні для отримання умов, за яких має місце площинне каналювання, кут між імпульсом налітаючих частинок та віссю $\langle 110 \rangle$ брався рівним 2376 мкрад (20 значень критичного кута осьового каналювання).

Залежність кута відхилення антипротонів від радіуса вигину кристала. Перш за все, за допомогою моделювання було отримано залежність кута відхилення частинок від радіуса вигину кристала для площинного каналювання. Як було показано у попередніх підрозділах цього розділу, цей кут залежить від долі частинок, яку необхідно відхилити зігнутим кристалом. Для різних значень радіуса вигину кристала від 2 см до 0,5 м моделювалося проходження п'ятдесяти тисяч антипротонів з кінетичною енергією 14 ГеВ через зігнутий кристал. Для кожної з частинок визначалася товщина кристала, на якій частинка виходила з режиму площинного каналювання, переходячи у надбар'єрний стан. Для того, щоб отримати кут відхилення частинки, цю

товщину кристала необхідно поділити на радіус вигину кристала.

На рис. 3.23 показана залежність максимального кута відхилення антипротонів з кінетичною енергією 14 ГеВ при площинному каналюванні від радіуса вигину кристала. Суцільною кривою показано випадок, коли відхиляється 5% частинок пучка, штриховою – 10%, штрихпунктирною – 15%, пунктирною – 20%. Штриховою горизонтальною лінією показане значення критичного кута осьового каналювання. Бачимо, що площинне каналювання дозволяє відхилити малу частину пучка на кут, який в декілька разів перевищує критичний кут осьового каналювання. В той же час при збільшенні долі частинок, яку необхідно відхилити, максимальний кут відхилення швидко зменшується і вже для долі в 20% частинок цей кут є меншим за критичний кут осьового каналювання.

Аналогічно було отримано залежність кута відхилення частинок від радіуса вигину кристала для стохастичного відхилення. В даному випадку радіус вигину кристала змінювався від 10 см до 3 м, а критерієм виходу з режиму відхилення було перевищення кутом між імпульсом частинки та віссю кристала значення в $1{,}5\psi_c$.

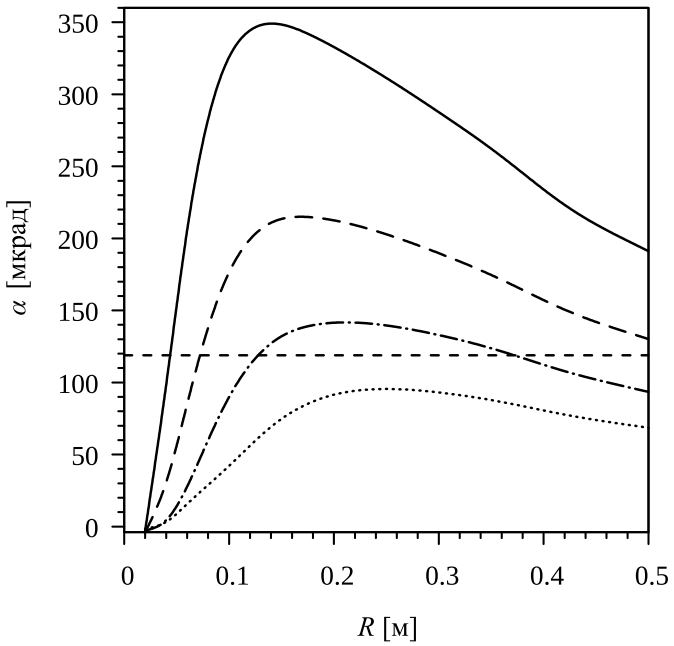


Рис. 3.23. Залежність кута відхилення антипротонів з кінетичною енергією 14 ГеВ при площинному каналюванні від радіуса вигину кристала.

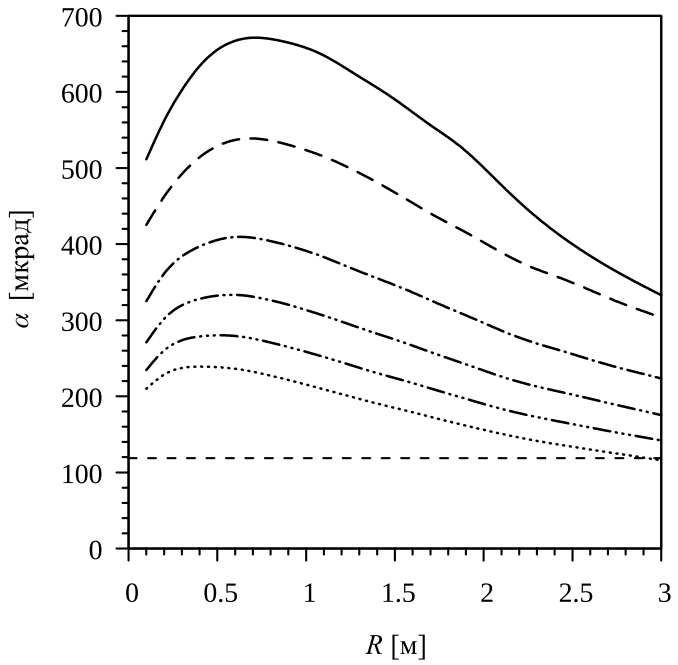


Рис. 3.24. Залежність кута відхилення антипротонів з кінетичною енергією 14 ГеВ при стохастичному відхиленні від радіуса вигину кристала.

Результати моделювання показані на рис. 3.24. Суцільною кривою показаний випадок, коли відхиляється 5% частинок пучка, штриховою – 10%, штрихпунктирною – 20%, штрихпунктирною з двома точками – 30%, штрихпунктирною з трьома точками – 40%, пунктирною – 50%. Штриховою горизонтальною лінією показане значення критичного кута осьового каналювання. Бачимо, що для однакової долі відхилених частинок стохастичний механізм дає більші кути відхилення, ніж площинне каналювання. Крім того, навіть для долі в половину частинок пучка кут відхилення перевищує критичний кут осьового каналювання.

Врахування впливу початкової кутової розбіжності пучка. Дослідимо тепер більш детально обидва механізми відхилення в оптимальних для кожного з них умовах. Для визначеності будемо розглядати оптимальні умови для відхилення 10% частинок пучка. Для площинного каналювання в цьому випадку оптимальний радіус вигину складає 15,9 см, а кут відхилення складає 212 мкрад. Це відповідає товщині кристала 33,7 мкм.

На рис. 3.25 показані кутові розподіли антипротонів при площинному каналюванні при оптимальних параметрах кристала, зазначених вище. Ліворуч

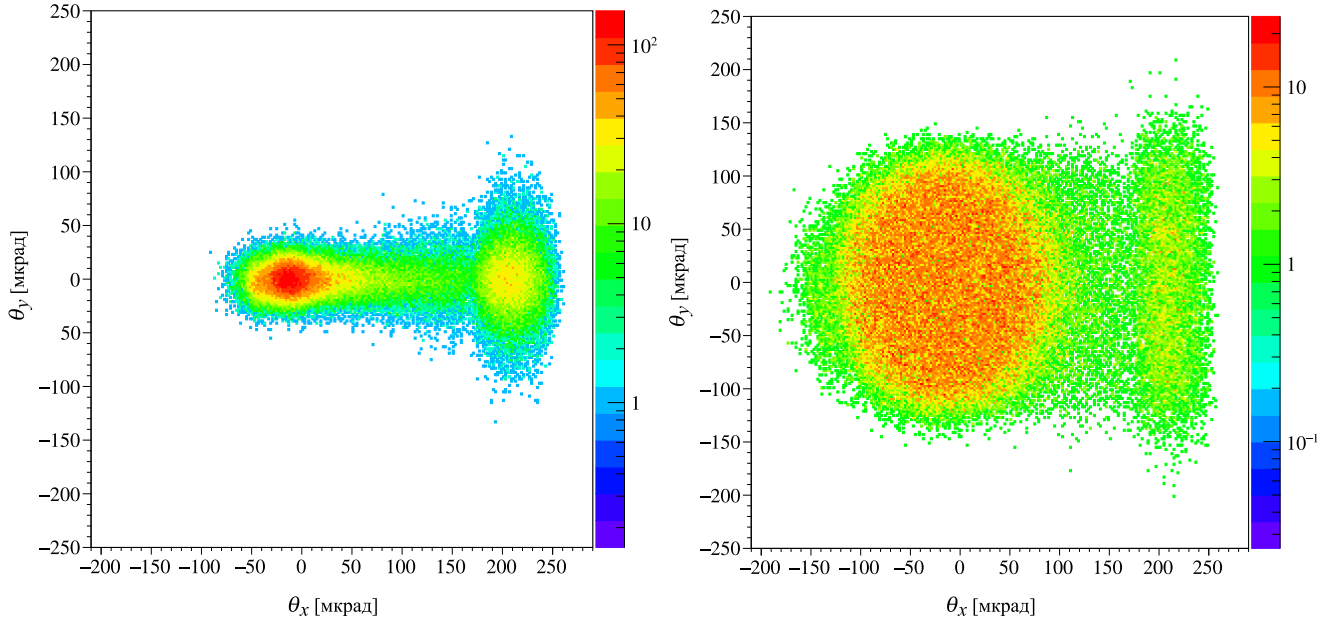


Рис. 3.25. Кутові розподіли антипротонів при площинному каналюванні при оптимальних параметрах кристала.

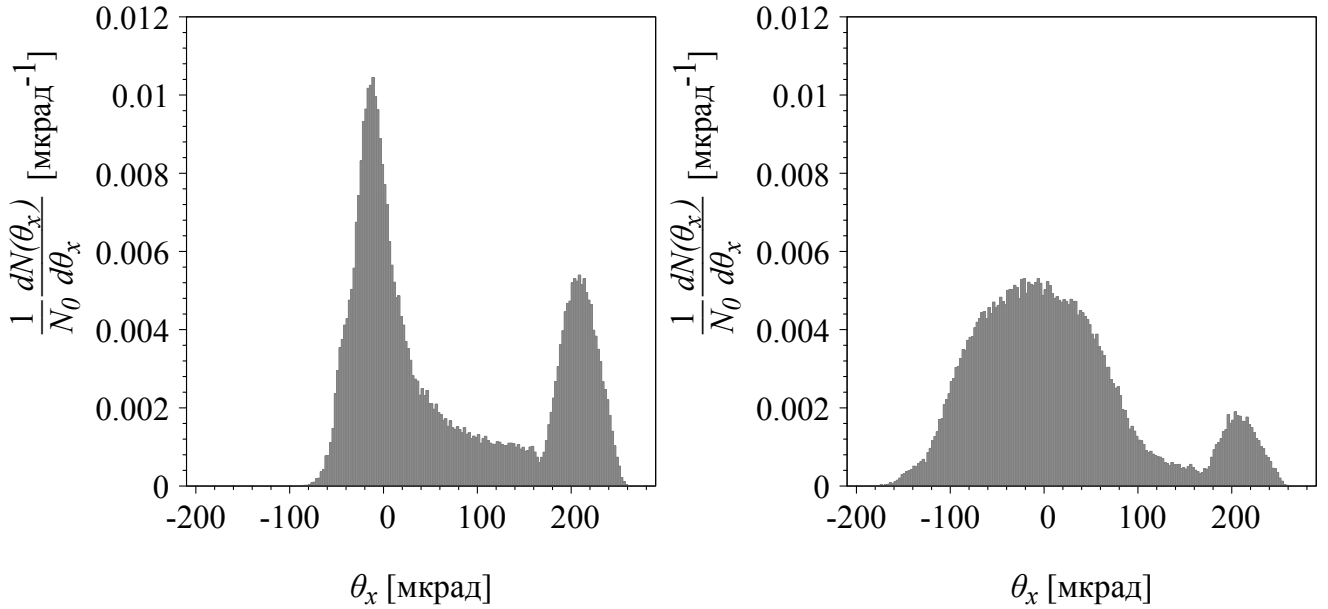


Рис. 3.26. Густина кутових розподілів антипротонів, показаних на рис. 3.25, уздовж осі θ_x.

показано випадок пучка без кутової розбіжності, а праворуч – з розбіжністю в $2\psi_c$. На рис. 3.26 показана густина кутових розподілів, показаних на рис. 3.25. На рисунках бачимо, що відхилена частина частинок пучка є добре колімованою і відхиляється на кут, який приблизно вдвічі перевищує ψ_c. Але при збільшенні кутової розбіжності пучка доля відхилених частинок суттєво зменшується. Це пов'язано з тим, що частинки з великим значенням кута між кристалічною

площиною та початковим імпульсом частинки є надбар'єрними по відношенню до площинного каналу і не захоплюються в режим каналювання.

Аналогічні кутові розподіли, а також густину цих розподілів уздовж осі θ_x, було отримано для випадку стохастичного відхилення антипротонів. Вони показані на рисунках 3.27 та 3.28 відповідно. При цьому з рис. 3.24 бачимо, що при f=0,1 оптимальний радіус вигину кристала дорівнює 65 см, а максимальний кут відхилення складає 540 мкрад. Це відповідає товщині кристала 351 мкм. При цих параметрах і проводилося моделювання.

На рисунках 3.27 та 3.28 бачимо, що кутові розподіли у випадку стохастичного відхилення сильно відрізняються від розподілів при площинному каналюванні. Це пов'язано з явищем донат-розсіювання частинок [69]. Також бачимо, що при збільшенні кутової розбіжності пучка доля відхилених частинок зменшується не так суттєво, як у випадку площинного каналювання.

Застосуємо тепер метод визначення оптимальних умов відхилення до відхилення антипротонів з кінетичною енергією 1 ГеВ та 10 ГеВ. Числове моделювання проводилося для осьової орієнтації $\langle 110 \rangle$ кристала кремнію у випадку стохастичного відхилення та площинної орієнтації (110) кристала

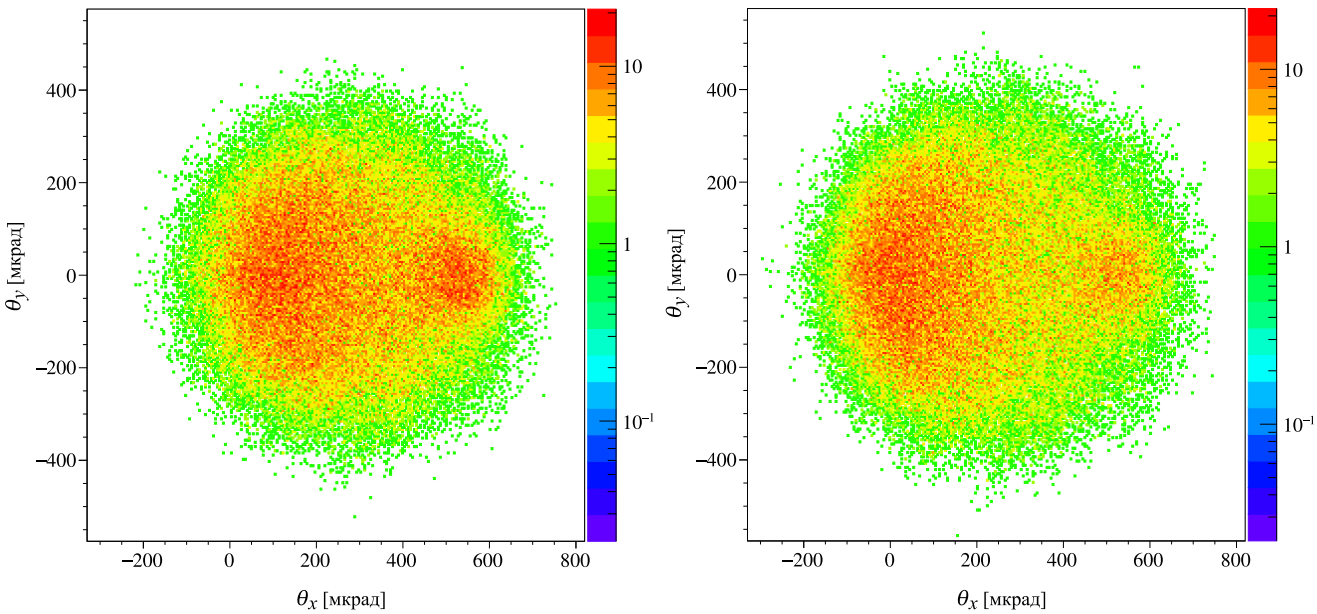


Рис. 3.27. Кутові розподіли антипротонів при стохастичному відхиленні при оптимальних параметрах кристала.

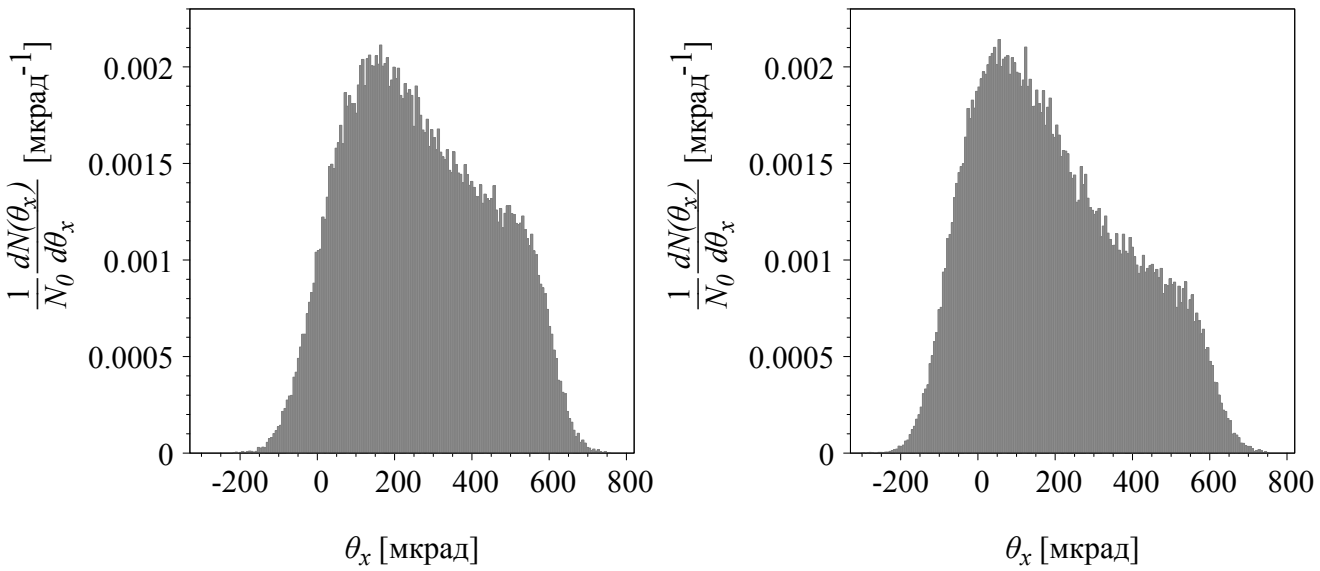


Рис. 3.28. Густина кутових розподілів антипротонів, показаних на рис. 3.27, уздовж осі θ_x.

кремнію у випадку площинного каналювання. Кремній був обраний через те, що наразі в ЦЕРН експерименти з відхилення заряджених частинок за допомогою зігнутих кристалів проводяться саме із застосуванням зігнутих кристалів кремнію. Цей матеріал має менше дефектів, ніж вольфрам, та є набагато дешевшим, ніж германій. Орієнтації $\langle 110 \rangle$ та (110) були обрані через те, що вони дозволяють отримати найсильніші градієнти електричного поля атомних ланцюжків та площин відповідно. Характерним кутом в експериментах з відхилення заряджених частинок за допомогою зігнутих кристалів є критичний кут осьового каналювання. Для осьової орієнтації $\langle 110 \rangle$ критичний кут осьового каналювання антипротонів з кінетичною енергією 10 ГеВ дорівнює приблизно 139 мкрад, а для антипротонів з кінетичною енергією 1 ГеВ $\psi_c \approx 376$ мкрад.

На рис. 3.29 показана залежність кута, на який можна відхилити задану частину пучка антипротонів з кінетичною енергією 10 ГеВ за допомогою a) площинного каналювання, b) стохастичного відхилення. Числове моделювання проводилося шляхом вирішення двовимірного рівняння руху для 5×10^4 антипротонів, які рухалися у потенціалі атомних ланцюжків. Початкова кутова розбіжність пучка дорівнювала нулю. При площинному каналюванні (рис. 3.29a) суцільна товста лінія відповідає частині пучка $f = 0,02$, штрихова –

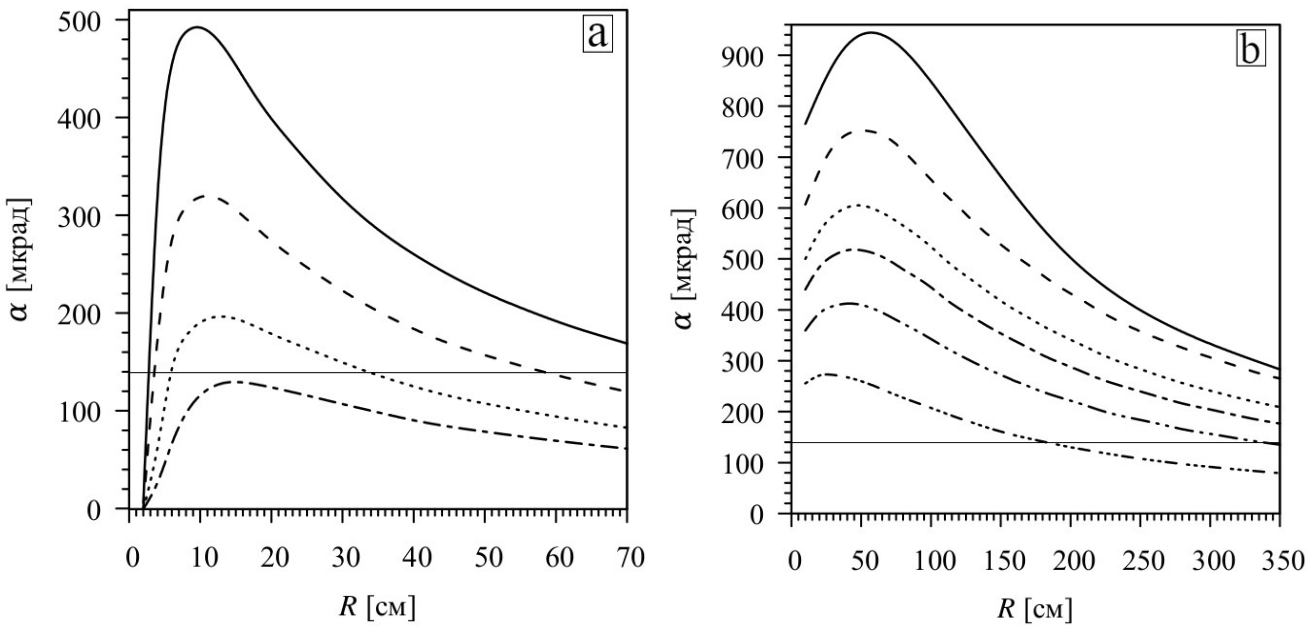


Рис. 3.29. Залежність кута, на який можна відхилити задану частину пучка антипротонів з кінетичною енергією 10 ГеВ за допомогою площинного каналювання (a) та стохастичного відхилення (b).

$f = 0,05$, пунктирна – $f = 0,1$, а штрихпунктирна – $f = 0,15$. При стохастичному відхиленні (рис. 3.29b) суцільна товста лінія відповідає частині пучка $f = 0,02$, штрихова – $f = 0,05$, пунктирна – $f = 0,1$, штрихпунктирна – $f = 0,15$, штрихпунктирна з двома точками – $f = 0,25$, а штрихпунктирна з трьома точками – $f = 0,5$. Тонка суцільна горизонтальна лінія показує значення критичного кута осьового каналювання.

Результати моделювання, представлені на рис. 3.29 показали, що обидва механізми дозволяють відхиляти певну частину частинок пучка на кут, який перевищує критичний кут осьового каналювання, і для обох механізмів існує оптимальний радіус вигину кристала. Водночас, при площинному каналюванні на кут, що перевищує ψ_c, можна відхилити лише менше, ніж 15% частинок пучка. Стохастичний механізм при тих же умовах дозволяє відхиляти навіть половину пучка антипротонів при однократному проходженні через зігнутий кристал. А кути відхилення при стохастичному механізмі відхилення частинок приблизно вдвічі перевищують ті, які можна отримати при площинному каналюванні.

У попередніх підрозділах було показано, що при зменшенні кінетичної енергії частинок кути їх відхилення зростають. Розглянемо результати моделювання відхилення антипротонів з кінетичною енергією 1 ГеВ. На рис. 3.30 показана залежність кута, на який можна відхилити задану частину пучка антипротонів з кінетичною енергією 1 ГеВ за допомогою a) площинного каналювання, b) стохастичного відхилення. При площинному каналюванні (рис. 3.29a) суцільна товста лінія відповідає частині пучка $f = 0,02$, штрихова – $f = 0,05$, а пунктирна – $f = 0,1$. При стохастичному відхиленні (рис. 3.29b) суцільна товста лінія відповідає частині пучка $f = 0,02$, штрихова – $f = 0,05$, пунктирна – $f = 0,1$, штрихпунктирна – $f = 0,25$, а штрихпунктирна з двома точками – $f = 0,5$. Тонка суцільна горизонтальна лінія показує значення критичного кута осьового каналювання.

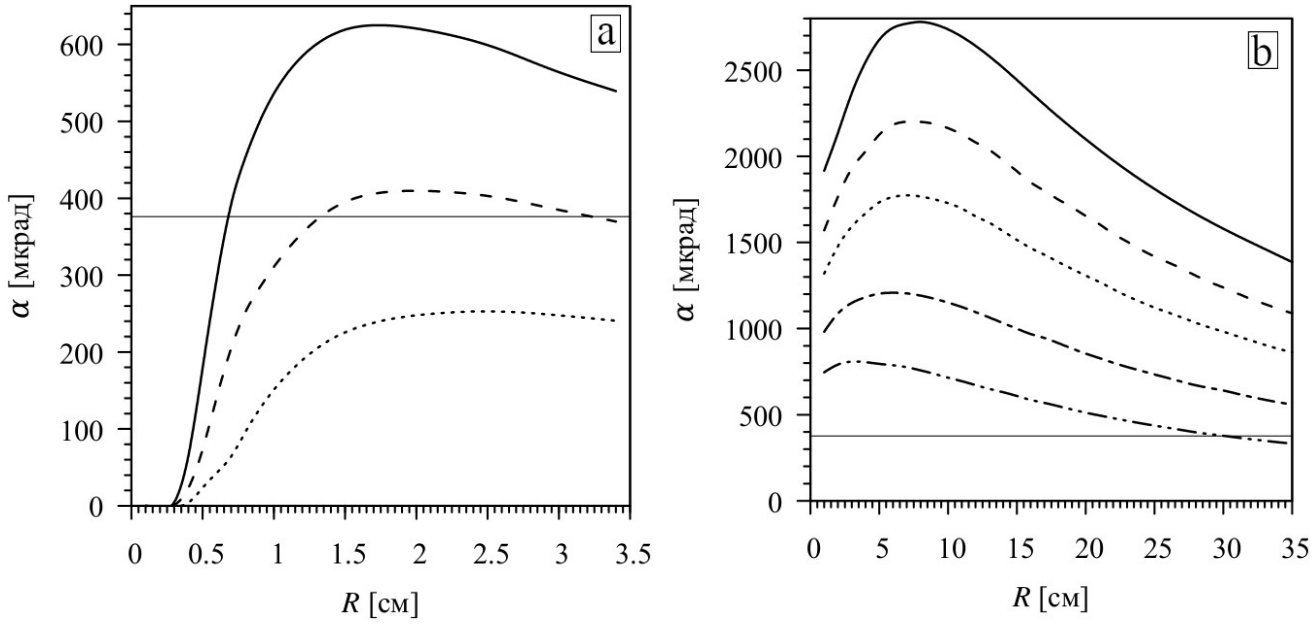


Рис. 3.30. Залежність кута, на який можна відхилити задану частину пучка антипротонів з кінетичною енергією 1 ГеВ за допомогою площинного каналювання (a) та стохастичного відхилення (b).

Результати моделювання, представлені на рис. 3.30, показали, що значення кута відхилення при зменшенні кінетичної енергії антипротонів до 1 ГеВ насправді зросло. Проте варто зазначити, що зростання значення критичного кута осьового каналювання є швидшим за зростання кута відхилення при

площинному каналюванні. На кут, що перевищує ψ_c, можна відхилити лише 5% частинок пучка, а не 15%, як у випадку кінетичної енергії антипротонів 10 ГеВ. Таким чином, цей механізм втрачає свою ефективність при зменшенні енергії. Це пов'язано з тим, що при зменшенні енергії зростає інтенсивність некогерентного розсіювання та теплових коливаннях атомів кристала. При цьому стохастичний механізм відхилення при $E = 1$ ГеВ залишається таким же ефективним, як і при кінетичній енергії антипротонів 10 ГеВ. Кути відхилення при стохастичному механізмі відхилення антипротонів з кінетичною енергією 1 ГеВ більше ніж в чотири рази перевищують ті, які можна отримати при площинному каналюванні.

Таким чином порівняльний аналіз показав, що оптимальною орієнтацією зігнутого кристала для отримання найбільш ефективного відхилення високоенергетичних антипротонів є осьова орієнтація. Щодо радіуса вигину кристала, то отримані результати показали, що для кінетичної енергії антипротонів 10 ГеВ оптимальний радіус вигину кристала становить близько 50 см, а для $E = 1$ ГеВ $R_{opt} \approx 6$ см. Таким чином при енергіях, досяжних в рамках проєкту FAIR залежність R_{opt} від E близька до лінійної. Крім того, точне значення R_{opt} залежить від вибору значення f, але зі зростанням f значення R_{opt} зменшується доволі повільно (див. рис. 3.29b та рис. 3.30b).

За допомогою чисельного моделювання були знайдені кутові розподіли антипротонів після проходження зігнутого кристала в оптимальних для відхилення умовах, які були знайдені вище (осьова орієнтація кристала, $R_{opt} \approx 50$ см при $E = 10$ ГеВ та $R_{opt} \approx 6$ см при $E = 1$ ГеВ). Густина цих кутових розподілів уздовж осі θ_x для антипротонів з кінетичною енергією 10 ГеВ і 1 ГеВ показана на рис. 3.31. Вісь x обрана таким чином, щоб вона лежала у площині вигину кристала, а при вльоті частинок у кристал збігалася з вектором кривини кристала. Таким чином, кут θ_x збігається з кутом відхилення частинок. На рис. 3.31 для $E = 10$ ГеВ суцільна крива відповідає товщині кристала $L = 500$ мкм, штрихова крива – $L = 350$ мкм, пунктирна крива – $L = 250$ мкм.

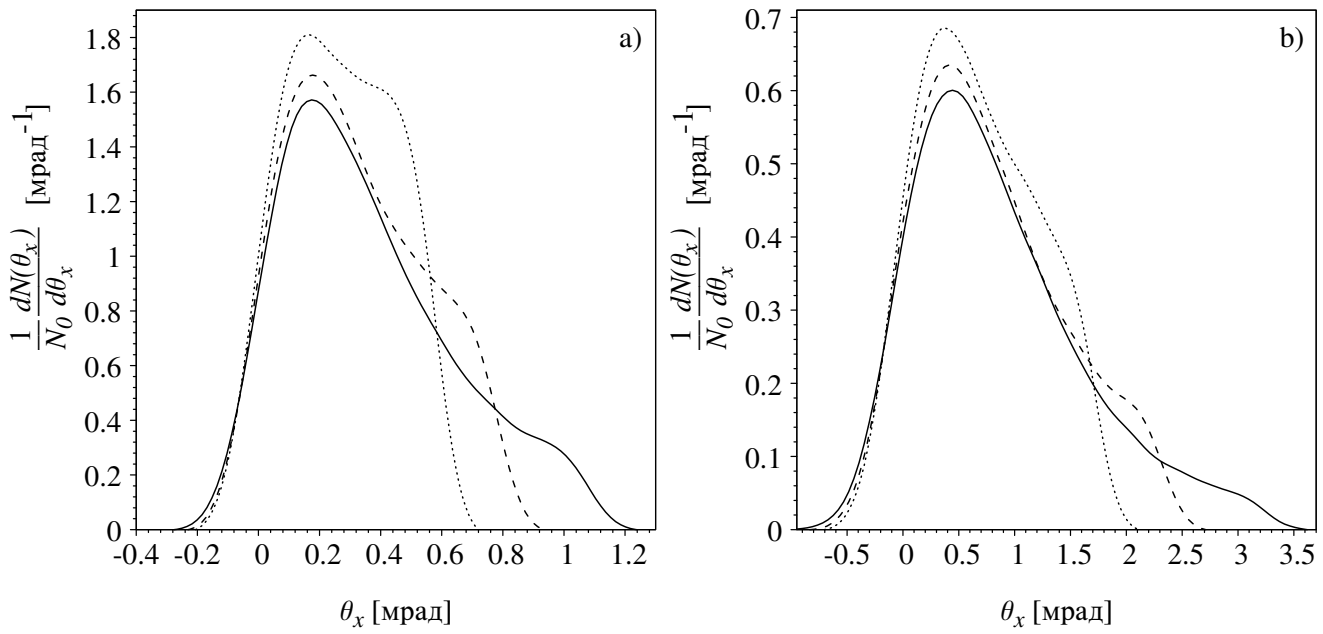


Рис. 3.31. Густина кутових розподілів антипротонів після проходження через зігнутий кристал в оптимальних для відхилення умовах. a) $E = 10$ ГеВ, b) $E = 1$ ГеВ.

Для $E = 1$ ГеВ суцільна крива відповідає товщині кристала $L = 180$ мкм, штрихова крива – $L = 126$ мкм, пунктирна крива – $L = 90$ мкм.

Таким чином бачимо, що в діапазоні кінетичних енергій антипротонів від 1 ГеВ до 10 ГеВ стохастичний механізм відхилення дозволяє відхилити значну долю частинок пучка на кути, які суттєво перевищують критичний кут осьового каналювання.

Висновки до розділу 3

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [4, 7, 8, 10, 11, 15, 21, 24, 26, 28–30, 34]. Серед основних результатів в якості висновків можна виділити наступні:

- Узагальнено теоретичний опис стохастичного механізму відхилення на випадок руху частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання. В моделі потенціалу атомного ланцюжка $U_{st}(\rho) = U_0 \left(\frac{a}{\rho}\right)^2$ отримано вираз для максимального кута відхилення релятивістських заряджених

частинок при стохастичному відхиленні α_{st}. Для негативно заряджених частинок показано існування оптимального радіуса вигину кристала, якій відповідає максимуму α_{st}, і знайдено його вираз. Цей результат є важливим з огляду на те, що він дає змогу обрати оптимальні параметри зігнутого кристала для отримання найбільш ефективного відхилення негативно заряджених частинок за допомогою стохастичного механізму відхилення.

- Запропоновано метод знаходження оптимальних умов для ефективного відхилення негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі.

- За допомогою чисельного моделювання в реалістичному наближенні потенціалу атомних ланцюжків в моделі Дойля-Тернера знайдено залежність оптимального радіуса вигину кристала при стохастичному відхиленні частинок та максимального кута, на який відхиляється задана частка частинок пучка за допомогою стохастичного відхилення, від енергії частинок в широкому діапазоні кінетичних енергій частинок від 100 ГеВ до 1,3 ТеВ. Показано, що як в результаті аналітичних розрахунків в моделі потенціалу атомного ланцюжка $U_{st}(\rho) = U_0 \left(\frac{a}{\rho}\right)^2$, так і в реалістичному наближенні потенціалу атомних ланцюжків в моделі Дойля-Тернера відношення вказаного кута до критичного кута осьового каналювання зростає при зростанні енергії частинок як $E^{1/4}$, а оптимальний радіус вигину кристала залежить від енергії як $E^{5/4}$.

- Узагальнено теоретичний опис площинного каналювання негативно заряджених частинок на випадок руху частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання. В моделі параболічного потенціалу кристалічних атомних площин отримано вираз для долі частинок, які залишаються в підбар'єрному стані на заданій товщині кристала. Цей вираз дозволив знайти залежність довжини деканалювання в зігнутому кристалі та залежність максимального кута відхилення заданої частини частинок пучка f при площинному каналюванні α_f. Для негативно заряджених частинок показано існування оптимального радіуса вигину кристала, якій відповідає максимуму α_f. Цей результат є важливим з огляду на те, що він дає змогу

обрати оптимальні параметри зігнутого кристала для отримання найбільш ефективного відхилення негативно заряджених частинок за допомогою площинного каналювання у зігнутому кристалі. Показано, що в рамках моделі параболічного потенціалу кристалічних атомних площин відношення оптимального радіуса вигину кристала до критичного радіуса площинного каналювання не залежить від енергії частинок. Знайдено залежність вказаного відношення від f.

- За допомогою чисельного моделювання в реалістичному наближенні потенціалу атомних ланцюжків в моделі Дойля-Тернера знайдено залежність максимального кута відхилення заданої частини частинок пучка при площинному каналюванні від енергії частинок в широкому діапазоні енергій від 10 ГеВ до 10 ТеВ. Показано, що $\max \alpha_f$ залежить від енергії частинок відповідно до степеневого закону і зменшується при зростанні енергії частинок повільніше, ніж критичний кут площинного каналювання θ_c, а при $f = 0,1$ значення $\max \alpha_f$ у багато разів перевищує θ_c. Підтверджено, що і в реалістичному потенціалі атомних площин відношення оптимального радіуса вигину кристала до критичного радіуса площинного каналювання не залежить від енергії частинок.

- Проведено порівняльний аналіз ефективності площинного каналювання негативно заряджених релятивістських частинок у зігнутому кристалі та їх стохастичного відхилення. Показано, що обидва механізми дають змогу відхиляти значну кількість негативно заряджених частинок на повний кут вигину кристала, але при осьовій орієнтації кристала доля таких частинок є значно більшою, ніж при площинній орієнтації, тому стохастичне відхилення є більш ефективним для відхилення негативно заряджених частинок, ніж площинне каналювання. Крім того, показано, що обидва механізми можуть бути використані для відхилення пучка антипротонів в рамках проєкту FAIR. При цьому стохастичний механізм відхилення дозволяє відхиляти задану частину частинок пучка на значно більші кути, ніж площинне каналювання.

РОЗДІЛ 4

ЗМІНА ФОРМИ ПУЧКІВ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК ПРИ ЇХ ПРОХОДЖЕННІ ЧЕРЕЗ ЗІГНУТИЙ КРИСТАЛ. ОРІЄНТАЦІЙНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ЕФЕКТИВНОСТІ СТОХАСТИЧНОГО ВІДХИЛЕННЯ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК

Стохастичний механізм відхилення заряджених частинок, який було передбачено в [271] і експериментально підтверджено в [285] для позитивно та в [286] для негативно заряджених частинок, дозволяє відхиляти як позитивно, так і негативно заряджені частинки на кути набагато більші, ніж критичний кут осьового каналювання. Для позитивно заряджених частинок некогерентне розсіювання, розглянуте в попередньому розділі дисертації, майже не впливає на ефективність стохастичного механізму відхилення, оскільки частинки є надбар'єрними, а сили відштовхування від позитивно заряджених ядер атомів не дозволяють їм підходити близько до атомних ланцюжків. Отже, для того, щоб отримати значення кута α_{st}, на який позитивно заряджені частинки можна відхилити за допомогою стохастичного механізму відхилення, можна скористатися формулою, отриманою в [289]:

$$\alpha_{st} = \frac{2R\psi_c^2}{l_0}, \tag{4.1}$$

де R – це радіус вигину кристала, $l_0 = 4/(\pi^2 n d R_a \psi_c)$, n – це концентрація атомів у кристалі, d – це відстань між сусідніми атомами в атомному ланцюжку, паралельному кристалічній осі[1], поблизу якої частинка рухається у кристалі, а R_a – це радіус екранування заряду атомного ядра.

Постає питання, як зміниться форма пучка заряджених частинок, якщо

[1] Цю вісь далі будемо позначати віссю z.

вони влітають в орієнтований кристал паралельно кристалічній осі, але кут вигину кристала перевищує кут α_{st}. Саме така ситуація буде розглянута в цьому розділі. Крім того, в цьому розділі проведено аналіз ефективності стохастичного механізму відхилення заряджених частинок від вибору площини вигину кристала.

4.1. Розщеплення пучка заряджених частинок на декілька частин за допомогою зігнутого кристала

Перші експерименти [277, 357] по перевірці можливості відхилення заряджених частинок за допомогою зігнутого кристала з осьовою орієнтацією відносно напрямку падіння релятивістських заряджених частинок були невдалими. В цих експериментах кут вигину кристала значно перевищував кут, на який позитивно заряджені частинки можна відхилити за допомогою стохастичного механізму відхилення, тобто в експериментах замість умови $\alpha < \alpha_{st}$ була реалізована ситуація, коли $\alpha \gg \alpha_{st}$. Натомість, ці експерименти показали сильне захоплення позитивно заряджених частинок у нахилені (по відношенню як до площини вигину (x, z), так і до площини[2] (y, z)) площинні канали. Для кращого розуміння терміну «нахилені площини» на рис. 4.1 представлено найбільш глибокі площинні канали, в яких лежить вісь $\langle 111 \rangle$ кристала кремнію. Це площинні канали типу (110) та (211). Нехай горизонтальна площина $(\bar{1}\bar{1}2)$ буде площиною вигину кристала. Ортогональна до неї площина, в нашому випадку це площина $(1\bar{1}0)$, має найбільше викривлення, тобто найменший радіус вигину. Інші ж площини, в яких лежить обрана кристалічна вісь та відмінні від горизонтальної та вертикальної, зазвичай називаються нахиленими площинами. Якщо позначити радіус вигину кристала, а значить і вертикальної площини $(1\bar{1}0)$, як R, то радіус вигину нахиленої площини становить $R/|\sin(\varphi_{pl})|$, де φ_{pl} – це кут між нахиленою площиною та горизонтальною площиною.

[2] Осі x, y та z вважаємо ортогональними одна до одної.

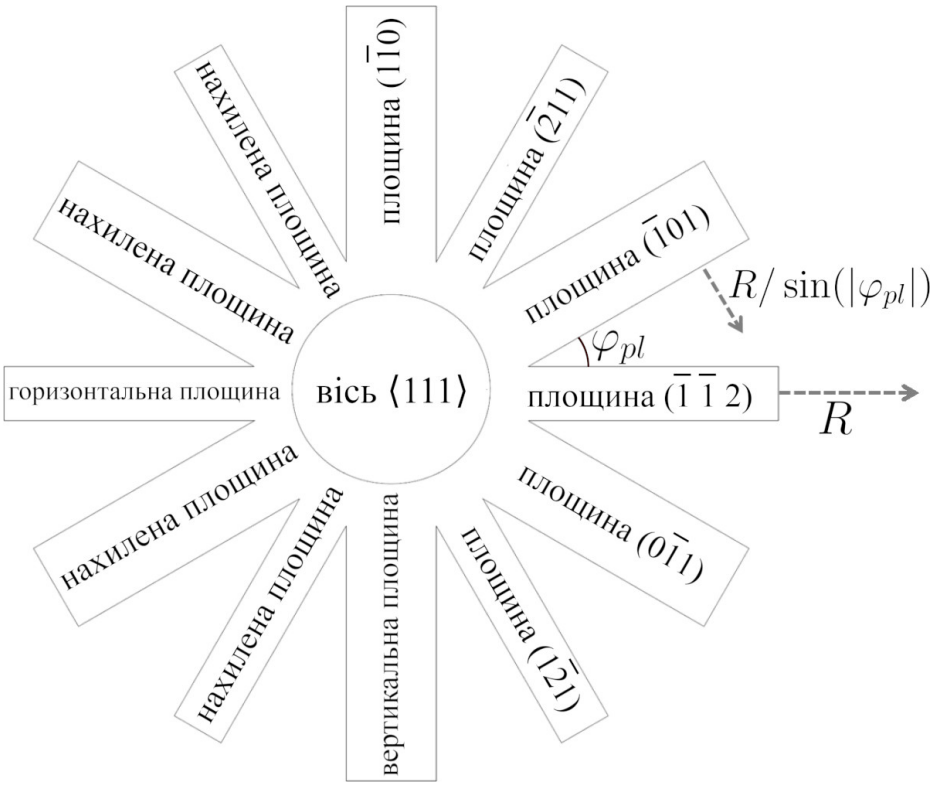


Рис. 4.1. Схематичне зображення основних кристалічних площин, в яких лежить вісь $\langle 111 \rangle$ кристала кремнію. R – це радіус вигину як осі $\langle 111 \rangle$, так і вертикальної площини $(1\bar{1}0)$, тоді як $R/\sin(|\varphi_{pl}|)$ – це радіус вигину нахилених площин, а φ_{pl} – це кут між нахиленою площиною та горизонтальною площиною $(\bar{1}\bar{1}2)$.

Пізніше в ЦЕРН були проведені експерименти, які підтвердили можливість стохастичного відхилення як позитивно [285], так і негативно [286] заряджених частинок. В цих експериментах кут вигину кристала був меншим за кут α_{st} з рівняння 4.1. Виконання цієї умови стало можливим завдяки появі нового покоління зігнутих кристалів [358, 359], досить тонких для ефективного відхилення релятивістських заряджених частинок на кут вигину кристала.

Зокрема, у роботі [285] більша частина позитивно заряджених частинок при відхиленні рухалася поблизу зігнутої кристалічної осі, а інші частинки виходили з режиму стохастичного відхилення та переходили до площинного каналювання в нахилених кристалічних площинах. Загальна ефективність відхилення становила 90% та була досягнута як за допомогою стохастичного відхилення, так і завдяки відхиленню частинок, які захоплювалися в площинні канали. Такого високого значення ефективності відхилення раніше ніколи не

вдавалося отримати завдяки площинному каналюванню. Отже, стохастичне відхилення разом із відхиленням частинок, які переходять в режим площинного каналювання у нахилених площинних каналах, може бути корисним інструментом для керування пучками заряджених частинок у прискорювачах.

Розглянемо тепер різницю між відхиленням частинок у випадку, коли $\alpha < \alpha_{st}$, та у випадку, коли $\alpha \gg \alpha_{st}$. Таким чином, далі розглянемо рух релятивістської зарядженої частинки в тонкому зігнутому кристалі поблизу однієї з головних кристалографічних осей. Для визначеності, нехай це буде вісь $\langle 111 \rangle$. Під «тонкими» кристалами будемо розуміти такі, для яких радіус вигину кристала набагато перевищує товщину кристала. Нехай вісь $\langle 111 \rangle$ лежить у площині вигину кристала. Для розгляду оберемо дві декартові системи координат. Одна з них є лабораторною системою координат (x, y, z), в якій вісь y ортогональна площині вигину, вісь z лежить у площині вигину і її напрямок збігається з початковим напрямком осі $\langle 111 \rangle$, а вісь x ортогональна до осей y та z. Друга система координат (x', y', z') пов'язана із вигином кристала. Ця супутня система відліку рухається по відношенню до лабораторної системи зі швидкістю, яка дорівнює швидкості частинки[3], яка падає на кристал, таким чином, що центр цієї супутньої системи координат лежить на зігнутій кристалічній осі $\langle 111 \rangle$, вісь y' паралельна осі y, вісь x' збігається з вектором кривини кристала, а вісь z' збігається з поточним напрямком зігнутої осі $\langle 111 \rangle$. У такій неінерціальній системі відліку рівняння руху частинок у тонкому зігнутому кристалі можна записати як [271, 360]

$$\begin{aligned}
\frac{d^2x'}{dt^2} &= -\frac{c^2}{E}\frac{\partial U(x', y')}{\partial x'} - \frac{c^2}{R} \\
\frac{d^2y'}{dt^2} &= -\frac{c^2}{E}\frac{\partial U(x', y')}{\partial y'} \\
\frac{d^2z'}{dt^2} &= 0,
\end{aligned} \tag{4.2}$$

де E – це кінетична енергія частинок, R – це радіус вигину кристала, а $U(x', y')$ –

[3] У момент падіння частинки на кристал центри систем координат (x, y, z) та (x', y', z') збігаються.

це безперервний потенціал прямих кристалічних атомних ланцюжків, паралельних осі z. Останній доданок у першому рівнянні (4.2) відповідає відцентровій силі $-E/R$, яка діє на частинку в супутній системі відліку. Чим меншим є радіус вигину кристала, тим більшою стає відцентрова сила, і тим вище ймовірність виходу частинок із режиму стохастичного відхилення і переходу до площинного каналювання у нахилених площинах. Однак, захоплення в нахилений площинний канал можливе лише тоді, коли абсолютне значення проекції відцентрової сили на вісь ζ, яка є ортогональною обраній нахиленій площині, є меншою за максимальне значення похідної потенціальної енергії частинки в площинному каналі:

$$\frac{E}{R}\sin|\varphi_{pl}| < \max\left(\left|\frac{\partial U_{pl}(\zeta)}{\partial\zeta}\right|\right), \tag{4.3}$$

де φ_{pl} – це кут між нахиленою площиною та площиною вигину кристала. Якщо ця умова не виконується, частинка є надбар'єрною по відношенню до обраного площинного каналу. Таким чином, для кожного нахиленого площинного каналу існує деякий критичний радіус вигину, який з рівняння (4.3) можна знайти в наступному вигляді:

$$R_{cr} = \frac{E\sin|\varphi_{pl}|}{\max\left(\left|\frac{\partial U_{pl}(\zeta)}{\partial\zeta}\right|\right)}. \tag{4.4}$$

Якщо радіус вигину є меншим за R_{cr}, площинне каналювання у відповідній нахиленій площині є неможливим.

Для подальшого дослідження в якості налітаючих на кристал частинок були обрані протони з кінетичною енергією 400 ГеВ. Такий вибір було зроблено для можливості експериментальної перевірки отриманих нижче результатів на прискорювачі ЦЕРН SPS. Орієнтація зігнутих кристалів була наступною: відносно напрямку падіння пучка частинок кристал було орієнтовано поблизу

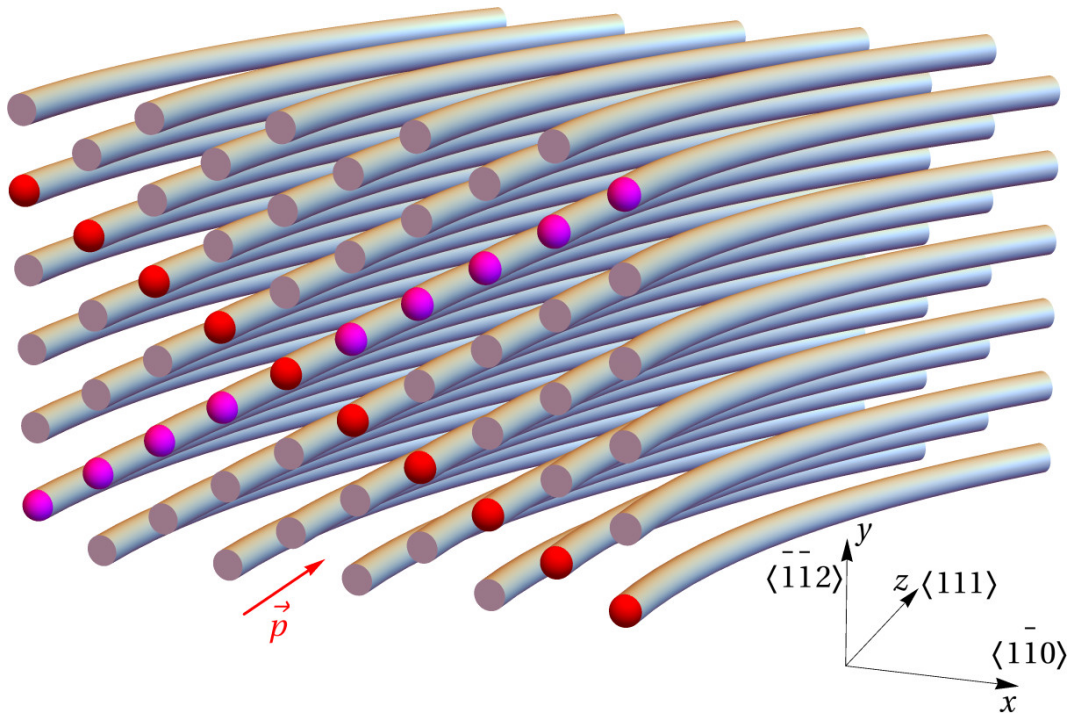


Рис. 4.2. Орієнтація зігнутих ланцюжків атомів кристала кремнію, паралельних осі $\langle 111\rangle$, по відношенню до налітаючих заряджених частинок; червоні та фіолетові точки показують дві основні нахилені площини $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$.

осі $\langle 111\rangle$, площиною вигину була площина $(\bar{1}\bar{1}2)$ і, таким чином, вісь y лежала у площині $(1\bar{1}0)$ (див. рис. 4.2). У такому випадку двома найсильнішими нахиленими площинними каналами є $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$ (ці площинні канали показано на рис. 4.2 відповідно червоними і фіолетовими точками) і для них $|\varphi_{pl}| = \pi/6$. Для цих каналів з рівняння (4.4) отримуємо $R_{cr} \approx 35$ см. Для кристалів, які будуть використані для аналізу нижче, виконується умова $R \gg R_{cr}$.

Для дослідження стохастичного відхилення пучка протонів, який розсіюється на кристалі кремнію, орієнтованому уздовж кристалічної осі $\langle 111\rangle$ було проведено числове моделювання руху частинок в двовимірному потенціалі кристалічних атомних ланцюжків. У моделюванні було враховано некогерентне розсіювання, пов'язане з тепловими коливаннями атомів, і розсіювання на електронній підсистемі кристала. Кутова розбіжність пучка у моделюванні дорівнювала 10 мкрад. Центр початкового кутового розподілу імпульсів частинок пучка збігався з початковим напрямком осі кристала $\langle 111\rangle$. Вісь x була обрана ортогональною кристалічній атомній площині $(1\bar{1}0)$. Таким чином,

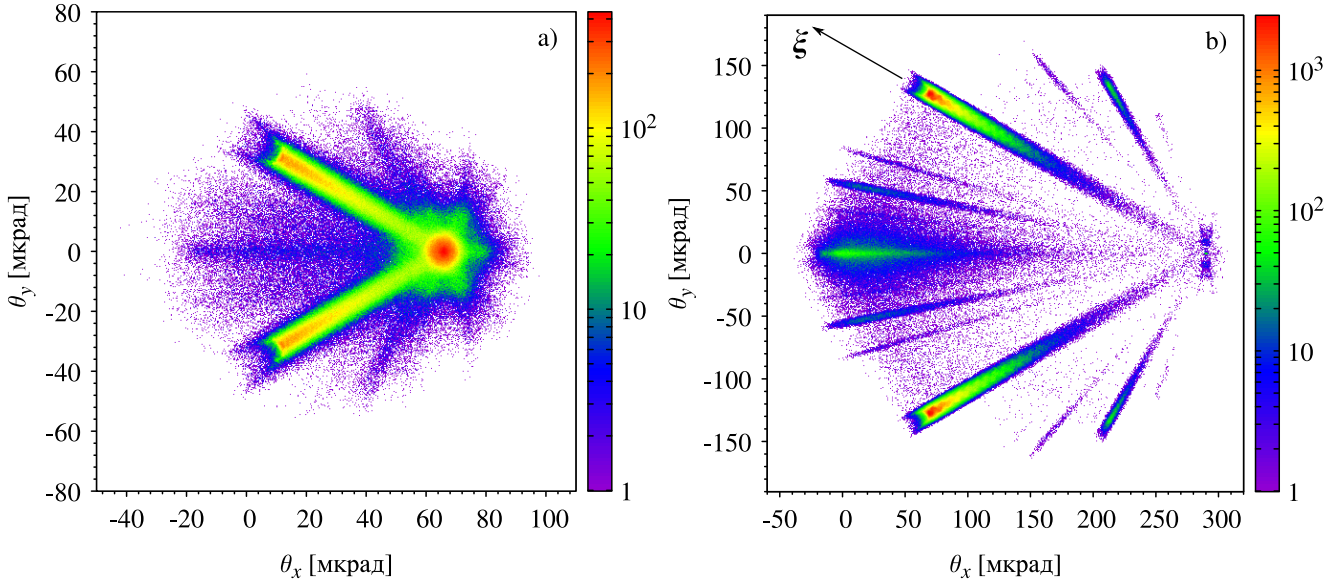


Рис. 4.3. Кутові розподіли протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ після проходження через зігнуті кристали кремнію товщиною 2 мм з радіусом вигину a) 30,3 м та b) 6,9 м.

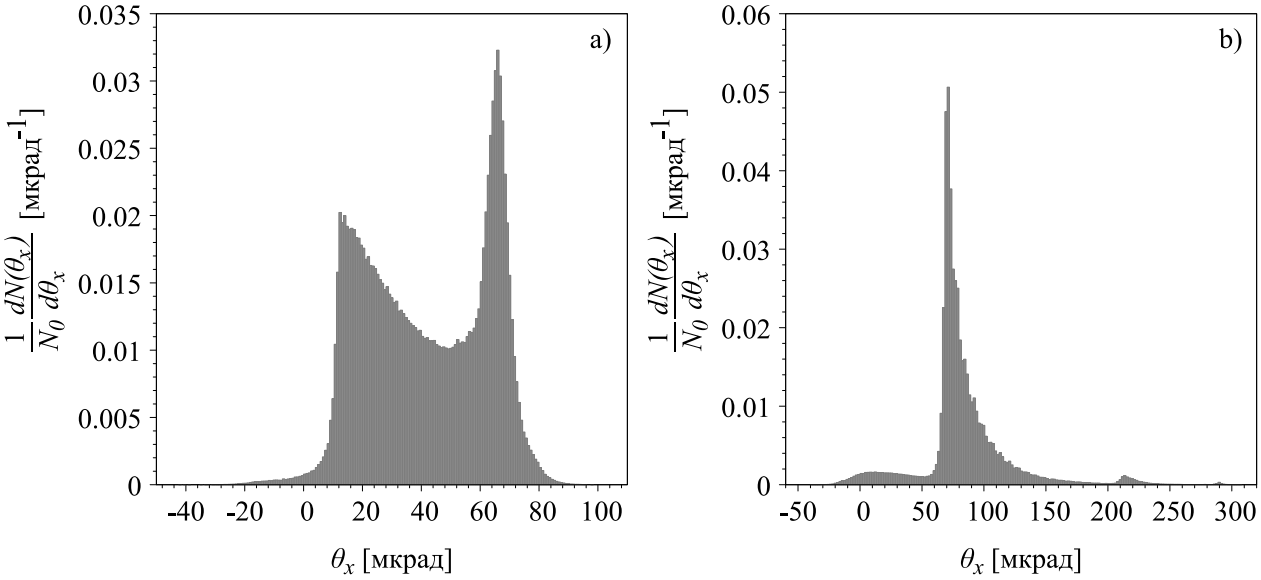


Рис. 4.4. Густина кутових розподілів, показаних на рис. 4.3, вздовж осі x.

вісь y була ортогональною до площини $(\bar{1}\bar{1}2)$. На рис. 4.3 показані результати моделювання кутового розподілу 10^6 протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ після проходження через зігнуті кристали кремнію товщиною 2 мм і радіусом вигину 30,3 м (ліворуч) та 6,9 м (праворуч). На рис. 4.4 показана густина цих кутових розподілів вздовж осі x. Кольори на рис. 4.3 показують інтенсивність

розподілу частинок.

З рисунків видно, що після проходження через зігнутий кристал кремнію з радіусом вигину 30,3 м велика кількості протонів, які рухаються в кристалі в режимі стохастичною відхилення, відхиляється на кут $L/R \approx 66$ мкрад, що дорівнює куту вигину кристала. Інші протони при проходженні через кристал перейшли в режим площинного каналювання. Для протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ критичний кут осьового каналювання $\psi_c \approx 21$ мкрад, тому $\alpha_{st} \approx 604$ мкрад при $R = 30,3$ м, та $\alpha_{st} \approx 138$ мкрад при $R = 6,9$ м. Це означає, що кут вигину кристала з $R = 30,3$ м був меншим за максимально можливий кут відхилення більше ніж у 9 разів, а для кристала з $R = 6,9$ м кут вигину становив близько 290 мкрад, тобто більше ніж вдвічі перевищував максимально можливий кут стохастичного відхилення для такого кристала. Саме тому на рисунках 4.3 та 4.4 видно, що після проходження двохміліметрового кристала з $R = 6{,}9$ м частка протонів, які рухаються в режимі стохастичного відхилення практично відсутня. Майже всі протони в цьому випадку переходять в режим площинного каналювання в нахилених площинних каналах $(0\bar{1}1)$ та $(\bar{1}01)$. Цей факт робить можливим розділення пучка частинок за допомогою зігнутого кристала, орієнтованого по відношенню до напрямку руху налітаючого пучка поблизу однієї з головних кристалографічних осей, на декілька частин. Нещодавній експеримент [2], проведений на прискорювачі SPS у ЦЕРН, довів цю можливість, підтвердивши передбачення теоретичних розрахунків, представлених вище.

Тепер розглянемо більш докладно кутові розподіли протонів, які виходять зі стохастичного режиму відхилення і переходять до режиму площинного каналювання. Для цього проаналізуємо рух протонів, які під час проходження зігнутого кристала кремнію з $R = 6,9$ м перейшли в режим площинного каналювання в площинних каналах $(0\bar{1}1)$. Кількість цих протонів в моделюванні дорівнювала $N_s \approx 428500$. На рис. 4.5 показана густина кутового розподілу таких протонів вздовж осі ξ, яка лежить в кристалічній атомній площині $(0\bar{1}1)$

і ортогональна осі $\langle 111 \rangle$. Напрямок осі ξ показано на рис. 4.3. Точка $\xi = 0$ показує напрямок осі $\langle 111 \rangle$ на задній поверхні кристала. У кутовому просторі (θ_x, θ_y) точка $\xi = 0$ має координати (66,0) мкрад.

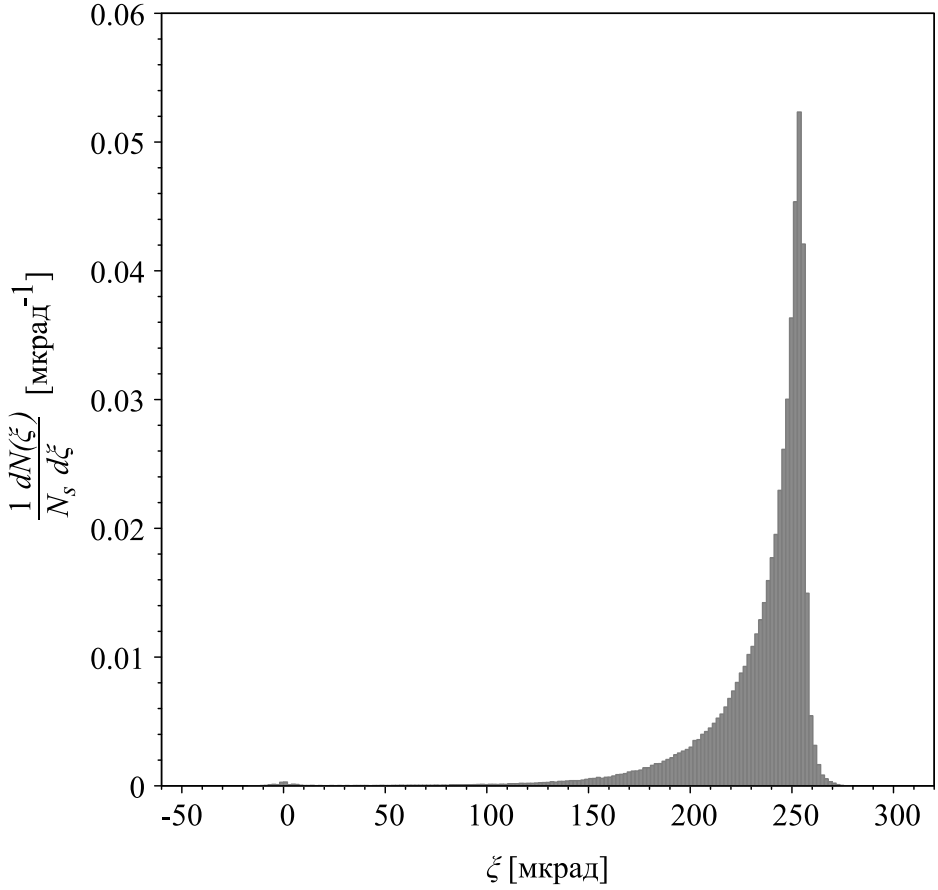


Рис. 4.5. Проекція на площину $(0\bar{1}1)$ кутового розподілу протонів, які виходять зі стохастичного режиму відхилення і переходять у режим площинного каналювання в площині $(0\bar{1}1)$.

На рис. 4.5 можна побачити, що частинки пучка, які рухаються в кристалі в режимі площинного каналювання в нахиленій площині є доволі добре колімованими. Їхня кутова розбіжність в напрямку ξ становить близько 30 мкрад. У напрямку, ортогональному ξ (і, таким чином, ортогональному до площини $(0\bar{1}1)$) кутова розбіжність дорівнює двом критичним кутам площинного каналювання ($2\theta_c \approx \psi_c \approx 21$ мкрад). Число частинок в площинному каналі $(0\bar{1}1)$ дорівнює 428454 з 10^6 (загальна кількість частинок в моделюванні), так що майже половина частинок рухалася в кристалі в режимі площинного каналювання в площині $(0\bar{1}1)$. Інша половина відхилялася в площинному каналі $(\bar{1}01)$. Це означає, що за допомогою зігнутого кристала пучок частинок

було розділено на дві частини, які були відокремлені в кутовому просторі на 250 мкрад.

Тепер проаналізуємо форму розподілу протонів в нахиленому площинному каналі. Якщо припустити, що швидкість виходу частинок зі стохастичного механізму відхилення пропорційна числу частинок, які рухаються в цьому режимі N, і коефіцієнт пропорційності позначити як $-C$, то

$$\frac{dN}{dl} = -CN, \tag{4.5}$$

де l – це довжина шляху, який частинка проходить у кристалі. Розв'язавши це рівняння, отримуємо експоненціальну залежність числа частинок, які рухаються в стохастичному режимі відхилення, від l:

$$N(l) = N_0 e^{-Cl} = N_0 e^{-l/l_e}, \tag{4.6}$$

де N_0 – це число частинок, які були захоплені в стохастичний режим відхилення при вході пучка частинок у кристал (завдяки малій початковій кутовій розбіжності пучка число таких частинок дорівнює загальному числу частинок пучка), l_e – це товщина кристала, на якій число частинок в стохастичному режимі відхилення зменшується в e разів. Більшість частинок, які виходять з режиму стохастичного відхилення, переходять в режим площинного каналювання в нахилених площинних каналах, тому число частинок в площинних каналах N_{pl} як функція довжини кристала може бути записана у вигляді

$$N_{pl}(l) = N_0 \left(1 - e^{-l/l_e}\right). \tag{4.7}$$

Похідна N_{pl} по довжині кристала дає $\frac{N_0}{l_e} e^{-l/l_e}$ – швидкість захоплення частинок в площинні канали. Цей зв'язок визначає експоненційну форму розподілу, показаного на рис. 4.5.

Для аналізу залежності довжини, на якій число частинок в режимі

стохастичного відхилення зменшується в e разів, від радіуса вигину зігнутого кристала було проведено моделювання відхилення пучка протонів при русі у зігнутому кристалі за допомогою стохастичного режиму відхилення. При моделюванні вважалося, що вихід частинок з режиму стохастичного відхилення має місце, якщо кут між імпульсом частинки і атомним ланцюжком перевищує кут осьового каналювання. Результати моделювання наведені на рис. 4.6. На цьому рисунку чорна суцільна лінія відповідає пучку без початкової кутової розбіжності $\Delta\theta$, червона штрих-пунктирна лінія відповідає пучку з початковою кутовою розбіжністю $\Delta\theta = 5$ мкрад, а синя пунктирна лінія відповідає пучку з $\Delta\theta = 10$ мкрад. Дві пунктирні вертикальні лінії показують радіуси вигину кристалів, які були використані для проведеного вище аналізу кутових розподілів, а горизонтальна лінія – довжину цих кристалів. Бачимо, що для

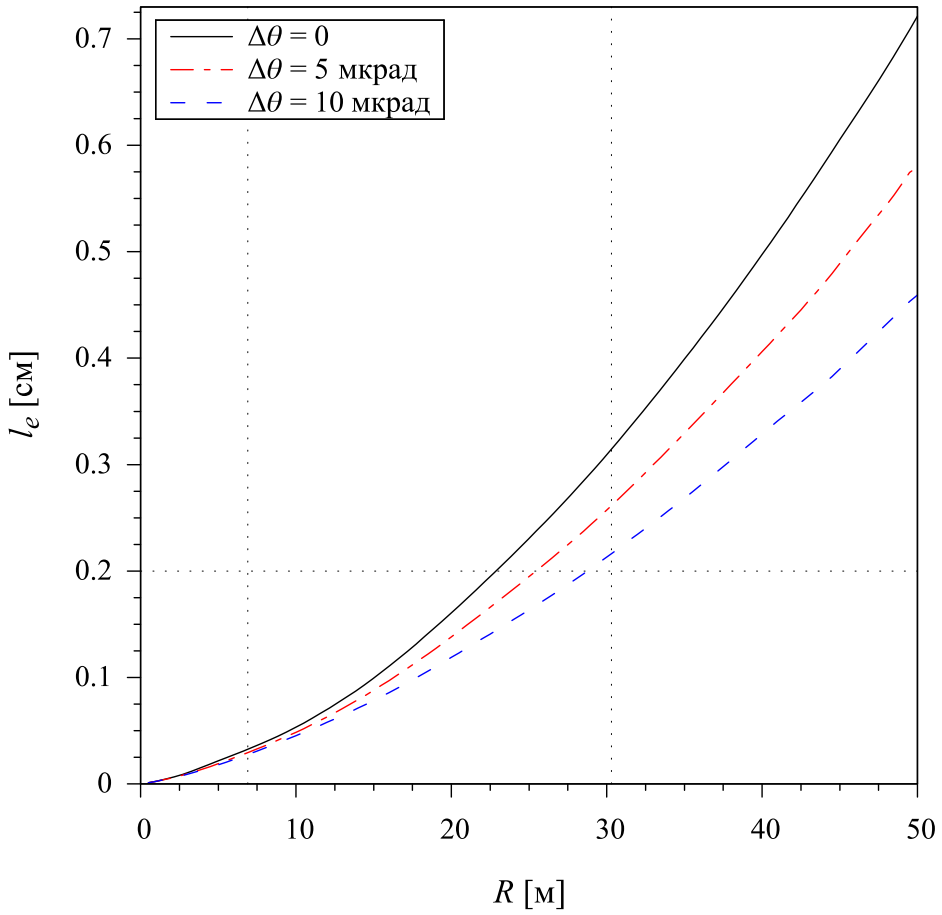


Рис. 4.6. Залежність довжини, на якій число протонів в режимі стохастичного відхилення зменшується в e разів, від радіуса вигину зігнутого кристала при різних значеннях кутової розбіжності пучка.

кристала з $R = 6{,}9$ м l_e була набагато меншою, ніж товщина кристала, а для кристала з $R = 30{,}3$ м l_e перевищувала товщину кристала.

Для аналізу залежності стохастичного механізму відхилення від знака заряду частинок було проведено чисельне моделювання руху π^--мезонів з енергією 400 ГеВ у полі двовимірного потенціалу атомних ланцюжків зігнутого кристала кремнію. Орієнтація кристала була такою, як і у випадку падіння на кристал позитивно заряджених частинок, розглянутому вище. На рис. 4.7 показано результати моделювання кутового розподілу 10^6 π^--мезонів з енергією 400 ГеВ після проходження через зігнуті кристали кремнію товщиною 2 мм і радіусами вигину 30,3 м (ліворуч) та 6,9 м (праворуч). На рис. 4.8 показана густина кутових розподілів, показаних на рис. 4.7, вздовж осі x.

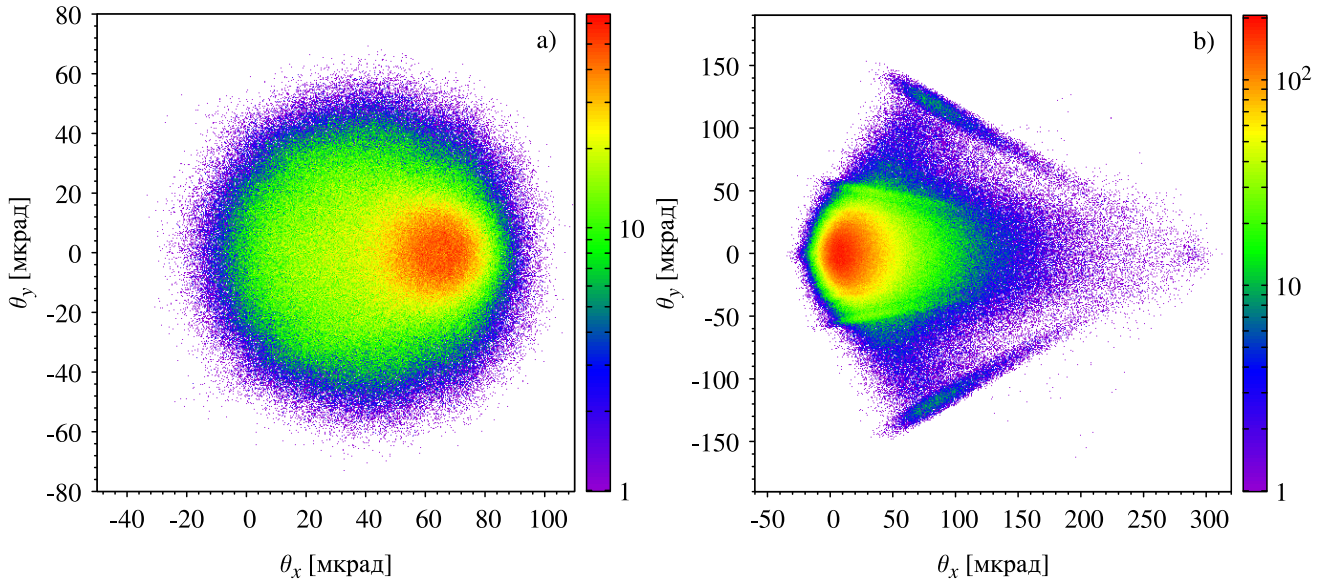


Рис. 4.7. Кутові розподіли π^--мезонів з енергією 400 ГеВ після проходження через зігнуті кристали кремнію товщиною 2 мм з радіусом вигину a) 30,3 м та b) 6,9 м.

Порівняння рисунків 4.7 та 4.8 з рисунками 4.3 та 4.4 показує, що частка негативно заряджених частинок, які переходять із режиму стохастичного відхилення до площинного каналювання, є значно меншою, ніж це було у випадку позитивно заряджених частинок. Це має місце здебільшого з двох причин: 1) площинні канали для негативно заряджених частинок є вужчими, ніж для позитивно заряджених частинок, 2) через сили притягання між

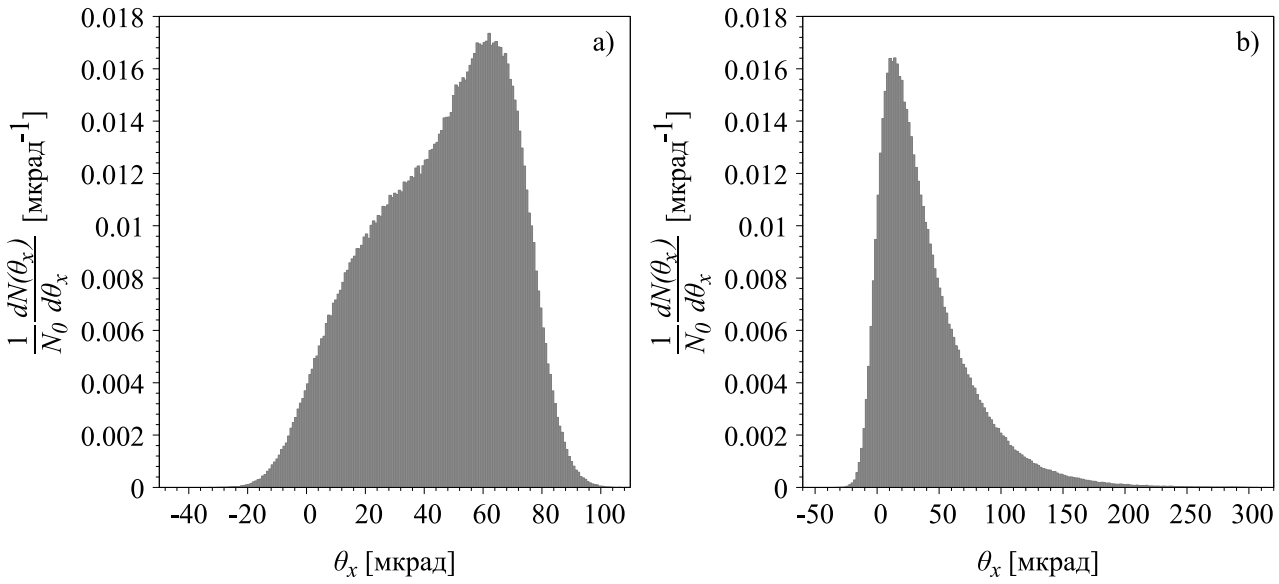


Рис. 4.8. Густина кутових розподілів, показаних на рис. 4.7, вздовж осі x.

негативно зарядженими частинками та позитивно зарядженими ядрами атомів негативно заряджені частинки рухаються в площинному каналі ближче до атомних ядер, ніж позитивно заряджені, тому некогерентне розсіювання на теплових коливаннях є набагато більш інтенсивним для негативно заряджених частинок і ймовірність відхилення негативно заряджених частинок на великі кути при їх захопленні в нахилені площинні канали є набагато меншою, ніж для позитивно заряджених частинок. Це означає, що для негативно заряджених частинок розщеплення пучка під час стохастичного відхилення не відбувається. Проте, з рисунків 4.7 та 4.8 бачимо, що навіть без площинного каналювання в нахилених площинах за допомогою двоміліметрового кристала кремнію з радіусом вигину 30,3 м можна відхилити значну частину π^--мезонів на кут вигину кристала 66 мкрад (оскільки цей кут є набагато меншим за $\alpha_{cr} \approx 604$ мкрад).

В розглянутих вище кутових розподілах позитивно заряджених частинок при радіусі вигину $R = 6{,}9$ м майже половина частинок пучка при виході з кристала знаходилася у режимі площинного каналювання в нахиленій площині $(0\bar{1}1)$, а інша половина каналювала в нахиленій площині $(\bar{1}01)$. Отже, відносно площини вигину кутовий розподіл позитивно заряджених частинок був симетричним. Це є наслідком того, що початковий кутовий розподіл частинок

також був симетричним відносно площини вигину кристала. Якщо ж кут між початковим імпульсом протонів і віссю z $\vec{\psi}_{in} = (\theta_{x,in}, \theta_{y,in})$ не дорівнює нулю, то можна очікувати асиметричного розподілу частинок на виході з кристала. Навіть якщо два нахилені площинні канали розташовані симетрично відносно площини вигину (як площини $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$ у нашому випадку), невелике зміщення початкової орієнтації осі кристала по відношенню до пучка може призвести до асиметричного розподілу кількості частинок, захоплених площинними каналами. Крім того, сама кількість частинок, захоплених нахиленими площинними каналами, має також залежати від $\vec{\psi}_{in}$.

За допомогою чисельного моделювання було проведено аналіз залежності захоплення протонів у нахилені площинні канали $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$ від кута $\vec{\psi}_{in}$. Кутова розбіжність початкового пучка дорівнювала нулю. Результати моделювання наведені на рис. 4.9. Кольори відповідають процентному співвідношенню кількості частинок, захоплених до режиму площинного каналювання в нахилених площинних каналах $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$ (відповідно $N_{(0\bar{1}1)}$ і $N_{(\bar{1}01)}$), до загальної кількості частинок у початковому пучку N_0. Під захопленими до режиму площинного каналювання в нахилених площинних каналах маються на увазі лише ті протони, для яких на виході з кристала кут між нахиленою площиною та проекцією їх імпульсу на площину (x, y) є меншим за критичний кут площинного каналювання в обраному площинному каналі θ_c (≈ 10 мкрад для площин типу (110)). З визначення критичного кута площинного каналювання θ_c видно, що кутовий розподіл частинок, які рухаються в режимі площинного каналювання, вздовж осі ζ дорівнює $2\theta_c$. З іншого боку, ширина кутового розподілу протонів у кожному з нахилених площинних каналів уздовж лінії, яка лежить на перетині нахиленої площини та площини (x, y) є ширшою за $2\theta_c$, як показано вище (див., наприклад, рис. 4.5). В результаті вторинні пучки, отримані шляхом розщепленням первинного пучка, мають різні розміри в різних напрямках.

З рис. 4.9 можна побачити, що розщеплення пучка є найефективнішим,

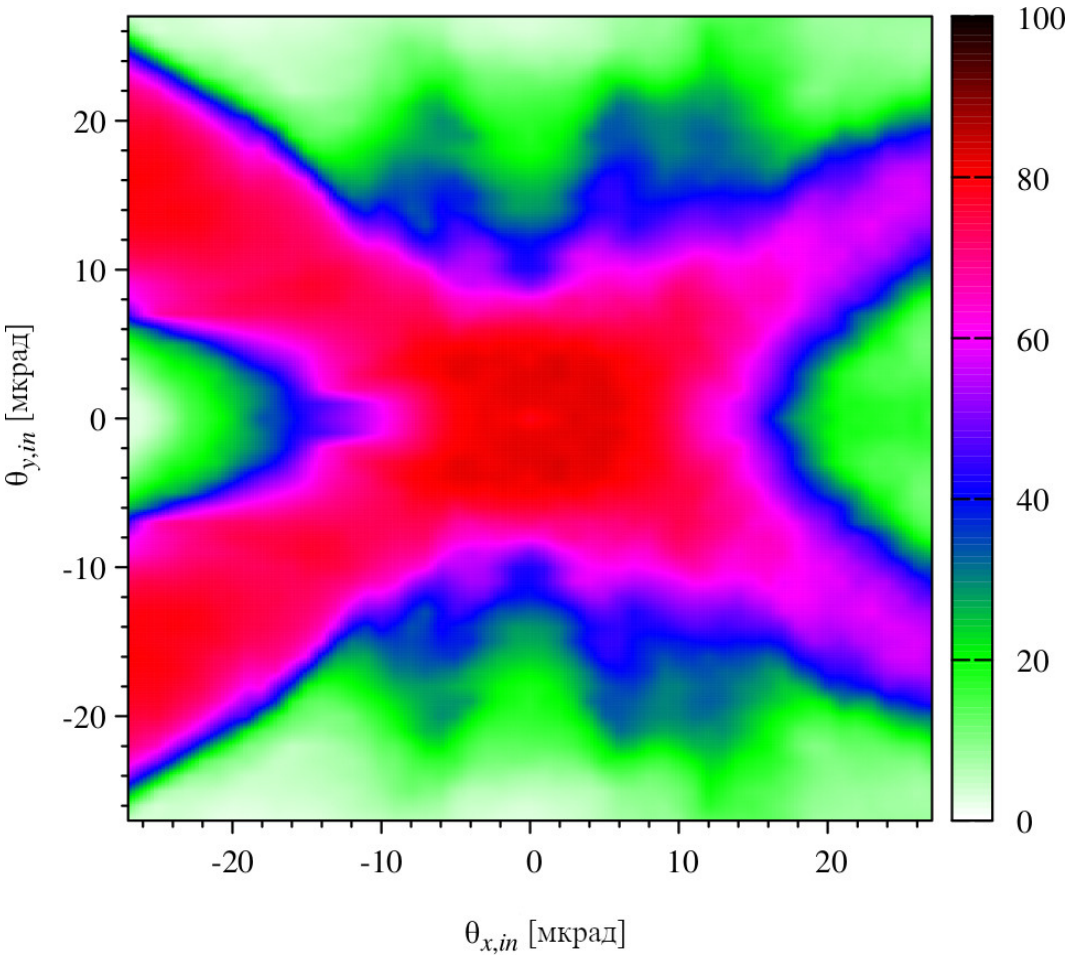


Рис. 4.9. Число протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ, які при виході з кристала кремнію товщиною 2 мм з радіусом вигину 6,9 м, були захоплені у нахилені площинні канали $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$, від кута $\vec{\psi}_{in} = (\theta_{x,in}, \theta_{y,in})$ між кристалографічною віссю $\langle 111 \rangle$ і початковим напрямком руху пучка протонів, поділене на кількість частинок у пучку (у відсотках).

коли $\left|\vec{\psi}_{in}\right| < \theta_c$. У цьому випадку ефективність розщеплення становить близько 80%. Також ця ефективність є високою, якщо початковий імпульс частинки лежить в одному з двох основних нахилених площинних каналів. У цьому випадку, якщо спочатку протони рухались у напрямку, протилежному напрямку вигину кристала, ефективність становила близько 80%, а у протилежному випадку ефективність була нижчою (близько 60%). Асиметрія по осі x, яка має місце на рис. 4.9, є наслідком вигину кристала.

Тепер перевіримо, чи буде асиметричним розподіл кількості частинок, які захоплюються в нахилені площини $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$, якщо початковий напрямок руху пучка не є паралельним осі кристала $\langle 111 \rangle$. Для аналізу такої асиметрії

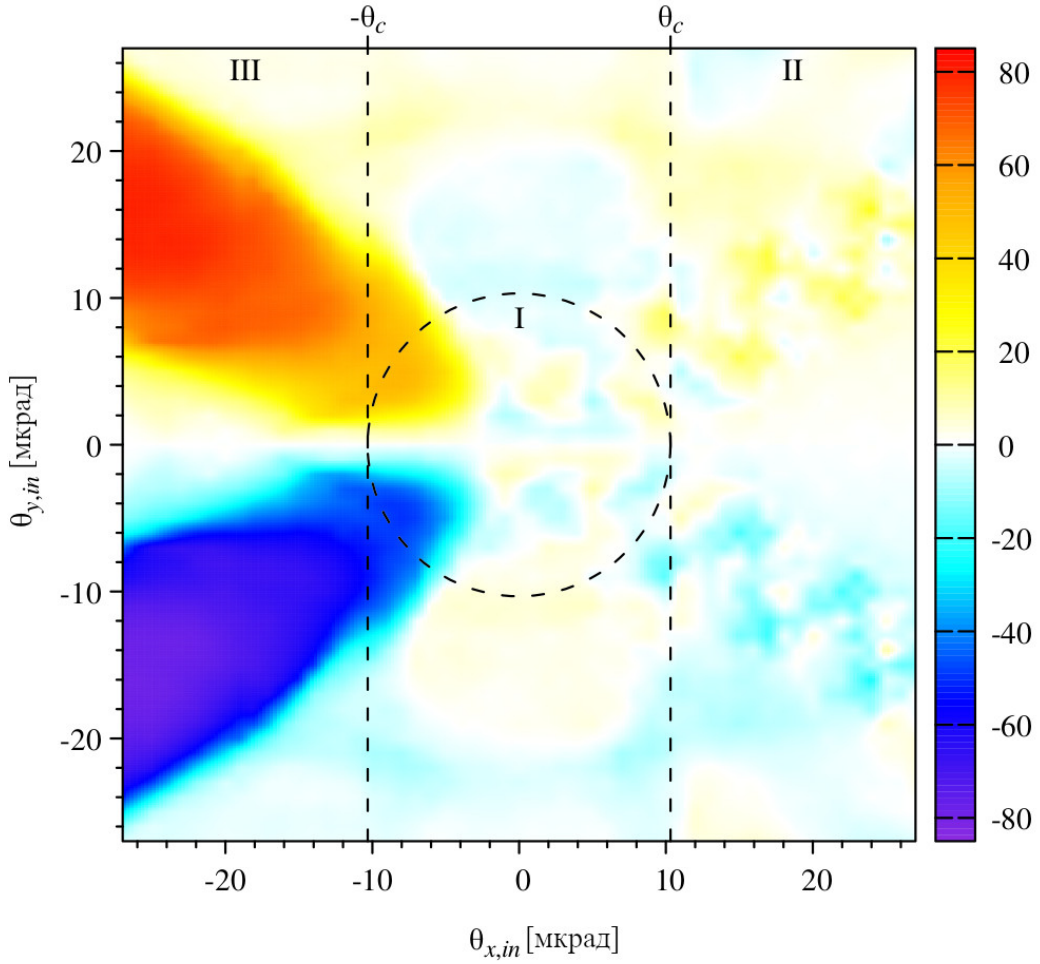


Рис. 4.10. Різниця між кількістю протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ, захоплених площинними каналами $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$, відносно загальної кількості протонів у пучку як функція кута $\vec{\psi}_{in} = (\theta_{x,in}, \theta_{y,in})$ (у відсотках).

на рис. 4.10 кольорами показана різниця між кількістю протонів, захоплених нахиленим площинними каналами $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$, поділена на загальну кількості протонів у пучку, $\dfrac{N_{(0\bar{1}1)} - N_{(\bar{1}01)}}{N_0}$ як функція кута $\vec{\psi}_{in}$. Основний інтерес для нас полягає в асиметрії $N_{(0\bar{1}1)}$ і $N_{(\bar{1}01)}$ у трьох кутових областях, в яких ефективність розщеплення пучка є високою (межі цих областей показані на рис. 4.10 пунктирними лініями). Можна помітити, що для $\left|\vec{\psi}_{in}\right| < \theta_c$ (область I) асиметрія є дуже малою. Це пов'язано з тим, що для таких малих кутів відносно осі має місце явище динамічного хаосу в русі частинок у площині (x, y) (внаслідок багатократного розсіювання на атомних ланцюжках), яке призводить до швидкого перерозподілу частинки в кутовому просторі (θ_x, θ_y). В другій кутовій області з високою ефективністю розщеплення пучка (область II)

частинки, які попали у нахилені площинні канали $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$, мають $\theta_{x,in} > \theta_c$, тому хоча вони і захоплюються при падінні на кристал у режим площинного каналювання у нахилених площинах, але відцентрова сила відхиляє напрямок їх руху і ці частинки переходять до режиму стохастичного відхилення в полі атомних ланцюжків. У цьому режимі кутовий розподіл протонів стає симетричним, що призводить до симетричного перерозподілу частинок при переході до площинного каналювання після виходу з режиму стохастичного відхилення. Тобто для цих частинок $N_{(0\bar{1}1)} \approx N_{(\bar{1}01)}$. Третя кутова область з високою ефективністю розщеплення пучка (область III) відповідає початковим кутам $\theta_{x,in} < -\theta_c$. В цій області деяка частина протонів при падінні на кристал потрапляє у площинні канали $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$. Через те, що для деяких частинок у цій області $\left|\vec{\psi}_{in}\right| < \psi_c$ ($\psi_c \approx 21$ мкрад – це критичний кут осьового каналювання), багаторазове розсіювання на ланцюжках атомів призводить до перерозподілу кутових координат θ_x і θ_y деякої частини пучка. Однак, відцентрова сила віддаляє напрямок імпульсу частинок від напрямку осі $\langle 111 \rangle$, і це призводить до послаблення багатократного розсіювання. Цей факт пояснює збільшення асиметрії між кількістю частинок, захоплених в площинні канали $N_{(0\bar{1}1)}$ та $N_{(\bar{1}01)}$, в кутовій області III зі зменшенням кута $\theta_{x,in}$. Для $\theta_{x,in} < \psi_c$ асиметрія досягає 80%, що в порівнянні з рис. 4.9 означає, що майже всі частинки, які захопилися в нахилені площинні канали, знаходяться лише в одному з двох основних нахилених площинних каналів. Іншими словами, орієнтація кристала відносно напрямку падіння пучка, яка лежить в області III, може бути використана для асиметричного розщеплення пучка, тоді як області I і II дозволяють розділити первинний пучок на два симетричні вторинні пучки.

Рівняння (4.2) показують, що чим меншим є радіус вигину кристала, тим сильнішою є відцентрова сила в супутній системі відліку. Як наслідок, зменшення R призводить до збільшення ефективності розщеплення пучка, спричиненого захопленням у нахилені площинні канали. З іншого боку, через існування критичного радіуса вигину кристала (див. рівняння (4.4)), R не

може бути довільно зменшеним, тому має бути оптимальний радіус вигину для якого ефективність розщеплення є максимальною. Розглянемо залежність ефективності розщеплення пучка від радіуса вигину кристала.

На рис. 4.11 показана частка частинок, захоплених нахиленими площинними каналами, $\frac{N_{tot}}{N_0}$, де $N_{tot} = N_{(0\bar{1}1)} + N_{(\bar{1}01)}$, як функція радіуса вигину кристала. Для коректного порівняння ефективності розщеплення для різних R кут вигину кристала повинен бути постійним. В моделюванні цей кут дорівнював $\alpha_1 = 2\times10^{-3}/6.9 \approx 290$ мкрад. Таким чином, для кожного значення R товщина кристала знаходилася наступним чином:

$$L = \alpha_1 R.$$

Як було показано вище, ширина кутового розподілу вторинного пучка в напрямку ζ, ортогональному нахиленій площині, становить $2\theta_c$. Щоб зрозуміти, наскільки великим є кутовий розподіл вторинного пучка уздовж осі, яка лежить на перетині нахиленої площини та площини (x, y) (назвемо цю вісь віссю ξ;

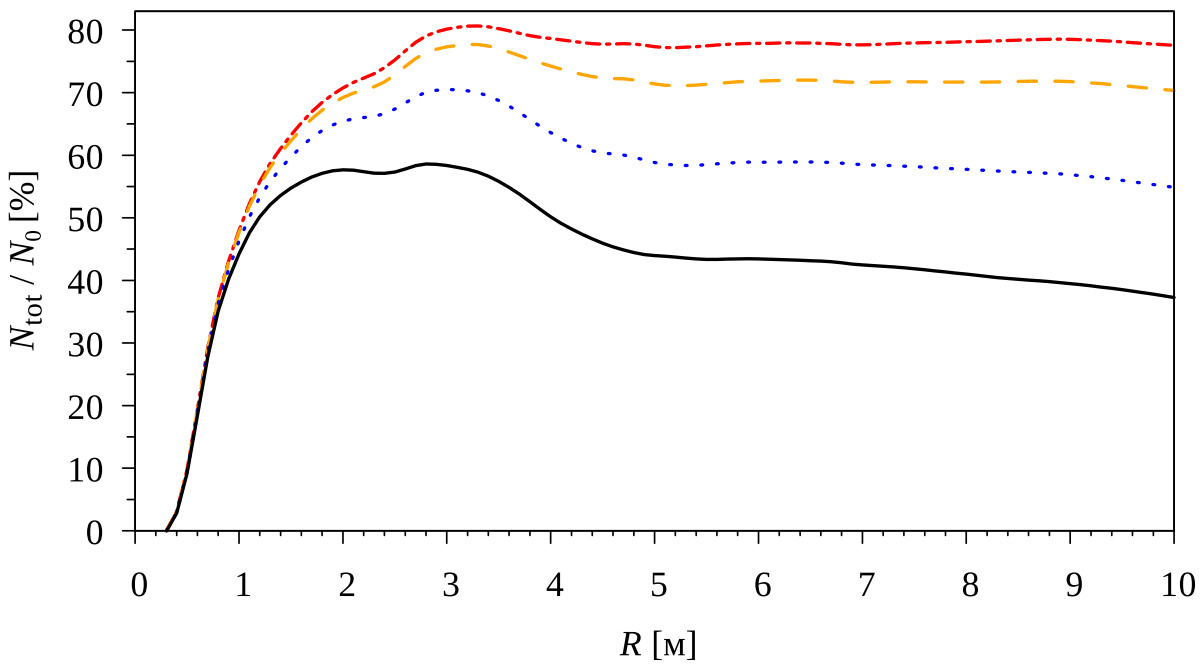


Рис. 4.11. Залежність кількості протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ, захоплених площинними каналами $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$, поділеної на загальну кількість протонів у пучку, від радіуса вигину кристала (у відсотках).

$\xi \perp \zeta$), на рис. 4.11 показано залежність ефективності розщеплення від R для різних значень колімації $\Delta\theta_\xi$ уздовж осі ξ. Суцільна крива відповідає випадку, коли в N_{tot} входять лише протони з $\Delta\theta_\xi = 2\theta_c$; пунктирна крива відповідає $\Delta\theta_\xi = 4\theta_c$; штрихова крива відповідає $\Delta\theta_\xi = 6\theta_c$; а штрихпунктирна крива відповідає $\Delta\theta_\xi = 8\theta_c$. Зрозуміло, що N_{tot} дорівнює нулю при $R < R_{cr}$ і що для деяких R залежність має максимум. На рисунках 4.9 і 4.10 показані результати, які відповідають умові $\Delta\theta_\xi = 8\theta_c$. У такому випадку (штрихпунктирна крива на рис. 4.11) ефективність розщеплення пучка для $R = 6,9$ м є лише трохи меншою, ніж в точці максимуму ефективності розщеплення. Однак для того, щоб отримати дуже вузькі вторинні пучки з кутовими розмірами $2\theta_c$ в обидва боки в площині (x, y), потрібно обирати кристал з оптимальним радіусом вигину, приблизно 2,8 м у нашому випадку.

4.2. Орієнтаційна залежність ефективності стохастичного механізму відхилення заряджених частинок

Вище в цьому розділі розглядалася залежність ефективності стохастичного механізму відхилення від радіуса вигину кристала. В цьому підрозділі проведемо порівняння ефективності стохастичного відхилення для двох основних кристалографічних осей кристала кремнію, тобто осей $\langle 110 \rangle$ та $\langle 111 \rangle$. Вибір в якості кристала кремнію обумовлений його високим ступенем кристалографічної якості, близьким до досконалого, і відносно низькою ціною, завдяки чому саме зігнуті кристали кремнію зазвичай використовуються в експериментальних дослідженнях відхилення заряджених частинок при проходженні через зігнуті кристали. Крім того, розглянемо залежність ефективності стохастичного механізму відхилення від вибору площини вигину кристала.

4.2.1. Негативно заряджені частинки

В розділі 3 було показано, що стохастичний механізм відхилення дає можливість відхилити пучок негативно заряджених частинок на максимальний кут

$$\alpha_{st} = \frac{L_{st}}{R} = \frac{\psi_m^2}{l/R + \xi R}, \tag{4.8}$$

де ψ_m – це максимальне значення кута ψ, до якого частинки беруть участь у стохастичному відхиленні, l – це середня довжина шляху, який частинка проходить під час розсіювання на одному атомному ланцюжку, а ξ – це коефіцієнт пропорційності між середнім квадратом кута некогерентного багатократного розсіювання та товщиною кристала.

Кут ψ_m в формулі (4.8) для негативно заряджених частинок становить близько $1,5\psi_c$ [4], тому, щоб порівняти максимальні кути відхилення для осей $\langle 110 \rangle$ і $\langle 111 \rangle$ кристала кремнію, необхідно порівняти величини ψ_c^2 для цих осей:

$$\frac{\alpha_{st}^{\langle 110 \rangle}}{\alpha_{st}^{\langle 111 \rangle}} \approx \left(\frac{\psi_c^{\langle 110 \rangle}}{\psi_c^{\langle 111 \rangle}} \right)^2 \approx 1,25.$$

Таким чином, у разі орієнтації кристала уздовж осі $\langle 110 \rangle$ для негативно заряджених частинок стохастичний механізм повинен бути більш ефективним, ніж у випадку орієнтації уздовж осі $\langle 111 \rangle$.

Для підтвердження цього факту було проведено чисельне моделювання руху негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі в умовах стохастичного відхилення. Для визначеності кінетична енергія частинок дорівнювала 120 ГеВ, а зарядженими частинками були електрони. Кількість частинок, які проходили через кристал, дорівнювала 2×10^3. Зазначимо, що оскільки в рівняння руху (4.2) входить лише енергія частинки, а не її маса, то проведений на прикладі електронів розгляд є справедливим і для інших релятивістських

негативно заряджених частинок з зарядом, рівним заряду електрона.

При моделюванні площина вигину кристала збігалася з площиною кристала (001) у випадку орієнтації уздовж осі $\langle 110 \rangle$ та площиною кристала $(\bar{1}\bar{1}2)$ у випадку орієнтації уздовж осі $\langle 111 \rangle$. Кутова розбіжність пучка при моделюванні дорівнювала нулю. Процедура моделювання полягала у вирішенні рівняння руху в полі потенціалу безперервних атомних ланцюжків за допомогою методу Рунге-Кутти четвертого порядку точності. При цьому було враховано некогерентне розсіювання на атомних ядрах та електронах. Інші некогерентні ефекти не враховувалися з огляду на малу товщину кристала. Зокрема, не враховувалися ефекти, пов'язані з втратами енергії на випромінювання, оскільки товщина кристала була набагато меншою за радіаційну довжину (для кремнію радіаційна довжина становить порядку 10 см).

На рис. 4.12 представлена залежність довжини кристала l_e, на якій кіль-

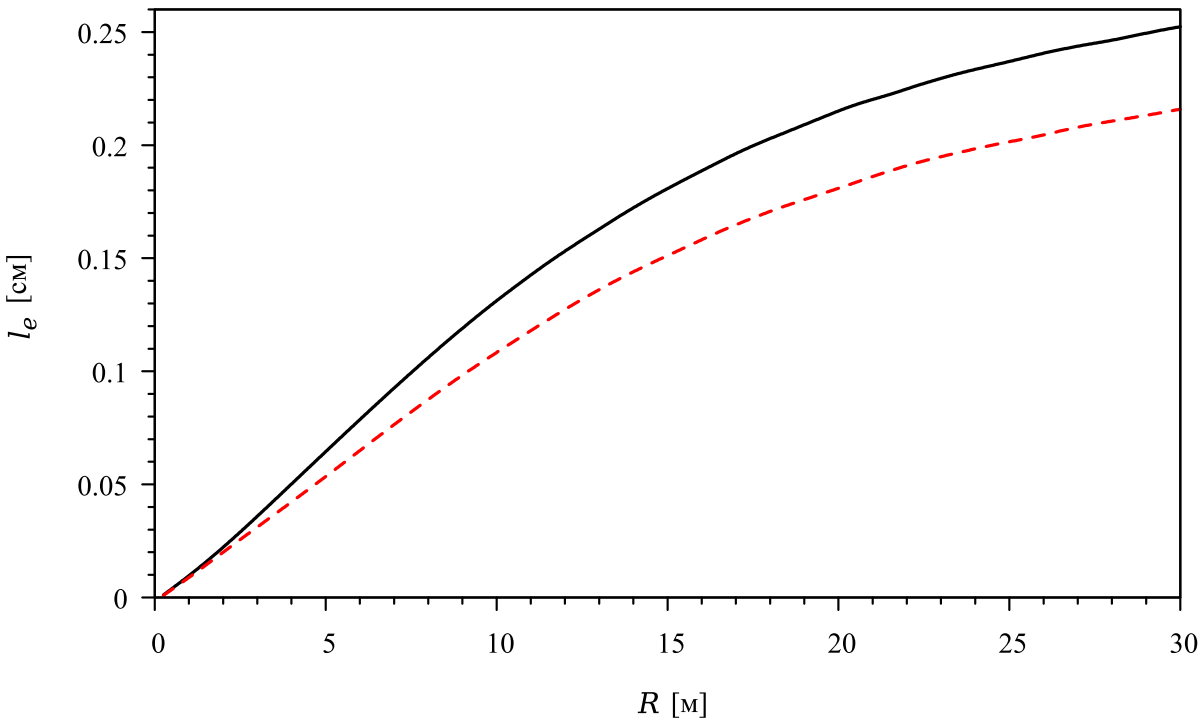


Рис. 4.12. Залежність довжини кристала, на якій кількість електронів з енергією 120 ГеВ, які рухаються в кристалі кремнію в режимі стохастичного відхилення, зменшується в e разів, від радіуса вигину кристала для орієнтації кристала відносно напрямку падіння частинок уздовж осі $\langle 110 \rangle$ (суцільна лінія) та уздовж осі $\langle 111 \rangle$ (пунктирна лінія).

кість частинок, які рухаються в кристалі в режимі стохастичного відхилення, зменшується в e разів, від радіуса вигину кристала. Суцільна лінія відповідає руху в кристалі, орієнтованому уздовж осі $\langle 110 \rangle$, а пунктирна лінія відповідає руху в кристалі, орієнтованому уздовж осі $\langle 111 \rangle$. Видно, що при малих радіусах вигину l_e швидко зростає з R, тоді як для більших радіусів швидкість зростання зменшується. Для заданого R значення l_e при орієнтації кристала уздовж осі $\langle 110 \rangle$ є вищою, ніж при орієнтації кристала уздовж осі $\langle 111 \rangle$, але різниця між цими випадками залежить від значення радіуса вигину.

Для того, щоб знайти оптимальний радіус вигину кристала, було застосовано метод, запропонований у попередньому розділі. За допомогою моделювання було знайдено залежність кута відхилення, на який відхиляється задана кількість частинок пучка, від радіуса вигину кристала. Ця залежність показана на рис. 4.13. Як і на рис. 4.12, суцільна лінія відповідає орієнтації кристала уздовж осі $\langle 110 \rangle$, а червона пунктирна лінія відповідає орієнтації кристала уздовж осі $\langle 111 \rangle$. На рис. 4.13 бачимо, що для обох орієнтацій значення оптимального радіуса вигину становить близько 8 м. Можна побачити, що при

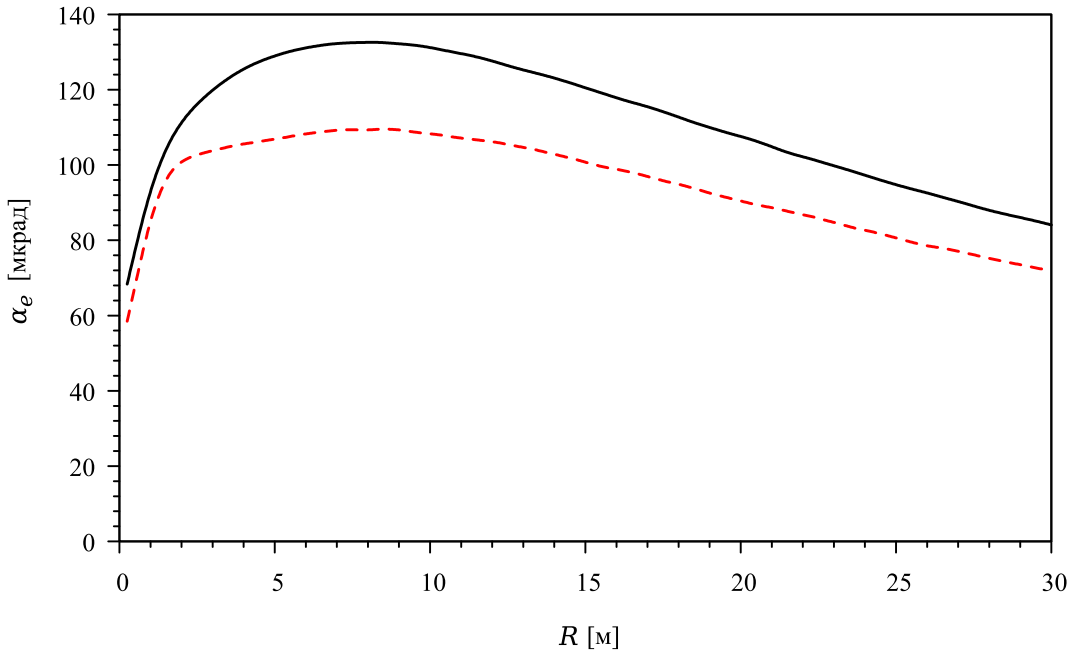


Рис. 4.13. Залежність кута відхилення від радіуса вигину кристала для орієнтації кристала відносно напрямку падіння частинок уздовж осі $\langle 110 \rangle$ (суцільна лінія) та уздовж осі $\langle 111 \rangle$ (пунктирна лінія).

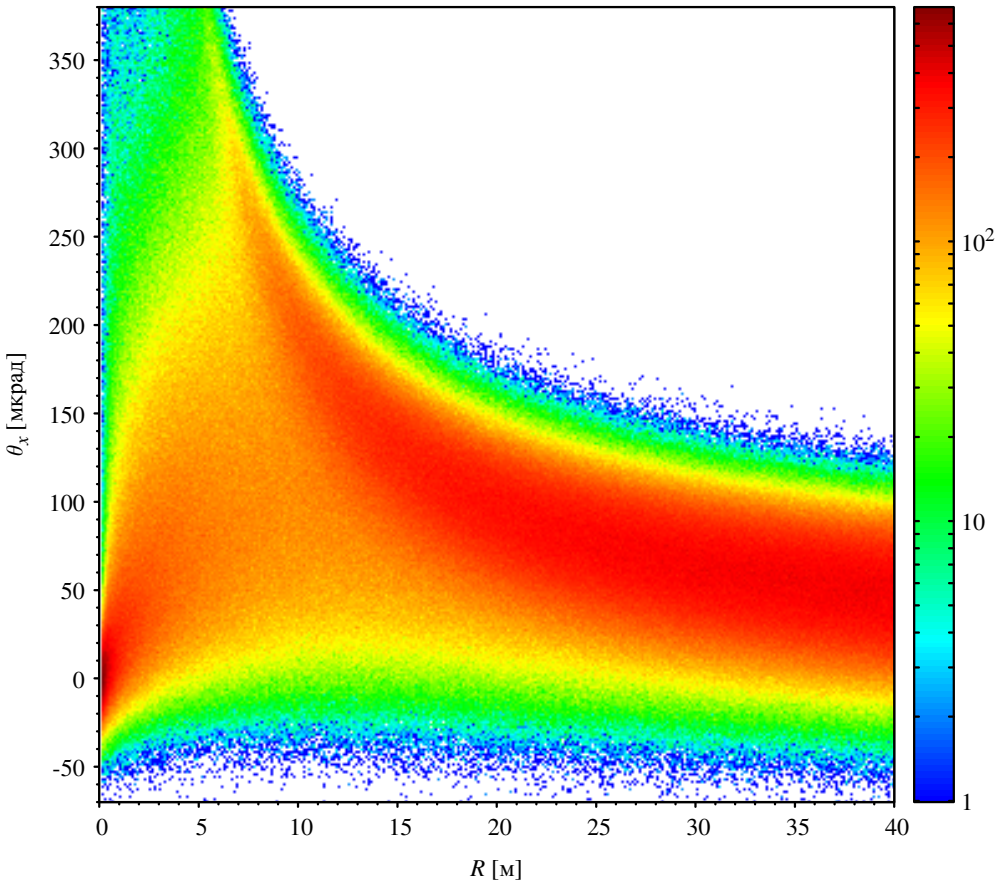


Рис. 4.14. Залежність кількості електронів, відхилених на кут θ_x, від радіуса вигину кристала для орієнтації кристала уздовж осі $\langle 110 \rangle$ відносно налітаючих частинок.

цьому значенні радіуса вигину кристала кут відхилення у випадку орієнтації кристала уздовж осі $\langle 110 \rangle$ є приблизно в 1,2 рази вищим, ніж у випадку орієнтації уздовж осі $\langle 111 \rangle$ (як це і повинно бути відповідно до рівняння (4.8)).

На рисунках 4.14 та 4.15 представлена також залежність числа електронів, відхилених на заданий кут θ_x, від радіуса вигину кристала для орієнтацій кристала уздовж осей $\langle 110 \rangle$ і $\langle 111 \rangle$ відповідно. Товщина кристала при моделюванні становила 2 мм. Кольори показують кількість частинок, відхилених на заданий кут θ_x. Бачимо, що залежності від R на рисунках 4.14 і 4.15 є подібними, але при орієнтації кристала поблизу осі $\langle 111 \rangle$ кутовий розподіл пучка після проходження через кристал є ширшим, а при орієнтації кристала поблизу осі $\langle 110 \rangle$ більше частинок відхиляється на кут вигину кристала.

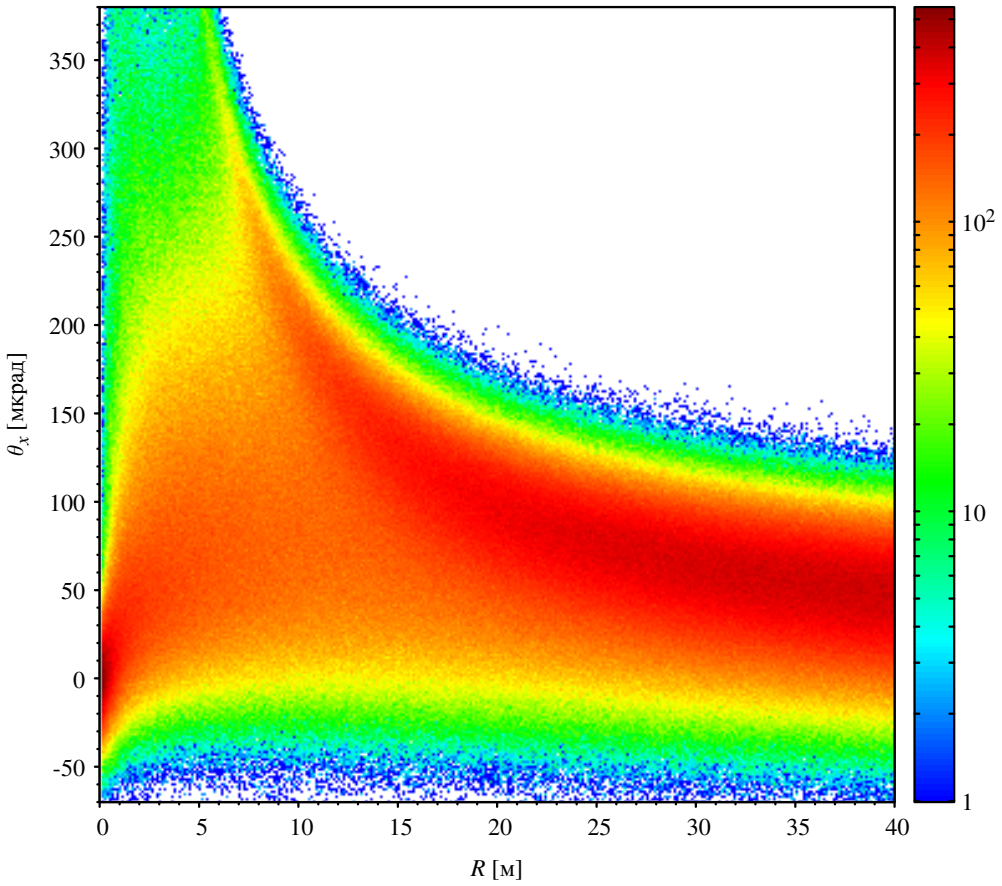


Рис. 4.15. Залежність кількості електронів, відхилених на кут θ_x, від радіуса вигину кристала для орієнтації кристала уздовж осі $\langle 111 \rangle$ відносно налітаючих частинок.

4.2.2. Позитивно заряджені частинки

Позитивно заряджені частинки при проходженні через орієнтовані кристали проводять менше часу поблизу атомних ланцюжків, ніж негативно заряджені частинки через відштовхувальну силу між позитивно зарядженими частинками та атомними ядрами. Через це коефіцієнт ξ в рівнянні (4.8) для позитивно заряджених частинок є набагато меншим, ніж для негативно заряджених. Завдяки цьому для позитивно заряджених частинок залежність довжини l_e від радіуса вигину кристала наближається до параболічної. Отже, чим більшим є радіус вигину, тим більший кут відхилення можна отримати за допомогою стохастичного відхилення.

Порівняємо ефективність стохастичного відхилення позитивно заряджених частинок у кристалі, орієнтованому уздовж осі $\langle 110 \rangle$, та у кристалі, орієнто-

ваному уздовж осі ⟨111⟩. Як і у випадку з негативно зарядженими частинками, який було розглянуто вище, для визначеності було обрано кінетичну енергію частинок 120 ГеВ. В якості заряджених частинок були обрані позитрони.

На рисунках 4.16 та 4.17 представлені результати моделювання: залежності числа частинок, відхилених на заданий кут θ_x, від радіуса вигину кристала для орієнтацій кристала уздовж осей ⟨110⟩ і ⟨111⟩ відповідно. Товщина кристала в моделюванні становила 2 мм. Кольори показують кількість частинок, відхилених на заданий кут θ_x. Бачимо, що, на відміну від негативно заряджених частинок, залежності на рис. 4.16 та 4.17 мають різний характер. Кутовий розподіл уздовж осі x у випадку орієнтації кристала уздовж осі ⟨111⟩ є набагато ширшим, ніж у випадку орієнтації уздовж осі ⟨110⟩. Це має місце тому, що для позитивно заряджених частинок головною причиною виходу зі стохастичного

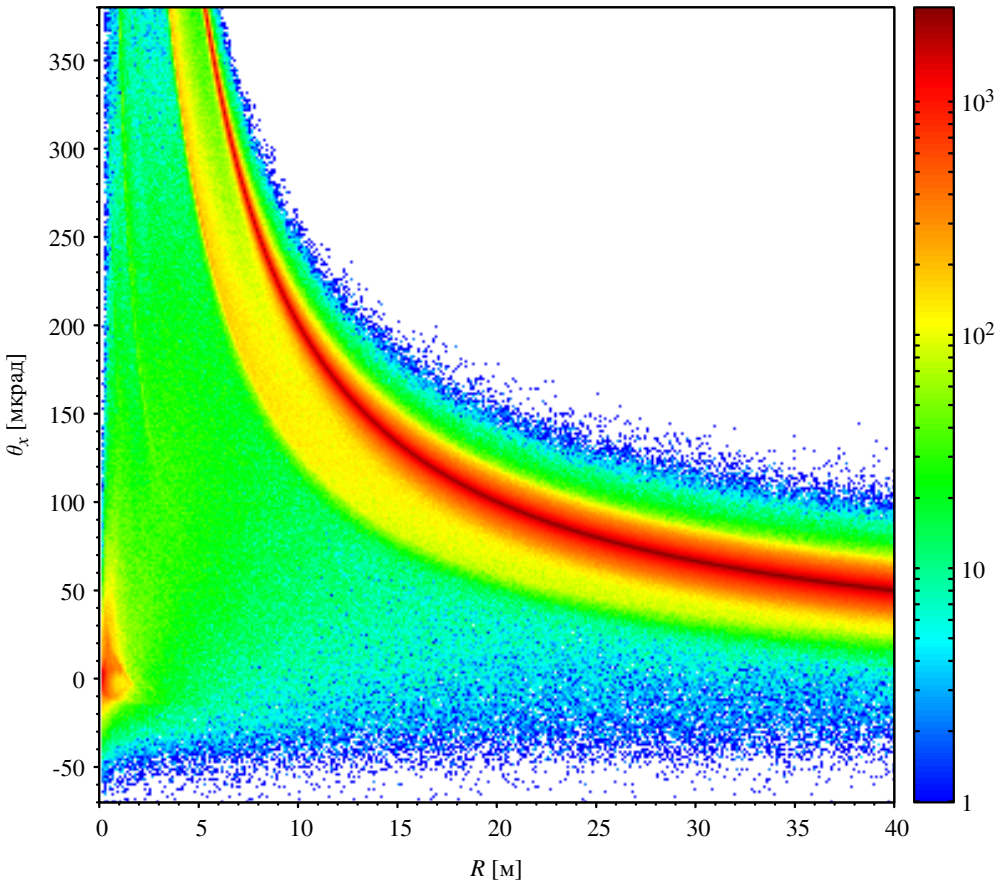


Рис. 4.16. Залежність кількості позитронів, відхилених на кут θ_x, від радіуса вигину кристала для орієнтації кристала уздовж осі ⟨110⟩ відносно напрямку падіння частинок.

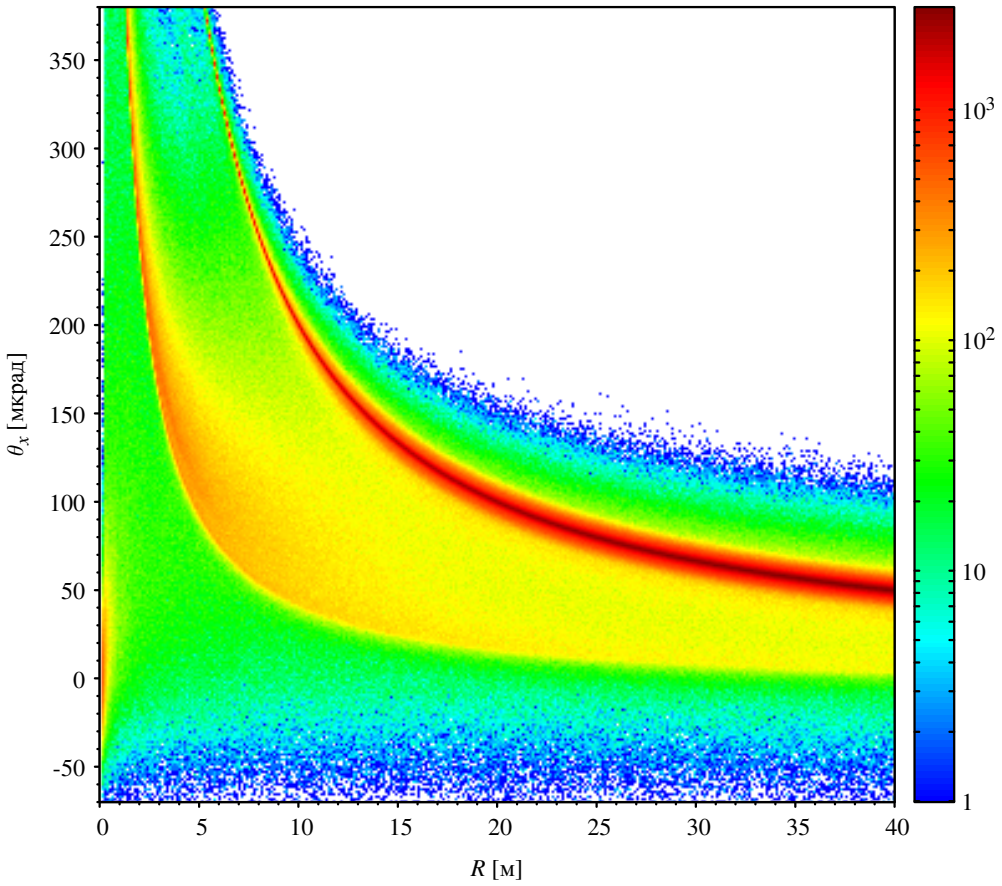


Рис. 4.17. Залежність кількості позитронів, відхилених на кут θ_x, від радіуса вигину кристала для орієнтації кристала уздовж осі $\langle 111 \rangle$ відносно напрямку падіння частинок.

механізму відхилення є захоплення в режим каналювання в нахилених площинних каналах. Коли заряджена частинка рухається в режимі стохастичного відхилення, на неї діє відцентрова сила, спрямована в протилежний бік щодо вектора кривини кристала. Чим меншим є кут φ між нахиленою площиною та площиною вигину кристала, тим більшою є проекція відцентрової сили уздовж каналу нахиленої площини (ця проекція пропорційна $\cos\varphi$). Для орієнтації кристала уздовж осі $\langle 111 \rangle$ кут між основними нахиленими площинами $(0\bar{1}1)$ і $(\bar{1}01)$ та площиною вигину $(\bar{1}\bar{1}2)$ дорівнює $30°$, в той час як для орієнтації уздовж осі $\langle 110 \rangle$ кут між основними нахиленими площинами $(1\bar{1}1)$ і $(\bar{1}11)$ та площиною вигину (001) складає близько $\approx 54.7°$ (див. ілюстрацію розташування атомних ланцюжків на рис. 4.18, де для орієнтації $\langle 110 \rangle$ червоний колір показує площину $(1\bar{1}1)$, а пурпурний – площину $(\bar{1}11)$, а для орієнтації $\langle 111 \rangle$ червоний колір показує площину $(0\bar{1}1)$, а пурпурний – площину $(\bar{1}01)$). Через різницю в

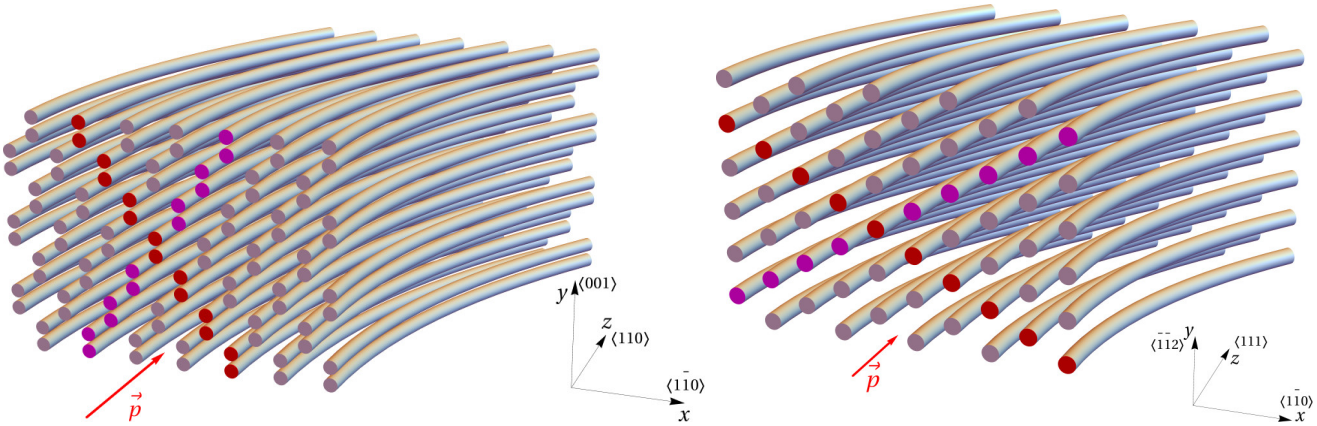


Рис. 4.18. Ілюстрація розташування атомних ланцюжків кристала кремнію, орієнтованих уздовж осі ⟨110⟩ (ліворуч) та уздовж осі ⟨111⟩ (праворуч).

значеннях кута φ для двох осьових орієнтацій, які розглядаються, на рисунках 4.16 і 4.17 бачимо, що для однакових значень R більше частинок залишається в режимі стохастичного відхилення до кінця кристала при орієнтації уздовж осі ⟨110⟩. Крім того, внаслідок меншого значення кута φ, у випадку орієнтації уздовж осі ⟨111⟩ позитрони, які переходять від стохастичного відхилення до площинного каналювання в нахилених площинах, відхиляються на менший кут у порівнянні з випадом орієнтації кристала уздовж осі ⟨110⟩. Це дає можливість констатувати, що стохастичне відхилення для позитивно заряджених частинок є більш ефективним у випадку орієнтації кристала уздовж осі ⟨110⟩.

4.2.3. Вибір площини вигину кристала

Розглянемо залежність ефективності стохастичного механізму відхилення високоенергетичних заряджених частинок від орієнтації площини вигину кристала. Для цього було проведено серію моделювань руху позитронів та електронів з кінетичною енергією 120 ГеВ у зігнутому кристалі в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення, у кожному з яких площина вигину кристала була різною. У кожному моделюванні обчислювалася кількість частинок N, які після проходження через зігнутий кристал кремнію товщиною 2 мм, вигнутий на кут $\theta_B = 90$ мкрад, мали $(\theta_x - \theta_B)^2 + \theta_y^2 \leq \psi_c^2$, де

θ_x – це кут відхилення частинок у площині вигину кристала, а θ_y – це кут відхилення частинок у площині, яка є ортогональною до площини вигину кристала. Кількість частинок, які падали на кристал, N_0 становила 10^5.

На рис. 4.19 показано співвідношення N/N_0 для різних значень кута ϕ між площиною вигину і

1. площиною (001) кристала в разі орієнтації кристала уздовж осі $\langle 100 \rangle$ по відношенню до падаючих частинок (синя лінія);
2. площиною (001) кристала в разі орієнтації кристала уздовж осі $\langle 110 \rangle$ по відношенню до падаючих частинок (чорна лінія);
3. площиною $(\bar{1}\bar{1}2)$ кристала в разі орієнтації кристала уздовж осі $\langle 111 \rangle$ по відношенню до падаючих частинок (червона лінія).

Суцільні криві на рис. 4.19 відповідають руху позитронів у зігнутому кристалі, а штрихові криві відповідають руху електронів.

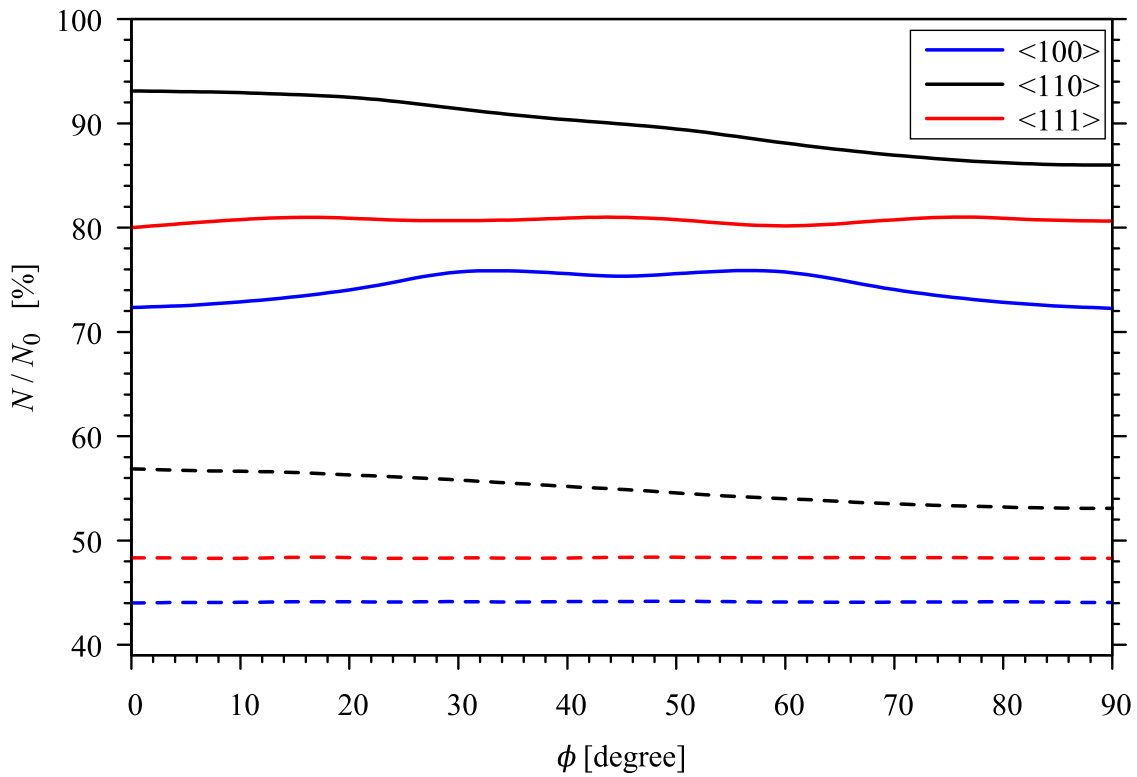


Рис. 4.19. Відсоток позитронів (суцільні криві) та електронів (штрихові криві), що залишаються в режимі стохастичного відхилення до кінця кристала для різних орієнтацій площини вигину.

На рис. 4.19 бачимо, що кількість позитронів, які залишаються в режимі стохастичного відхилення до кінця кристала, є найвищою для орієнтації кристала уздовж осі $\langle 110 \rangle$. Можна також помітити, що для цієї орієнтації кристала ефективність відхилення значною мірою залежить від кута ϕ. Найвища ефективність у цьому випадку має місце, коли площина вигину кристала збігається з площиною кристала (001) (коли кут між площиною вигину та основними нахиленими площинами $(1\bar{1}1)$ і $(\bar{1}11)$ складає близько 54,7°), тоді як найнижча ефективність відхилення відповідає випадку, коли площина вигину збігається з кристалічною площиною $(1\bar{1}0)$ (коли кут між площиною вигину та основними нахиленими площинами складає близько 35,3°). Різниця в N/N_0 при $\phi = 0$ та $\phi = 90°$ в цьому випадку для осі $\langle 110 \rangle$ складає близько 7%.

З рівняння (4.8) бачимо, що ефективність стохастичного відхилення повинна бути пропорційною до квадрата критичного кута осьового каналювання. Це є причиною того, чому на рис. 4.19 число частинок, які залишаються в режимі стохастичного відхилення до кінця кристала для орієнтації уздовж осі $\langle 111 \rangle$ є меншою, ніж в разі орієнтації уздовж осі $\langle 110 \rangle$, а в разі орієнтації уздовж осі $\langle 100 \rangle$ – найменшою. Квадрати критичних кутів осьового каналювання для орієнтацій кристала уздовж осей $\langle 110 \rangle$, $\langle 111 \rangle$, та $\langle 100 \rangle$ співвідносяться як $\sqrt{2}$:$\frac{2\sqrt{3}}{3}$:1. Рівняння (4.8) дає можливість стверджувати, що не дивлячись на те, що чисельне значення відношення N/N_0, показане на рис. 4.19, залежить від енергії частинок, якісно залежності, представлені на рис. 4.19 не зміняться при зміні енергії частинок. Осьова орієнтація $\langle 110 \rangle$ при зміні енергії частинок залишиться найбільш вдалою для отримання найбільшої кількості відхилених завдяки стохастичному механізму відхилення частинок.

Порівняння суцільних та штрихових кривих на рис. 4.19 показує, що у випадку негативно заряджених частинок ефективність відхилення є меншою за рахунок більшої інтенсивності некогерентного розсіювання, яке призводить до виходу частинок з режиму стохастичного відхилення. На відміну від випадку позитивно заряджених частинок, у випадку негативно заряджених частинок

бачимо, що залежність ефективності відхилення від кута ϕ присутня лише у випадку орієнтації кристала уздовж осі $\langle 110 \rangle$. Різниця N/N_0 між точкою $\phi = 0$ та $\phi = 90^\circ$ в цьому випадку становить близько 4%.

Висновки до розділу 4

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [2, 6, 14, 19, 20, 23]. Серед основних результатів в якості висновків можна виділити наступні:

- Запропоновано метод розщеплення пучка релятивістських позитивно заряджених частинок на декілька пучків при проходженні пучка частинок через зігнутий кристал в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення. Розщеплення можливе завдяки переходу частинок в режим площинного каналювання в нахилених площинних каналах. Знайдено залежність ефективності такого розщеплення від радіуса вигину кристала та від орієнтації кристала. Запропонований метод розщеплення пучка на декілька частин було підтверджено в експерименті колаборації UA9 в ЦЕРН [2], в якому було знайдено залежність ефективності розщеплення первинного пучка на декілька частин від радіуса вигину кристала. Показано, що завдяки зміні орієнтації кристала можна змінювати кількість частинок, які захоплюються в різні нахилені площинні канали зігнутого кристала, тобто можливе розщеплення первинного пучка позитивно заряджених частинок на декілька пучків з різною кількістю частинок в цих пучках. Цей теоретичний результат було підтверджено в експерименті колаборації UA9 в ЦЕРН [6], в якому було показано можливість розщеплення первинного пучка на декілька несиметричних за кількістю частинок частин.

- Проведено порівняння ефективності стохастичного відхилення при різних осьових орієнтаціях зігнутого кристала. Показано, що орієнтація кристала відносно налітаючого пучка заряджених частинок поблизу кристалічної осі $\langle 110 \rangle$ дозволяє відхилити найбільшу кількість заряджених частинок.

- Знайдено залежність ефективності стохастичного механізму відхилення від вибору площини вигину кристала. Отримані оптимальні орієнтації площини вигину кристала для отримання найбільш ефективного відхилення. Показано, що в осьовій орієнтації $\langle 110 \rangle$ навіть для негативно заряджених частинок кількість відхилених частинок суттєво залежить від вибору площини вигину кристала. Також показано, що завдяки більш інтенсивному некогерентному розсіюванню негативно заряджених частинок у кристалі знаменник у виразі для максимального кута відхилення для негативно заряджених частинок є більшим, ніж для позитивно заряджених, і це зумовлює менші кути відхилення негативно заряджених частинок при стохастичному відхиленні у порівнянні зі стохастичним відхиленням позитивно заряджених частинок.

РОЗДІЛ 5

ІОНІЗАЦІЙНІ ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ НЕГАТИВНО ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК В ОРІЄНТОВАНИХ КРИСТАЛАХ

Коли швидка заряджена частинка рухається в речовині, вона втрачає частину своєї енергії на збудження та іонізацію атомів. Ці втрати енергії називаються іонізаційними втратами енергії. У досить тонких шарах речовини значення таких втрат енергії є стохастичним. Воно розподіляється відповідно до закону, який було отримано в роботах [334–336]. В аморфних речовинах такий розподіл (або спектр), відомий як розподіл Ландау, має єдиний максимум, який відповідає найбільш ймовірному значенню втрат енергії частинок.

При русі частинки в режимі каналювання у кристалі відбувається зменшення (при позитивному заряді частинки) або збільшення (при негативному заряді) ймовірності близьких зіткнень частинки з атомами (див. розділ 2), що призводить до зміни значення найбільш ймовірних втрат енергії частинки порівняно з аморфною мішенню.

Для позитивно заряджених частинок каналювання призводить до зменшення значення найбільш ймовірних втрат енергії частинок у порівнянні з випадком, коли кристал є неорієнтованим (у цьому випадку кристал є подібним до аморфного середовища), і частинка рухається в мішені у надбар'єрному режимі. Це пов'язано з тим, що внаслідок відштовхувального характеру сили між частинкою та атомними ланцюжками або площинами ймовірність близьких зіткнень частинки з атомами зменшується. Такий ефект спостерігався у роботах [63,337,340,361]. У [63,340] також були представлені експериментально виміряні спектри іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок (π^--мезонів). Однак в цих експериментах мала місце умова $l_d \ll L$ (де L – це

товщина кристалічної мішені, а l_d – це довжина деканалювання). Це призвело або до відсутності будь-якого помітного впливу каналювання на значення найбільш ймовірних втрат енергії частинок [63], або до дуже незначного ефекту такого роду [340].

У цьому розділі розглянуто спектри іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок, коли значення l_d є близьким до L. Показано, що в цьому випадку форми спектрів помітно відрізняються від звичайного розподілу Ландау та є досить чутливими до відношення l_d/L. Досліджено можливість експериментального визначення l_d шляхом вимірювання різних характеристик спектрів іонізаційних втрат енергії частинок.

5.1. Спектри іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок при площинному каналюванні

В реальному кристалі частинки не можуть знаходитися в режимі каналювання нескінченно довго. Некогерентне розсіювання на дефектах кристала, теплових коливаннях атомів або на атомних електронах призводить до виходу частинок з підбар'єрного режиму руху в надбар'єрний стан. В роботі [362] було показано, що для негативно заряджених частинок кількість канальованих частинок з товщиною кристала зменшується експоненційно. Товщина кристала, на якій внаслідок переходу частинок у надбар'єрний режим руху кількість канальованих частинок пучка зменшується в e разів, називається довжиною деканалювання l_d.

Каналювання негативно заряджених частинок може бути корисним інструментом для керування пучками, як джерело випромінювання в кристалах або кристалічних ондуляторах та для отримання позитронів. Для вирішення цих задач потрібно знати, до якої товщини частинки будуть перебувати в підбар'єрному стані. Через це довжина деканалювання є важливим параметром, який дозволяє визначити оптимальні товщини кристала для реалізації вказаних

вище задач. Спроби визначення довжини деканалювання негативно заряджених частинок неодноразово робилися за допомогою теоретичних розрахунків, чисельного моделювання та експериментів. В роботі [363] на основі порівняння середньоквадратичного кута багатократного розсіювання з критичним кутом площинного каналювання було встановлено, що довжина деканалювання лінійно пропорційна енергії заряджених частинок: $l_d = \kappa E$. Подальші оцінки та вимірювання були спрямовані на визначення коефіцієнта пропорційності κ.

У таблиці 5.1 зібрано оцінки κ в кристалі кремнію, які публікувалися в літературі. Можна помітити, що значення κ коливається в доволі широкому діапазоні і потребує уточнення.

Існує декілька експериментальних методів, які дозволяють визначити значення довжини деканалювання в кристалі. Ці методи пов'язані з вимірюванням виходу атомних електронів, вибитих із кристалів [366], з вимірюванням низькоенергетичного випромінювання при каналюванні або високоенергетичного гальмівного випромінювання [108], з вимірюванням кута відхилення частинок після їх проходження через зігнутий кристал [196, 367, 368] та з дослідженням товщинної залежності виходу ядерних реакцій [371, 372]. В роботі [13] було запропоновано новий метод визначення довжини деканалювання за допомогою аналізу спектрів іонізаційних втрат енергії частинок у кристалах. Далі ми проводимо аналіз цих спектрів, зокрема, з метою дослідити дієвість зазначеного методу.

Параметри пучка негативно заряджених частинок оберемо виходячи з можливостей прискорювача SPS ЦЕРН, на якому може бути проведене експериментальне дослідження довжини деканалювання негативно заряджених частинок за допомогою вимірювання спектрів іонізаційних втрат енергії частинок у кристалах. Таким чином, за допомогою числового моделювання руху π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ в кристалі знайдемо траєкторію руху частинок у полі періодично розташованих атомних площин (110) кристала кремнію. Саме така енергія частинок відповідає вторинному пучку π^--мезонів,

Таблиця 5.1. Значення коефіцієнта пропорційності між довжиною деканалювання та енергією заряджених частинок.

Площина	Частинки	E [ГеВ]	κ [мкм/ГеВ]	Джерело
(110)	e^-		17,8	[363]
(110)	e^-	0,855	21,1	[108]
(110)	e^-	0,855	48,0	[364]
(110)	e^-	0,855	9,7	[365]
(110)	e^-	1,2	24,2	[366]
(110)	π^-	150	6,2	[367]
(111)	e^-		23,6	[363]
(111)	e^-	0,855	23,7	[368]
(111)	e^-	0,855	15,9	[365]
(111)	e^-	3,35–14	15,3	[196]
(111)	e^-	0,5–100	27	[369]
(111)	e^-	50	6,6	[370]

який може бути отриманий на прискорювачі SPS ЦЕРН.

В моделюванні вирішувалося не двовимірне, як у попередніх розділах, а одновимірне рівняння руху частинок в полі атомних площин:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{c^2}{E}\frac{d}{dx}U_{\text{р}}(x), \tag{5.1}$$

де вісь x є ортогональною до кристалічних площин, в полі яких рухаються

частинки, а потенціальна енергія частинок з зарядом, який дорівнює заряду електрона, в полі атомних площин (110) кремнію в наближенні Дойля-Тернера має вигляд

$$U_{\mathrm{p}}(x) = -\frac{2\pi\hbar^2}{m_{\mathrm{e}} d d_{\mathrm{s}} d_{\mathrm{p}}} \sum_{k=1}^{4} \alpha_k \vartheta_3 \left(\pi \frac{x}{d_p}, e^{-\frac{\beta_k + B}{4 d_{\mathrm{p}}^2}} \right), \tag{5.2}$$

де $\vartheta_3(u,q) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} e^{2nui}$ – це тета-функція Якобі третього роду [350], $d_p = \frac{\sqrt{2}}{4}a$, $dd_s = \frac{\sqrt{2}}{4}a^2$, $a = 5.431$ Å, $\alpha_1 = 2.1293$ Å, $\alpha_2 = 2.5333$ Å, $\alpha_3 = 0.8349$ Å, $\alpha_4 = 0.3216$ Å, $\beta_1 = 57.7748$ Å^2, $\beta_2 = 16.4756$ Å^2, $\beta_3 = 2.8796$ Å^2, $\beta_4 = 0.3860$ Å^2.

В моделюванні було враховане некогерентне розсіювання, спричинене тепловими коливаннями атомів та розсіюванням на електронах. Інші види некогерентного розсіювання не враховувались з огляду на малу товщину кристала. Для розрахунку спектрів іонізаційних втрат було використано модель, описану в [13], в якій ймовірність втрати енергії на кожній ділянці траєкторії частинки визначається локальною концентрацією електронів у кристалі.

На рис. 5.1 показано отриманий за допомогою моделювання спектр іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ в розорієнтованому кристалі кремнію товщиною $L = 1$ мм. Розорієнтований кристал є аналогом аморфної мішені. Кількість частинок в пучку при моделюванні дорівнювала 10^6. Товщина кристала була обрана виходячи з даних, наведених у таблиці 5.1, таким чином, щоб вона за порядком величини збігалася з довжиною деканалювання заряджених частинок. Функція $f(\mathcal{E})$ є розподілом ймовірності значень іонізаційних втрат енергії частинки $\mathcal{E}$ у мішені. Розподіл нормовано на одиницю.

На рис. 5.1 бачимо, що у випадку розорієнтованого кристала спектр іонізаційних втрат енергії має чітко виражений пік при енергії втрат, яка, таким чином, є найбільш ймовірною величиною іонізаційних втрат енергії. При зменшенні величини втрат енергії відносно значення найбільш ймовірної величини іонізаційних втрат функція $f(\mathcal{E})$ швидко прямує до нуля. Натомість,

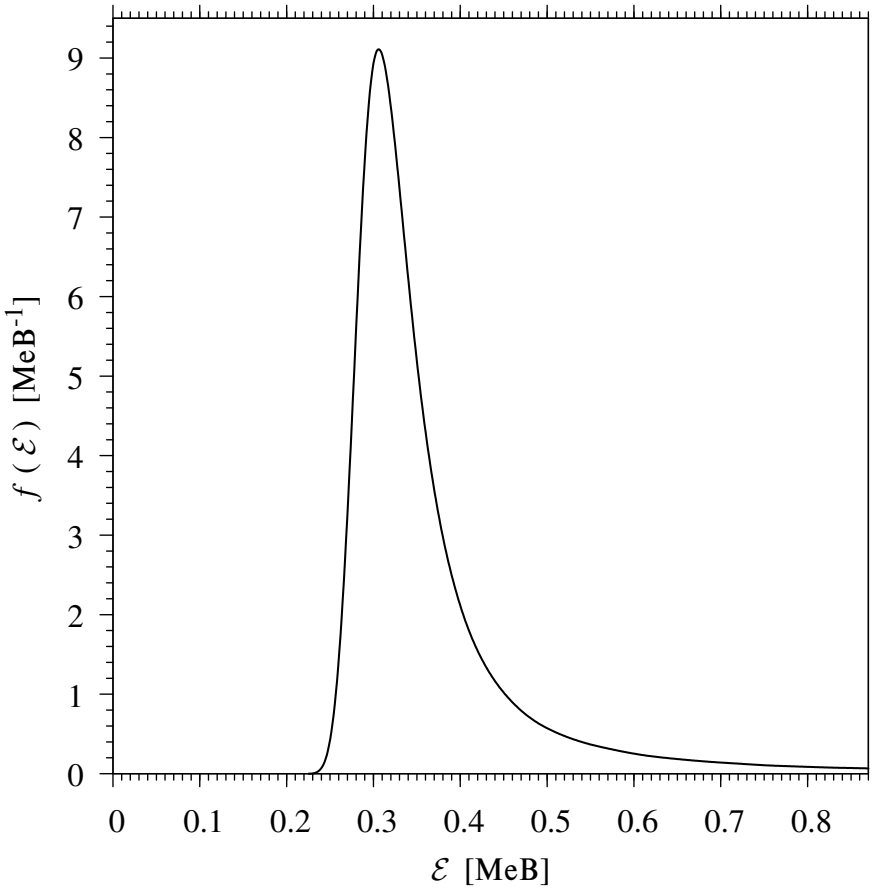


Рис. 5.1. Спектр іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ в розорієнтованому кристалі кремнію товщиною 1 мм.

при збільшенні енергії втрат відносно тієї ж точки $f(\mathcal{E})$ зменшується значно повільніше, маючи довгий хвіст.

Тепер розглянемо як зміниться розподіл іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок при переході до орієнтованого кристала. На рис. 5.2 показано спектр іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ в кристалі кремнію товщиною $L = 1$ мм, орієнтованому відносно налітаючого пучка вздовж атомних площин (110). При моделюванні початковий пучок не мав кутової розбіжності, тобто всі частинки рухалися в кристалі в режимі площинного каналювання. Для того, щоб побачити влив саме ефекту каналювання на розподіл іонізаційних втрат енергії частинок, при отриманні результатів, які показані на рис. 5.2, в моделюванні не було враховано некогерентне розсіювання. Бачимо, що в порівнянні зі спектром в

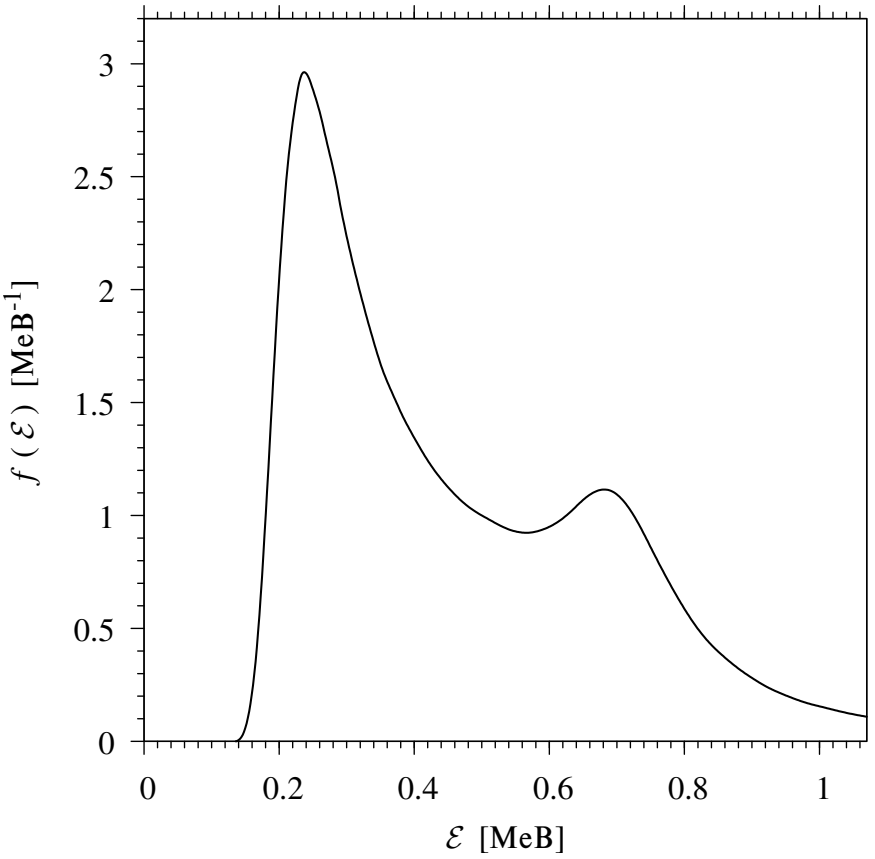


Рис. 5.2. Спектр іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ при площинному каналюванні в полі атомних площин (110) кристала кремнію товщиною 1 мм. Спектр отримано без урахування некогерентного розсіювання частинок.

розорієнтованому кристалі при орієнтації кристала поблизу атомної площини мається два піка в розподілі іонізаційних втрат енергії. Існування двох піків пов'язано з тим, що період осциляцій негативно заряджених частинок залежить від точки падіння на кристал, оскільки для негативно заряджених частинок потенціал атомних площин суттєво відрізняється від параболічного потенціалу. Чим ближче до атомної площини частинка входить у кристал, тим меншим є період осциляцій при каналюванні і тим більше енергії частинка втратить при проходженні кристала, оскільки чим меншим є прицільний параметр, тим більше часу частинка перебуває в області з підвищеною електронною густиною. Натомість, пік на менших величинах втрат енергії зсувається ближче до нуля, оскільки частинки, які входять у кристал близько до середини області між

двома сусідніми кристалічними площинами, при площинному каналюванні проводять поблизу атомів менше часу, ніж у розорієнтованому кристалі, тобто зависають між двома атомними площинами (див. розділ 2).

Приклади траєкторій π^--мезонів в полі атомних площин (110) кристала кремнію показано на рис. 5.3, де пунктиром зображено атомні площини (сірий колір показує амплітуду теплових коливань атомів), суцільною, штриховою та штрихпунктирною лініями показано траєкторії трьох π^--мезонів з різними координатами падіння на кристал. По осі ординат відкладено товщину кристала. В лівий пік у спектрі роблять внесок траєкторії, подібні до тієї, яка показана штрихпунктирною кривою. Період таких коливань є найбільш чутливим до вибору точки падіння частинок на кристал, оскільки посередині між сусідніми атомними площинами знаходиться максимум потенціалу атомних площин.

Урахування некогерентного розсіювання суттєво змінює спектр іонізацій-

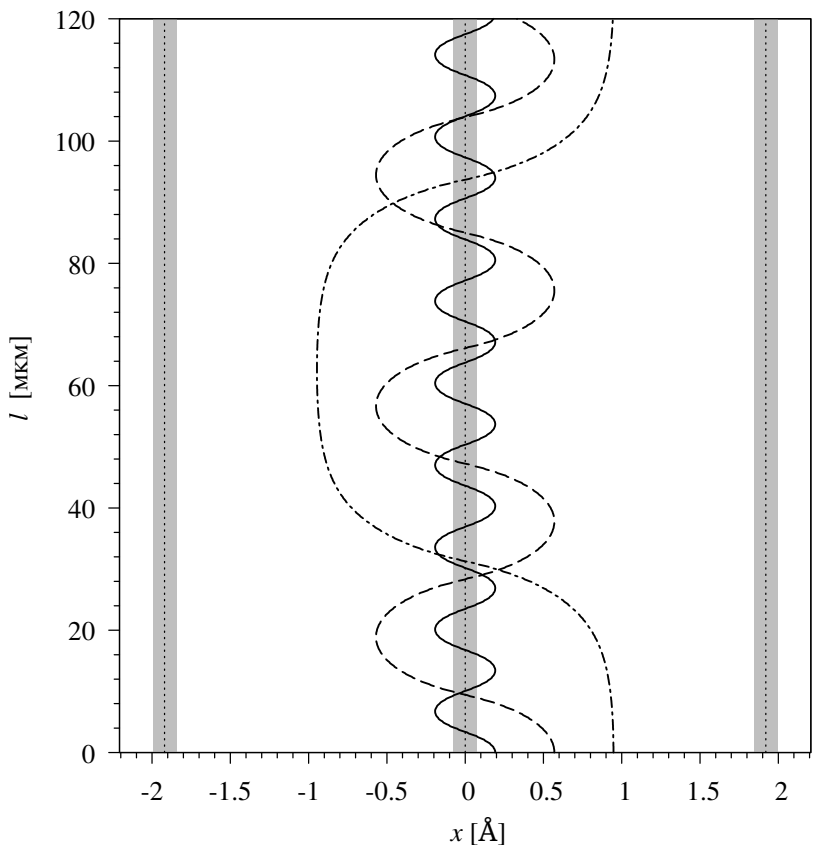


Рис. 5.3. Траєкторії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ, які каналюють в полі атомних площин (110) кристала кремнію.

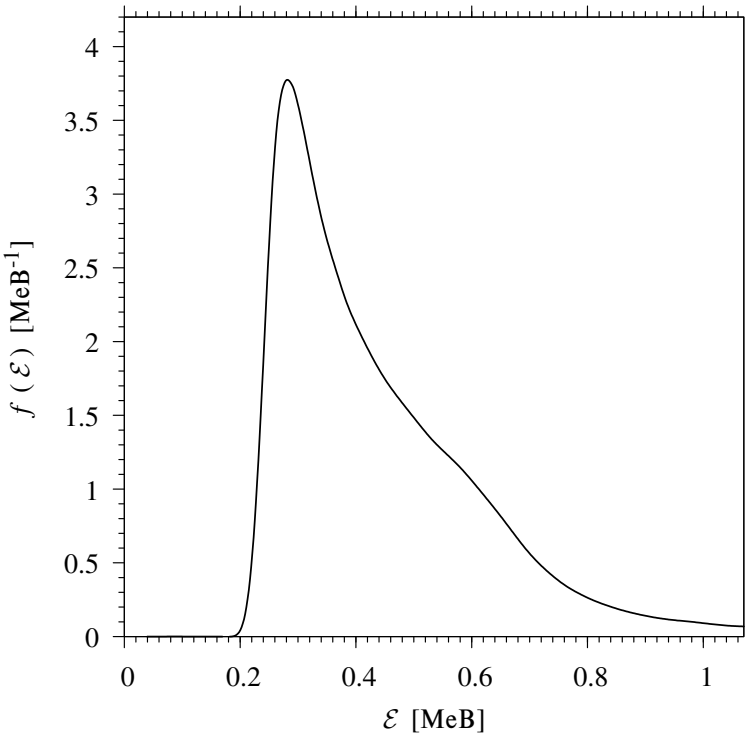


Рис. 5.4. Спектр іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ при площинному каналюванні в полі атомних площин (110) кристала кремнію товщиною 1 мм. Спектр отримано з урахуванням некогерентного розсіювання частинок.

них втрат енергії негативно заряджених частинок в орієнтованому кристалі. Результат моделювання цього спектру показаний на 5.4. Бачимо, що урахування некогерентного розсіювання робить спектр іонізаційних втрат енергії більш схожим на спектр у аморфному тілі (або розорієнтованому кристалі). Лівий пік у спектрі зсувається в бік більших втрат енергії через те, що зависання частинок між атомними площинами можливе лише у вузькому діапазоні поперечних енергій, а некогерентне розсіювання виводить частинки з цього нестійкого режиму руху, переводячи їх або в надбар'єрний стан, або в каналювання з меншою амплітудою коливань. У той же час правий пік в спектрі зникає, оскільки частинки, які рухаються в режимі каналювання з малою амплітудою коливань, більше часу проводять поблизу атомів кристала і є найбільш чутливими до теплових коливань атомів.

Для отримання довжини деканалювання l_d в моделюванні для кожної з

$N_0 = 10^6$ частинок визначалася товщина кристала, на якій частинка виходила з режиму площинного каналювання. Значення l_d визначалося тією товщиною, на якій кількість каналюючих частинок N_c зменшувалася в e разів. На рис. 5.5 показана залежність відносної кількості каналюючих частинок від товщини кристала. Пунктирною прямою показане значення $\frac{N_c}{N_0} = \frac{1}{e}$. З рисунку бачимо, що для обраних умов довжина деканалювання при моделюванні складає близько 700 мкм.

Для того, щоб зрозуміти, як саме залежить спектр іонізаційних втрат енергії від значення довжини деканалювання і як з аналізу цього спектру отримати значення зазначеної довжини, було проведене моделювання траєкторій з різними значеннями інтенсивності некогерентного розсіювання. Інтенсивність некогерентного розсіювання змінювалася при моделюванні шляхом зміни значення коефіцієнта пропорційності між середньоквадратичним кутом некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів та довжиною

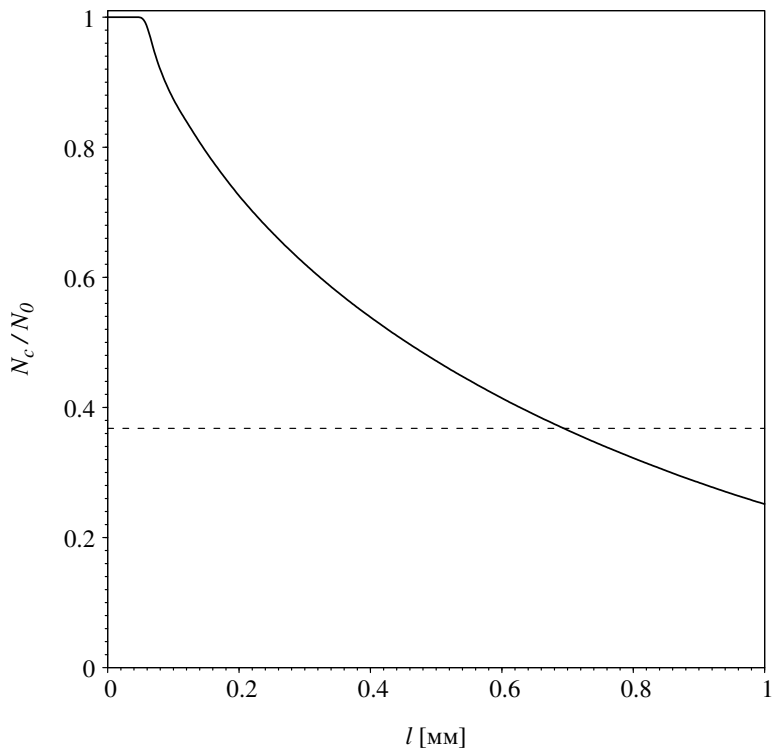


Рис. 5.5. Залежність відносної кількості каналюючих частинок від товщини кристала.

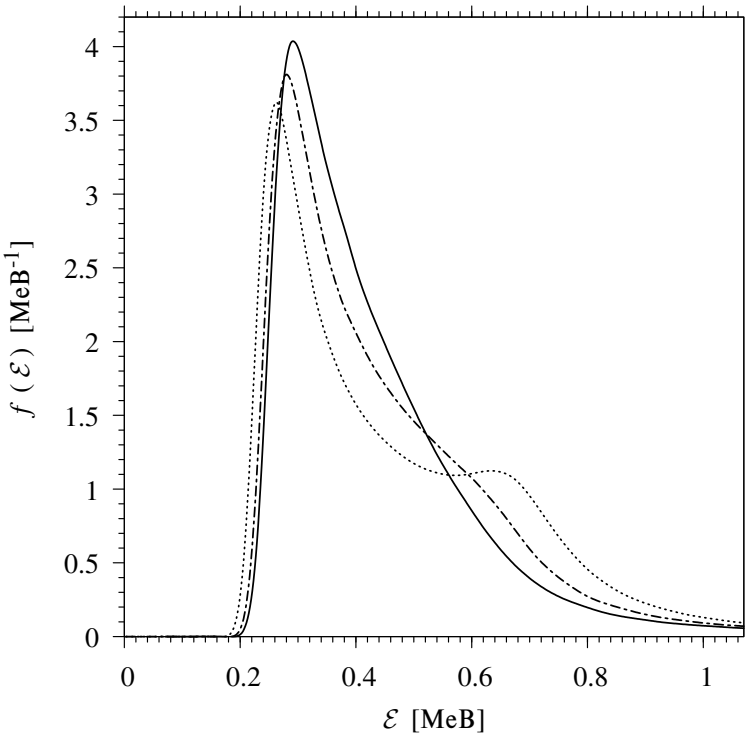


Рис. 5.6. Спектри іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ при площинному каналюванні в полі атомних площин (110) кристала кремнію товщиною 1 мм.

шляху частинки у кристалі. Чим більшим є значення цього коефіцієнта, тим інтенсивнішим є некогерентне розсіювання і тим швидше частинки деканалюють.

На рис. 5.6 показано результати моделювання спектрів іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ при площинному каналюванні в полі атомних площин (110) кристала кремнію товщиною 1 мм. Різні спектри відповідають різним значенням довжини деканалювання: суцільна крива відповідає $l_d = 0,49$ мм, штрихпунктирна крива – $l_d = 0,74$ мм, пунктирна крива – $l_d = 1,78$ мм. З рисунка видно, що у розглянутому випадку спектри іонізаційних втрат енергії суттєво відрізняються від спектру, характерного для розорієнтованого кристала (рис. 5.1). Бачимо, що зміна l_d супроводжується помітною зміною форми спектра. Це дає принципову можливість визначення довжини деканалювання негативно заряджених частинок шляхом вимірювання

спектру іонізаційних втрат енергії частинок. Бачимо, наприклад, що при $l_d = 1,78$ мм правий пік у спектрі є добре помітним, оскільки довжина деканалювання майже вдвічі перевищує товщину кристала. В той же час при $l_d = 0,49$ мм правий пік у спектрі відсутній, оскільки довжина деканалювання є вдвічі меншою за товщину кристала.

Для того, щоб можна було в експерименті шляхом вимірювання спектру іонізаційних втрат енергії отримати значення довжини деканалювання, може бути зручним порівнювати не самі спектри, приклад яких наведено на рис. 5.6, а різні числові параметри, які характеризують ці спектри і які є досить чутливими до значення l_d. Наприклад, роль такого параметра може виконувати співвідношення $\eta = f(\mathcal{E}_{\max})/f(\mathcal{E}_R)$, де $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max}$ – це положення максимуму функції $f(\mathcal{E})$, яке трохи зміщується зі зміною l_d (див. рис. 5.6), а $f(\mathcal{E}_R)$ – це значення $f(\mathcal{E})$ в положенні правого максимуму на рис. 5.2 (тобто без урахування некогерентного розсіювання), яке становить $\mathcal{E}_R \approx 690$ кеВ.

На рис. 5.7 показано залежність η від довжини деканалювання. Суцільна

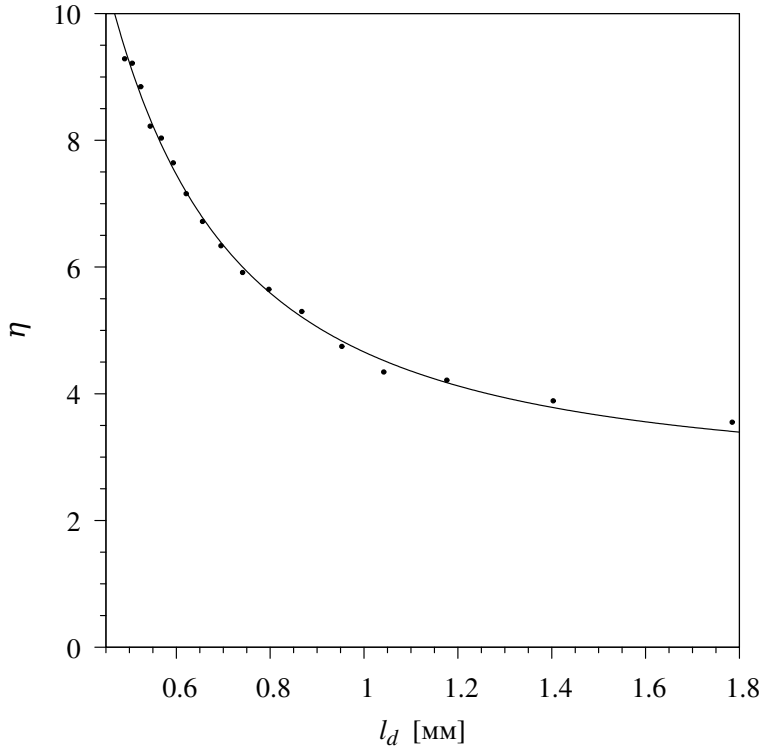


Рис. 5.7. Залежність відношення $f(\mathcal{E}_{\max})/f(\mathcal{E}_R)$ від довжини деканалювання.

крива показує апроксимацію результатів моделювання за допомогою функції $ax^{-b} + c$ при $a = 1,99$, $b = 1,72$, $c = 2,67$, $x = \frac{l_d}{1\ \text{мм}}$. Бачимо, що параметр η є досить чутливим до зміни значення довжини деканалювання в області $l_d < L$ і може бути застосований для визначення довжини деканалювання, якщо l_d знаходиться в цій області. Якщо l_d перевищує товщину кристала, похідна η стає меншою і параметр η стає незручним для вимірювання l_d. Наприклад, якщо експериментально виміряне значення η становить близько 4, важко визначити l_d з рис. 5.7 без значної похибки. У цьому випадку можна застосувати більш товстий кристал, для якого $L > l_d$.

Наступною можливістю є розгляд функції $\Delta f(\mathcal{E})$, яка отримується відніманням спектру в розорієнтованому кристалі зі спектру в орієнтованому. На рис. 5.8 показано результат цього віднімання для різних значень l_d (таких самих, як на рис. 5.6). Функція $\Delta f(\mathcal{E})$ є корисною через те, що дозволяє видалити зі спектрів загальний фон, який може бути присутнім при експериментальному вимірюванні спектрів в орієнтованому та розорієнтованому кристалі. В

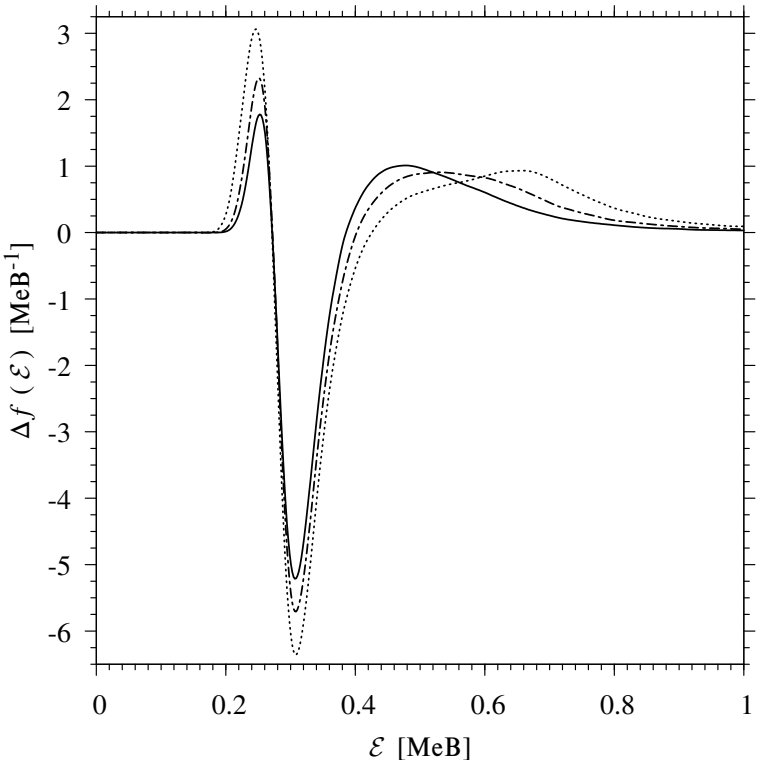


Рис. 5.8. Різниця спектрів, показаних на рис. 5.6 та рис. 5.1.

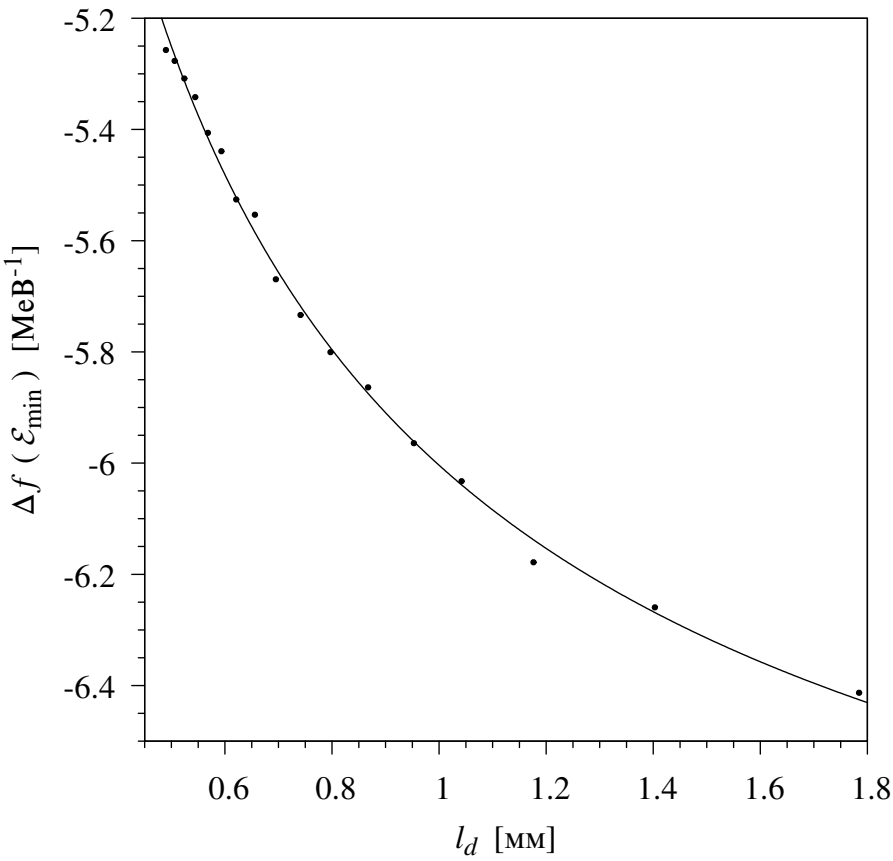


Рис. 5.9. Залежність мінімуму функції $\Delta f(\mathcal{E})$ від довжини деканалювання.

якості параметра, через значення якого можна отримати значення довжини деканалювання, зручно обрати значення функції $\Delta f(\mathcal{E})$ в точці її мінімуму при $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\min} \approx 300$ кеВ. На рис. 5.9 показано залежність цього параметра від довжини деканалювання. Суцільна крива на рисунку це апроксимація даних, отриманих шляхом моделювання, за допомогою функції $ax^{-b} + c$ при $a = 1,39$, $b = 0,63$ і $c = -7,39$. Бачимо, що швидкість зміни значення $\Delta f(\mathcal{E}_{\min})$ зі зміною довжини деканалювання є достатньою для коректного визначення значення l_d і при $l_d < L$, і навіть при $l_d > L$.

Проте, обидва параметри, і η, і $\Delta f(\mathcal{E}_{\min})$, потребують великої статистики вимірювань, тобто великої кількості частинок у пучку, через те, що ці параметри відповідають значенням функції розподілу іонізаційних втрат енергії в окремих точках спектру. Проблему великої статистики можна зменшити, якщо для визначення довжини деканалювання застосувати інтегральні параметри

спектрів. Як приклад такого параметра може бути обрана площа S під кривою $f(\mathcal{E})$ в певному інтервалі $\mathcal{E}$. Для прикладу обчислимо площу під кривою $f(\mathcal{E})$, яка відповідає області $\mathcal{E} < \mathcal{E}_L$, де $\mathcal{E}_L \approx 250$ кеВ – це положення максимуму спектра, який було отримано без урахування некогерентного розсіювання, зображеного на рис. 5.2. На рис. 5.10 показано залежність S від довжини деканалювання. Суцільна крива на рисунку це апроксимація даних, отриманих шляхом моделювання, за допомогою функції $ax^b + c$ при $a = 543,87$, $b = 0,089$ і $c = -476,57$. На рисунку бачимо, що обраний параметр досить швидко змінюється зі зміною довжини деканалювання для коректного визначення значення l_d і при $l_d < L$, і навіть при $l_d > L$. Подібну залежність можна також отримати, якщо для інтегрування вибрати, наприклад, інтервал $\mathcal{E}_R < \mathcal{E} < 1,5\mathcal{E}_R$.

Розглянемо тепер залежність спектра іонізаційних втрат енергії частинок

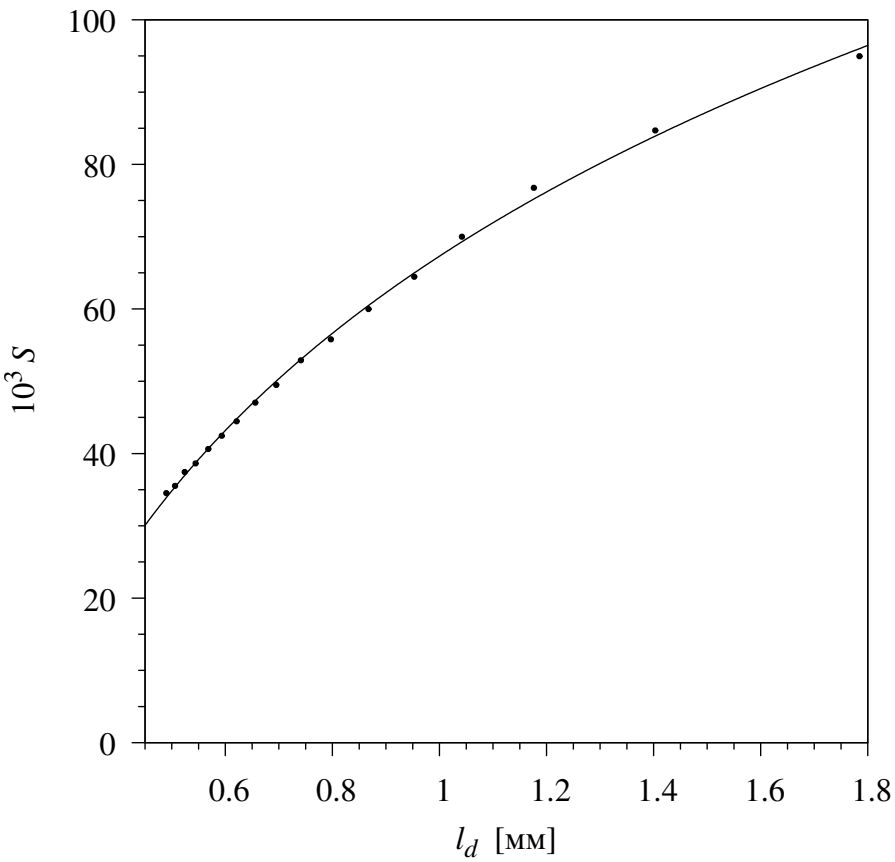


Рис. 5.10. Залежність S від довжини деканалювання.

від орієнтації кристала. До цього розглядався випадок падіння частинок на кристал, коли кут $\theta_{x,in}$ між імпульсом частинок і кристалічною площиною дорівнює нулю. Поперечна енергія частинки в полі кристалічних атомних площин має вигляд

$$\varepsilon_{\perp} = U_p + \frac{E\theta_x^2}{2}, \tag{5.3}$$

де θ_x – це кут між імпульсом частинки та кристалічною атомною площиною, а U_p – це потенціальна енергія частинки в полі атомних площин (в наближенні Дойля-Тернера має вигляд (5.2)). Якщо $\varepsilon_{\perp} < \max U_p$, частинка є підбар'єрною і каналює в полі атомних площин. Якщо ж $\varepsilon_{\perp} > \max U_p$, частинка є надбар'єрною.

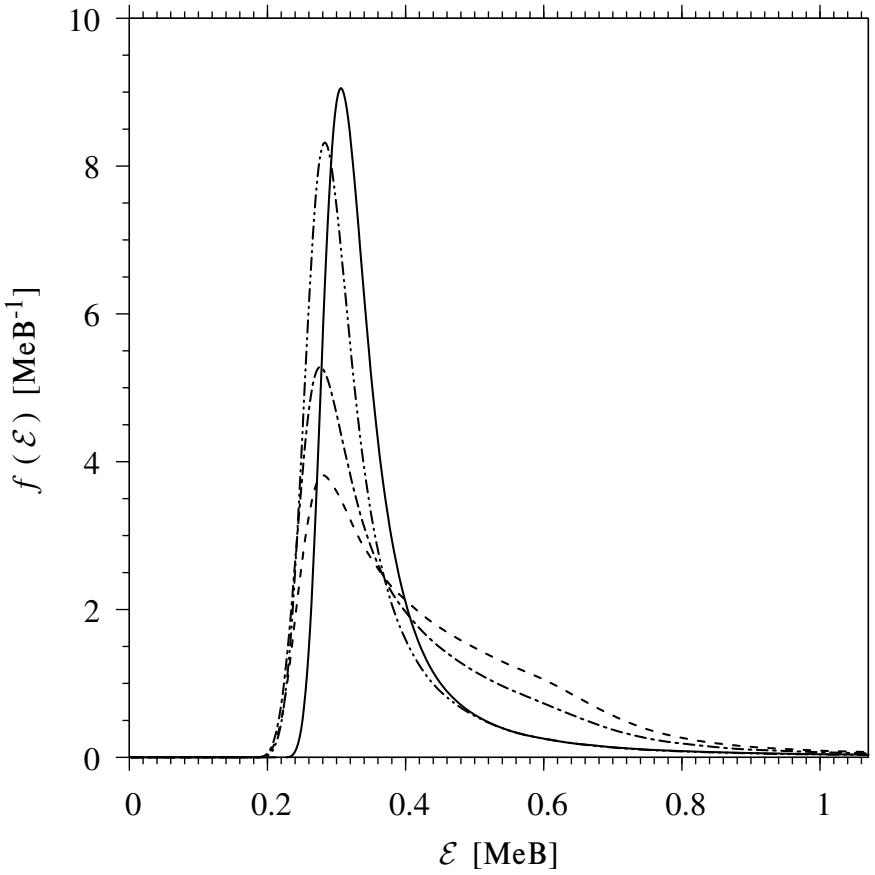


Рис. 5.11. Спектри іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ, які рухаються в кристалі кремнію товщиною 1 мм в полі атомних площин (110), при різних значеннях кута $\theta_{x,in}$.

Спектри іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ при різних значеннях кута $\theta_{x,in}$ показані на рис. 5.11. Штриховою кривою показано спектр при $\theta_{x,in} = 0$, штрихпунктирною – при $\theta_{x,in} = \theta_c/2$[1], штрихпунктирною з двома крапками – при $\theta_{x,in} = \theta_c$, суцільною – при $\theta_{x,in} =$ 200 мкрад $> 10\theta_c$.

Спектр іонізаційних втрат енергії частинок, показаний на рис. 5.11 суцільною кривою збігається зі спектром в аморфній речовині, показаному на рис. 5.1, що є вірним, оскільки при $\theta_{x,in} \gg \theta_c$ всі частинки рухаються в кристалі в надбар'єрному режимі, а ефект зависання при таких великих кутах є непомітним. На рисунку бачимо, що зі зростанням кута між імпульсом частинок і кристалічною площиною має місце перехід від спектру каналюючих частинок до спектру в аморфному тілі. Виникає питання, чи можна за допомогою вимірювання спектра визначити кут падіння заряджених частинок. На рис. 5.11 бачимо, що найсильніше при зміні кута $\theta_{x,in}$ змінюються два параметри – значення найбільш ймовірних втрат енергії та висота максимуму спектра. Значення найбільш ймовірних втрат енергії частинок при зростанні кута $\theta_{x,in}$ зростає, але різниця цього параметра при $\theta_{x,in} = 0$ та $\theta_{x,in} \gg \theta_c$ є не такою великою, як різниця в значеннях висоти максимуму спектра, тому саме останній параметр є найбільш вдалим для визначення кута $\theta_{x,in}$ по виміряному спектру.

На рис. 5.12 суцільною кривою показана залежність висоти максимуму спектру іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ від значення кута $\theta_{x,in}$. Починаючи з $\theta_{x,in} = 3$ мкрад і до $\theta_{x,in} = \theta_c$ значення $\max(f(\mathcal{E}))$ стрімко зростає зі зростанням $\theta_{x,in}$. В області $\theta_{x,in} > \theta_c$ має місце невелике перевищення значення $\max(f(\mathcal{E}))$ в аморфному тілі, яке показано на рис. 5.12 штриховою прямою. При подальшому збільшенні кута $\theta_{x,in}$ висота максимуму спектру іонізаційних втрат енергії прямує до начення $\max(f(\mathcal{E}))$ в аморфному тілі.

Таким чином, бачимо, що аналіз спектрів іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок може дати можливість вимірювання кута

[1]Критичний кут площинного каналювання при зазначених параметрах складає 16,87 мкрад.

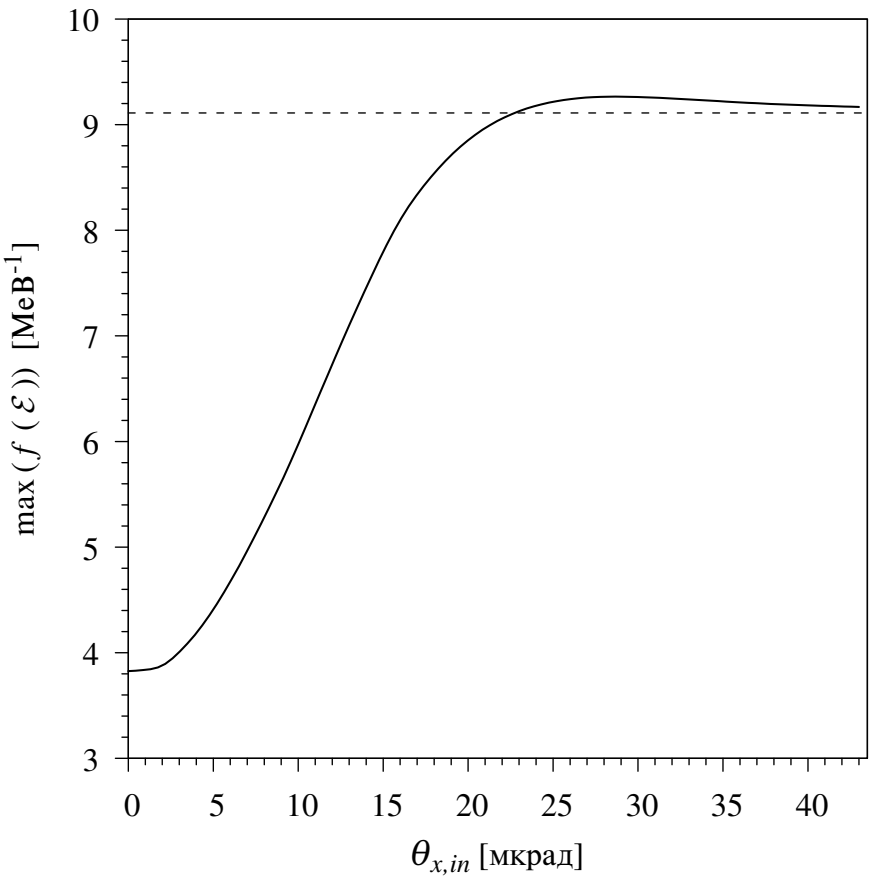


Рис. 5.12. Залежність висоти максимуму спектру іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ від значення кута $\theta_{x,in}$.

падіння частинок на кристал, якщо цей кут є меншим за критичний кут площинного каналювання.

Далі розглянемо як змінюється спектр, показаний на рис. 5.4 при переході до зігнутого кристала. У зігнутому кристалі, навіть якщо всі частинки пучка падають на кристал паралельно до напрямку кристалічної площини, не всі частинки потрапляють у режим площинного каналювання, оскільки рівняння руху (5.1) переходить в

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{c^2}{E}\left(\frac{d}{dx}U_{\mathrm{p}}(x) + \frac{E}{R}\right), \tag{5.4}$$

де R – це радіус вигину кристала. Через наявність відцентрової сили в рівнянні (5.4) деякі частинки при падінні на кристал стають надбар'єрними.

Чим меншим є радіус вигину кристала, тим менше підбар'єрних частинок. Доля підбар'єрних частинок стає рівною нулю при радіусах вигину, менших за критичний

$$R_{\mathrm{c}} = \frac{E}{|U'_{\mathrm{p}}(x_0)|}, \tag{5.5}$$

де x_0 – це точка, в якій друга похідна $U_{\mathrm{p}}(x)+Ex/R$ дорівнює нулю. При $E = 150$ ГеВ для руху частинок в полі зігнутих атомних площин (110) кристала кремнію $R_c \approx 26,16$ см.

За рахунок некогерентного розсіювання певна частина підбар'єрних частинок при русі у кристалі переходить у надбар'єрний стан. На рис. 5.13 показана залежність відношення кількості частинок, які при виході з зігнутого

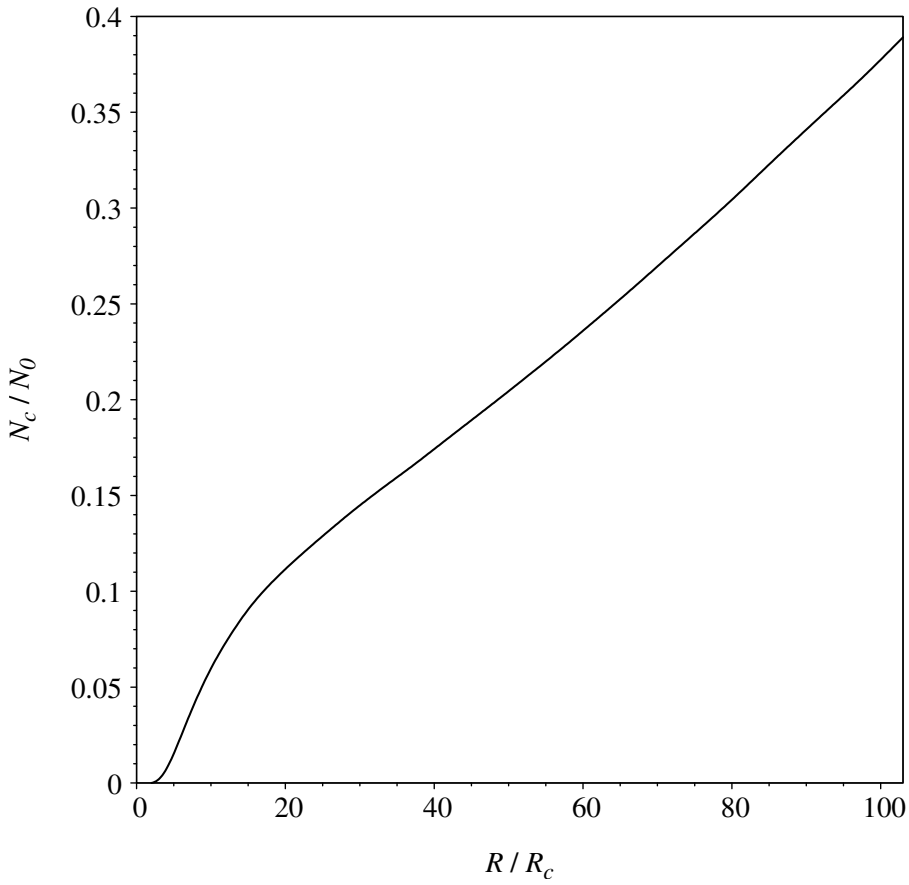


Рис. 5.13. Залежність долі підбар'єрних частинок від радіуса вигину кристала. Товщина кристала дорівнює 1 мм.

кристала кремнію товщиною 1 мм, орієнтованого відносно налітаючих частинок поблизу атомних площин (110), залишаються підбар'єрними N_c, до кількості частинок у пучку N_0, від радіуса вигину кристала. Вказані частинки при проходженні через зігнутий кристал відхиляються на кут, не менший за

$$\alpha_{\min} = \frac{L}{R} - \theta_c, \tag{5.6}$$

де товщина кристала $L = 0,1$ см. Бачимо, що при $R \lesssim R_c$ при виході з кристала всі частинки є надбар'єрними. Зі збільшенням радіуса вигину кількість підбар'єрних частинок зростає.

На рис. 5.14 показані спектри іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з

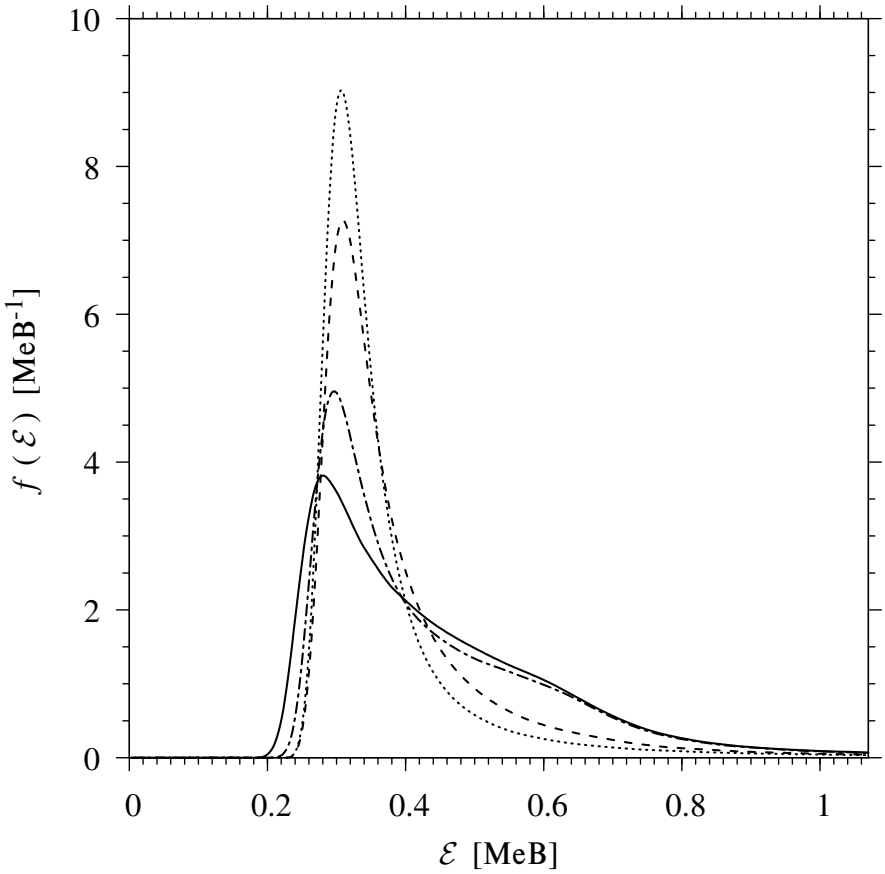


Рис. 5.14. Спектри іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ, які рухаються в зігнутому кристалі кремнію товщиною 1 мм в полі атомних площин (110), при різних значеннях радіуса вигину.

кінетичною енергією 150 ГеВ, які рухаються в зігнутому кристалі кремнію товщиною 1 мм в полі атомних площин (110), при різних значеннях радіуса вигину кристала. Пунктирною лінією показано спектр при $R = R_c$. Оскільки в цьому випадку всі частинки є надбар'єрними (див. рівняння (3.25) та рис. 5.13), цей спектр збігається зі спектром частинок у аморфному кристалі, показаному на рис. 5.1. При збільшенні радіуса вигину кристала зростає кількість підбар'єрних частинок, для яких, як було показано вище, середнє значення іонізаційних втрат енергії є вищим, ніж для надбар'єрних частинок. Штриховою лінію показано спектр при $R = 4R_c$. Через те, що у підбар'єрних частинок середнє значення іонізаційних втрат є вищим, ніж у надбар'єрних, висота максимуму при $R = 4R_c$ є меншою, ніж при $R = R_c$, а при зростанні $\mathcal{E}$ розподіл іонізаційних втрат повільніше прямує до нуля, ніж при $R = R_c$. Штрихпунктирною лінією показано спектр при $R = 72R_c$. Як бачимо з рис. 5.13 при $R = 72R_c$ більше чверті частинок пучка при виході з кристала залишаються підбар'єрними. Саме тому спектр у цьому випадку є більш схожим на спектр частинок у прямому кристалі, показаний на рис. 5.14 суцільною лінією, ніж при $R = 4R_c$.

На рис. 5.14 можна побачити, що залежність висоти максимуму іонізаційних втрат енергії від значення радіуса вигину кристала є нелінійною. Це є наслідком нелінійності залежності кількості підбар'єрних частинок від радіуса вигину кристала, показаної на рис. 5.13, яка в свою чергу випливає з рівняння (3.25). Більш детально залежність висоти максимуму іонізаційних втрат енергії від значення радіуса вигину кристала показана на рис. 5.15. Штриховою лінією показано значення максимуму іонізаційних втрат енергії в аморфному тілі, а пунктирною лінією – в прямому кристалі. Бачимо, що при $R < 10R_c$ має місце швидке зменшення $\max(f(\mathcal{E}))$ при зростанні радіуса вигину, а при $R > 10R_c$ це зменшення сповільнюється до лінійного, так само як на рис. 5.13 при $R > 10R_c$ сповільнюється до лінійного зростання кількості частинок, які до кінця кристала перебувають у підбар'єрному стані. При $R \to \infty$ висота максимуму

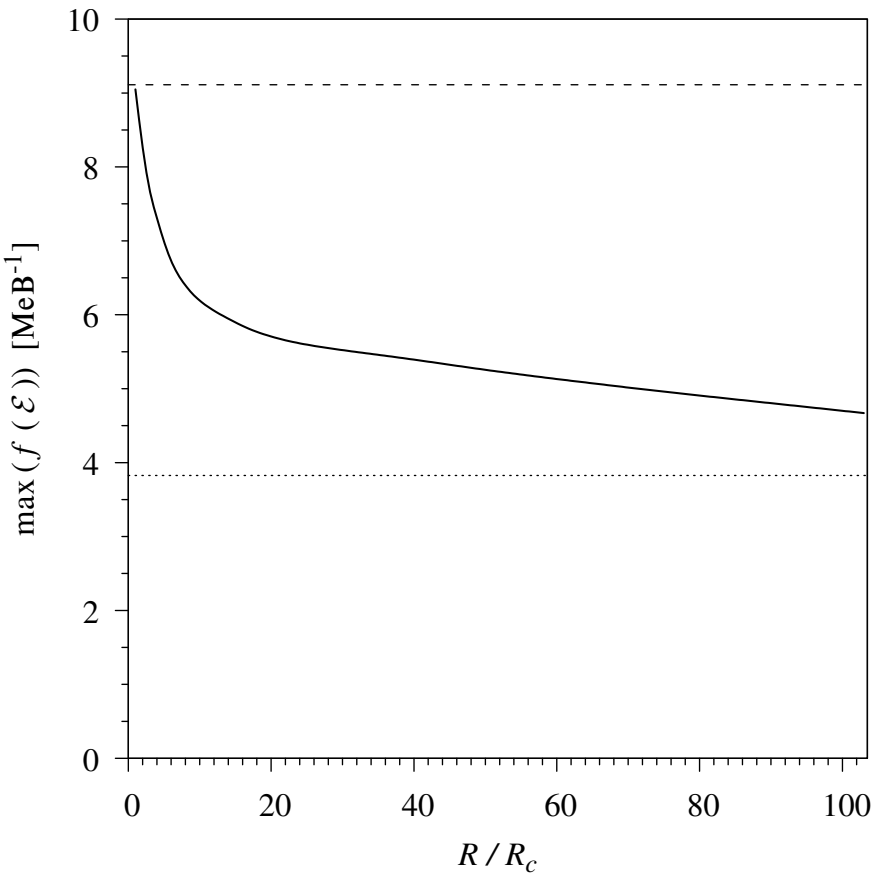


Рис. 5.15. Залежність висоти максимуму спектру іонізаційних втрат енергії π^--мезонів з кінетичною енергією 150 ГеВ від радіуса вигину кристала.

іонізаційних втрат енергії прямує до значення $\max(f(\mathcal{E}))$ у прямому кристалі.

Висновки до розділу 5

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [13, 35]. Серед основних результатів в якості висновків можна виділити наступні:

• Вивчено властивості спектрів іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок при їх площинному каналюванні у кристалах. Розглянуто кристали товщиною $L \sim l_d$. Показано, що при такій товщині кристала форма спектра іонізаційних втрат енергії є чутливою до значення довжини деканалювання l_d. Досліджено залежність спектрів від l_d при площинному каналюванні

негативно заряджених частинок у кристалі. Запропоновано метод експериментального визначення довжини деканалювання, заснований на вимірюванні спектру іонізаційних втрат енергії. Показано, що таке визначення може бути здійснено з використанням різних числових параметрів, які характеризують спектр іонізаційних втрат енергії і при цьому помітно залежать від значення l_d.

- Проведено аналіз зміни спектрів іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок при їх площинному каналюванні у кристалах при зміні значення кута між імпульсом налітаючих на кристал частинок та напрямком кристалічної площини $\theta_{x,in}$. Знайдено залежність висоти максимуму спектру іонізаційних втрат енергії від кута $\theta_{x,in}$. Запропоновано метод експериментального визначення кута $\theta_{x,in}$, заснований на вимірюванні спектру іонізаційних втрат енергії частинок.

- Проведено аналіз спектрів іонізаційних втрат енергії негативно заряджених частинок при їх площинному каналюванні у зігнутому кристалі. Знайдено залежність висоти максимуму спектру іонізаційних втрат енергії від радіуса вигину кристала.

РОЗДІЛ 6

ВПЛИВ РОЗСІЮВАННЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ПОЗИТИВНО ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК НА ОКРЕМИХ ЛАНЦЮЖКАХ АТОМІВ В КРИСТАЛІ НА СТАБІЛЬНІСТЬ ЇХ РУХУ В РЕЖИМІ ПЛОЩИННОГО КАНАЛЮВАННЯ ТА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Коли високоенергетична заряджена частинка рухається в кристалі під малим кутом до однієї з головних кристалографічних осей або площин, завдяки періодичності розташування атомів у кристалі можуть з'являтися кореляції між послідовними зіткненнями частинки з сусідніми атомами [45, 48]. У випадку руху поблизу кристалічної атомної площини ці кореляції можуть призвести до явища площинного каналювання. При цьому має місце фінітний рух заряджених часток у полі сусідніх площин (рух є фінітним по відношенню до осі, що є ортогональною до цих площин). Для аналізу умов, при яких відбувається площинне каналювання, розглянемо атомну площину як набір атомних ланцюжків, як це було зроблено в роботі [48].

Площинне каналювання високоенергетичної зарядженої частинки в кристалі відбувається при виконанні двох умов: 1) енергія руху частинок у напрямку, який є ортогональним до атомних площин, повинна бути меншою, ніж потенціальний бар'єр, який утворюють сусідні площини; 2) кут ψ між імпульсом частинки та віссю, яка є паралельною ланцюжкам атомів, які утворюють атомні площини, повинен бути набагато більшим, ніж критичний кут осьового каналювання $\psi_c = \sqrt{\frac{4Ze^2}{Ed}}$, де $Z|e|$ – заряд атомного ядра, E – енергія частинки, d – відстань між сусідніми атомами в атомному ланцюжку. Друга умова, однак, не дає чіткого визначення того, наскільки малим може бути кут ψ, який ще відповідає площинному каналюванню. Для аналізу цього

питання зручно почати розгляд руху частинки з наближення безперервного потенціалу кристалічних площин [48], а потім врахувати вплив розсіювання на окремих атомних ланцюжках як поправку до такого руху.

6.1. Площинне каналювання

Рух високоенергетичної зарядженої частинки в безперервному потенціалі атомних площин можна знайти як розв'язок рівнянь руху

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\frac{c^2}{E}\frac{d}{dx}U_{\mathrm{p}}(x), \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= 0, \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= 0, \end{aligned} \tag{6.1}$$

де вісь x є ортогональною до атомних площин, вісь z є паралельною ланцюжкам, які утворюють атомні площини, вісь y є ортогональною осям x і z (див. рис. 6.1 (ліворуч)), $U_p(x)$ – це безперервний потенціал атомних площин.

Щоб знайти безперервний площинний потенціал атомних ланцюжків, використаємо апроксимацію потенціалу атому у наближенні Дойля-Тернера [349]. У такому наближенні потенціальна енергія частинки з зарядом $|e|$ у полі атомного ланцюжка може бути записана як

$$U_{\mathrm{str}}(\rho) = \frac{8\pi^2\hbar^2}{m_{\mathrm{e}}d}\sum_{k=1}^{4}\frac{\alpha_k}{\beta_k + B}e^{-\frac{4\pi^2\rho^2}{\beta_k+B}}, \tag{6.2}$$

де m_{e} – це маса електрона, α_k і β_k – це коефіцієнти, які були знайдені в роботі [349] для великої кількості елементів, $B = 8\pi^2 r_T^2$, а r_T – це середнє квадратичне відхилення атомів від рівноважного положення під дією теплових коливань в одному напрямку (для кремнію $r_T \approx 0,075$ Å при температурі 293 K), $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ – це відстань від атомного ланцюжка. Після усереднення

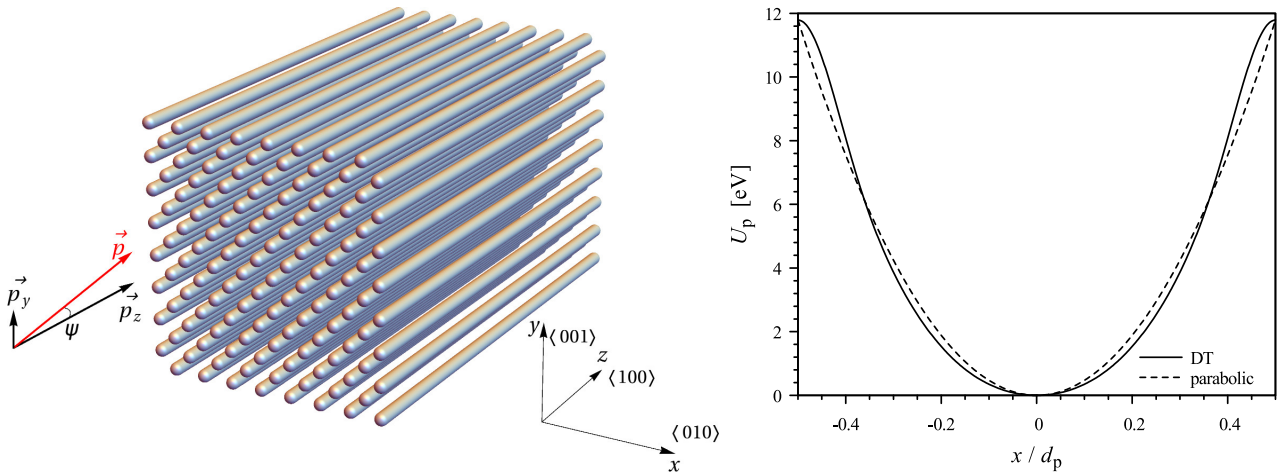


Рис. 6.1. Схематичне зображення падіння частинки на кристал (ліворуч) та порівняння безперервного потенціалу площини (001) кристала кремнію у наближенні Дойля-Тернера (суцільна крива) та параболічному наближенні (штрихова крива) (праворуч).

рівняння (6.2) по y можна отримати потенціальну енергію частинки з зарядом $|e|$ у полі атомної площини у формі

$$U_{\mathrm{pl}}(x) = \frac{4\pi^{\frac{3}{2}}\hbar^2}{m_{\mathrm{e}} d d_{\mathrm{s}}} \sum_{k=1}^{4} \frac{\alpha_k}{\sqrt{\beta_k + B}} e^{-\frac{4\pi^2 x^2}{\beta_k + B}}, \tag{6.3}$$

де d_{s} – це відстань між сусідніми атомними ланцюжками в атомній площині.

Для того, щоб отримати потенціал атомних площин у кристалі в наближенні Дойля-Тернера, необхідно підсумувати потенціали окремих атомних площин (6.3). Оскільки $U_{\mathrm{pl}}(x)$ в рівнянні (6.3) швидко зменшується зі збільшенням відстані від атомної площини, лише певна кількість сусідніх атомних площин визначає значення потенціалу у вибраній точці всередині кристала. Цей факт дає нам можливість аналітично підсумувати потенціали атомних площин та знайти потенціальну енергію високоенергетичної зарядженої частинки із зарядом $|e|$ як

$$U_{\mathrm{p}}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{\mathrm{pl}}(x - x_n), \tag{6.4}$$

де точки x_n відповідають розташуванню атомних площин. Після підсумовува-

ння можна отримати вираз для безперервного площинного потенціалу

$$U_{\mathrm{p}}(x) = \frac{2\pi\hbar^2}{m_{\mathrm{e}} d d_{\mathrm{s}} d_{\mathrm{p}}} \sum_{k=1}^{4} \alpha_k \vartheta_3 \left(\pi \frac{x}{d_p}, e^{-\frac{\beta_k + B}{4 d_{\mathrm{p}}^2}} \right), \tag{6.5}$$

де $\vartheta_3(u,q) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2} e^{2nui}$ – це тета-функція Якобі третього роду [350], $i^2 = -1$, d_p – це відстань між сусідніми атомними площинами.

Для спрощення задачі використаємо параболічну апроксимацію безперервного площинного потенціалу

$$U_{\mathrm{p}}(x) = U_0 \left(\frac{2x}{d_{\mathrm{p}}} \right)^2 H\left(d_{\mathrm{p}}^2 - 4x^2 \right), \tag{6.6}$$

де $H(x)$ – це функція Гевісайда, яка дорівнює 1 для позитивних аргументів і 0 для негативних. Порівняння потенціалів (6.5) та (6.6) для атомної площини (001) кристала кремнію показано на рис. 6.1 (праворуч). Бачимо, що параболічний потенціал дає не ідеальне, але досить гарне наближення площинного потенціалу. У той же час, параболічний потенціал є дуже зручним для аналітичного розгляду.

Використовуючи площинний потенціал у формі (6.6) можна отримати рівняння руху в напрямку x у наступному вигляді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{8c^2 U_0}{E d_p^2} x = -\frac{4c^2 \theta_{\mathrm{c}}^2}{d_{\mathrm{p}}^2} x, \tag{6.7}$$

де $\theta_{\mathrm{c}} = \sqrt{2U_0/E}$ це критичний кут площинного каналювання [48]. Розв'язок цього рівняння можна знайти як

$$x = C_1 \cos(\omega_{\mathrm{p}} t) + C_2 \sin(\omega_{\mathrm{p}} t), \tag{6.8}$$

де $\omega_{\mathrm{p}} = 2c\theta_{\mathrm{c}}/d_{\mathrm{p}}$, C_1 та C_2 – це константи, які можна визначити з початкових умов.

6.2. Вплив розсіювання на окремих ланцюжках атомів на площинне каналювання

Для того, щоб якісно проаналізувати вплив розсіювання на окремих атомних ланцюжках на траєкторію частинок, додамо періодичну силу до правої сторони рівняння (6.7):

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_{\mathrm{p}}^2 x + C_3 \cos\left(2\pi \frac{v_y t}{d_{\mathrm{s}}}\right), \tag{6.9}$$

де C_3 – константа, v_y – проекція швидкості частинки на вісь y. Період сили дорівнює часу, який витрачається частинкою на подолання відстані між сусідніми ланцюжками в напрямку осі y.

Розв'язком рівняння (6.9) є

$$x = C_1 \cos(\omega_{\mathrm{p}} t) + C_2 \sin(\omega_{\mathrm{p}} t) + C_3 \frac{\cos(\omega_{\mathrm{s}} t)}{\omega_{\mathrm{p}}^2 - \omega_{\mathrm{s}}^2}, \tag{6.10}$$

де $\omega_{\mathrm{s}} = 2\pi v_y / d_{\mathrm{s}} \approx 2\pi c \theta_y / d_{\mathrm{s}}$, θ_y – це кут між імпульсом частинки та площиною (x, z). Можна побачити, що розв'язок (6.10) містить резонансний доданок. Цей доданок викликає деканалювання при $\dfrac{\pi\theta_y}{d_{\mathrm{s}}} \to \dfrac{\theta_{\mathrm{c}}}{d_{\mathrm{p}}}$. На рис. 6.2 показані типові траєкторії частинки в фазовому просторі (x, θ_x) (θ_x – це кут між імпульсом частинки та площиною (y, z)). Для всіх трьох траєкторій усі початкові умови, крім θ_y були однаковими. Для лівої траєкторії $\theta_y/\theta_c = 100$, для середньої траєкторії $\theta_y/\theta_c = 3$, а для правої траєкторії $\theta_y/\theta_c = 1,1$. Ліва траєкторія відповідає площинному каналюванню. На середньому рисунку крім коливань, які пов'язані з площинним каналювання, можна побачити коливання, пов'язані з останнім доданком рівняння (6.10). А на правому рисунку резонансний доданок призводить до значного збільшення фазового об'єму та деканалювання (максимальне значення x починає перевищувати $d_{\mathrm{p}}/2$).

На рис. 6.3 показана типова залежність максимального значення координати x, знайденої згідно рівнянню (6.10), як функції кута θ_y. На рисунку

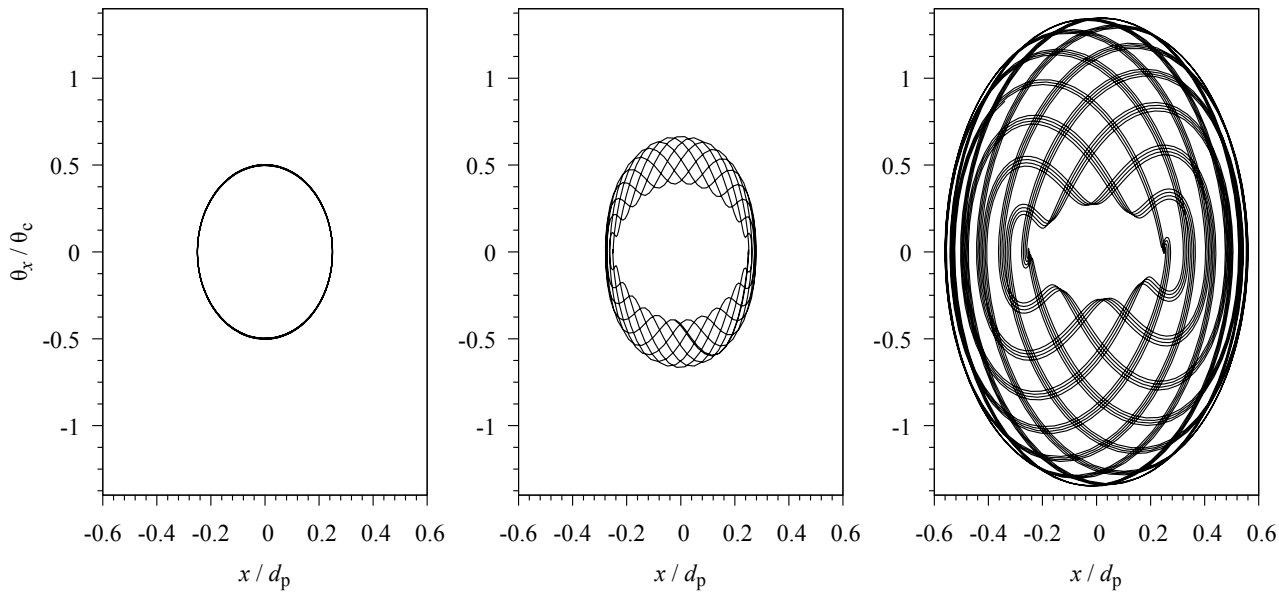


Рис. 6.2. Типові траєкторії частинок у фазовому просторі (x, θ_x).

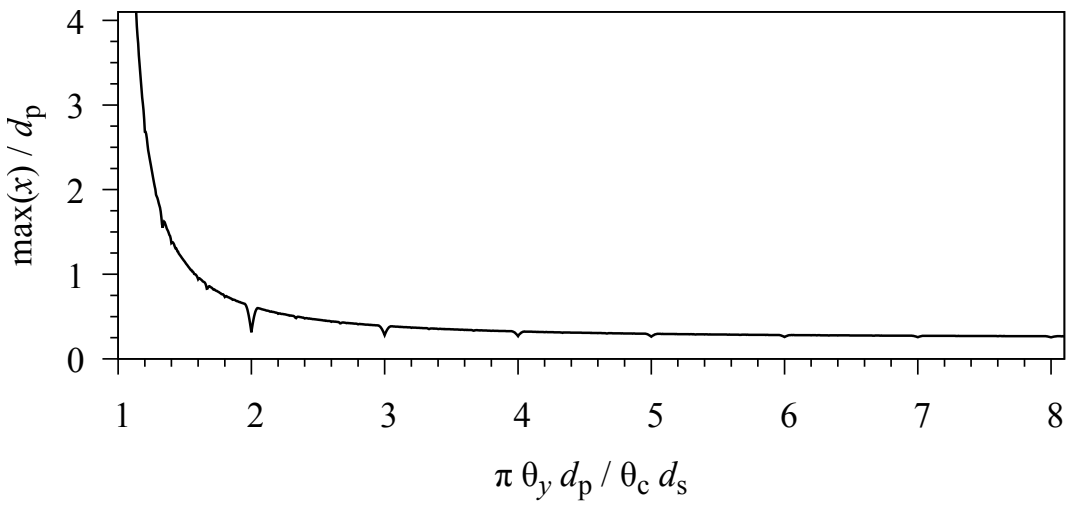


Рис. 6.3. Типова залежність максимального значення координати x, знайденої згідно рівнянню (6.10), від кута θ_y.

видно резонанс при $\theta_y = \frac{\theta_c d_s}{\pi d_p}$ та низку локальних мінімумів при $\theta_y = n\dfrac{\theta_c d_s}{\pi d_p}$, де $n = 2, 3, 4, \ldots$

Тепер кількісно проаналізуємо вплив розсіювання на окремих атомних ланцюжках на траєкторію частинок під час площинного каналювання. Для цього було проведене чисельне моделювання руху позитивно заряджених частинок в кристалі кремнію. Для визначеності, кінетична енергія частинок дорівнювала 1 ГеВ, а зарядженими частинками були позитрони. Орієнтація кристала щодо налітаючих частинок показана на рис. 6.1 (ліворуч). Код, який був застосований

для моделювання, дозволяє знаходити траєкторію зарядженої частинки високої енергії в полі безперервного потенціалу атомних ланцюжків (в апроксимації Дойля-Тернера) шляхом чисельного інтегрування рівнянь руху

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{c^2}{E}\frac{\partial}{\partial x}U_{\mathrm{s}}(x,y)\,, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{c^2}{E}\frac{\partial}{\partial y}U_{\mathrm{s}}(x,y)\,, \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = 0\,, \tag{6.11}$$

де $U_{\mathrm{s}}(x,y)$ – це потенціал атомних ланцюжків (який може бути отримано шляхом підсумовування потенціалів (6.2) ланцюжків, які утворюють кристал). Для того, щоб дослідити вплив розсіювання на окремих атомних ланцюжках на стійкість площинного каналювання, при моделюванні не враховувалося некогерентне розсіювання (розсіювання, обумовлене тепловими коливаннями атомів, розсіювання на електронах та ін.).

Результати моделювання показані на рис. 6.4. Цей рисунок показує залежність відносної кількості частинок позитронного пучка, які рухаються у кристалі в режимі площинного каналювання, від початкових значень кутів θ_x і θ_y. До падіння частинок на кристал кутова розбіжність пучка вважалася рівною нулю. Кольори показують відсоток частинок, які рухаються в кристалі в режимі площинного каналювання. Товщина кристала при моделюванні була

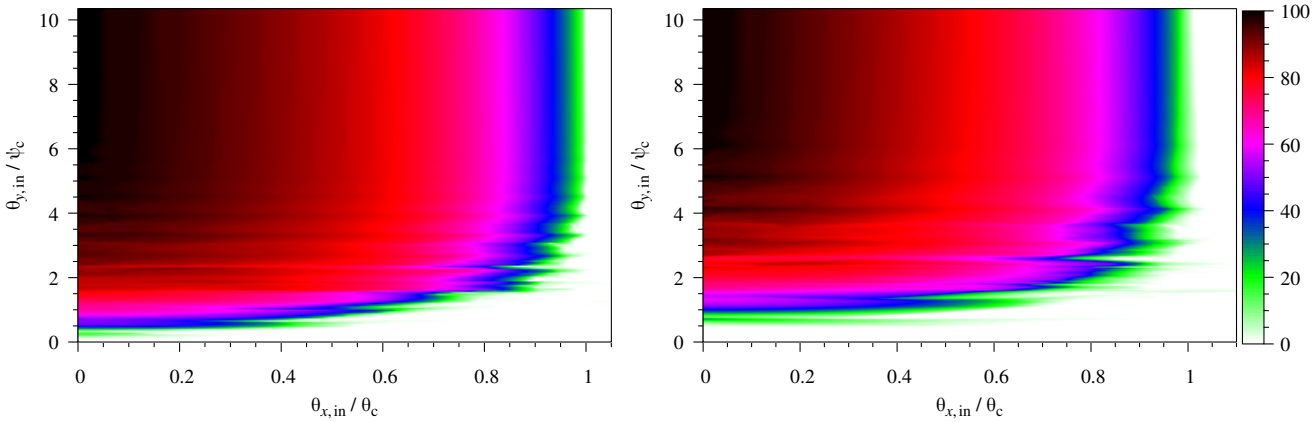


Рис. 6.4. Залежність відносної кількості частинок позитронного пучка, які рухаються в кристалі в режимі площинного каналювання в полі атомних площин (001) (ліворуч) і (011) (праворуч), від початкових значень кутів θ_x і θ_y.

такою, що канальовані частинки робили щонайменше сто коливань у площинному каналі (інші частинки розглядалися як надбар'єрні). Лівий рисунок відповідає площинному каналюванню в полі атомних площин (001), тоді як правий рисунок відповідає площинному каналюванню в полі площин (011) (в цьому випадку осі x і y, які показані на рис. 6.1, потрібно повернути під кутом 45° у площині, яка є ортогональною до осі z). Можна побачити, що для $\theta_{y,\mathrm{in}} \gg \psi_{\mathrm{c}}$ кількість канальованих частинок не залежить від $\theta_{y,\mathrm{in}}$. Така залежність з'являється, коли $\theta_{y,\mathrm{in}} < 6\psi_{\mathrm{c}}$. Однак, при зменшенні кута $\theta_{y,\mathrm{in}}$, число канальних частинок зменшується не монотонно. Як і у випадку руху, що описується рівнянням (6.10), існують локальні екстремуми в залежності кількості канальованих частинок від $\theta_{y,\mathrm{in}}$. Слід зазначити, що результати, показані на рисунку 6.4, дійсні не лише для позитронів з енергією 1 ГеВ, але і для інших позитивно заряджених частинок у широкому енергетичному діапазоні, в якому як квантовими ефектами, так і некогерентним багатократним розсіюванням можна знехтувати при заданій товщині кристала.

Звернемо увагу на те, що при $\theta_{y,\mathrm{in}} \gg \psi_{\mathrm{c}}$ залежність відносної кількості канальованих частинок від $\theta_{x,\mathrm{in}}$ може бути отримана аналітично як

$$\frac{2}{d_{\mathrm{p}}} \int_0^{\frac{d_{\mathrm{p}}}{2}} H \left[U_{\mathrm{p}} \left(\frac{d_{\mathrm{p}}}{2} \right) - U_{\mathrm{p}}(x) - \frac{E\theta_{x,\mathrm{in}}^2}{2} \right] dx.$$

Якщо потенціал $U_{\mathrm{p}}(x)$ взяти в наближенні Дойля-Тернера (див. рівняння (6.5)), така аналітична оцінка дає той же самий результати, що й результати моделювання, показані на рис. 6.4 при $\theta_{y,\mathrm{in}} \gg \psi_{\mathrm{c}}$.

6.3. Вплив розсіювання на окремих ланцюжках атомів на випромінювання зарядженої частинки

Тепер проаналізуємо, як спектральна густина випромінювання змінюється при зменшенні кута $\theta_{y,\mathrm{in}}$. У дипольному наближенні класичної електроди-

наміки спектральна густина може бути знайдена як [69]

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega} = \frac{e^2\omega}{2\pi c^4}\int_{\delta}^{\infty}\frac{dq}{q^2}\left[1-2\frac{\delta}{q}\left(1-\frac{\delta}{q}\right)\right]\left|\int_{-\infty}^{\infty}dt\,\dot{\vec{v}}_{\perp}(t)e^{iqct}\right|^2, \tag{6.12}$$

де $\mathcal{E}$ – це енергія випромінювання, $\delta = \omega/2c\gamma^2$, $\gamma = E/mc^2$. Це наближення можна застосовувати при площинному каналюванні, якщо $\gamma\theta_{\rm c} \ll 1$. Розглядаючи рух позитронів з енергією 1 ГеВ у кристалі кремнію, для каналювання у полі кристалічних площин (001) отримуємо $\gamma\theta_{\rm c} \approx 0,3$, а для каналювання у полі кристалічних площин (011) $\gamma\theta_{\rm c} \approx 0,4$, тому дипольне наближення може бути використане для якісного розгляду. Для руху частинки в параболічному площинному потенціалі (6.6) можна отримати наступний вираз для спектральної густини:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega} = C_4\omega_{\rm p}^2\omega L\left[1-2\frac{\omega}{\omega_{\rm m}}\left(1-\frac{\omega}{\omega_{\rm m}}\right)\right]H(\omega_{\rm m}-\omega), \tag{6.13}$$

де $\omega_{\rm m} = 2\gamma^2\omega_{\rm p}$, C_4 – константа, L – це товщина кристала.

Для траєкторії частинки (6.10), якщо $\omega_{\rm s} \neq \omega_{\rm p}$, спектральна густина може бути знайдена як

$$\begin{aligned}\frac{d\mathcal{E}}{d\omega} &= C_4\omega_{\rm p}^2\omega L\left[1-2\frac{\omega}{\omega_{\rm m}}\left(1-\frac{\omega}{\omega_{\rm m}}\right)\right]H(\omega_{\rm m}-\omega)+\\ &+\frac{C_5}{\left(\omega_{\rm p}^2-\omega_{\rm s}^2\right)^2}\omega_{\rm s}^2\omega L\left[1-2\frac{\omega}{\omega_{\rm ms}}\left(1-\frac{\omega}{\omega_{\rm ms}}\right)\right]H(\omega_{\rm ms}-\omega),\end{aligned} \tag{6.14}$$

де $\omega_{\rm ms} = 2\gamma^2\omega_{\rm s}$, C_5 – константа. Отже, слід очікувати двох максимумів в спектрі: один має бути пов'язаним з осциляціями при площинному каналюванні при $\omega = \omega_{\rm m}$, а другий – з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках при $\omega = \omega_{\rm ms}$. При $\theta_{y,\rm in} \gg \theta_{\rm c}$ другий доданок у правій частині рівняння (6.14) є набагато меншим за перший через велике значення $\omega_{\rm s}$. Коли $\theta_{y,\rm in}$ зменшується, чим ближче $\omega_{\rm s}$ стає до $\omega_{\rm p}$, тим більшим стає другий доданок в рівнянні (6.14). Отже, при зменшенні $\theta_{y,\rm in}$ другий пік у спектрі стає вищим, а його положення

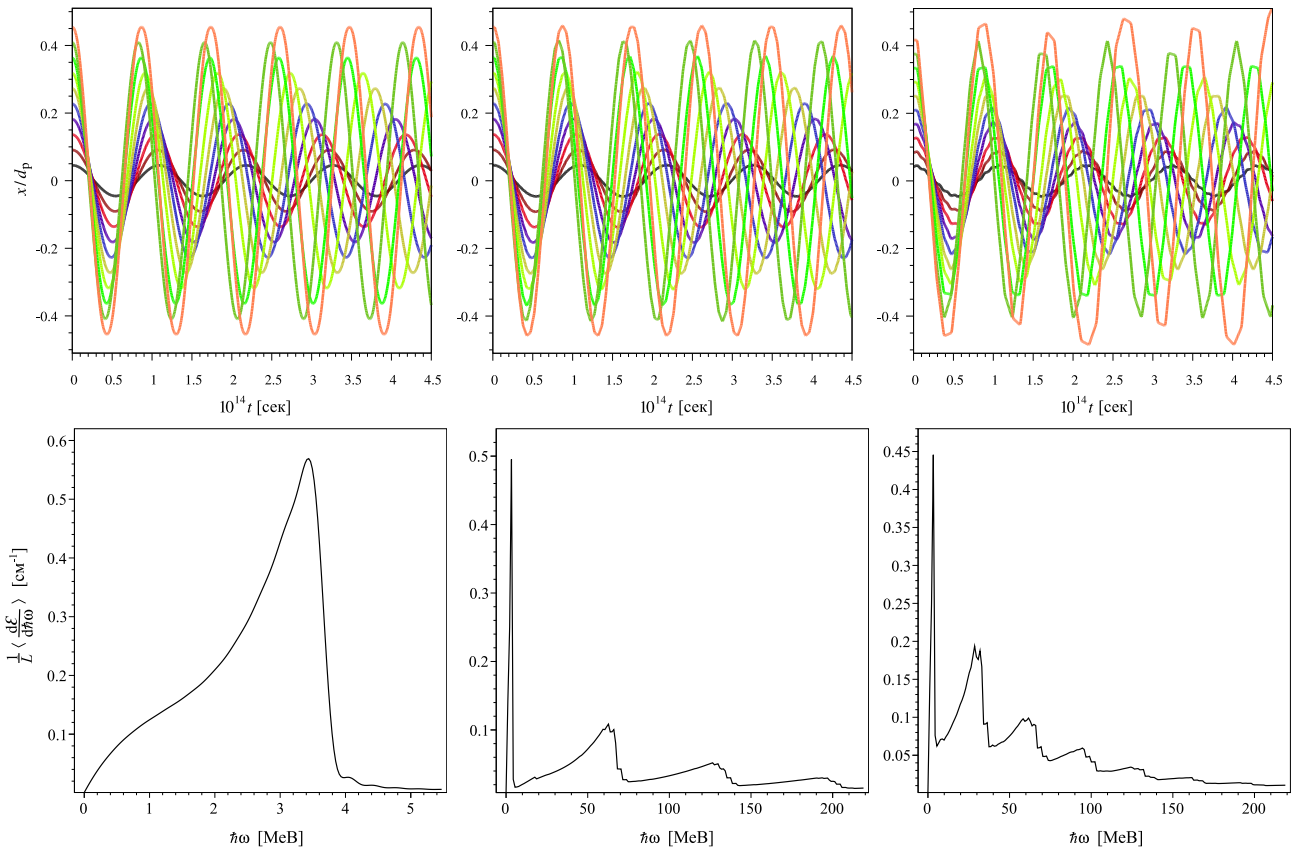


Рис. 6.5. Зміна координати x з часом для позитронів з енергією 1 ГеВ, які рухаються в площинному каналі (001) кристала кремнію (верхні рисунки) та спектри, що відповідають таким траєкторіям (нижні рисунки).

зміщується до області менших частот.

На рис. 6.5 на верхніх рисунках показано зміну координати x з часом для позитронів з енергією 1 ГеВ, які рухаються в площинному каналі (001) кристала кремнію, а на нижніх рисунках показані спектри, які відповідають таким траєкторіям. Як траєкторії, так і спектри були отримані за допомогою чисельного моделювання. Ліві рисунки відповідають $\theta_{y,\mathrm{in}} = 50\psi_\mathrm{c}$, середні – $\theta_{y,\mathrm{in}} = 5\psi_\mathrm{c}$, праві – $\theta_{y,\mathrm{in}} = 2,5\psi_\mathrm{c}$. Для позитронів з енергією 1 ГеВ енергія піку в спектрі випромінювання, пов'язаного з осциляціями при площинному каналюванні, становить $\hbar\omega_\mathrm{m} \approx 3,4$ МеВ і на всіх трьох спектрах добре помітно пік при цьому значенні енергії. При $\theta_{y,\mathrm{in}} = 5\psi_\mathrm{c}$ енергія піку в спектрі випромінювання, пов'язаного з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках, становить $\hbar\omega_\mathrm{ms} \approx 67,4$ МеВ і ми бачимо другий пік при цьому значенні енергії на середньому спектрі. Для $\theta_{y,\mathrm{in}} = 2,5\psi_\mathrm{c}$ енергія піку в спектрі випромінювання, пов'язаного

з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках, становить $\hbar\omega_{\rm ms} \approx 33,7$ МеВ і ми бачимо другий пік спектру при цьому значенні енергії на правому нижньому рисунку на рис. 6.5. Цей пік є вищим, ніж у випадку $\theta_{y,\rm in} = 5\psi_{\rm c}$, і відповідає меншій частоті. Слід зазначити, що для $\theta_{y,\rm in} = 2,5\psi_{\rm c}$ коливання, пов'язані з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках, чітко помітні в траєкторіях частинок, показаних на рисунку. Бачимо, що формула (6.14) дозволяє знайти частоту основного піка випромінювання, що відповідає розсіюванню на окремих атомних ланцюжках у випадку площинного каналювання. Однак, на рис. 6.5 бачимо, що крім головного піка на частоті $\omega_{\rm ms}$, присутні також більш слабкі піки на більш високих частотах (на частотах, що є кратними частоті $\omega_{\rm ms}$). Ці піки відсутні у формулі (6.14), оскільки ця формула була отримана в простому наближенні синусоїдальної зовнішньої сили, яка діє на канальовані частинки, а при моделюванні ця зовнішня сила з'являється сама собою завдяки розсіюванню частинок на окремих кристалічних атомних ланцюжках (тому при моделюванні ця сила має більш складний вигляд).

Слід зазначити, що вплив періодичного розсіювання на атомах та атомних ланцюжках на частинку, яка рухається в режимі площинного каналювання, також розглядався у роботах [373–376]. Однак у цих роботах основна увага приділялася можливості збудження каналюючих частинок (ефект Окорокова), в той час як ми розглянули питання стійкості руху частинок в режимі площинного каналювання.

6.4. Вплив періодичності розташування атомних ланцюжків у кристалі на спектральний та спектрально-кутовий розподіл випромінювання релятивістської позитивно зарядженої частинки

Розглянемо тепер вплив періодичності розташування атомних ланцюжків у кристалі на спектральний та спектрально-кутовий розподіл випромінювання

релятивістської позитивно зарядженої частинки у випадку, коли кут між імпульсом налітаючої на кристал частинки та віссю кристала є меншим за критичний кут осьового каналювання ψ_c [48]. В роботі [284] було показано, що у вказаному випадку падіння частинок на кристал можливі послідовні зміни між режимами руху частинок. У цьому випадку частину часу частинка розсіюється в полі атомних ланцюжків, а після цього вона на деякий час потрапляє в режим площинного каналювання. Рух частинки в кристалі нагадує в цьому випадку так звані польоти Леві в статистичній фізиці (див., наприклад, роботи [377–379]), тобто такий рух, коли регулярні проміжки шляху чергуються з хаотичними.

Один з інтегралів руху рівнянь (6.11) – це енергія поперечного руху

$$\varepsilon_\perp = -\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2c^2} E + U_s(x, y). \tag{6.15}$$

У роботі [284] було показано, що якщо $\varepsilon_\perp < E\psi_c^2/2$, можуть мати місце польоти Леві. Приклад такого руху показаний на рис. 6.6. Точки показують розташування атомних ланцюжків, паралельних осі $\langle 100 \rangle$ в кристалі кремнію, в той час як крива показує траєкторію позитивно зарядженої частинки у площині (x, y). Можна побачити, що в певних частинах траєкторії (наприклад, в області, позначеній цифрою 1 частинка рухається в потенціальній ямі, утвореній сусідніми атомними ланцюжками, а в інших частинах траєкторії (наприклад, в області позначеній цифрою 2 частинка рухається в режимі, що нагадує площинне каналювання.

Для аналізу випромінювання, що супроводжує рух високоенергетичних позитивно заряджених частинок у кристалі під малим кутом до осі кристала, ми провели розгляд на прикладі позитронів з кінетичною енергією 1 ГеВ. Траєкторії позитронів були знайдені за допомогою чисельного моделювання руху частинок у полі кристалічних атомних ланцюжків. В моделюванні за допомогою чисельного інтегрування рівняння руху обчислювалася траєкторія

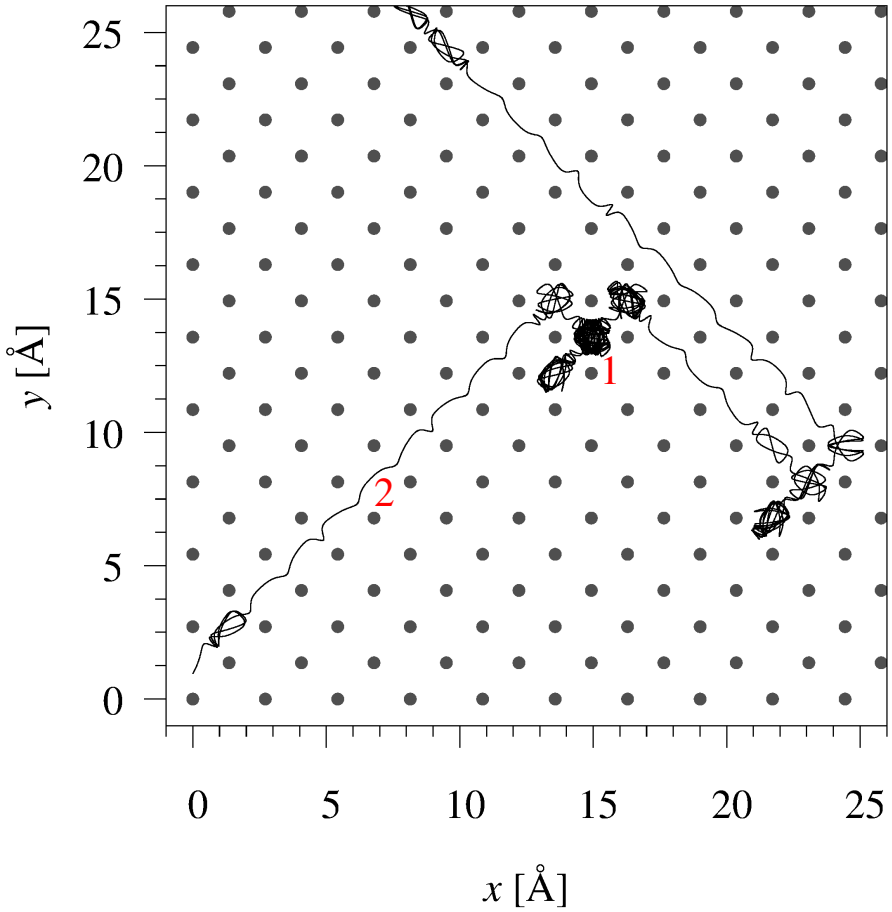


Рис. 6.6. Траєкторія позитивно зарядженої частинки в кристалі кремнію в площині, що є ортогональною до осі $\langle 100 \rangle$.

високоенергетичної зарядженої частинки в полі безперервного потенціалу атомних ланцюжків в наближенні Дойля-Тернера. При цьому враховувалося некогерентне розсіювання, викликане тепловими коливаннями атомів і розсіюванням на електронах. Інші види некогерентного розсіювання не враховувалися з огляду на малу товщину кристала. Спектрально-кутовий розподіл випромінювання позитронів в області енергії випромінювання $\hbar\omega \ll E$ (E – це енергія частинок, що потрапляють у кристал), можна обчислити за формулою [380]

$$\frac{d^2\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c}\left|\int_0^T \frac{\vec{n}\times\left[\left(\vec{n}-\vec{\beta}\right)\times\dot{\vec{\beta}}\right]}{\left(1-\vec{\beta}\vec{n}\right)^2} e^{i\omega(t-\vec{n}\vec{r}(t)/c)}dt\right|^2, \qquad (6.16)$$

де $\mathcal{E}$ – це енергія електромагнітної хвилі, ω – частота випромінювання, Ω –

просторовий кут, $\vec{r}(t)$ – радіус-вектор позитрона, $c\vec{\beta} = \dot{\vec{r}}$, $\vec{n}$ – одиничний вектор, що визначає напрям випромінювання фотона, T – час, який позитрон проводить у кристалі.

Було проведено моделювання руху позитронного пучка в кристалі кремнію товщиною 100 мкм. Кристал був орієнтований відносно середнього імпульсу пучка налітаючих частинок уздовж осі $\langle 100 \rangle$. Кутова розбіжність пучка становила $2\psi_c \approx 770$ мкрад (при моделюванні кути падіння частинок відносно осі $\langle 100 \rangle$ були рівномірно розподілені в діапазоні від 0 до ψ_c). Застосовуючи формулу (6.16), було отримано спектрально-кутовий розподіл випромінювання у напрямку осі $\langle 100 \rangle$ (цей напрямок будемо називати нижче напрямком вперед). Цей розподіл показано на рис. 6.7. Спектр відповідає руху пучка 5×10^3 позитронів з кінетичною енергією по 1 ГеВ кожен.

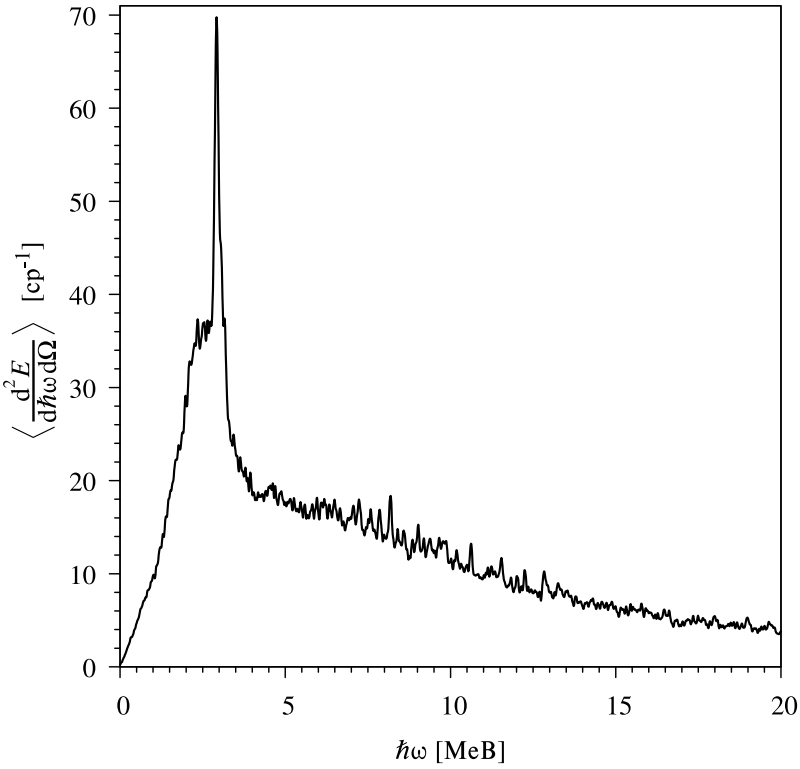


Рис. 6.7. Спектрально-кутовий розподіл випромінювання позитронів у напрямку вперед.

На рис. 6.7 можна помітити різкий пік при $\hbar\omega \approx 3$ МеВ. Цей пік пов'язаний з впливом періодичності розташування кристалічних атомних ланцюжків на рух частинок у кристалі. Щоб довести це, було розглянуто модель,

в якій періодичність розташування кристалічних атомних ланцюжків відсутня. Це так зване наближення випадкових ланцюжків [283]. У цій моделі, коли частинка досягає краю елементарної комірки та переходить в сусідню комірку, точка входу на кордоні нової комірки є випадковою. У цій моделі каналювання відбуватися не може. Приклад руху частинок у кристалі та у наближенні випадкових ланцюжків показано на рис. 6.8 ліворуч та праворуч відповідно. Позитрон, який падає на кристал, має координати $x = -0,81$ Å, $y = 0$. Початкові швидкості на цих двох рисунках також однакові. Пунктирні лінії показують межі елементарних комірок.

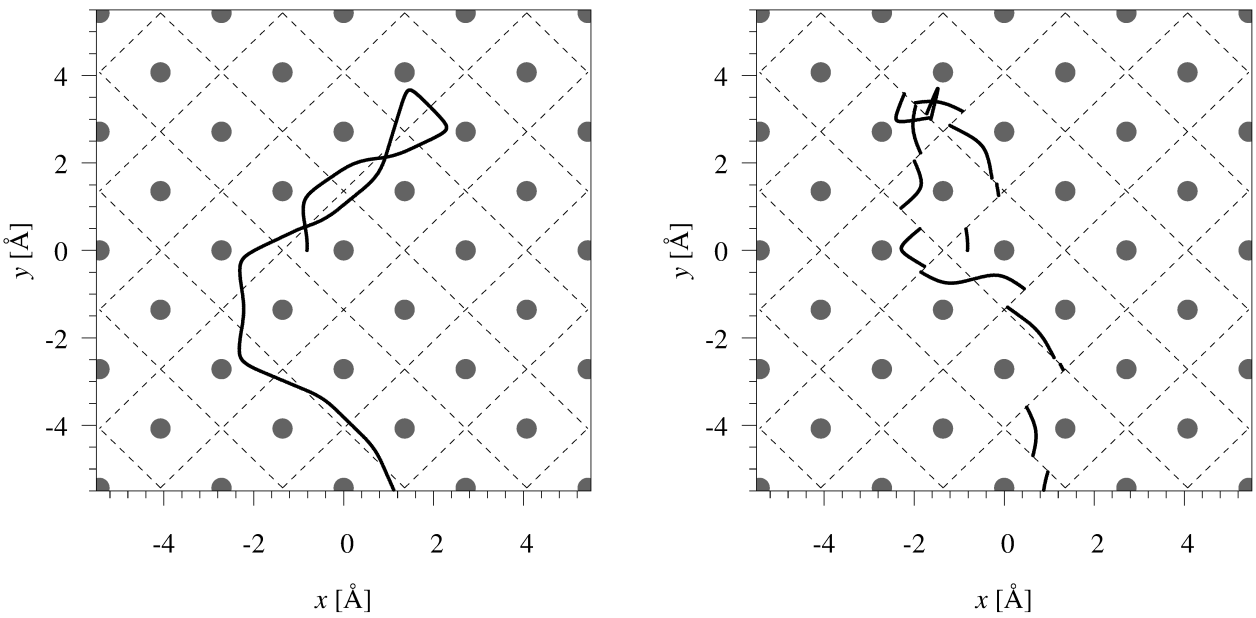


Рис. 6.8. Траєкторії позитрона в кристалі кремнію (ліворуч) та в наближенні випадково розташованих ланцюжків (праворуч).

Спектрально-кутовий розподіл випромінювання у напрямку вперед у випадку руху в наближенні випадково розташованих ланцюжків показано на рис. 6.9. Порівняння рисунків 6.7 та 6.9 показує, що пік, присутній при русі частинок у полі періодично розташованих кристалічних атомних ланцюжків, є відсутнім при русі у наближенні випадково розташованих ланцюжків.

Також було проведено порівняння спектрального розподілу енергії випромінювання у разі руху позитрона в кристалі та у наближенні випадково розташованих ланцюжків. Інтегрування по кутам випромінювання, меншим

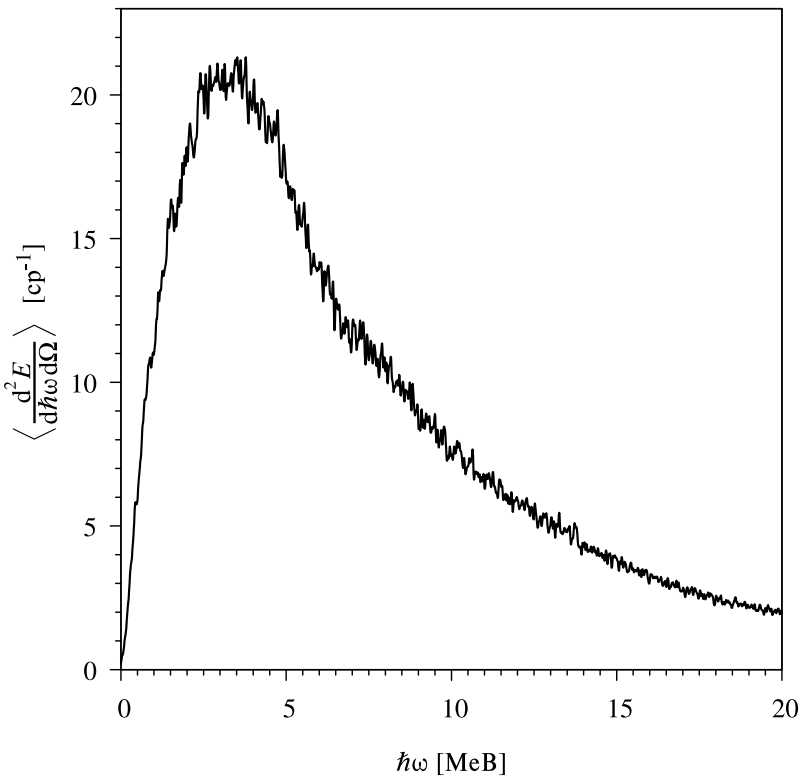


Рис. 6.9. Спектрально-кутовий розподіл випромінювання позитронів у напрямку вперед при русі частинок у наближенні випадково розташованих ланцюжків.

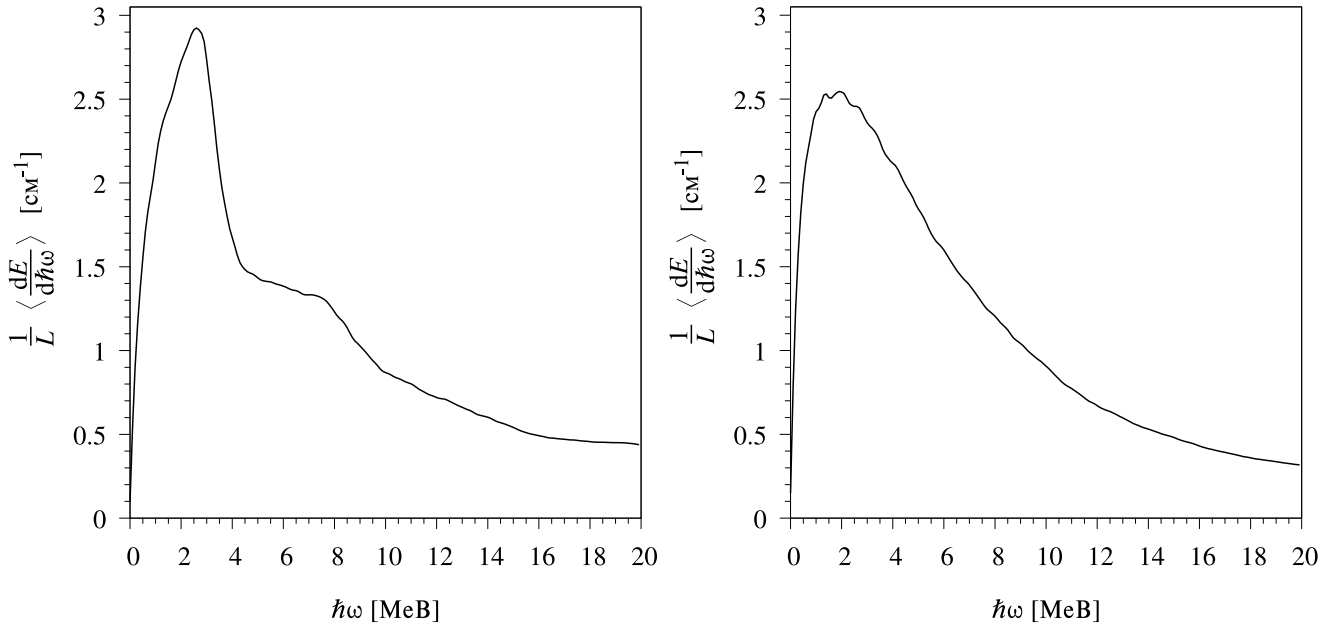


Рис. 6.10. Спектральний розподіл енергії випромінювання при русі частинок у кристалі (ліворуч) та у наближенні випадково розташованих ланцюжків (праворуч).

за 5 мрад (що в десять разів перевищує характерний кут випромінювання $mc^2/E \approx 0,5$ мрад) щодо осі $\langle 100 \rangle$, дало результати, які показано на рис. 6.10. Товщина кристала L становила 50 мкм. Лівий рисунок відповідає руху в

кристалі, а правий – руху в наближенні випадково розташованих ланцюжків. Як і у випадку з розглянутими вище спектрально-кутовими розподілами, спектральний розподіл енергії випромінювання при русі частинки в кристалі має чітко помітний пік при $\hbar\omega \approx 3$ МеВ. Цей пік відповідає частинам траєкторій частинок, коли частинки рухаються в площинних каналах.

6.5. Вплив розсіювання на атомних ланцюжках на ефективність відхилення позитивно заряджених частинок у зігнутому кристалі

Тепер розглянемо вплив періодичності розташування атомних ланцюжків у кристалі на ефективність відхилення позитивно заряджених частинок за допомогою площинного каналювання у зігнутому кристалі. Виходячи з результатів, показаних на рис. 6.4, слід очікувати наявність осциляцій у залежності ефективності відхилення заряджених частинок від кута $\theta_{y,in}$ між площиною вигину кристала та початковим імпульсом частинок, які падають на кристал. Крім того, коли кут між площиною вигину кристала та початковим імпульсом частинок стає меншим за критичний кут осьового каналювання, слід очікувати захоплення частинок у режим стохастичного відхилення.

В якості кристала, як і у попередніх підрозділах, розглянемо кристал кремнію. Кристалічна решітка кремнію має гранецентровану кубічну ґратку типу алмазу. Це означає, що найглибші площинні канали у цьому кристалі відповідають площинам з індексами Міллера (100), (110) та (111).

В рамках єдиної моделі, яка базується на розв'язку двовимірного рівняння руху (6.11) частинок в полі атомних ланцюжків (потенціал ланцюжків обчислювався в апроксимації Дойля-Тернера), проведемо порівняльній аналіз залежності ефективності площинного каналювання в зазначених вище площинних каналах кристала кремнію від кута $\theta_{y,in}$. Такий аналіз дозволить як отримати оптимальні умови для найефективнішого відхилення заряджених частинок, так

і порівняти ефективність відхилення при каналюванні в різних площинних каналах одного кристала.

6.5.1. Площина (100)

Площинний канал (100) є найменш глибоким з трьох основних площинних каналів кристала кремнію. Глибина потенціальної ями в ньому складає близько 11,8 еВ. Відстань між сусідніми атомними площинами, які утворюють площинний канал, d_p становить 1,36 Å. Залежність потенціальної енергії протона від відстані до центра площинного каналу (100) кристала кремнію показана на рис. 6.11. Бачимо, що потенціальна яма близька до параболічної.

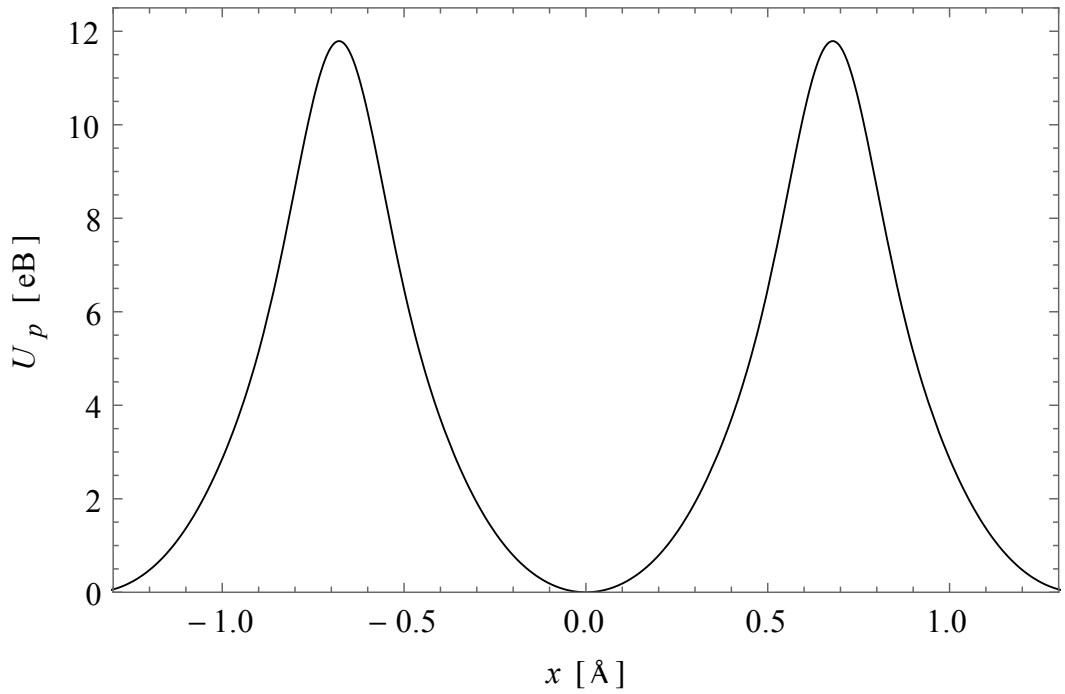


Рис. 6.11. Залежність потенціальної енергії протона від відстані до центра площинного каналу (100) кристала кремнію.

Для коректного порівняння ефективності відхилення позитивно заряджених частинок різними площинними каналами одного кристала спочатку проведемо чисельне моделювання для пучка протонів без кутової розбіжності. Наявність кутової розбіжності повинна по-різному впливати на ефективність відхилення для різних площинних каналів. Чим канал є ширшим і глибшим,

тим меншим повинен бути вплив кутової розбіжності пучка частинок. Це твердження буде підтверджено наприкінці цього підрозділу.

Для визначеності, моделювання проводилося для кінетичної енергії протонів 400 ГеВ, яка відповідає пучку протонів на прискорювачі SPS ЦЕРН. Критичний кут площинного каналювання θ_c в площинному каналі (100) при обраній енергії дорівнює 7,67 мкрад. Для отримання кутів відхилення, які значно перевищують критичний кут площинного каналювання, товщина кристала була обрана рівною 0,5 см, а радіус вигину 50 м. Таким чином, кут вигину кристала α в моделюванні складав 100 мкрад, тобто в 13 разів перевищував критичний кут площинного каналювання.

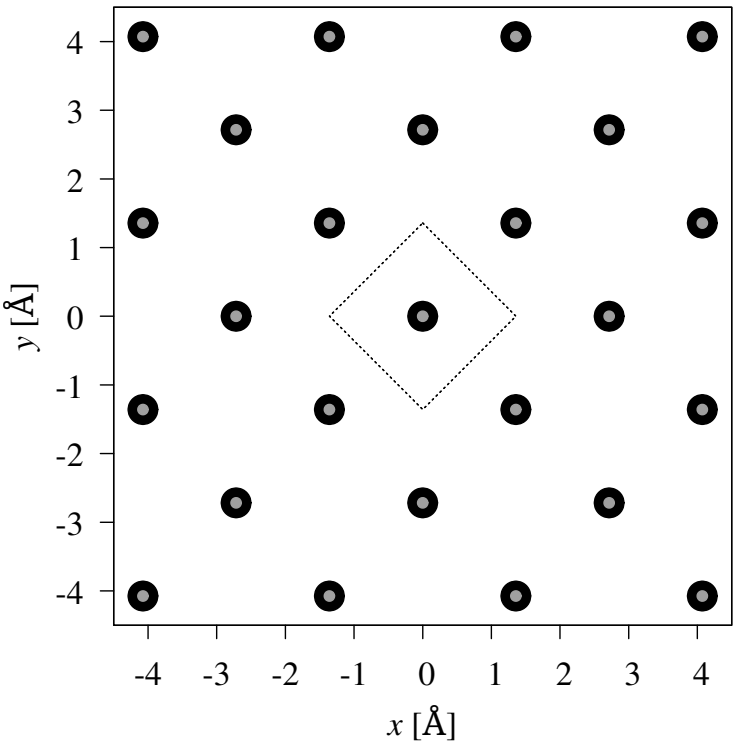
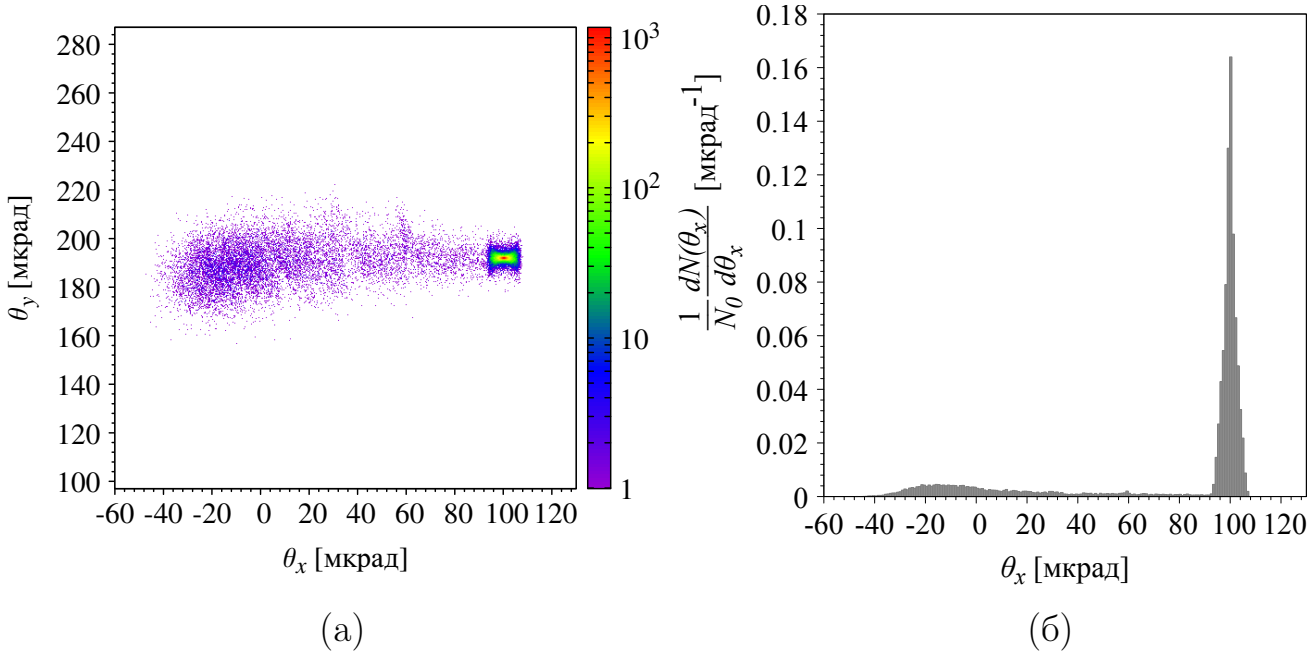


Рис. 6.12. Розташування атомних ланцюжків, паралельних кристалічній осі $\langle 00\bar{1} \rangle$ кристала кремнію.

Оскільки при чисельному моделюванні вирішуються рівняння (6.11) і частинки рухаються у полі атомних ланцюжків, в якості осі z треба обрати таку кристалічну вісь, яка б лежала в обраній нами площині (100). Оберемо в якості осі z кристалічну вісь $\langle 00\bar{1} \rangle$, тоді координатна вісь x буде збігатися з кристалічною віссю $\langle 100 \rangle$, а координатна вісь y буде збігатися

з кристалічною віссю $\langle 010 \rangle$. Розташування атомних ланцюжків, паралельних кристалічній осі $\langle 00\bar{1} \rangle$, показано на рис. 6.12 точками. Радіус сірих точок дорівнює середньоквадратичному радіусу теплових коливань атомів, а радіус чорних точок дорівнює середньоквадратичному радіусу орбіт електронів в атомах. Пунктиром показана межа елементарної комірки в площині (x, y). Кристалічна площина (100) на рисунку збігається з вертикальною площиною (y, z).

В моделюванні площиною вигину кристала була площина (x, z), а вектор кривини був направлений в бік зростання координати x. Кут між початковим імпульсом частинок та площиною (y, z) дорівнював нулю. Для того, щоб мало місце площинне каналювання, кут між початковим імпульсом частинок та площиною (x, z) повинен значно перевищувати критичний кут осьового каналювання, який для осі $\langle 00\bar{1} \rangle$ та кінетичної енергії протонів 400 ГеВ дорівнює 19,24 мкрад.



(а) (б)

Рис. 6.13. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 10\psi_c$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

На рис. 6.4 бачимо, що в прямому кристалі при $\theta_{y,in} = 10\psi_c$ розсіювання на окремих ланцюжках атомів вже не впливає на кількість частинок, які рухаються в кристалі у режимі площинного каналювання. Розглянемо як зміниться

кутовий розподіл паралельного пучка протонів, який падає на зігнутий кристал кремнію, орієнтований відносно напрямку падіння поблизу площини (100). На рис. 6.13 показано кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 10\psi_c$ та профіль цього розподілу, тобто густину розподілу частинок уздовж осі θ_x. N_0 – це кількість частинок у пучку, а $N(\theta_x)$ – це кількість частинок, які після проходження через кристал відхилилися на кут, менший за θ_x. Кольори на рисунку показують інтенсивність розподілу частинок в логарифмічному масштабі. Моделювання проводилося для пучка з 5×10^4 протонів. При моделюванні враховувалося некогерентне розсіювання на теплових коливаннях атомів та на атомних електронах.

З профілю кутового розподілу частинок бачимо, що майже всі частинки при проходженні через зігнутий кристал відхилилися на кут вигину кристала 100 мкрад. З самого кутового розподілу частинок бачимо, що існує три групи частинок. Перша представляє собою ті частинки, які до з початку і до кінця руху в кристалі залишалися в режимі площинного каналювання. Саме вони відхилилися на кут вигину кристала. Ширина кутового розподілу цих частинок за кутом θ_x дорівнює подвоєному критичному куту площинного каналювання в площинному каналі (100) $2\theta_c \approx 15$ мкрад.

Друга група частинок – це ті частинки, які перебували в режимі площинного каналювання, але перейшли до надбар'єрного стану через некогерентне розсіювання або розсіювання на окремих ланцюжках атомів. Ці частинки знаходяться в області кутів $\theta_x \in (0, \alpha - \theta_c)$.

В третій області $\theta_x < 0$ знаходяться частинки, які при падінні пучка на кристал не потрапили до режиму площинного каналювання. До падіння на кристал пучок не мав кутової розбіжності і тому в прямому кристалі усі частинки стали б підбар'єрними. Але вигин кристала призводить до зміни форми площинного каналу, показаного на рис. 6.11. Через відцентрову силу в залежності потенціальної енергії зарядженої частинки від координати x вздовж осі, що є перпендикулярної до площинного каналу, з'являється доданок,

який лінійно зростає з ростом x [69]. Для обраних нами параметрів кристала залежність потенціальної енергії протона від відстані до центра площинного каналу (100) кристала кремнію показана на рис. 6.14. Площинний канал знаходиться між точками x_1 і x_2. Потенціальна енергія протонів, які при падінні на кристал попадають між точками x_2 та x_3 є більшою за потенціальну енергію в сідловій точці x_1, тому такі частинки в кристалі є надбар'єрними. Оскільки ці частинки не каналюють в зігнутому площинному каналі, вони не відхиляються в напрямку вигину кристала. Навпаки, через явище об'ємного відбиття [227], такі частинки відхиляються в напрямку, який є протилежним до напрямку вигину кристала, на подвоєний кут площинного каналювання.

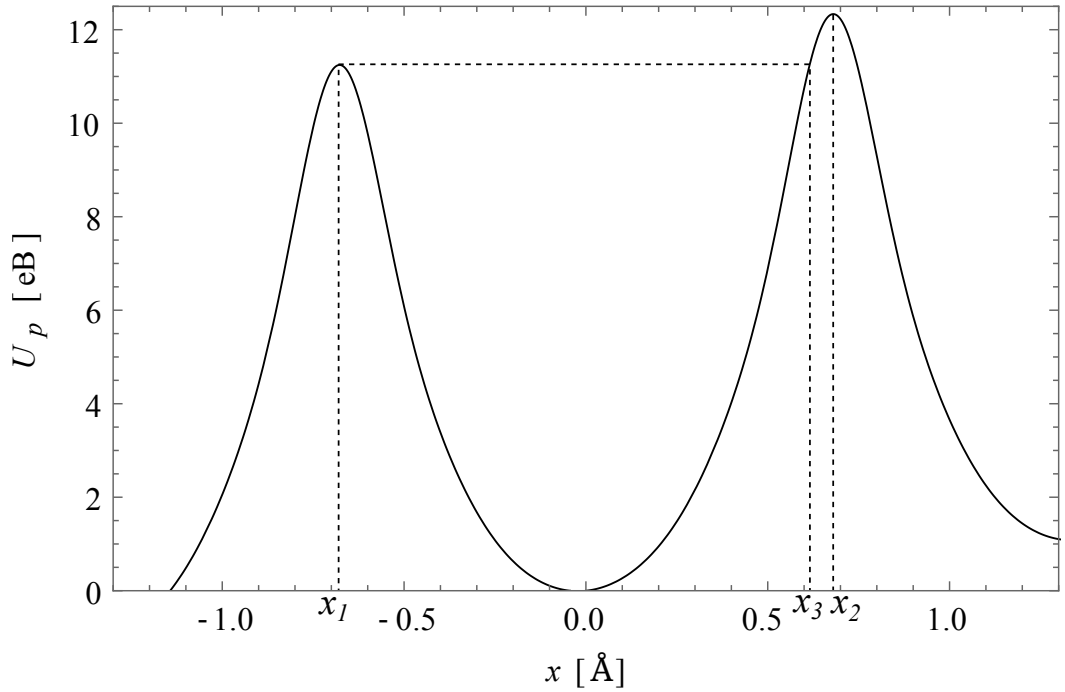
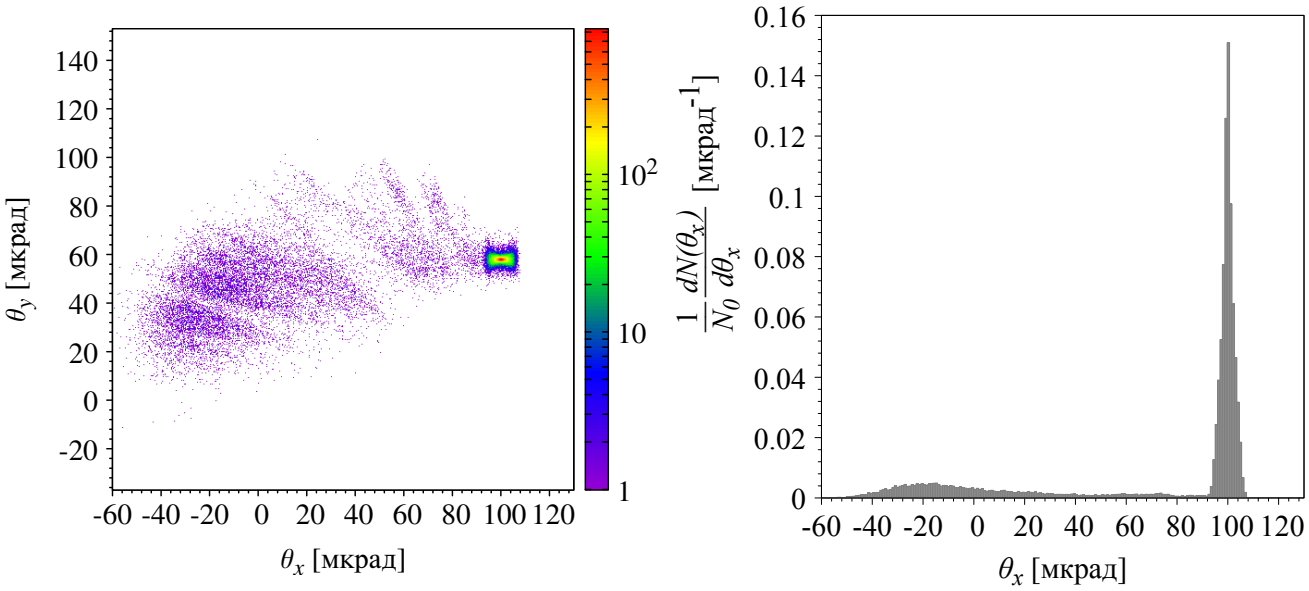


Рис. 6.14. Залежність потенціальної енергії протона від відстані до центра площинного каналу (100) зігнутого кристала кремнію.

Асиметрія кутового розподілу в другій та третій кутових областях на рис. 6.13 пов'язана з ефектами донат-розсіювання [70] та об'ємного відбиття від невертикальних площин зігнутого кристала [261].

Зменшимо кут між початковим імпульсом частинок і віссю $\langle 00\bar{1} \rangle$ кристала до трьох значень критичного кута осьового каналювання. Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал та густина розподілу частинок

уздовж осі θ_x показані на рис. 6.15. Як було показано на рис. 6.4, таке зменшення повинно призводити до зменшення кількості частинок в режимі площинного каналювання через вплив розсіювання на окремих атомних ланцюжках. З рис. 6.15 бачимо, що кількість частинок, відхилених на кут вигину кристала зменшується, а надбар'єрні частинки відхиляються не тільки вздовж осі x, але і вздовж осі y[1]. Кутовий розподіл надбар'єрних частинок вздовж осі y майже досягає положення площини вигину кристала, тобто $\theta_y = 0$.



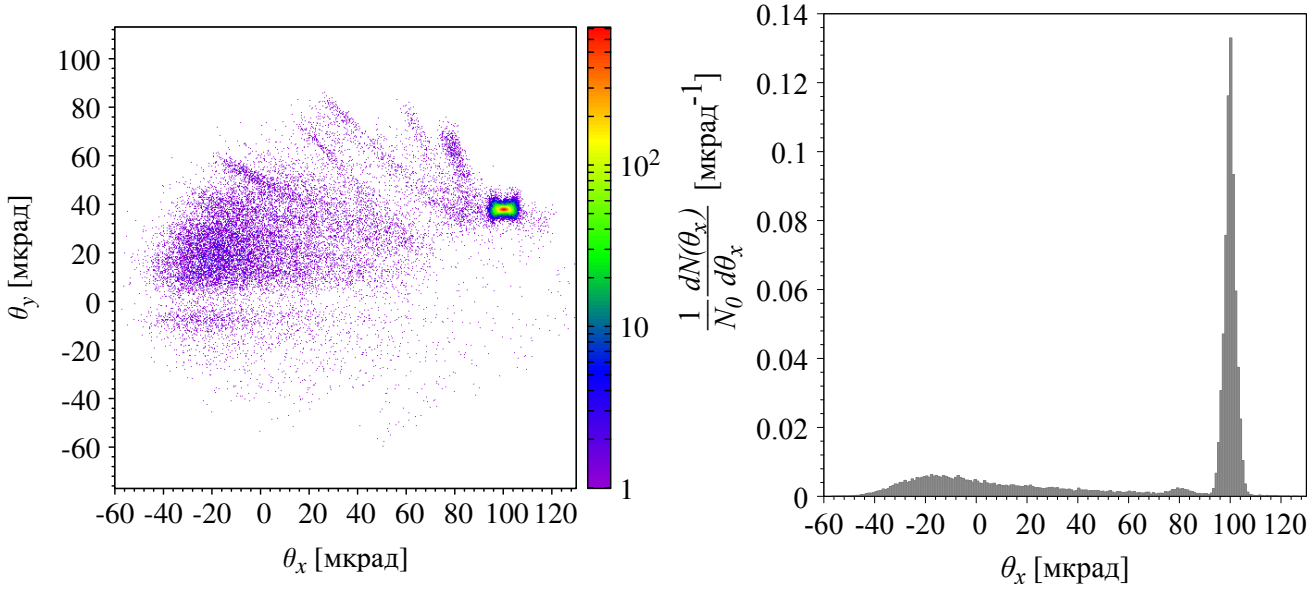
(а) (б)

Рис. 6.15. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 3\psi_c$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

Подальше зменшення кута $\theta_{y,in}$ до $2\psi_c$ (див. рис. 6.16) призводить до подальшого зменшення кількості частинок, які відхиляються на кут вигину кристала. Крім того бачимо, що з'являється локальний максимум у густині розподілу частинок уздовж осі θ_x при $\theta_x \approx 80$ мкрад. Цей максимум пов'язаний з захопленням частинок у режим площинного каналювання в одній з невертикальних кристалічних площин.

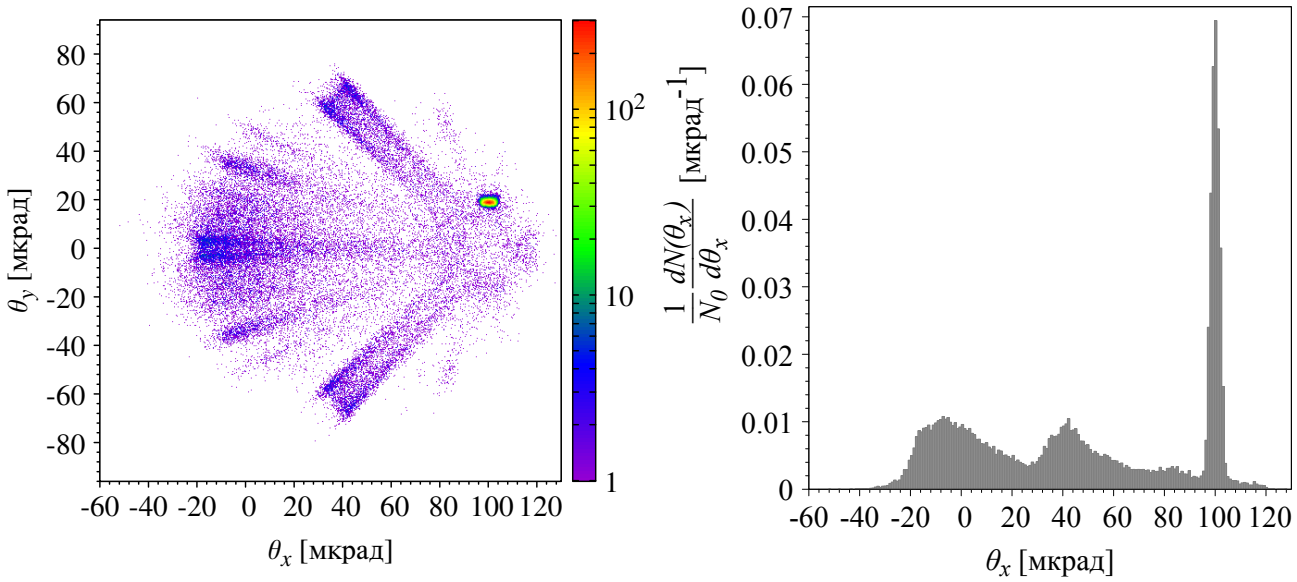
На рис. 6.17 представлені результати моделювання, які відповідають $\theta_{y,in} = 1\psi_c$. Бачимо, що характер кутового розподілу частинок суттєво відрізняється від показаних вище кутових розподілів. Більшість частинок все ще

[1] Через донат-розсіювання та об'ємне відбиття від невертикальних площин зігнутого кристала.



(а) (б)

Рис. 6.16. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 2\psi_c$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.



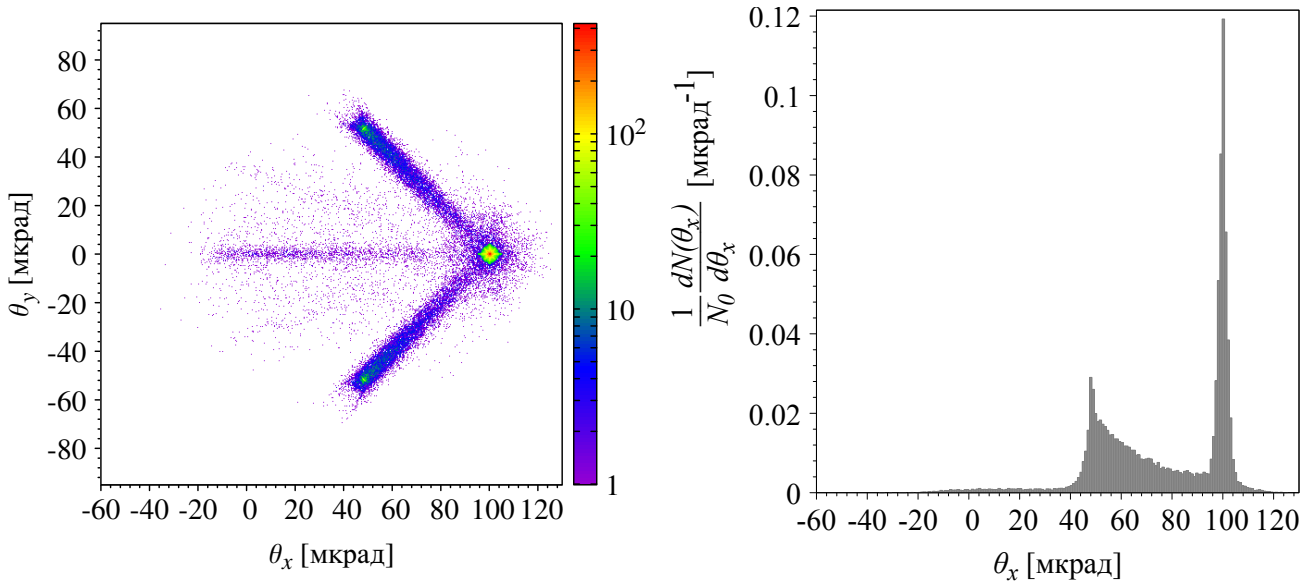
(а) (б)

Рис. 6.17. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 1\psi_c$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

перебуває в режимі площинного каналювання і відхиляється на кут вигину кристала. Але по-перше, доля частинок, які перебувають в режимі площинного каналювання до кінця руху в кристалі значно зменшується, а по-друге, майже всі надбар'єрні частинки переходять до режиму площинного каналювання в невертикальних площинах атомів. Саме з таким площинним каналюванням

пов'язані локальні максимуми в густині розподілу частинок уздовж осі θ_x.

Кут $\theta_{y,in} = 0$ відповідає стохастичному механізму відхилення заряджених частинок. Результати моделювання кутових розподілів протонів при такій орієнтації кристала відносно напрямку падіння частинок показані на рис. 6.18. В порівнянні з результатами, показаними на рис. 6.17, бачимо зростання долі частинок, які відхиляються на кут вигину кристала. Майже всі частинки, які виходять з режиму стохастичного відхилення, переходять до площинного каналювання в площинних каналах (110) і $(1\bar{1}0)$, які мають кут 45° з віссю x. Ці частинки дають добре помітний пік в густині розподілу частинок уздовж осі θ_x при $\theta_x \approx 48$ мкрад.



(а) (б)

Рис. 6.18. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 0$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

Тепер знайдемо залежність числа частинок, відхилених кристалом на великий кут, від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. По-перше, треба домовитися, який кут буде вважатися великим. Для того щоб мати можливість порівняти ефективність відхилення, яку можна досягти за допомогою площин (100), (110) і (111) кристала кремнію, цей кут потрібно вимірювати не в критичних кутах осьового чи площинного каналювання, а в абсолютних одиницях. Оскільки критичні кути осьового кана-

лювання для основних кристалографічних напрямків кремнію при зазначеній енергії частинок дорівнюють близько 20 мкрад, будемо вважати відхилення ефективним, якщо частинки відхилилися в напрямку зростання координати x на кут, не менший ніж ($\alpha - 20$ мкрад). Кількість частинок, відхилених на такий кут, будемо позначати як N_α.

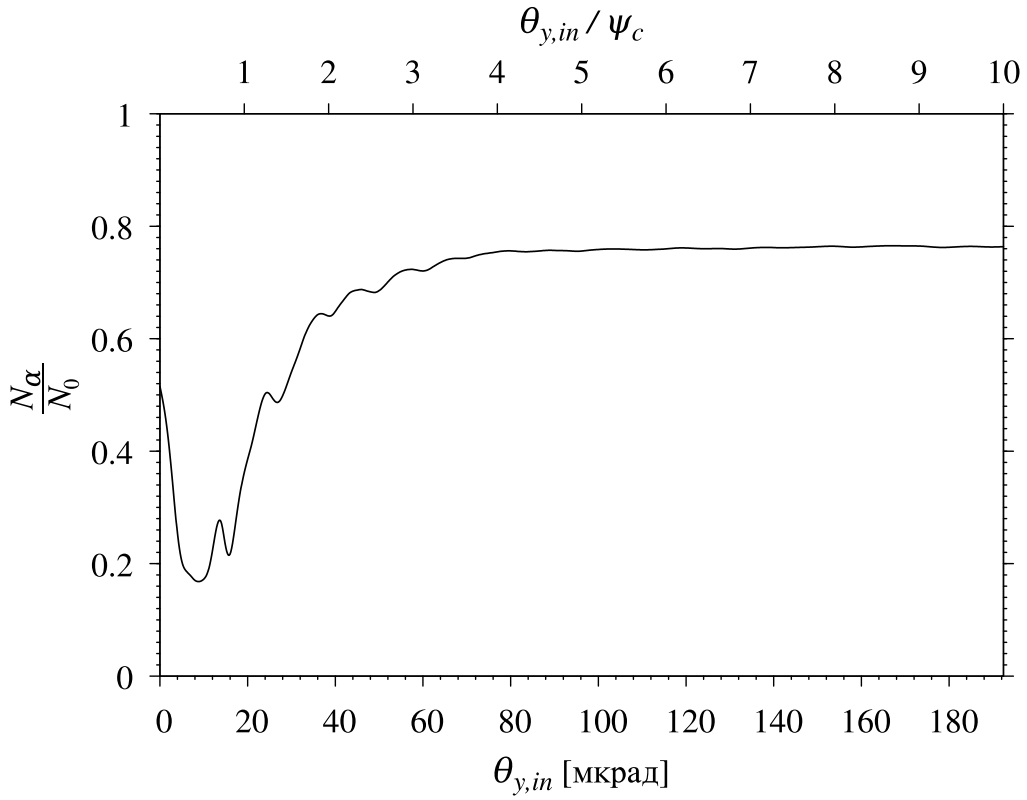


Рис. 6.19. Залежність N_α від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала (010).

На рис. 6.19 показана залежність числа частинок, які при проходженні через кристал відхилилися на кут, не менший ніж ($\alpha - 20$ мкрад), від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Для отримання цієї залежності, для кожного зі значень $\theta_{y,in}$ від нуля до $10\,\theta_c$ з кроком 1 мкрад проводилося чисельне моделювання руху пучка з 5×10^4 протонів в кристалі кремнію. Бачимо, що залежність має схожий характер із залежністю, показаною на рис. 6.4. При кутах $\theta_{y,in} > 4\,\theta_c$ значення N_α майже не змінюється зі зростанням $\theta_{y,in}$. Тобто при таких кутах вплив розсіювання на окремих атомних ланцюжках на ефективність відхилення є майже непомітним. Але при кутах $\theta_{y,in} < 4\,\theta_c$, як і у випадку прямого кристала, розсіювання на

окремих атомних ланцюжках починає виводити частину частинок з режиму площинного каналювання, а тим самим з режиму відхилення. При цьому падіння ефективності відхилення зі зменшенням кута $\theta_{y,in}$ в цій області не є монотонним. Як і на рис. 6.4, на рис. 6.19 мають місце добре помітні осциляції, пов'язані с резонансним доданком в рівнянні (6.10).

При $\theta_{y,in} \to 0$ має місце зростання ефективності відхилення. Воно відповідає стохастичному відхиленню заряджених частинок, яке має місце при $\theta_{y,in} < \theta_c$ і є найбільш ефективним при $\theta_{y,in} = 0$ (цей випадок показано на рис. 6.18). Бачимо, що для обраних параметрів кристала та пучка площинне каналювання в площині (100) є майже в півтора рази ефективнішим за стохастичне відхилення в полі зігнутих атомних ланцюжків, паралельних осі $\langle 00\bar{1} \rangle$.

6.5.2. Площина (110)

Площинний канал кремнію (110) глибшим за площинний канал (100). Глибина потенціальної ями в ньому складає близько 21,4 еВ. Відстань між сусідніми атомними площинами, які утворюють площинний канал, становить 1,92 Å. Залежність потенціальної енергії протона від відстані до центра площинного каналу (110) кристала кремнію показана на рис. 6.20. Бачимо, що потенціальна яма, як і у випадку орієнтації кристала поблизу площин (100), є близькою до параболічної.

Критичний кут площинного каналювання в площинному каналі (110) при кінетичній енергії протонів 400 ГеВ дорівнює 10,32 мкрад. Товщина і радіус вигину кристала при моделюванні були такими ж, як і у випадку орієнтації кристала поблизу площини (100). Таким чином, кут вигину кристала майже в 10 разів перевищував критичний кут площинного каналювання.

Тепер в якості осі z треба обрати таку кристалічну вісь, яка б лежала в обраній нами площині (110). Нехай це буде кристалічна вісь $\langle \bar{1}10 \rangle$, тоді

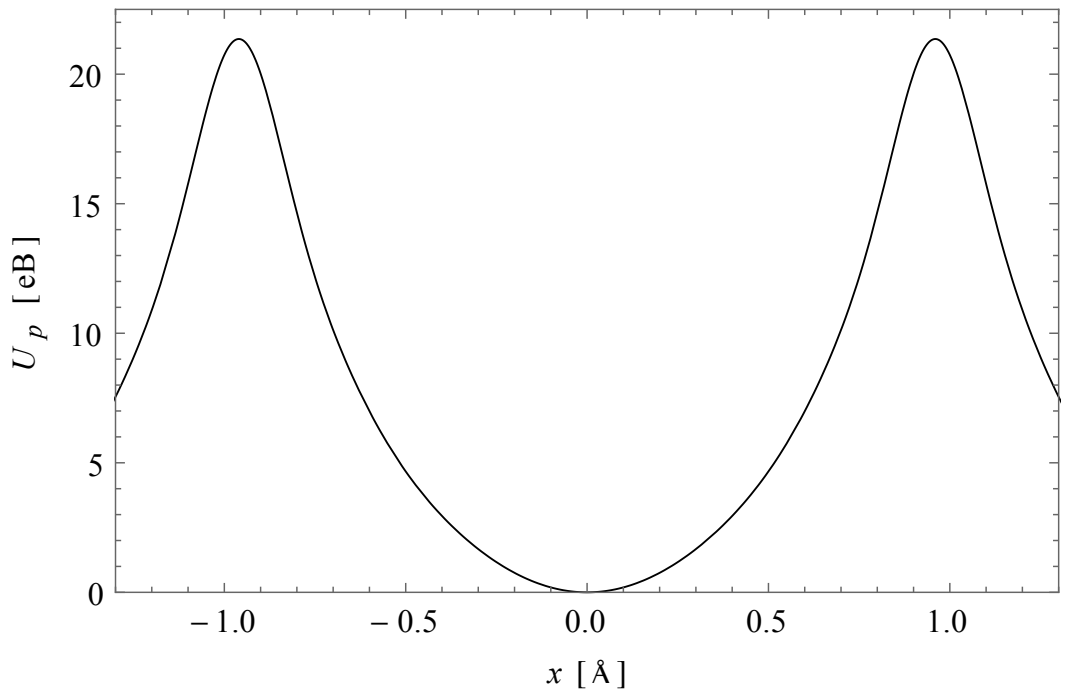


Рис. 6.20. Залежність потенціальної енергії протона від відстані до центра площинного каналу (110) кристала кремнію.

координатна вісь x буде збігатися з кристалічною віссю $\langle 110 \rangle$, а координатна вісь y буде збігатися з кристалічною віссю $\langle 001 \rangle$. Розташування атомних ланцюжків, паралельних кристалічній осі $\langle \bar{1}10 \rangle$, показано на рис. 6.21. Радіус сірих точок дорівнює середньоквадратичному радіусу теплових коливань атомів, а радіус чорних точок дорівнює середньоквадратичному радіусу орбіт електронів в атомах. Пунктиром показана межа елементарної комірки в площині (x, y). Кристалічна площина (110) на рисунку збігається з вертикальною площиною (y, z).

Як і у попередньому випадку каналювання у площині (100), в моделюванні площиною вигину кристала була площина (x, z), а кут між початковим імпульсом частинок та площиною (y, z) дорівнював нулю. Вектор кривини був направлений в бік зростання координати x. Критичний кут осьового каналювання, який для осі $\langle \bar{1}10 \rangle$ та кінетичної енергії протонів 400 ГеВ дорівнює 22,89 мкрад.

Розглянемо тепер кутові розподіли протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ після проходження зігнутого кристала в указаній вище орієнтації. На

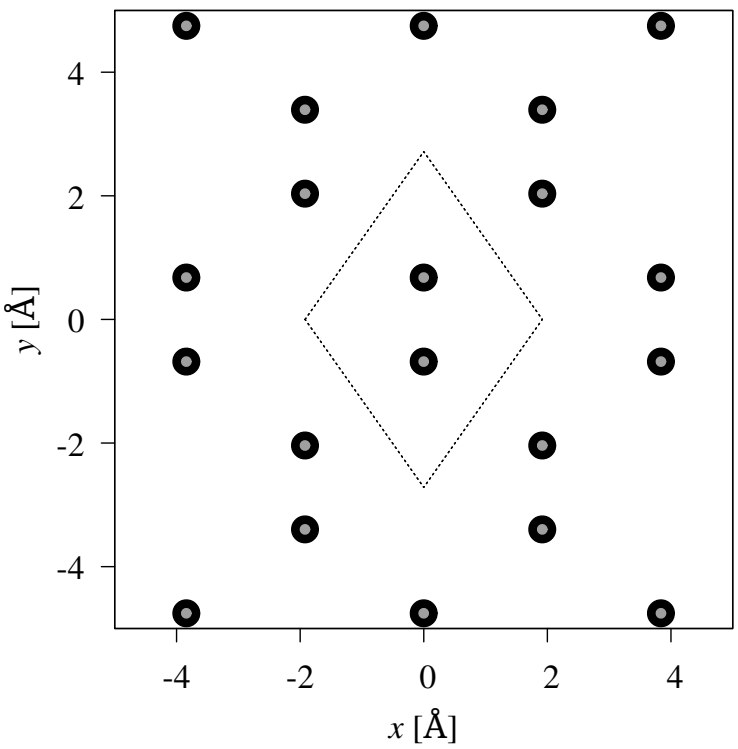
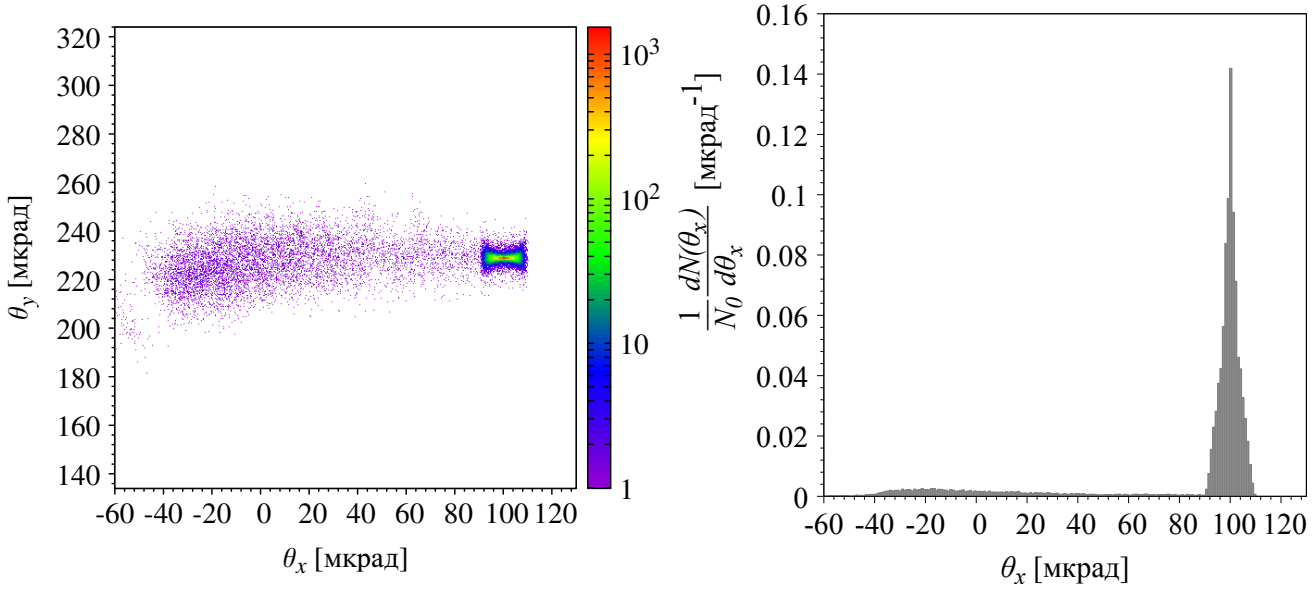


Рис. 6.21. Розташування атомних ланцюжків, паралельних кристалічній осі $\langle\bar{1}10\rangle$ кристала кремнію.

рис. 6.22 показано кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 10\psi_c$ та профіль цього розподілу, тобто густину розподілу частинок уздовж осі θ_x. Кольори на рисунку показують інтенсивність розподілу частинок в логарифмічному масштабі. Як у попередньому підрозділі, моделювання проводилося для пучка з 5×10^4 протонів із урахуванням некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів та на атомних електронах.

На рис. 6.22 бачимо, що майже всі частинки при проходженні через зігнутий кристал відхилилися на кут вигину кристала 100 мкрад. Як і у випадку площинного каналювання в площині (100), на рисунку бачимо три групи частинок: ті, які при виході з кристала перебувають в режимі площинного каналювання і відхилилися на кут вигину кристала, ті частинки, які перебували в режимі площинного каналювання, але перейшли до надбар'єрного стану через некогерентне розсіювання або розсіювання на окремих ланцюжках атомів, і ті частинки, які при падінні пучка на кристал не потрапили до режиму площинного каналювання. Ширина кутового розподілу частинок першої групи за



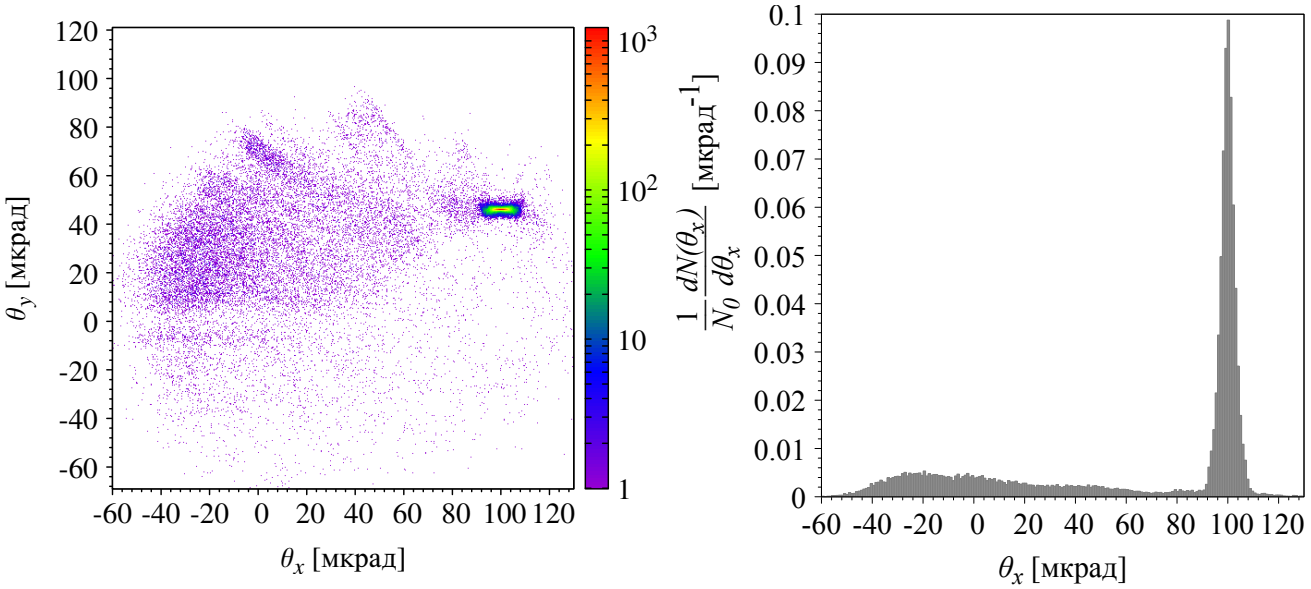
(а) (б)

Рис. 6.22. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 10\psi_c$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

кутом θ_x є більшою, ніж на рис. 6.13. Це пов'язано з тим, що ширина розподілу канальованих частинок дорівнює подвоєному критичному куту площинного каналювання в площинному каналі, тобто для площини (110) це приблизно 20 мкрад, що на 5 мкрад більше ніж у випадку площини (100). Друга група частинок має майже той самий розподіл, що і у випадку орієнтації (100). Завдяки явищу об'ємного відбиття ті частинки, які попали до третьої групи відхиляються в напрямку, який є протилежним напрямку вигину кристала, на подвоєний кут площинного каналювання.

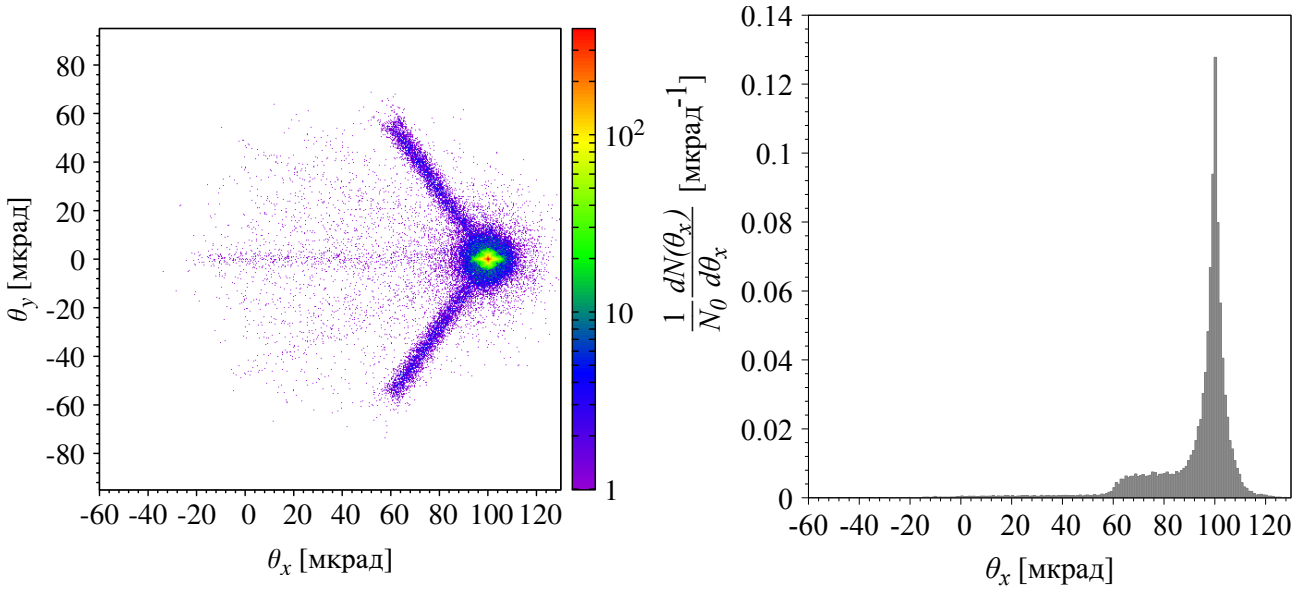
Зменшимо кут між початковим імпульсом частинок і віссю $\langle 00\bar{1}\rangle$ кристала до двох значень критичного кута осьового каналювання. Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал та густина розподілу частинок уздовж осі θ_x показані на рис. 6.23. Бачимо, що як кутовий розподіл частинок, так і профіль цього розподілу мають той самий характер, що і при орієнтації кристала вздовж площини (100) відносно напрямку падіння частинок. При зменшенні кута $\theta_{y,in}$ кількість частинок, відхилених на кут вигину кристала зменшується, а донат-розсіювання та об'ємне відбиття призводять до того, що надбар'єрні частинки відхиляються не тільки вздовж осі x, але і вздовж осі.

Єдина суттєва відміна кутового розподілу, представленого на 6.23, від випадку орієнтації кристала вздовж площини (100) полягає в тому, що кутовий розподіл частинок у площинному каналі є ширшим.



(а) (б)

Рис. 6.23. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 2\psi_c$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.



(а) (б)

Рис. 6.24. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 0$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

Результати моделювання кутових розподілів протонів при орієнтації кри-

стала, яка відповідає стохастичного механізму відхилення частинок, тобто при $\theta_{y,in} = 0$, показані на рис. 6.24. В порівнянні з результатами, показаними на рис. 6.23, бачимо зростання долі частинок, які відхиляються на кут вигину кристала. Майже всі частинки, які виходять з режиму стохастичного відхилення, переходять до площинного каналювання в площинних каналах (111) і $(11\bar{1})$, які мають кут з віссю x, який дорівнює $\operatorname{arctg}\sqrt{2} \approx 54,7°$. Порівнявши ці результати з тими, що показані на рис. 6.24, можна зробити висновок, що при стохастичному відхиленні в полі атомних ланцюжків, паралельних осі $\langle\bar{1}10\rangle$, розподіл частинок уздовж осі θ_x є набагато краще колімованим, ніж при стохастичному відхиленні в полі атомних ланцюжків, паралельних осі $\langle 00\bar{1}\rangle$.

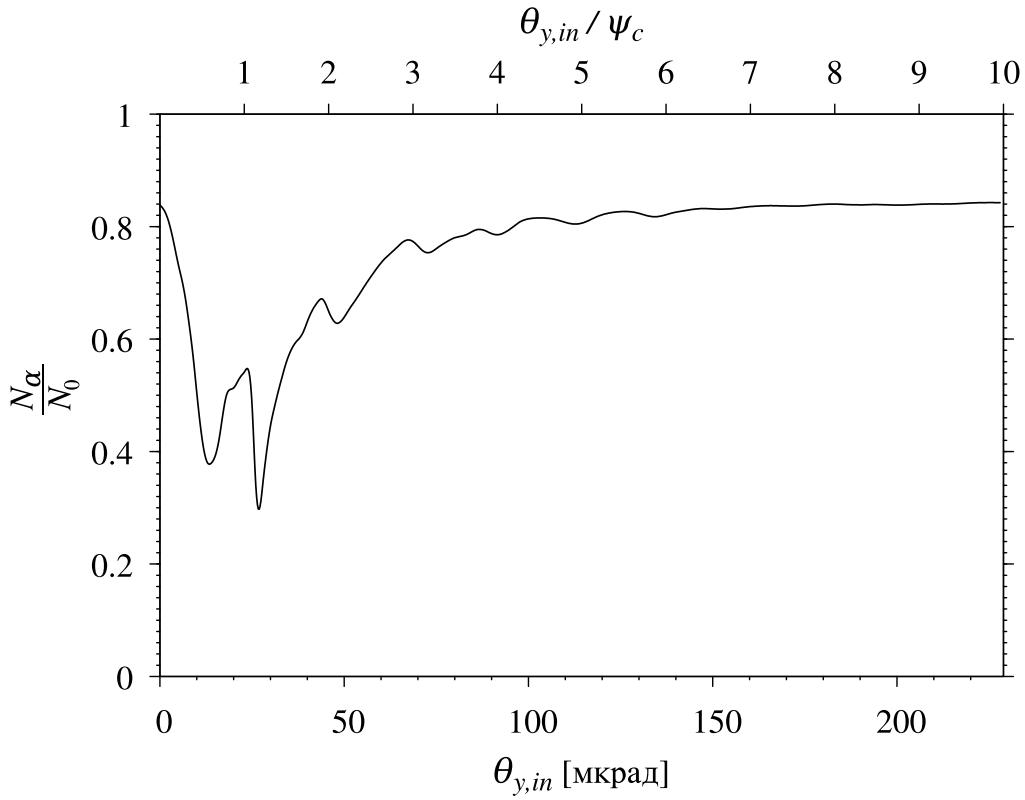


Рис. 6.25. Залежність N_α від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала (001).

Розглянемо тепер залежність числа частинок, відхилених кристалом на кут, не менший ніж (α – 20 мкрад), від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Ця залежність показана на рис. 6.25 і якісно вона схожа на ту, що була розглянута у попередньому підрозділі. Кількісно ці дві залежності відрізняються. По-перше, вплив розсіювання на

окремих атомних ланцюжках на ефективність відхилення стає помітним вже при $\theta_{y,in} < 6\,\theta_c$, коли у залежності N_α від $\theta_{y,in}$ з'являються осциляції. При зменшенні кута $\theta_{y,in}$ до θ_c амплітуда цих осциляцій зростає, а сама ефективність відхилення зменшується. При $\theta_{y,in} \to 0$ має місце зростання ефективності відхилення, але доля відхилених частинок є більшою, ніж на рис. 6.19, і складає понад 80%. Крім того бачимо, що для обраних параметрів кристала та пучка площинне каналювання в площині (110) є таким же ефективним, як стохастичне відхилення в полі зігнутих атомних ланцюжків, паралельних осі $\langle\bar{1}10\rangle$.

6.5.3. Площина (111)

Площинний канал (111) є найглибшим з трьох основних площинних каналів кристала кремнію. При цій орієнтації є дві групи потенціальних ям. Глибина тих, що є більш глибокими складає близько 28,3 еВ, а менш глибоких – 8,7 еВ. Відстань між сусідніми атомними площинами, які утворюють більш глибокі площинні канали, становить 2,35 Å, а тих, які утворюють менш глибокі площинні канали, 0,78 Å. Залежність потенціальної енергії протона від відстані до центра площинного каналу (111) кристала кремнію показана на рис. 6.26. Бачимо, що більш глибокі потенціальні ями близькі по параметрам до потенціальних ям між площинами (110), а менш глибокі – до потенціальних ям між площинами (100).

Критичний кут площинного каналювання в площинному каналі (110) при кінетичній енергії протонів 400 ГеВ дорівнює 11,89 мкрад. Товщина і радіус вигину кристала були такими ж, як і у випадку орієнтації кристала поблизу площин (100) і (110). Таким чином, кут вигину кристала в 8 раз перевищував критичний кут площинного каналювання.

В якості осі z треба обрати таку кристалічну вісь, яка б лежала в обраній нами площині (111). Нехай це буде кристалічна вісь $\langle\bar{1}10\rangle$, тоді координатна вісь x буде збігатися з кристалічною віссю $\langle 111\rangle$, а координатна вісь y буде збігатися

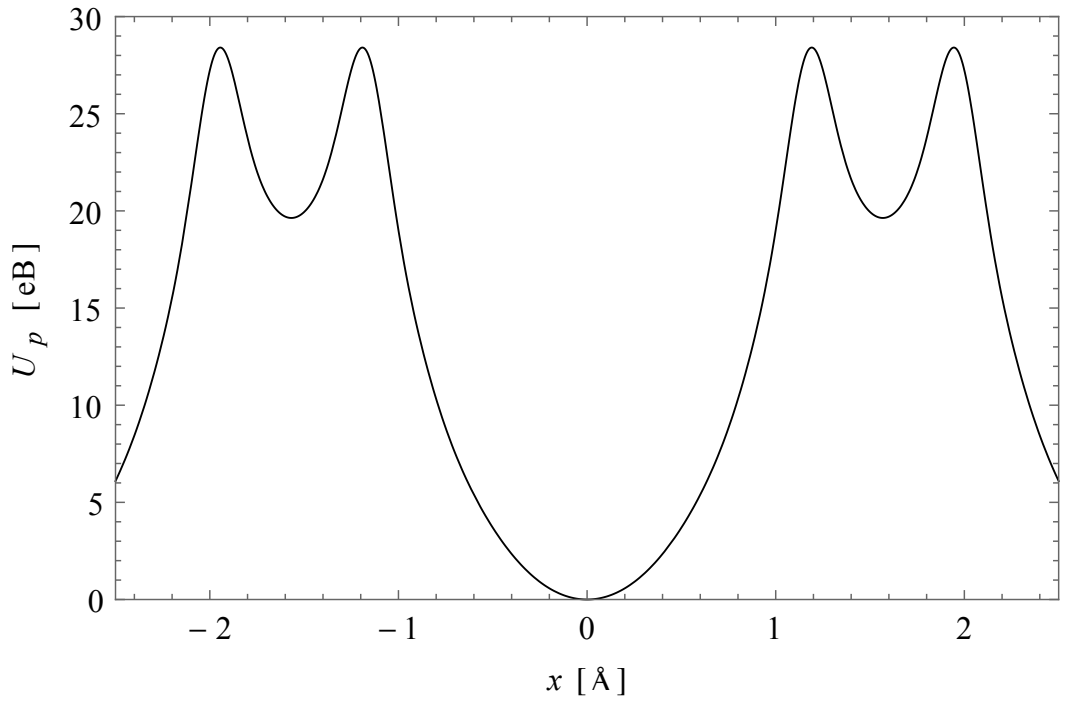


Рис. 6.26. Залежність потенціальної енергії протона від відстані до центра площинного каналу (100) кристала кремнію.

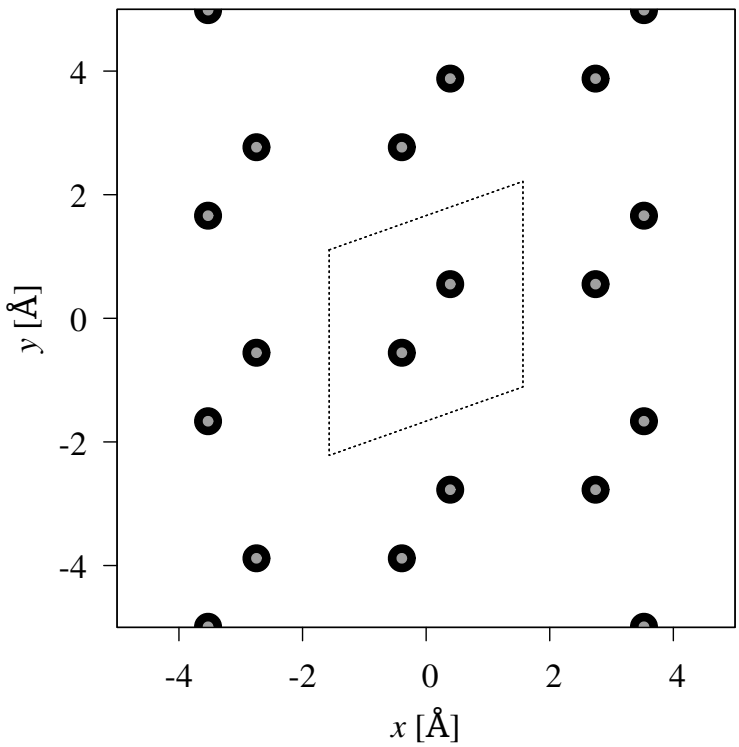
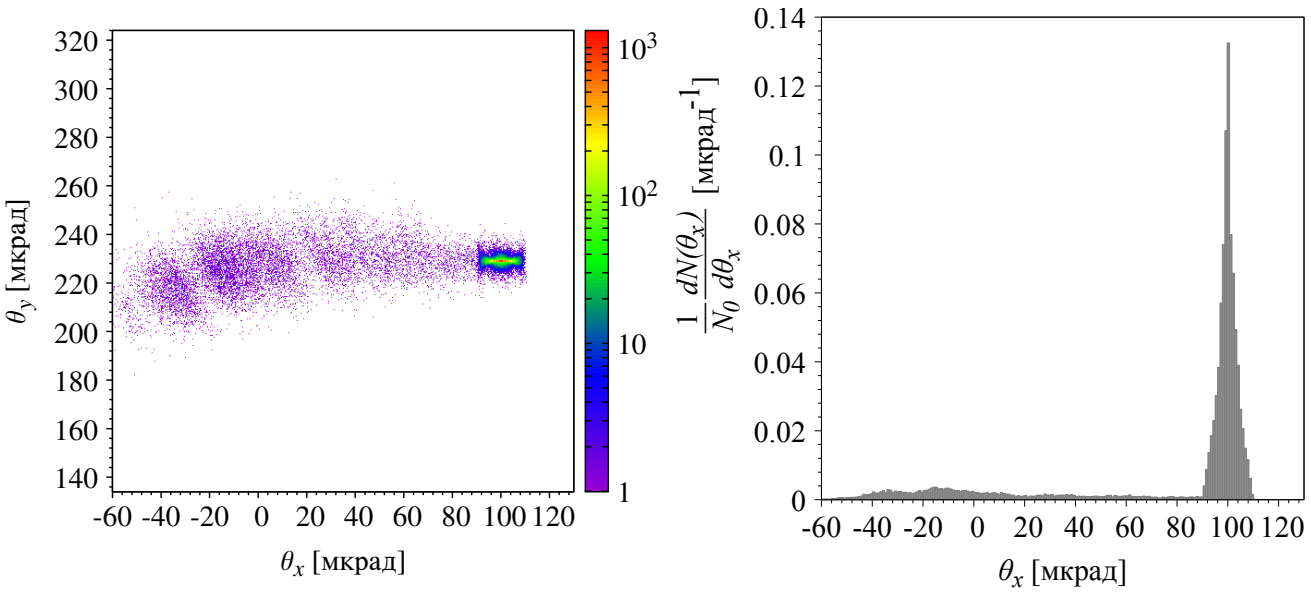


Рис. 6.27. Розташування атомних ланцюжків, паралельних кристалічній осі $\langle\bar{1}10\rangle$ кристала кремнію.

з кристалічною віссю $\langle\bar{1}\bar{1}2\rangle$. Розташування атомних ланцюжків, паралельних кристалічній осі $\langle\bar{1}10\rangle$, показано на рис. 6.27. Радіус сірих точок дорівнює

середньоквадратичному радіусу теплових коливань атомів, а радіус чорних точок дорівнює середньоквадратичному радіусу орбіт електронів в атомах. Пунктиром показана межа елементарної комірки в площині (x, y). Кристалічна площина (111) на рисунку збігається з вертикальною площиною (y, z).

Площиною вигину кристала при моделюванні була площина (x, z), а кут між початковим імпульсом частинок та площиною (y, z) дорівнював нулю. Вектор кривини був направлений в бік зростання координати x.

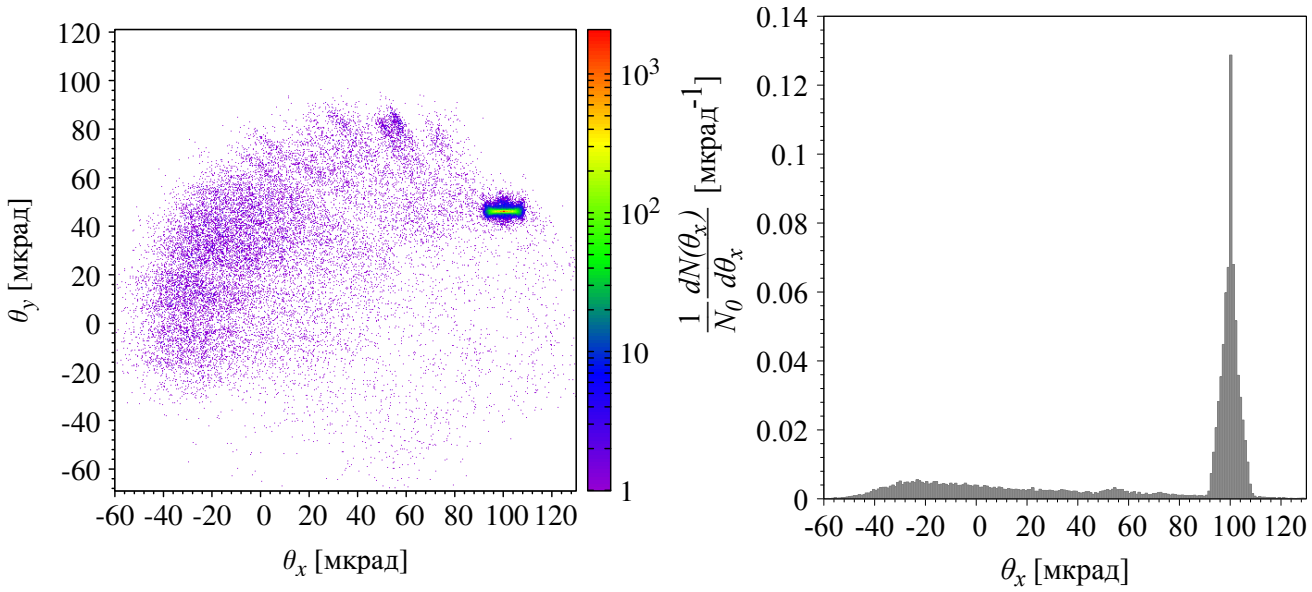


(а) (б)

Рис. 6.28. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 10\psi_c$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

Кутовий розподіл протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ після проходження зігнутого кристала в указаній вище орієнтації при $\theta_{y,in} = 10\psi_c$ та густина розподілу частинок уздовж осі θ_x показані на рис. 6.28. Бачимо, що при $\theta_{y,in} = 10\psi_c$, як і у випадках площинного каналювання в площинах (100) та (110), майже всі частинки при проходженні через зігнутий кристал відхилилися на кут вигину кристала 100 мкрад. Кутовий розподіл знову складається з канальованих частинок $(\alpha - \theta_c < \theta_x < \alpha + \theta_c)$, тих, які вийшли з режиму каналювання, $(0 < \theta_x < \alpha - \theta_c)$ і об'ємно відбитих одразу після падіння на кристал $(\theta_x < 0)$. Важливою відміною від площинного каналювання в площині (110) є те, що кількість канальованих частинок є меншою.

Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал та густину розподілу частинок уздовж осі θ_x, які відповідають $\theta_{y,in} = 2\psi_c$, показані на рис. 6.29. Якісно розподіл є подібним до тих, що були показані на рисунках 6.16 і 6.23. Кількісна відміна кутового розподілу полягає в іншій кутовій ширині площинного каналу (він є найширшим і для протонів з кінетичною енергією 400 ГеВ становить майже 24 мкрад).

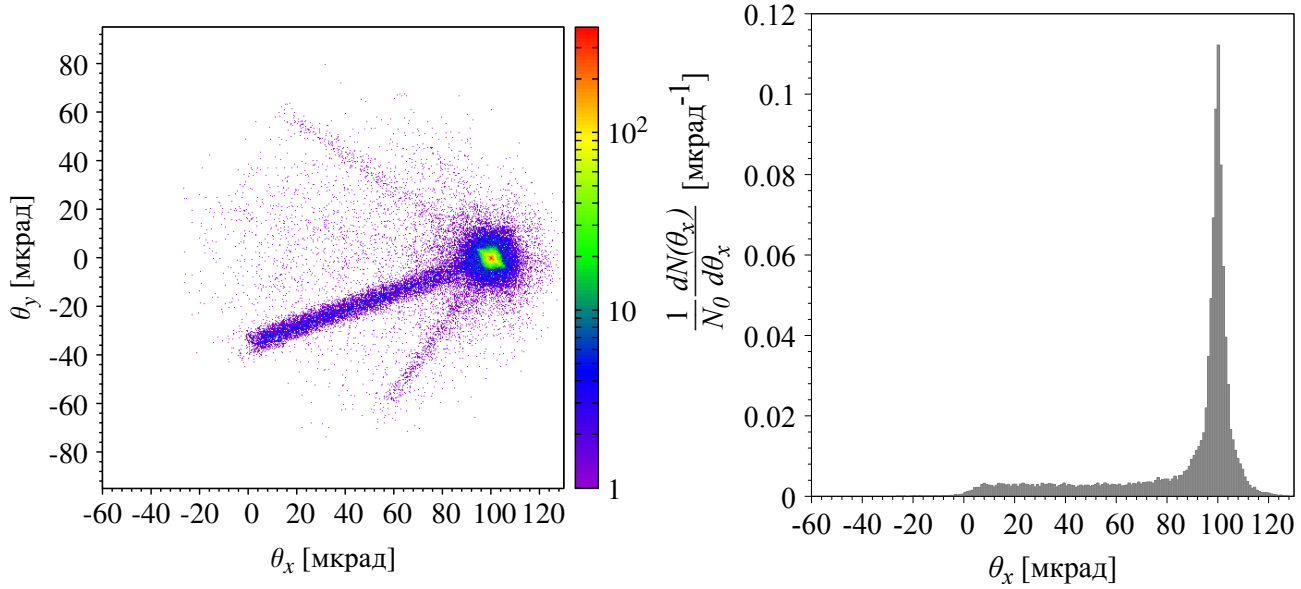


(а) (б)

Рис. 6.29. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 2\psi_c$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

Кутові розподіли протонів при орієнтації кристала, яка відповідає стохастичного механізму відхилення частинок, тобто при $\theta_{y,in} = 0$, показані на рис. 6.30. Бачимо, що майже всі частинки, які виходять з режиму стохастичного відхилення, переходять до площинного каналювання в площинному каналі $(11\bar{1})$, який має кут з віссю x, який дорівнює $2\,\mathrm{arctg}\,\sqrt{2} - \frac{\pi}{2} \approx 19,5°$. Крім того бачимо, що колімація пучка в напрямку осі x після проходження кристала є гіршою, ніж при орієнтації, яка була розглянута у попередньому підрозділі.

Залежність числа частинок, відхилених кристалом на кут, не менший ніж (α – 20 мкрад), від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала показана на рис. 6.25. Характер залежності якісно є схожим на характер аналогічних залежностей при орієнтації кристала поблизу площин



(а) (б)

Рис. 6.30. (а) Кутовий розподіл частинок пучка після проходження через кристал при $\theta_{y,in} = 0$. (б) Густина розподілу частинок уздовж осі θ_x.

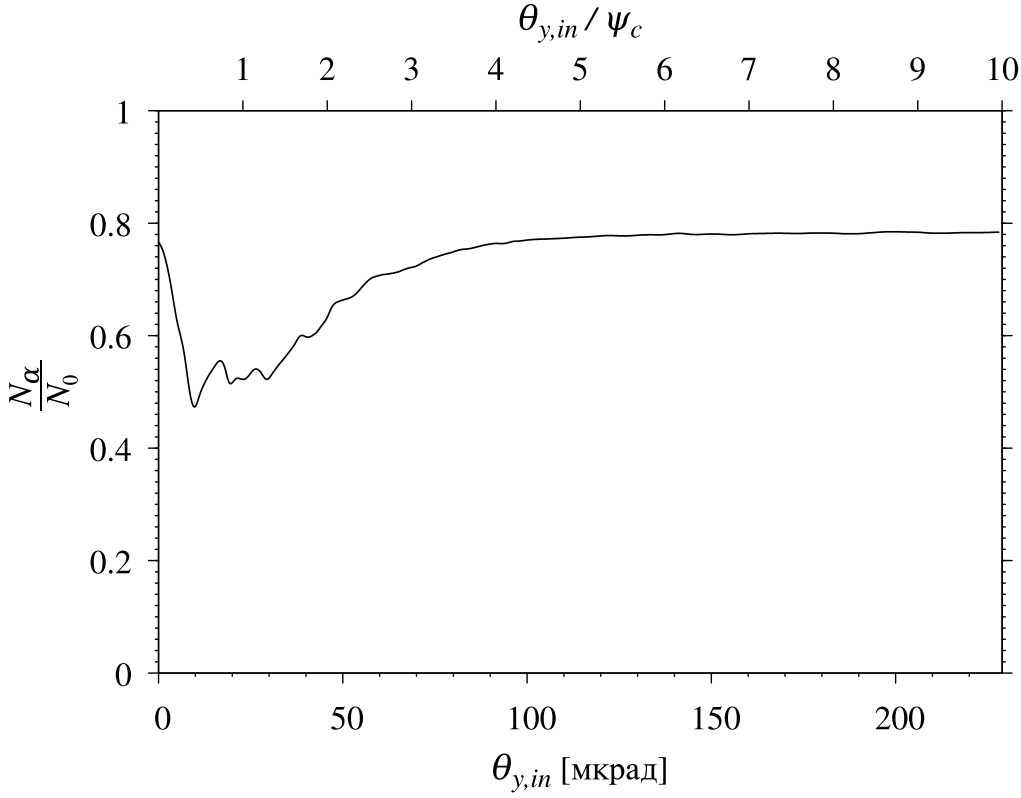


Рис. 6.31. Залежність N_α від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала $(\bar{1}\bar{1}2)$.

(100) та (110), які були розглянуті у двох попередніх підрозділах. Кількісні відміни полягають у тому, що вплив розсіювання на окремих атомних ланцюж-

ках на ефективність відхилення стає помітним лише при $\theta_{y,in} < 4\,\theta_c$, коли у залежності N_α від $\theta_{y,in}$ з'являються осциляції. При зменшенні кута $\theta_{y,in}$ до θ_c, як і слід очікувати по аналогії з розсіюванням у прямому кристалі, амплітуда цих осциляцій зростає, а сама ефективність відхилення зменшується. При $\theta_{y,in} \to 0$ має місце зростання ефективності відхилення, але доля відхилених частинок є меншою, ніж на рис. 6.25, і складає менше 80%. Більш детально залежність ефективності стохастичного механізму відхилення від вибору площини вигину була досліджена в розділі 4. Зауважимо, що для обраних параметрів кристала та пучка площинне каналювання в площині (111) є таким же ефективним, як стохастичне відхилення в полі зігнутих атомних ланцюжків, паралельних осі $\langle\bar{1}10\rangle$.

6.5.4. Вплив кутової розбіжності на ефективність відхилення частинок

Окрім розсіювання на окремих ланцюжках атомів і некогерентного розсіювання на теплових коливаннях атомів та атомних електронах важливим фактором, який зменшує ефективність відхилення заряджених частинок у зігнутих кристалах є кутова розбіжність пучка заряджених частинок. Наприкінці цього розділу розглянемо як зміняться залежності ефективності відхилення від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала при зростанні кутової розбіжності пучка, який налітає на зігнутий кристал. Числове моделювання проводилося для пучка з $N_0 = 5 \times 10^4$ протонів.

На рис. 6.32 показана залежність числа частинок, які при проходженні через зігнутий кристал, орієнтований відносно напрямку падіння частинок поблизу площини (100) (див. рис. 6.12), відхилилися на кут, не менший ніж (α – 20 мкрад), від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Суцільною лінією показано результати для пучка з кутовою розбіжністю 20 мкрад, штриховою лінією – для пучка з кутовою розбіжністю

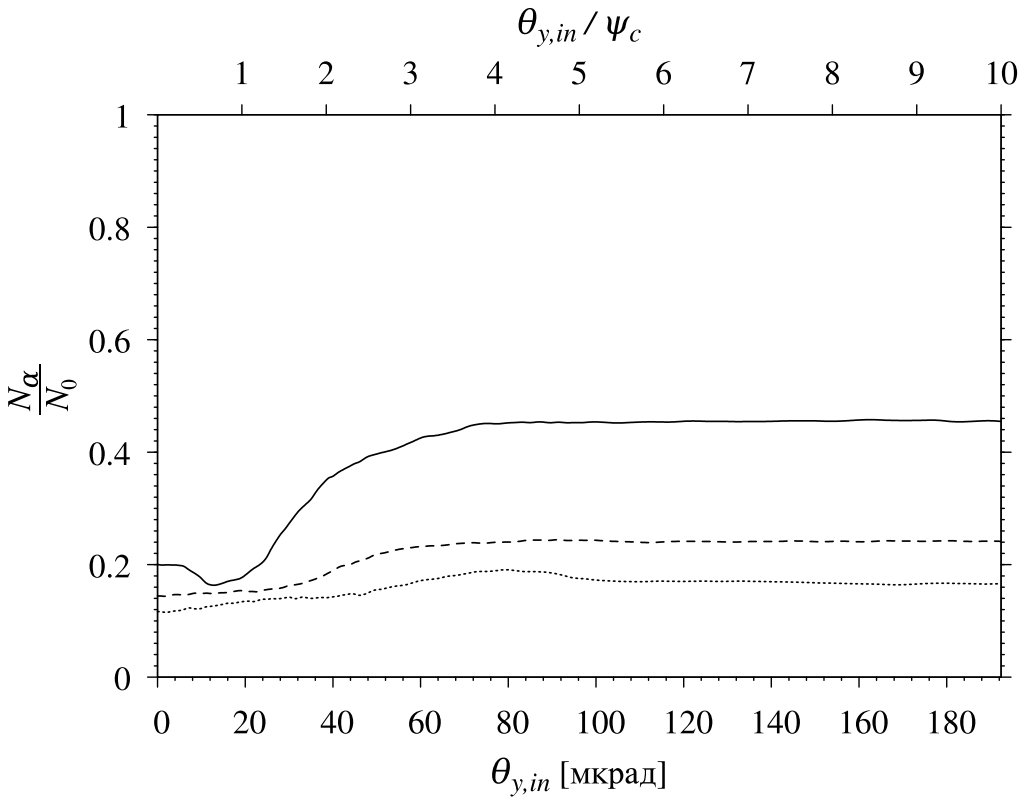


Рис. 6.32. Залежність N_α від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала (010).

40 мкрад, а штрихпунктирною – для пучка з кутовою розбіжністю 60 мкрад. Бачимо, що при зростанні кутової розбіжності пучка ефективність відхилення частинок значно падає. Якщо на рис. 6.19 для площинного каналювання $N_\alpha \approx 0,76N_0$, а для стохастичного відхилення $N_\alpha \approx 0,51N_0$, то при кутовій розбіжності пучка 20 мкрад для площинного каналювання $N_\alpha \approx 0,46N_0$, а для стохастичного відхилення $N_\alpha \approx 0,2N_0$. При такому різкому падінні ефективності вплив розсіювання на окремих ланцюжках і пов'язані з цим розсіюванням осциляції в залежності N_α від $\theta_{y,in}$ стають менш помітними.

Залежність N_α від $\theta_{y,in}$ при орієнтації кристала відносно напрямку падіння частинок поблизу площини (110) (див. рис. 6.21) показана на рис. 6.33. Суцільною лінією показано результати для пучка з кутовою розбіжністю 20 мкрад, штриховою лінією – для пучка з кутовою розбіжністю 40 мкрад, а штрихпунктирною – для пучка з кутовою розбіжністю 60 мкрад. Бачимо, що падіння ефективності відхилення при зростанні кутової розбіжності пучка є менш помітним, ніж при орієнтації кристала відносно напрямку падіння части-

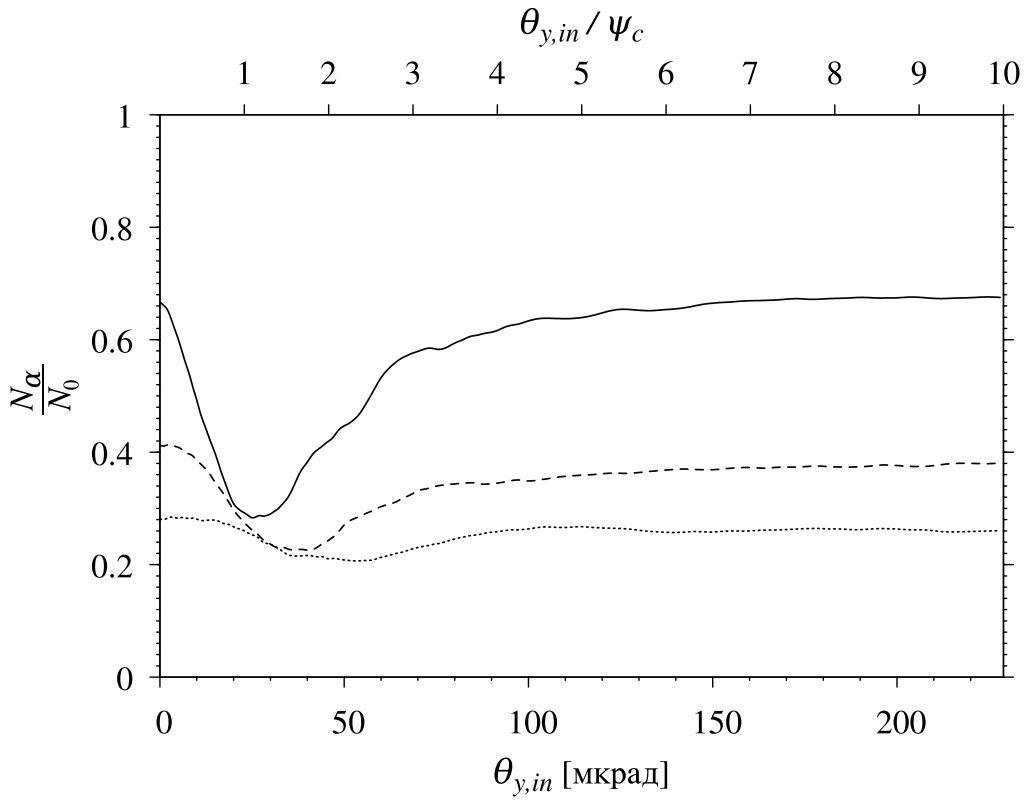


Рис. 6.33. Залежність N_α від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала (001).

нок поблизу площини (100). Для пучка без кутової розбіжності (див. рис. 6.25) і для площинного каналювання, і для стохастичного відхилення $N_\alpha \approx 0,84N_0$, а при кутовій розбіжності пучка 20 мкрад для площинного каналювання $N_\alpha \approx 0,68N_0$, а для стохастичного відхилення $N_\alpha \approx 0,67N_0$. Слабша залежність від кутової розбіжності пучка пояснюється тим, що критичний кут площинного каналювання в площині (110) є більшим ніж при каналюванні в площині (100). Так само і стохастичне відхилення в полі атомних ланцюжків $\langle\bar{1}10\rangle$ є менш чутливим до зростання кутової розбіжності пучка, ніж стохастичне відхилення в полі атомних ланцюжків $\langle 00\bar{1}\rangle$, оскільки критичний кут осьового каналювання в першому випадку є більшим, ніж у другому.

На рис. 6.34 показана залежність N_α від $\theta_{y,in}$ при орієнтації кристала відносно напрямку падіння частинок поблизу площини (111) (див. рис. 6.27). Суцільною лінією показано результати для пучка з кутовою розбіжністю 20 мкрад, штриховою лінією – для пучка з кутовою розбіжністю 40 мкрад, а штрихпунктирною – для пучка з кутовою розбіжністю 60 мкрад. При зростанні

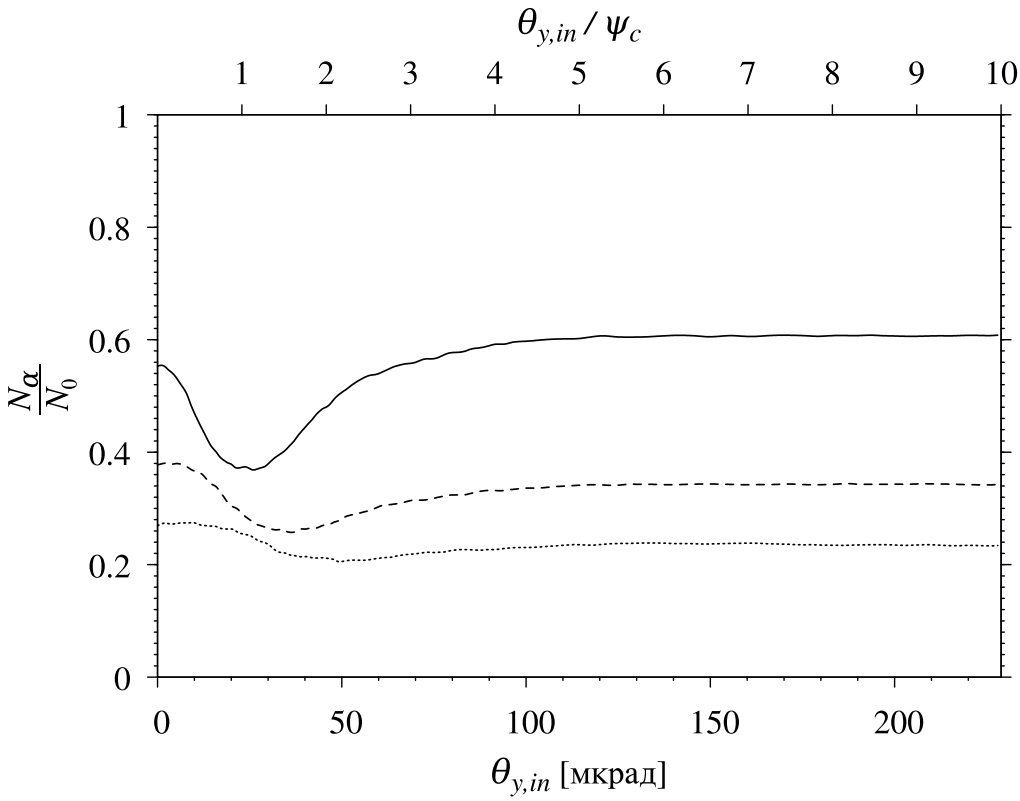


Рис. 6.34. Залежність N_α від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала $(\bar{1}\bar{1}2)$.

кутової розбіжності пучка ефективність відхилення частинок падає, але не так сильно, як при орієнтації кристала відносно напрямку падіння частинок поблизу площини (100). Якщо на рис. 6.31 для площинного каналювання $N_\alpha \approx 0,78N_0$, а для стохастичного відхилення $N_\alpha \approx 0,76N_0$, то при кутовій розбіжності пучка 20 мкрад для площинного каналювання $N_\alpha \approx 0,61N_0$, а для стохастичного відхилення $N_\alpha \approx 0,55N_0$. При кутовій розбіжності пучка 20 мкрад на рис. 6.34 помітні осциляції, пов'язані з розсіюванням на окремих ланцюжках. При більших значеннях кутової розбіжності пучка ці осциляції стають непомітними.

Висновки до розділу 6

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [3, 9, 12, 25, 27, 32]. Серед основних результатів в якості висновків можна виділити наступні:

• Отримано залежність кількості позитивно заряджених частинок, які при русі в орієнтованому кристалі залишаються в режимі площинного каналювання, від кута $\theta_{x,in}$ між початковим імпульсом частинок та кристалічними атомними площинами, в полі яких рухається частинка, та від кута $\theta_{y,in}$ між початковим імпульсом частинок та площиною, яка містить у собі кристалічну вісь, поблизу якої орієнтовано кристал, і є ортогональною до атомних площин, в полі яких має місце каналювання. Аналіз цієї залежності показав, що при $\theta_{y,in} \gtrsim 6\psi_c$ розсіювання на окремих атомних ланцюжках не вносить суттєвого вкладу в стабільність руху частинок у режимі площинного каналювання. В той же час при $\theta_{y,in} < 6\psi_c$ велика кількість частинок за рахунок розсіювання на окремих атомних ланцюжках виходить з режиму підбар'єрного руху в полі атомних площин, тобто деканалює. Показано, що залежність кількості підбар'єрних частинок від кута $\theta_{y,in}$ має резонансний характер, який було якісно пояснено за допомогою простої аналітичної моделі гармонічного осцилятора, на який діє періодична зовнішня сила. Отримана залежність є важливою для розуміння умов, при яких має місце стабільне площинне каналювання позитивно заряджених частинок.

• Теоретичний опис випромінювання каналюючих частинок узагальнено на випадок кутів між імпульсом частинок і атомними ланцюжками, при яких стають помітними локальні максимуми у спектрі випромінювання, пов'язані з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках. За допомогою застосування моделі гармонічного осцилятора, на який діє періодична зовнішня сила, для опису розсіювання каналюючих частинок на окремих атомних ланцюжках аналітично знайдено положення локальних максимумів в спектрі випромінювання каналюючих частинок, які відповідають розсіюванню на атомних ланцюжках. Також знайдено залежність положення цих максимумів від кута $\theta_{y,in}$. Цей результат є важливим, оскільки дає змогу за допомогою зміни орієнтації кристала отримувати випромінювання фотонів заданої частоти за рахунок розсіювання каналюючих позитивно заряджених частинок на атомних

ланцюжках. Аналітичний результат підтверджено чисельним моделюванням в більш реальному наближенні потенціалу атомних ланцюжків у моделі Дойля-Тернера.

• За допомогою порівняння випромінювання позитивно заряджених частинок, які рухаються у реальному кристалі та у моделі випадково розташованих атомних ланцюжків, показано, що пік, який є присутнім у спектрі випромінювання при русі частинок у полі періодично розташованих кристалічних атомних ланцюжків, коли кут між початковим імпульсом частинок та кристалічною віссю є меншим за критичний кут осьового каналювання, є відсутнім при русі у наближенні випадково розташованих ланцюжків. Це дало змогу встановити, що цей пік відповідає нестійкому періодичному руху надбар'єрних частинок в полі атомних площин.

• Аналіз кутових розподілів позитивно заряджених частинок після їх проходження через зігнутий кристал та профілів цих розподілів на площину вигину кристала при різних значеннях кута $\theta_{y,in}$ для трьох основних площинних орієнтації кристала кремнію дав змогу встановити, що як і у прямому кристалі при $\theta_{y,in} \gtrsim 6\psi_c$ розсіювання на окремих атомних ланцюжках не вносить суттєвого вкладу в стабільність руху частинок у режимі площинного каналювання і в ефективність відхилення частинок зігнутим кристалом.

• Порівняльний аналіз відхилення позитивно заряджених частинок зігнутими кристалами, орієнтованими поблизу різних атомних площин показав, що площинна орієнтація (110) відповідає найбільш ефективному відхиленню позитивно заряджених частинок при їх площинному каналюванні. Також показано, що збільшення кутової розбіжності пучка заряджених частинок суттєво зменшує ефективність відхилення частинок як при площинній, так і при осьовій орієнтації кристала.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розвинуто теорію та методи моделювання орієнтаційних ефектів у зігнутих кристалах. Вирішена теоретична задача пошуку оптимальних параметрів кристала для найбільш ефективного відхилення заряджених частинок та зміни форми пучків заряджених частинок. Знайдено орієнтаційну залежність ймовірності близьких зіткнень швидких заряджених частинок з атомами кристала. Вирішена теоретична задача про вплив некогерентного розсіювання на ефективність відхилення негативно заряджених частинок зігнутим кристалом. Сформульовано метод вимірювання довжини деканалювання релятивістських негативно заряджених частинок у кристалі по формі спектру іонізаційних втрат енергії частинок, які проходять через нього. Оцінено вплив розсіювання на окремих ланцюжках атомів на процес площинного каналювання швидких заряджених частинок у кристалі.

Основні результати дисертаційної роботи, усі з яких отримано вперше, сформульовані в наступних пунктах:

1. Розвинуто теоретичний опис стохастичного механізму відхилення релятивістських заряджених частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання. Передбачена наявність оптимального радіуса вигину кристала, який відповідає максимальному куту стохастичного відхилення релятивістських негативно заряджених частинок. Знайдено залежність оптимального радіуса вигину кристала при стохастичному відхиленні частинок та максимального кута, на який відхиляється задана частка частинок пучка за допомогою стохастичного відхилення, від енергії частинок в широкому діапазоні енергій від 100 ГеВ до 1,3 ТеВ.

2. Розвинуто теоретичний опис площинного каналювання релятивістських негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі з урахуванням некогерентного розсіювання. Передбачена наявність оптимального радіуса вигину

кристала, який відповідає максимальному куту відхилення релятивістських негативно заряджених частинок при їх площинному каналюванні. Знайдено залежність максимального кута відхилення заданої частини частинок пучка при площинному каналюванні від енергії частинок в широкому діапазоні енергій від 10 ГеВ до 10 ТеВ.

3. Запропоновано метод розщеплення пучка релятивістських позитивно заряджених частинок на декілька пучків при проходженні пучка частинок через зігнутий кристал в умовах реалізації стохастичного механізму відхилення та знайдено оптимальні умови для такого розщеплення. Експерименти в ЦЕРН 2016–2017 рр. підтвердили основні передбачення теорії цього ефекту [2, 6]. Передбачена можливість несиметричного розподілу числа частинок між різними частинами розщепленого пучка релятивістських позитивно заряджених частинок у зігнутому кристалі та знайдено залежність кількості частинок в різних площинних каналах зігнутого кристала від кута падіння частинок на орієнтований кристал.

4. Запропоновано метод знаходження оптимальних умов для ефективного відхилення негативно заряджених частинок у зігнутому кристалі.

5. Передбачено ефект зменшення ймовірності близьких зіткнень високоенергетичних позитивно заряджених частинок з атомами кристала при переході від площинного каналювання до стохастичного відхилення у зігнутому кристалі. Розвинуто теоретичний опис цього ефекту та знайдено залежність ймовірності близьких зіткнень як позитивно, так і негативно заряджених частинок високої енергії з атомами у зігнутому кристалі від кута між початковим імпульсом частинок та площиною вигину кристала. Експерименти колаборації UA9 в ЦЕРН 2016–2018 рр. підтвердили передбачений ефект [203, 298].

6. Передбачено наявність залежності ефективності стохастичного механізму відхилення релятивістських заряджених частинок від вибору площини вигину кристала. Знайдено орієнтації площини вигину кристала, які відповідають найбільш ефективному відхиленню частинок.

7. Отримано спектри іонізаційних втрат енергії швидких негативно заряджених частинок при площинному каналюванні в прямому та зігнутому кристалі для різних співвідношень між довжиною деканалювання частинок та товщиною кристала. Знайдено зв'язок між характеристиками цих спектрів та довжиною деканалювання заряджених частинок у кристалі.

8. Отримано залежність кількості площинно канальованих позитивно заряджених частинок від кута падіння на атомні площини та від кута між початковим імпульсом частинок та площиною, яка містить у собі кристалічну вісь, поблизу якої орієнтовано кристал, і є ортогональною до атомних площин, в полі яких має місце каналювання. Отримано умови, при яких розсіювання на окремих атомних ланцюжках призводить до деканалювання частинок.

9. Розвинуто теоретичний опис випромінювання каналюючих частинок у випадку, коли стають помітними локальні максимуми у спектрі випромінювання, пов'язані з розсіюванням на окремих атомних ланцюжках.

Таким чином, усі поставлені завдання виконані, і мета дисертаційної роботи досягнута.

Розвинений в дисертаційній роботі теоретичний аналіз дозволяє поглибити уявлення про процеси, які мають місце при русі релятивістських заряджених частинок у зігнутих кристалах, а результати досліджень можуть бути використані, зокрема, як для постановки нових експериментів в ЦЕРН, GSI та інших прискорювальних центрах, так і для застосування зігнутих кристалів для виведення пучків високоенергетичних заряджених частинок з прискорювачів, розщеплення пучків на декілька частин, зміни форми пучків на малих відстанях, відхилення короткоживучих частинок та генерації електромагнітного випромінювання в широкому діапазоні частот.

Подяки

Я глибоко вдячний моєму науковому консультанту, доктору фіз.-мат. наук, професору, академіку НАН України Миколі Федоровичу Шульзі за багаторічну плідну співпрацю, за величезну кількість корисних порад, які давалися саме в той час, коли вони були вкрай потрібні, а також за формування злагодженого колективу у відділі електродинаміки високих енергій у речовині та в інституті теоретичної фізики в цілому.

Також виражаю подяку своїм колегам: С. В. Трофименку за плідну співпрацю та безліч обговорень питань іонізаційних втрат енергії заряджених частинок в орієнтованих кристалах, В. І. Трутню за корисні обговорення питань чисельного моделювання руху швидких заряджених частинок у речовині, М. В. Бондаренку за корисні поради та власний яскравий приклад відданого своїй справі вченого.

М. П. Меренков, А. А. Туркін та М. В. Бондаренко прочитали перший варіант дисертації та дали корисні поради.

При оформленні дисертаційної роботи цінними були зауваження Вченого секретаря А. І. Кірдіна.

Я вдячний фізикам-експериментаторам Л. Бандієрі, проф. В. Гуіді, А. Маззоларі та іншим співробітникам групи професора В. Гуіді за той інтерес, який вони проявили до ідей, розвинених в дисертації, та за експериментальне підтвердження цих ідей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Kirillin I. V., Shul'ga N. F. Orientation dependence of the probability of close collisions during passage of high-energy negatively charged particle through a bent crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2015. Vol. 355. P. 49–52.

2. Bandiera L., Mazzolari A., Bagli E. et al. Relaxation of axially confined 400 GeV/c protons to planar channeling in a bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2016. Vol. 76, No. 2. P. 80.

3. Afonin A. G., Baranov V. T., Bulgakov M. K. et al. A study of collimation and extraction of the U-70 accelerator beam using an axially oriented crystal. *Instrum. Exp. Tech.* 2016. Vol. 59, No. 2. P. 196–202.

4. Kirillin I. V., Shul'ga N. F., Bandiera L. et al. Influence of incoherent scattering on stochastic deflection of high-energy negative particle beams in bent crystals. *Eur. Phys. J. C.* 2017. Vol. 77, No. 2. P. 117.

5. Kirillin I. V., Shul'ga N. F. Dependence of the probability of close collisions of high-energy charged particles in a bent crystal on the orientation of the crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 402. P. 40–43.

6. Bandiera L., Kirillin I. V., Bagli E. et al. Splitting of a high-energy positively-charged particle beam with a bent crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 402. P. 296–299.

7. Kirillin I. V. On the dependence of the efficiency of stochastic mechanism of charged particle beam deflection in a bent crystal on the particle energy. *Prob. Atomic Sci. Tech.* 2017. Vol. 2017, No. 3. P. 67–71.

8. Kirillin I. V. Optimal radius of crystal curvature for planar channeling of high-energy negatively charged particles in a bent crystal. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2017. Vol. 20, No. 10. P. 104401.

9. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the influence of scattering on atomic strings on the stability of planar channeling of high-energy positively charged particles. *J. Instrum.* 2018. Vol. 13, No. 02. P. C02020.

10. Кириллін І. В. Механізми відхилення пучків високоенергетичних заряджених частинок зігнутими кристалами. Теорія та експерименти ЦЕРН. *Вісн. Нац. акад. наук України.* 2018. № 8. С. 76–80.

11. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Energy dependence of the efficiency of high-energy negatively charged particle beam deflection by planar channeling in a bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2019. Vol. 79, No. 12. P. 1015.

12. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the influence of periodicity in the arrangement of crystalline atomic strings upon the spectral and spectral-angular distribution of high-energy positively charged particle radiation in crystal. *J. Instrum.* 2020. Vol. 15, No. 07. P. C07019.

13. Trofymenko, S. V., Kyryllin, I. V. On the ionization loss spectra of high-energy channeled negatively charged particles. *Eur. Phys. J. C.* 2020. Vol. 80, No. 7. P. 689.

14. Bandiera L., Kyryllin I. V., Brizzolari C. et al. Investigation on steering of ultrarelativistic $e^{\pm}$ beam through an axially oriented bent crystal. *Preprint arXiv:2011.13283.* 2020.

15. Шульга Н. Ф., Кириллин И. В. Сравнение эффективности различных механизмов отклонения высокоэнергетических заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XLIV Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докладов (27–29 мая 2014 г., Москва, РФ). Москва, 2014. С. 4.

16. Shul'ga N. F., Kirillin I. V. About the probability of close collisions during stochastic deflection of positively and negatively charged particles by a bent crystal. *VI Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeli-*

ng Phenomena": Book of abstracts (October 5–10, 2014, Capri, Italy). Capri, 2014. P. 213.

17. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О вероятности близких столкновений при отклонении заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XIII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докладов (16–20 марта 2015 г., Харьков, Украина). Харьков, 2015. С. 79.

18. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О вероятности процессов, связанных с близкими столкновениями, при отклонении заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XLV Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докладов (26–28 мая 2015 г., Москва, РФ). Москва, 2015. С. 4.

19. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Стохастическое отклонение заряженных частиц высокой энергии в изогнутом кристалле и расщепление пучка. *XIV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докладов (22–25 марта 2016 г., Харьков, Украина). Харьков, 2016. С. 17–18.

20. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Расщепление пучка высокоэнергетических положительно заряженных частиц при стохастическом отклонении в изогнутом кристалле. *XLVI Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докладов (31 мая – 2 июня 2016 г., Москва, РФ). Москва, 2016. С. 11.

21. Kirillin I. V., Shul'ga N. F., Bandiera L. et al. Influence of incoherent scattering on stochastic deflection of high-energy negative particle beams in bent crystals. *VII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione–Desenzano del Garda, Italy). Sirmione–Desenzano del Garda, 2016. P. 69.

22. Kirillin I. V., Shul'ga N. F. Dependence of probability of close collisions of high energy charged particles in a bent crystal from the orientation of

the crystal. *VII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione–Desenzano del Garda, Italy). Sirmione–Desenzano del Garda, 2016. P. 70.

23. Bandiera L., Mazzolari A., Bagli E. et al. Relaxation of axially confined 400 GeV/c protons to planar channeling in a bent crystal. *VII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (September 25–30, 2016, Sirmione–Desenzano del Garda, Italy). Sirmione–Desenzano del Garda, 2016. P. 149.

24. Кириллин И. В. О зависимости эффективности отклонения заряженных частиц изогнутым кристаллом от энергии частиц. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докладов (21–24 марта 2017 г., Харьков, Украина). Харьков, 2017. С. 107.

25. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the stability of high-energy charged particle motion in planar channel. *XII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (September 18–22, 2017, Hamburg, Germany). Hamburg, 2017. P. 58.

26. Kyryllin I. V. On the deflection of high-energy negatively charged particles by means of bent crystals. *XII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (September 18–22, 2017, Hamburg, Germany). Hamburg, 2017. P. 65.

27. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О стабильности режима плоскостного каналирования высокоэнергетических заряженных частиц. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докладов (20–23 марта 2018 г., Харьков, Украина). Харьков, 2018. С. 109.

28. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Об отклонении высокоэнергетических заряженных частиц при прохождении через изогнутый кристалл. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*:

тезисы докладов (20–23 марта 2018 г., Харьков, Украина). Харьков, 2018. С. 109–110.

29. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Deflection of high-energy negatively charged particles by means of a bent crystal. *VIII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (September 23–28, 2018, Ischia, Italy). Ischia, 2018. P. 109.

30. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О зависимости эффективности отклонения высокоэнергетических заряженных частиц изогнутым кристаллом от энергии частиц. *XVII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докладов (26–29 марта 2019 г., Харьков, Украина). Харьков, 2019. С. 107.

31. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the probability of close collisions of charged particles with atoms in a crystal. *VIII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (July 23–30, 2019, Deauville, France). Deauville, 2019. P. 202.

32. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Investigation of the influence of the periodicity of crystalline atomic strings arrangement on the spectral and spectral-angular distribution of high-energy charge particle radiation in crystal. *XIII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (September 15–20, 2019, Belgorod, Russian Federation). Belgorod, 2019. P. 29.

33. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the probability of close collisions of charged particles with atoms in a crystal. Journal of Physics: Conference Series / IOP Publishing. Vol. 1412. 2020. P. 202008.

34. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Отклонение высокоэнергетических отрицательно заряженных частиц, движущихся в изогнутом кристалле в режиме плоскостного каналирования. *XVIII Конференция по физике высоких энер-*

гий, ядерной физике и ускорителям: тезисы докладов (24–27 марта 2020 г., Харьков, Украина). Харьков, 2020. С. 50–51.

35. Трофименко С. В., Кириллин И. В. Спектры ионизационных потерь каналированных частиц в тонких кристаллических мишенях. *XVIII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докладов (24–27 марта 2020 г., Харьков, Украина). Харьков, 2020. С. 51.

36. Friedrich W., Knipping P., Laue M. Interferenzerscheinungen bei roentgenstrahlen. *Annalen der Physik*. 1913. Vol. 346, No. 10. P. 971–988.

37. Von Laue M. Concerning the detection of X-ray interferences. *Nobel lecture*. 1915. Vol. 13.

38. Bragg W. L. The specular reflection of X-rays. *Nature*. 1912. Vol. 90, No. 2250. P. 410.

39. Bragg W. L. The diffraction of short electromagnetic waves by a crystal. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1913. Vol. 17. P. 43–57.

40. Bragg W. H., Bragg W. L. The reflection of x-rays by crystals. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1913. Vol. 88, No. 605. P. 428–438.

41. Bragg W. L. Die reflexion der röntgenstrahlen. *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik. XI*. 1914. P. 346.

42. Stark J. Comment on the dispersion and absorption of beta-rays and x-rays in crystals. *Phys. Z*. 1912. Vol. 13. P. 973–977.

43. Stark J., Wendt G. Über das eindringen von kanalstrahlen in feste körper. *Annalen der Physik*. 1912. Vol. 38. P. 921–940.

44. Robinson M. T., Oen O. S., Holmes D. K. Computer studies of anomalous penetration of Cu recoil atoms in Cu crystal. Proc. of Conference «Bombardment Ionique». CNRS. Paris. 1962. P. 105.

45. Robinson M. T., Oen O. S. Computer studies of the slowing down of energetic atoms in crystals. *Phys. Rev.* 1963. Vol. 132, No. 6. P. 2385.

46. Piercy G. R., Brown F., Davies J. A., McCargo M. Experimental evidence for the increase of heavy ion ranges by channeling in crystalline structure. *Phys. Rev. Lett.* 1963. Vol. 10, No. 9. P. 399.

47. Erginsoy C., Wegner H. E., Gibson W. M. Anisotropic energy loss of light particles of MeV energies in thin silicon single crystals. *Phys. Rev. Lett.* 1964. Vol. 13, No. 17. P. 530–534.

48. Lindhard J. Influence of crystal lattice on motion of energetic charged particles. *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* 1965. Vol. 34, No. 14. P. 1–64.

49. Линдхард Й. Влияние кристаллической решетки на движение быстрых заряженных частиц. *УФН.* 1969. Т. 99, № 10. С. 249–296.

50. Lervig P., Lindhard J., Nielsen V. Quantal treatment of directional effects for energetic charged particles in crystal lattices. *Nucl. Phys. A.* 1967. Vol. 96, No. 3. P. 481–504.

51. Томпсон М. Каналирование частиц в кристаллах. *УФН.* 1969. Т. 99, № 10. С. 297–317.

52. Robinson M. T., Oen O. S. The channeling of energetic atoms in crystal lattices. *Appl. Phys. Lett.* 1963. Vol. 2, No. 2. P. 30–32.

53. Тулинов А. Ф. Влияние кристаллической решетки на некоторые атомные и ядерные процессы. *УФН.* 1965. Т. 87, № 12. С. 585–598.

54. Bøgh E. Defect studies in crystals by means of channeling. *Canadian Journal of Physics.* 1968. Vol. 46, No. 6. P. 653–662.

55. Barrett J. H. Monte Carlo channeling calculations. *Phys. Rev. B.* 1971. Vol. 3, No. 5. P. 1527.

56. Beloshitskii V. V., Kumakhov M. A. Multiple scattering of channeled ions in crystals. *J. Exp. Theor. Phys.* 1972. Vol. 35. P. 605–609.

57. Kumakhov M. A. A theory of flux peaking effect in channeling. *Radiation effects*. 1972. Vol. 15, No. 1-2. P. 85–99.

58. Beloshitsky V., Kumakhov M., Muralev V. Multiple scattering of channeling ions in crystals-II. Planar channeling. *Radiation Effects*. 1973. Vol. 20, No. 1-2. P. 95–109.

59. Della Mea G., Drigo A. V., Russo S. L. et al. Axial-to planar-channeling transition. *Phys. Rev. B*. 1973. Vol. 7, No. 9. P. 4029–4041.

60. Gemmell D. S. Channeling and related effects in the motion of charged particles through crystals. *Rev. Mod. Phys.* 1974. Vol. 46, No. 1. P. 129–227.

61. Ryabov V. A. Quantum theory of the inelastic scattering of channeled particles. *J. Exp. Theor. Phys.* 1974. Vol. 67. P. 150–160.

62. Zubarev D. N., Kashlev Y. A. Quantum theory of channeling: Generalized transport equations. *Theor. Math. Phys.* 1976. Vol. 29, No. 3. P. 1135–1143.

63. Esbensen H., Fich O., Golovchenko J. A. et al. Channeling of protons, pions and deuterons in the GeV region. *Nucl. Phys. B*. 1977. Vol. 127, No. 2. P. 281–313.

64. Andersen S. K., Esbensen H., Fich O. et al. Nuclear interactions for 15 GeV/c protons and pions under random and channeling conditions in germanium single crystals. *Nucl. Phys. B*. 1978. Vol. 144. P. 1–21.

65. Rosner J. S., Gibson W. M., Golovchenko J. A. et al. Quantitative study of the transmission of axially channeled protons in thin silicon crystals. *Phys. Rev. B*. 1978. Vol. 18, No. 3. P. 1066–1075.

66. Pantell R. H., Alguard M. J. Radiation characteristics of planar channeled positrons. *J. Appl. Phys.* 1979. Vol. 50, No. 2. P. 798–803.

67. Bazylev V. A., Zhevago N. K. Electromagnetic radiation of channeling particles in a crystal. *Phys.-Uspekhi*. 1979. Vol. 127, No. 3. P. 529–531.

68. Шульга Н. Ф., Трутень В. И., Фомин С. П. Излучение при каналировании и в отсутствие каналирования. *Письма в ЖТФ*. 1980. Т. 6, № 17. С. 1037–1040.

69. Akhiezer A. I., Shul'ga N. F. High-energy electrodynamics in matter. Amsterdam: Gordon and Breach Science Publishers, 1996.

70. Andersen S. K., Fich O., Nielsen H. et al. Influence of channeling on scattering of 2–15 GeV/c protons, π^+, and π^- incident on Si and Ge crystals. *Nucl. Phys. B*. 1980. Vol. 167. P. 1–40.

71. Кумахов М. А., Ширмер Г. Атомные столкновения в кристаллах. М.: Атомиздат, 1980.

72. Калашников Н. П. Когерентные взаимодействия заряженных частиц в монокристаллах. М.: Атомиздат, 1981.

73. Corciovei A., Visinescu A. Semiclassical approach to channeling and dechanneling. *Radiation Effects*. 1981. Vol. 55, No. 3-4. P. 141–148.

74. Kashlev Y. A. Quantum theory of channeling. *Theor. Math. Phys.* 1981. Vol. 47, No. 1. P. 359–369.

75. Барышевский В. Г. Каналирование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск: Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1982.

76. Ryabov V. A. Theory of axial channeling of electrons. *J. Exp. Theor. Phys.* 1982. Vol. 55. P. 684–690.

77. Bazylev V. A., Goloviznin V. V. Quantum theory of channeled electron and positron scattering in a crystal. *J. Exp. Theor. Phys.* 1982. Vol. 55, No. 4. P. 700–709.

78. Gartner K., Hehl K., Schlotzhauer G. Axial dechanneling. I. Perfect crystal. *Nucl. Instrum. Meth.* 1983. Vol. 216, No. 1-2. P. 275–286.

79. Muralev V. A. Channeling of ultrarelativistic electrons in crystals. *Phys. Status Solidi B*. 1983. Vol. 118, No. 1. P. 363–372.

80. Shul'ga N. F., Truten' V. I., Fomin S. P. Orientation effects in interaction of high energy particles with strings of atoms. *J. Exp. Theor. Phys.* 1984. Vol. 87. P. 250–263.

81. Воробьев С. А. Каналирование электронных пучков. М.: Энергоатомиздат, 1984.

82. Рожков В. В., Дюльдя С. В. О критических углах каналирования для реальных каналов. *Письма в ЖТФ.* 1984. Т. 10, № 19. С. 1182–1185.

83. Kimball J. C., Cue N. Quantum electrodynamics and channeling in crystals. *Physics Reports.* 1985. Vol. 125, No. 2. P. 69–101.

84. Ганн В. В., Дюльдя С. В., Рожков В. В. Разрушающее каналирование ионов. *Письма в ЖТФ.* 1985. Т. 11, № 3. С. 140–143.

85. Кумахов М. А. Излучение каналированных частиц в кристаллах. М.: Энергоатомиздат, 1986.

86. Krause H., Datz S., Dittner P. et al. Rainbow effect in axial ion channeling. *Phys. Rev. B.* 1986. Vol. 33, No. 9. P. 6036.

87. Neković N. Rainbow effect in ion channeling. *Phys. Rev. B.* 1986. Vol. 33, No. 9. P. 6030.

88. Belkacem A., Bologna G., Chevallier M. et al. New channeling effects in the radiative emission of 150 GeV electrons in a thin germanium crystal. *Phys. Lett. B.* 1986. Vol. 177, No. 2. P. 211–216.

89. Beloshitsky V. V., Komarov F. F., Kumakhov M. A. Dechanneling, flux-peaking and energy losses of fast charged particles penetrating through thick crystals. *Physics Reports.* 1986. Vol. 139, No. 6. P. 293–364.

90. Smulders P., Boerma D. Computer simulation of channeling in single crystals. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1987. Vol. 29, No. 3. P. 471–489.

91. Boldyshev V. F., Kasilov V. I., Kovalenko G. D. et al. The role of channeling in physical processes accompanying the motion of 1 GeV electrons through a crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1988. Vol. 33, No. 1-4. P. 30–33.

92. Laskin N. V., Fomin S. P., Shul'ga N. F. Dechanneling as the diffusion in a random medium. *Doklady Akademii Nauk SSSR.* 1988. Vol. 301, No. 4. P. 855–858.

93. Laskin N. V., Fomin S. P., Shul'ga N. F. Dechanneling kinetics under dynamic chaos conditions. *Phys. Lett. A.* 1989. Vol. 138, No. 6-7. P. 309–312.

94. Logan L., Cottam M., Schultz P. J. Analytic quantum theory of planar positron channeling. *Phys. Rev. B.* 1989. Vol. 40, No. 10. P. 6485.

95. Dyul'dya S. V., Gann V. V., Rozhkov V. V. Theory of destructive channeling in crystals. *Radiation Effects and Defects in Solids.* 1993. Vol. 125, No. 1-3. P. 131–138.

96. Dyul'dya S. V., Matyukhin S. I., Rozhkov V. V. Stochastic theory of planar channeling. *Ukr. J. Phys.* 1994. Vol. 39, No. 3-4. P. 279–284.

97. Artru X., Baier V. N., Chehab R., Jejcic A. Positron source using channeling in a tungsten crystal. *Nucl. Instrum. Meth. A.* 1994. Vol. 344, No. 3. P. 443–454.

98. Artru X., Chevallier M. Channeling radiation: Theory, semi-classical simulations. *Radiation Effects and Defects in Solids.* 1994. Vol. 130, No. 1. P. 415–432.

99. Дюльдя С. В., Матюхин С. И., Рожков В. В. Кинетика каналирования лептонов сверхвысоких энергий в монокристаллах. *Поверхность. Физика, химия, механика.* 1995. № 12. С. 51–57.

100. Bratchenko M. I., Dyul'Dya S. V., Rozhkov V. V. Phenomenological theory of ion dechanneling with regard to rechanneling and stopping. *Radiation effects and defects in solids.* 1997. Vol. 140, No. 3-4. P. 287–293.

101. Chouffani K., Überall H. Theory of low energy channeling radiation: application to a germanium crystal. *Phys. Status Solidi B.* 1999. Vol. 213, No. 1. P. 107–151.

102. Rozhkov V. V., Bratchenko M. I. Kinetics of channeling with rechanneling. *Prob. Atomic Sci. Tech.* 2001. Vol. 80. P. 50–52.

103. Bellucci S. Nanotubes for particle channeling, radiation and electron sources. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2005. Vol. 234, No. 1-2. P. 57–77.

104. Bratchenko M. I., Dyul'dya S. V., Bakay A. S. Theory and modelling of ion implantation boron in si monocrystal. *Prob. Atomic Sci. Tech.* 2006. No. 1. P. 179–183.

105. Братченко М. И., Дюльдя С. В., Бакай А. С. Теория и моделирование имплантации ионов бора в монокристаллы кремния. *ВАНТ.* 2006. № 1. С. 179–183.

106. Матюхин С. И., Фроленков К. Ю. Критические параметры каналирования в нанотрубках. *Письма в ЖТФ.* 2007. Т. 33, № 2. С. 23–30.

107. Матюхин С. И. Критические параметры каналирования. *ЖТФ.* 2008. Т. 78, № 12. С. 47–53.

108. Backe H., Kunz P., Lauth W., Rueda A. Planar channeling experiments with electrons at the 855 MeV Mainz Microtron MAMI. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2008. Vol. 266, No. 17. P. 3835–3851.

109. Biryukov V. M., Chesnokov Y. A., Kotov V. I. Crystal channeling and its application at high-energy accelerators. Berlin: Springer, 1997.

110. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Шульга Н. Ф. К теории тормозного излучения релятивистских электронов и позитронов в кристаллах. *ЖЭТФ.* 1979. Т. 76. С. 1244–1253.

111. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф. Излучение релятивистских частиц в монокристаллах. *УФН.* 1982. Т. 137, № 8. С. 561–604.

112. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.

113. Pauli W. Diracs wellengleichung des elektrons und geometrische optik. *Helv. Phys. Acta*. 1932. Vol. 5, No. 179-199. P. 447.

114. Голдстейн Г. Классическая механика. М.: Наука, 1975.

115. Блохинцев Д. И. Физика высоких энергий и теория элементарных частиц. К.: Наук. думка, 1967.

116. Van Vleck J. H. The correspondence principle in the statistical interpretation of quantum mechanics. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 1928. Vol. 14, No. 2. P. 178.

117. Arnold V. I. Mathematical Methods in Classical Mechanics. New York: Springer-Verlag, 1989.

118. Shul'ga N. F., Shulga S. N. Geometrical optics method in the theory of channeling of high energy particles in crystals. *Phys. Lett. B*. 2019. Vol. 791. P. 225–229.

119. Shul'ga N. F., Shulga S. N. Scattering of ultrarelativistic electrons in ultrathin crystals. *Phys. Lett. B*. 2017. Vol. 769. P. 141–145.

120. DuMond J. W., Kirkpatrick H. A. The multiple crystal x-ray spectrograph. *Rev. Sci. Instrum.* 1930. Vol. 1, No. 2. P. 88–105.

121. Johann H. The production-aperture X-ray spectra with the help of concave crystals. *Eur. Phys. J. A*. 1931. Vol. 69. P. 185.

122. Johansson T. Über ein neuartiges, genau fokussierendes röntgenspektrometer. *Zeitschrift für Physik*. 1933. Vol. 82, No. 7-8. P. 507–528.

123. Cauchois Y. Spectrographie des rayons X par transmission d'un faisceau non canalisé à travers un cristal courbé (I). *J. phys. Radium*. 1932. Vol. 3, No. 7. P. 320–336.

124. DuMond J. W. A high resolving power, curved-crystal focusing spectrometer for short wave-length x-rays and gamma-rays. *Rev. Sci. Instrum.* 1947. Vol. 18, No. 9. P. 626–638.

125. Dumond J. W. Point-focusing X-ray monochromator for low angle X-ray diffraction. 1954. US Patent 2,688,094.

126. Sawyer R., Wollan E., Bernstein S., Peterson K. A bent crystal neutron spectrometer and its application to neutron cross-section measurements. *Phys. Rev.* 1947. Vol. 72, No. 2. P. 109.

127. Blackman M. Diffraction from a bent crystal. *Proc. Phys. Soc. B.* 1951. Vol. 64, No. 8. P. 625.

128. Rose D., Ostrander H., Hamermesh B. Argonne 7.7-meter bent-crystal gamma-ray spectrometer. *Rev. Sci. Instrum.* 1957. Vol. 28, No. 4. P. 233–244.

129. Beckman O. Photographic bent crystal gamma spectrometer. *Nucl. Instrum.* 1958. Vol. 3, No. 1. P. 27–32.

130. Penning P., Polder D. et al. Anomalous transmission of X-rays in elastically deformed crystals. *Philips Res. Rep.* 1961. Vol. 16. P. 419–440.

131. Kazi A. H., Rasmussen N. C., Mark H. Measurement of the deuteron binding energy using a bent-crystal spectrograph. *Phys. Rev.* 1961. Vol. 123, No. 4. P. 1310.

132. Seppi E., Henrikson H., Boehm F., DuMond J. A germanium bent-crystal monochromator for nuclear spectroscopy. *Nucl. Instrum. Meth.* 1962. Vol. 16. P. 17–28.

133. Brown J., Hatch E. Method for least-squares analysis of gamma-ray scintillation spectra using a bent-crystal monochromator. *Nucl. Instrum. Meth.* 1967. Vol. 47, No. 2. P. 185–193.

134. Crowe K. M., Shafer R. E. 7.7 m bent crystal spectrometer at the 184 inch cyclotron. *Rev. Sci. Instrum.* 1967. Vol. 38, No. 1. P. 1–10.

135. Jewell R., John W., Massey R., Saunders B. Bent crystal spectrometer for use with a germanium detector. *Nucl. Instrum. Meth.* 1968. Vol. 62, No. 1. P. 68–76.

136. Reierson J., Nelson G., Hatch E. Gamma-ray measurements with a bent-crystal spectrometer. *Nucl. Phys. A*. 1970. Vol. 153, No. 1. P. 109–120.

137. Litzman O., Janáček Z. The exact solution of takagi's equations for the dynamical x-ray diffraction in an elastically bent crystal. *Phys. Status Solidi A*. 1974. Vol. 25, No. 2. P. 663–666.

138. Chukhovskii F., Petrashen P. A general dynamical theory of the X-ray Laue diffraction from a homogeneously bent crystal. *Acta Crystallogr. A*. 1977. Vol. 33, No. 2. P. 311–319.

139. Grushko Y. S., Lapin E. G., Sumbaev O. I., Tyunis A. V. Anisotropy-induced right-left asymmetry in diffraction by an elastically bent single crystal. *J. Exp. Theor. Phys.* 1978. Vol. 47, No. 6. P. 1185–1187.

140. Sumbaev O. I., Lapin E. G. Diffraction focusing by a bent perfect crystal. *J. Exp. Theor. Phys.* 1980. Vol. 51, No. 2. P. 403–408.

141. Culhane J. L., Rapley C., Bentley R. et al. X-ray spectra of solar flares obtained with a high-resolution bent crystal spectrometer. *Astrophys. J.* 1981. Vol. 244. P. L141–L145.

142. Beiersdorfer P., Von Goeler S., Bitter M. et al. High-resolution bent-crystal spectrometer for the ultrasoft x-ray region. *Rev. Sci. Instrum.* 1989. Vol. 60, No. 5. P. 895–906.

143. Sylwester J., Gaicki I., Kordylewski Z. et al. RESIK: a bent crystal x-ray spectrometer for studies of solar coronal plasma composition. *Solar Physics.* 2005. Vol. 226, No. 1. P. 45–72.

144. Ivanov Y. M., Petrunin A. A., Skorobogatov V. V. Observation of the elastic quasi-mosaicity effect in bent silicon single crystals. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* 2005. Vol. 81, No. 3. P. 99–101.

145. Journel L., El Khoury L., Marin T. et al. Performances of a bent-crystal spectrometer adapted to resonant x-ray emission measurements on gas-phase samples. *Rev. Sci. Instrum.* 2009. Vol. 80, No. 9. P. 093105.

146. Szlachetko M., Berset M., Dousse J.-C. et al. High-resolution laue-type dumond curved crystal spectrometer. *Rev. Sci. Instrum.* 2013. Vol. 84, No. 9. P. 093104.

147. Kaganer V. M., Petrov I., Samoylova L. X-ray diffraction from strongly bent crystals and spectroscopy of X-ray free-electron laser pulses. *Acta Crystallogr. A*. 2020. Vol. 76, No. 1. P. 55–69.

148. Quéré Y. Dechannelling cylinder of dislocations. *Phys. Stat. Solidi B*. 1968. Vol. 30, No. 2. P. 713–722.

149. Pathak A. P. Motion of charged particles in curved planar channels: Effects of dislocations. *Phys. Rev. B*. 1976. Vol. 13, No. 11. P. 4688.

150. Ellison J. A., Picraux S. T. Dechanneling by curved planes: dislocations and bent crystals. *Phys. Lett. A*. 1981. Vol. 83, No. 6. P. 271–274.

151. Tsyganov E. N. Some aspects of the mechanism of a charge particle penetration through a monocrystal. *Fermilab TM-682*. 1976.

152. Tsyganov E. N. Estimates of cooling and bending processes for charged particle penetration through a monocrystal. *Fermilab TM-684*. 1976.

153. Таратин А. М., Цыганов Э. Н., Воробьев С. А. Поворот пучков заряженных частиц изогнутым монокристаллом. Численный эксперимент. *Письма в ЖТФ*. 1978. Т. 4. С. 947–950.

154. Tarantin A. M., Tsyganov E. N., Vorobiev S. A. Computer simulation of deflection effects for relativistic charged particles in a curved crystal. *Phys. Lett. A*. 1979. Vol. 72, No. 2. P. 145–146.

155. Elishev A. F., Filatova N. A., Golovatyuk V. M. et al. Steering of charged particle trajectories by a bent crystal. *Phys. Lett. B*. 1979. Vol. 88, No. 3-4. P. 387–391.

156. Taratin A. M., Filimonov Y. M., Vyatkin E. G., Vorobiev S. A. Theory of planar channeling of relativistic protons in bent crystals. *Phys. Status Solidi B.* 1980. Vol. 100, No. 1. P. 273–279.

157. Bak J., Melchart G., Uggerøj E. et al. Bending of high energy beams using axial and planar channeling. *Phys. Lett. B.* 1980. Vol. 93, No. 4. P. 505–508.

158. Ellison J. A. Bending of GeV particle beams by channeling in bent crystal planes. *Nucl. Phys. B.* 1982. Vol. 206, No. 2. P. 205–220.

159. Forster J. S., Hatton H., Toone R. J. et al. Deflection of GeV particle beams by channeling in bent crystal planes of constant curvature. *Nucl. Phys. B.* 1989. Vol. 318, No. 2. P. 301–318.

160. Bavizhev M. D., Biryukov V. M., Gavrilov Y. G. Efficiency of steering of a beam of high energy protons by an optimally bent crystal. Influence of temperature on the efficiency. *Sov. Phys. Tech. Phys.* 1991. Vol. 36, No. 2. P. 203–207.

161. Бирюков В. М., Котов В. И., Чесноков Ю. А. Управление пучками заряженных частиц высоких энергий при помощи изогнутых монокристаллов. *УФН.* 1994. Т. 164, № 10. С. 1017–1040.

162. Møller S. P. High-energy channeling—applications in beam bending and extraction. *Nucl. Instrum. Meth. A.* 1995. Vol. 361, No. 3. P. 403–420.

163. Baurichter A., Biino C., Clément M. et al. Channeling of high-energy particles in bent crystals–experiments at the CERN SPS. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2000. Vol. 164. P. 27–43.

164. Scandale W., Carnera A., Della Mea G. et al. Deflection of 400 GeV/c proton beam with bent silicon crystals at the CERN Super Proton Synchrotron. *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2008. Vol. 11, No. 6. P. 063501.

165. Afonin A. G., Baranov V. T., Britvich G. I. et al. Studies and application of bent crystals for beam steering at 70 GeV IHEP accelerator. *Int. J. Mod. Phys. A.* 2010. Vol. 25, No. supp. 01. P. 86–97.

166. Scandale W., Arduini G., Assmann R. et al. First results on the SPS beam collimation with bent crystals. *Phys. Lett. B.* 2010. Vol. 692, No. 2. P. 78–82.

167. Scandale W., Losito R., Silari M. et al. Probability of inelastic nuclear interactions of high-energy protons in a bent crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2010. Vol. 268, No. 17–18. P. 2655–2659.

168. Kostyuk A., Korol A. V., Solov'yov A. V., Greiner W. Demodulation of a positron beam in a bent crystal channel. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2011. Vol. 269, No. 13. P. 1482–1492.

169. Scandale W., Arduini G., Assmann R. et al. Comparative results on collimation of the SPS beam of protons and Pb ions with bent crystals. *Phys. Lett. B.* 2011. Vol. 703, No. 5. P. 547–551.

170. Scandale W., Arduini G., Assmann R. et al. Observation of parametric X-rays produced by 400 GeV/c protons in bent crystals. *Phys. Lett. B.* 2011. Vol. 701, No. 2. P. 180–185.

171. Yazynin I. A., Maisheev V. A., Chesnokov Y. A. Optimizing the bent crystal parameters for high-efficiency beam extraction and collimation in circular accelerators. *Instrum. Exp. Tech.* 2011. Vol. 54, No. 5. P. 632–638.

172. Yazynin I. A., Maisheev V. A., Chesnokov Y. A. Use of a bent crystal with a decreasing curvature to increase the efficiency of the extraction and collimation of a beam in an accelerator. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* 2011. Vol. 94, No. 3. P. 248–250.

173. Afonin A. G., Baranov V. T., Bulgakov M. K. et al. Device on basis of a bent crystal with variable curvature for particle beams steering in accelerators. *Preprint arXiv:1203.5586.* 2012.

174. Afonin A. G., Baranov V. T., Bulgakov M. K. et al. Observation and comparative analysis of proton beam extraction or collimation by different

planar channels of a bent crystal. *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2012. Vol. 15, No. 8. P. 081001.

175. Zvoda V., Annala G., Carrigan R. et al. Advanced bent crystal collimation studies at the Tevatron (T-980). *Preprint arXiv:1203.1648.* 2012.

176. Afonin A. G., Baranov V. T., Bulgakov M. K. et al. A device based on a bent crystal with a variable curvature for controlling particle beams at accelerators. *Instrum. Exp. Tech.* 2013. Vol. 56, No. 2. P. 123–129.

177. Babaev A., Cavoto G., Dabagov S. B. The loss of ions at beam multiple passage through a bent crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2013. Vol. 309. P. 120–123.

178. Chesnokov Y. A., Afonin A. G., Baranov V. T. et al. Bent crystal channeling applications for beam splitting, extraction and collimation in the U-70 accelerator of IHEP. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2013. Vol. 309. P. 105–108.

179. Kostyuk A. Monte Carlo simulations of electron channeling a bent (110) channel in silicon. *Eur. Phys. J. D.* 2013. Vol. 67, No. 5. P. 1–7.

180. Sushko G. B., Bezchastnov V. G., Korol A. V. et al. Simulations of electron channeling in bent silicon crystal. *J. Phys. Conf. Ser.* 2013. Vol. 438. P. 012019.

181. Sushko G. B., Korol A. V., Greiner W., Solov'yov A. V. Sub-GeV electron and positron channeling in straight, bent and periodically bent silicon crystals. *J. Phys. Conf. Ser.* 2013. Vol. 438. P. 012018.

182. Afonin A. G., Baranov V., Ivanova I. et al. Comparison of the efficiency of the deflection of proton beams with various energies by a bent crystal with the use of planar channeling and the stochastic deflection mechanism. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* 2014. Vol. 99, No. 4. P. 179–181.

183. Bagli E., Bandiera L., Bellucci V. et al. Experimental evidence of planar channeling in a periodically bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2014. Vol. 74, No. 10. P. 3114.

184. Bagli E., Bandiera L., Guidi V. et al. Steering efficiency of a ultrarelativistic proton beam in a thin bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2014. Vol. 74, No. 1. P. 2740.

185. Scandale W., Arduini G., Butcher M. et al. Observation of focusing of 400 GeV/c proton beam with the help of bent crystals. *Phys. Lett. B.* 2014. Vol. 733. P. 366–372.

186. Bagli E., Asai M., Dotti A. et al. Channeling efficiency dependence on bending radius and thermal vibration amplitude of the model for the channeling of high-energy particles in straight and bent crystals implemented in Geant4. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2015. Vol. 355. P. 387–389.

187. Kovalenko A. D., Scandale W., Taratin A. M. Bent crystal extraction from a 100 TeV proton collider. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2015. Vol. 355. P. 390–394.

188. Scandale W., Arduini G., Butcher M. et al. Observation of nuclear dechanneling length reduction for high energy protons in a short bent crystal. *Phys. Lett. B.* 2015. Vol. 743. P. 440–443.

189. Sytov A. I., Tikhomirov V. V. CRYSTAL simulation code and modeling of coherent effects in a bent crystal at the LHC. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2015. Vol. 355. P. 383–386.

190. Wienands U., Markiewicz T. W., Nelson J. et al. Observation of deflection of a beam of multi-GeV electrons by a thin crystal. *Phys. Rev. Lett.* 2015. Vol. 114, No. 7. P. 074801.

191. Afonin A. G., Barnov E. V., Britvich G. I. et al. Extraction of the carbon ion beam from the U-70 accelerator into beamline 4a using a bent single crystal. *Instrum. Exp. Tech.* 2016. Vol. 59, No. 4. P. 497–500.

192. Afonin A. G., Barnov E. V., Britvich G. I. et al. The measurement results of carbon ion beam structure extracted by bent crystal from U-70 accelerator. *J. Phys. Conf. Ser.* 2016. Vol. 732. P. 012027.

193. Bandiera L., Bagli E., Germogli G. et al. Bent crystals as a tool for manipulation of ultra-relativistic electron beams. *PoS Proc. Sci.* 2016. Vol. 82. P. 069.

194. Korol A. V., Bezchastnov V. G., Sushko G. B., Solov'yov A. V. Simulation of channeling and radiation of 855 MeV electrons and positrons in a small-amplitude short-period bent crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2016. Vol. 387. P. 41–53.

195. Sytov A. I., Guidi V., Tikhomirov V. V. et al. Planar channeling and quasichanneling oscillations in a bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2016. Vol. 76, No. 2. P. 1–15.

196. Wistisen T. N., Uggerhøj U. I., Wienands U. et al. Channeling, volume reflection, and volume capture study of electrons in a bent silicon crystal. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2016. Vol. 19, No. 7. P. 071001.

197. Chesnokov Y. A., Afonin A. G., Baranov V. T. et al. Study of crystal extraction of a circulating beam from the U-70 at the injection energy. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 402. P. 287–290.

198. Korol A. V., Bezchastnov V. G., Solov'yov A. V. Channeling and radiation of the 855 MeV electrons enhanced by the re-channeling in a periodically bent diamond crystal. *Eur. Phys. J. D.* 2017. Vol. 71, No. 6. P. 174.

199. Maisheev V. A., Chesnokov Y. A. New beam optics on the basis of bent single crystals. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 402. P. 300–303.

200. Sytov A. I., Bandiera L., De Salvador D. et al. Steering of Sub-GeV electrons by ultrashort Si and Ge bent crystals. *Eur. Phys. J. C.* 2017. Vol. 77, No. 12. P. 901.

201. Wienands U., Gessner S., Hogan M. J. et al. Channeling and radiation experiments at SLAC. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 402. P. 11–15.

202. Bagli E., Guidi V., Howard A. High-energy e^-/e^+ spectrometer via coherent interaction in a bent crystal. *Astropart. Phys.* 2018. Vol. 97. P. 27–32.

203. Scandale W., Andrisani F., Arduini G. et al. Study of inelastic nuclear interactions of 400 GeV/c protons in bent silicon crystals for beam steering purposes. *Eur. Phys. J. C.* 2018. Vol. 78, No. 6. P. 505.

204. Барышевский В. Г. Вращение спина ультрарелятивистских частиц, пролетающих через кристалл. *Письма в ЖТФ.* 1979. Т. 5, № 3. С. 182–184.

205. Любошиц В. Л. Поворот спина при отклонении релятивистской заряженной частицы в электрическом поле. *Ядерная физика.* 1980. Т. 31, № 4. С. 986–992.

206. Bargmann V., Michel L., Telegdi V. L. Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field. *Phys. Rev. Lett.* 1959. Vol. 2, No. 10. P. 435–436.

207. Kim I. J. Magnetic moment measurement of baryons with heavy-flavored quarks by planar channeling through a bent crystal. *Nucl. Phys. B.* 1983. Vol. 229, No. 1. P. 251–268.

208. Барышевский В. Г., Тихомиров В. В. Радиационные процессы магнитотормозного типа в кристаллах и сопровождающие их поляризационные явления. *УФН.* 1989. Т. 159, № 11. С. 529–565.

209. Baryshevsky V. G. Spin rotation and depolarization of relativistic particles traveling through a crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1990. Vol. 44, No. 3. P. 266–272.

210. Greenenko A. A., Shul'ga N. F. Spin rotation at multiple scattering of high energy particles by atomic strings in a crystal. *Phys. Lett. A.* 1990. Vol. 150, No. 8. P. 402–404.

211. Greenenko A. A., Shul'ga N. F. Spin rotation and deflection of high energy charged particles in a bent crystal due to multiple scattering by atomic strings. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1992. Vol. 67, No. 1. P. 212–216.

212. Chen D., Albuquerque I. F., Baublis V. V. et al. First observation of magnetic moment precession of channeled particles in bent crystals. *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 69, No. 23. P. 3286–3289.

213. Samuel M. A., Li G., Mendel R. Anomalous magnetic moment of the τ lepton. *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 67, No. 6. P. 668–670.

214. Baublis V. V., Carrigan R. A., Chen D. et al. Measuring the magnetic moments of short-lived particles using channeling in bent crystals. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1994. Vol. 90, No. 1-4. P. 112–118.

215. Таратин А. М. Каналирование частиц в изогнутом кристалле. *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* 1998. Т. 29, № 5. С. 1062–1118.

216. Baryshevsky V. G., Gurinovich A. A. Spin rotation and oscillations of high energy particles in a crystal and possibility to measure the quadrupole moments and tensor polarizabilities of elementary particles and nuclei. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2006. Vol. 252, No. 1. P. 136–141.

217. Baryshevsky V. G. The possibility to measure the magnetic moments of short-lived particles (charm and beauty baryons) at LHC and FCC energies using the phenomenon of spin rotation in crystals. *Phys. Lett. B.* 2016. Vol. 757. P. 426–429.

218. Bagli E., Bandiera L., Cavoto G. et al. Electromagnetic dipole moments of charged baryons with bent crystals at the LHC. *Eur. Phys. J. C.* 2017. Vol. 77, No. 12. P. 828.

219. Baryshevsky V. G. Spin rotation and depolarization of high-energy particles in crystals at LHC and FCC energies. The possibility to measure the anomalous magnetic moments of short-lived particles and quadrupole moment of ω-hyperon. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 402. P. 5–10.

220. Botella F. J., Garcia Martin L. M., Marangotto D. et al. On the search for the electric dipole moment of strange and charm baryons at LHC. *Eur. Phys. J. C.* 2017. Vol. 77. P. 181.

221. Fomin A. S., Korchin A. Y., Stocchi A. et al. Feasibility of measuring the magnetic dipole moments of the charm baryons at the LHC using bent crystals. *J. High Energy Phys.* 2017. Vol. 2017, No. 8. P. 120.

222. Fomin A. S., Barsuk S., Korchin A. Y. et al. The prospect of charm quark magnetic moment determination. *Eur. Phys. J. C.* 2020. Vol. 80. P. 358.

223. Measurement of Short Living Baryon Magnetic Moment using Bent Crystals at SPS and LHC: Rep.: CERN-SPSC-2016-030. SPSC-EOI-012 / CERN ; Executor: L Burmistrov, G Calderini, Yu Ivanov et al. Geneva: 2016.

224. Taratin A. M., Vorobiev S. A. "Volume trapping" of protons in the channeling regime in a bent crystal. *Phys. Lett. A.* 1986. Vol. 115, No. 8. P. 398–400.

225. Taratin A. M., Vorobiev S. A. Volume capture of ultrarelativistic electrons in the axial channeling regime. *Phys. Lett. A.* 1986. Vol. 115, No. 8. P. 401–403.

226. Taratin A. M., Vorobiev S. A. Deflection of high-energy charged particles in quasi-channeling states in bent crystals. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1987. Vol. 26, No. 4. P. 512–521.

227. Taratin A. M., Vorobiev S. A. "Volume reflection" of high-energy charged particles in quasi-channeling states in bent crystals. *Phys. Lett. A.* 1987. Vol. 119, No. 8. P. 425–428.

228. Maisheev V. A. Volume reflection of ultrarelativistic particles in single crystals. *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2007. Vol. 10, No. 8. P. 084701.

229. Bondarenco M. V. Model solution for volume reflection of relativistic particles in a bent crystal. *Phys. Rev. A.* 2010. Vol. 82, No. 4. P. 042902.

230. Bondarenco M. V. Coherent bremsstrahlung in a bent crystal. *Phys. Rev. A.* 2010. Vol. 81, No. 5. P. 052903.

231. Шульга Н. Ф., Трутень В. И., Бойко В. В. Рассеяние частиц больших энергий в поле изогнутых кристаллических плоскостей атомов. *Вісн. Харк. нац. університету.* 2010. Т. 916, № 3. С. 42–55.

232. Bondarenco M. V. Coherent bremsstrahlung in a bent crystal vs. experiments on radiation at volume reflection. *Journal of Physics: Conference Series.* 2010. Vol. 236. P. 012026.

233. Bondarenco M. V. Comments on theory of volume reflection and radiation in bent crystals. *Preprint arXiv:1103.0770.* 2011.

234. Bondarenco M. V. Account of Nuclear Scattering at Volume Reflection. *Preprint arXiv:1108.0648.* 2011.

235. Bondarenco M. V. Nuclear interactions and multiple coulomb scattering at volume reflection. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2012. Vol. 57. P. 59–63.

236. Bondarenco M. V. Nuclear interactions at volume reflection: Perturbative treatment. *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2012. Vol. 15, No. 3. P. 032802.

237. Bondarenco M. V. A relation between the nuclear scattering probability in a bent crystal and the mean volume reflection angle. *Phys. Lett. A.* 2012. Vol. 376, No. 6. P. 875–878.

238. Shul'ga N. F., Truten' V. I., Boyko V. V., Esaulov A. S. Scattering of high-energy particles by field of the bent crystal atomic planes. *Phys. Lett. A.* 2012. Vol. 376, No. 38. P. 2617–2621.

239. Bellucci S., Maisheev V. A. Volume reflection and channeling of ultrarelativistic protons in germanium bent single crystals. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2016. Vol. 19, No. 12. P. 121004.

240. Biryukov V. M. Volume reflection efficiency for negative particles in bent crystals. *Phys. Lett. B.* 2017. Vol. 765. P. 276–279.

241. Bondarenco M. V. Mean volume reflection angle. *Phys. Rev. Accelerators and Beams.* 2020. Vol. 23, No. 3. P. 031303.

242. Иванов Ю. М., Петрунин А. А., Скоробогатов В. В. и др. Наблюдение отражения протонного пучка от изогнутых атомных плоскостей. *Препринт ПИЯФ 2649*. 2005.

243. Ivanov Y. M., Petrunin A. A., Skorobogatov V. V. et al. Volume reflection of a proton beam in a bent crystal. *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97, No. 14. P. 144801.

244. Sumbaev O. I. Experimental investigation of the elastic quasi-mosaic effect. *J. Exp. Theor. Phys.* 1968. Vol. 27. P. 724–728.

245. Scandale W., Still D. A., Carnera A. et al. High-efficiency volume reflection of an ultrarelativistic proton beam with a bent silicon crystal. *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98, No. 15. P. 154801.

246. Scandale W., Vomiero A., Bagli E. et al. Observation of channeling and volume reflection in bent crystals for high-energy negative particles. *Phys. Lett. B.* 2009. Vol. 681, No. 3. P. 233–236.

247. Ivanov Y. M., F B. N., Gavrikov Y. A. et al. Volume reflection of 1-GeV protons by a bent silicon crystal. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* 2006. Vol. 84, No. 7. P. 372–376.

248. Scandale W., Vomiero A., Baricordi S. et al. Volume reflection dependence of 400 GeV/c protons on the bent crystal curvature. *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 101, No. 23. P. 234801.

249. Scandale W., Vomiero A., Baricordi S. et al. Experimental study of the radiation emitted by 180 GeV/c electrons and positrons volume-reflected in a bent crystal. *Phys. Rev. A.* 2009. Vol. 79, No. 1. P. 012903.

250. Scandale W., Vomiero A., Bagli E. et al. Multiple volume reflections of high-energy protons in a sequence of bent silicon crystals assisted by volume capture. *Phys. Lett. B.* 2010. Vol. 688, No. 4–5. P. 284–288.

251. Hasan S., Bolognini D., Dalpiaz P. et al. Volume reflection observations in bent crystals with 13 GeV/c particles. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2011. Vol. 269, No. 6. P. 612–621.

252. Bandiera L., Bagli E., Berra A. et al. On the radiation accompanying volume reflection. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2013. Vol. 309. P. 135–140.

253. Bellucci S., Chesnokov Y. A., Maisheev V. A., Yazynin I. A. Volume reflection and volume capture of ultrarelativistic particles in bent single crystals. *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2015. Vol. 18, No. 11. P. 114701.

254. Scandale W., Taratin A. M. Channeling and volume reflection of high-energy charged particles in short bent crystals. Crystal assisted collimation of the accelerator beam halo. *Phys. Rep.* 2019. Vol. 815. P. 1–107.

255. Breese M., Biryukov V. Enhanced beam deflection in bent crystals using multiple volume reflection. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2007. Vol. 263, No. 2. P. 395–400.

256. Biryukov V., Breese M. Near 100% deflection efficiency in bent crystals using multiple volume reflection. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2007. Vol. 265, No. 2. P. 485–489.

257. Chesnokov M. Y., Chesnokov Y. A., Maisheev V. et al. Multiple Bent Crystal Reflections for Efficient Beam Collimation in Frontier Colliders. *Preprint arXiv:2005.02661.* 2020.

258. Maisheev V. A., Chesnokov M. Y. Control of the trajectories of positively and negatively charged particles by reflection from a chain of bent single crystals. *Tech. Phys.* 2020. Vol. 65. P. 820–825.

259. Scandale W., Vomiero A., Baricordi S. et al. Observation of Multiple Volume Reflection of Ultrarelativistic Protons by a Sequence of Several Bent Silicon Crystals. *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102, No. 8. P. 084801.

260. Tikhomirov V. V. Amplification of volume reflection by crystal axes. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2007. Vol. 3, No. 1. P. 164–168.

261. Tikhomirov V. Multiple volume reflection from different planes inside one bent crystal. *Phys. Lett. B.* 2007. Vol. 655, No. 5. P. 217–222.

262. Scandale W., Vomiero A., Bagli E. et al. First observation of multiple volume reflection by different planes in one bent silicon crystal for high-energy protons. *Phys. Lett. B.* 2009. Vol. 682, No. 3. P. 274–277.

263. Scandale W., Vomiero A., Bagli E. et al. Deflection of high-energy negative particles in a bent crystal through axial channeling and multiple volume reflection stimulated by doughnut scattering. *Phys. Lett. B.* 2010. Vol. 693, No. 5. P. 545–550.

264. Guidi V., Mazzolari A., Tikhomirov V. On the observation of multiple volume reflection from different planes inside one bent crystal. *J. Appl. Phys.* 2010. Vol. 107, No. 11. P. 114908.

265. Carassiti V., Dalpiaz P., Guidi V. et al. Note: Rigid holder to host and bend a crystal for multiple volume reflection of a particle beam. *Rev. Sci. Instrum.* 2010. Vol. 81, No. 6. P. 066106.

266. Scandale W., Vomiero A., Bagli E. et al. Observation of multiple volume reflection by different planes in one bent silicon crystal for high-energy negative particles. *Europhy. Lett.* 2011. Vol. 93, No. 5. P. 56002.

267. Guidi V., Mazzolari A., Tikhomirov V. V. Electromagnetic radiation accompanying multiple volume reflection in one crystal. *Nuovo Cim. C.* 2011. Vol. 34, No. 4. P. 63–71.

268. Guidi V., Bandiera L., Tikhomirov V. Radiation generated by single and multiple volume reflection of ultrarelativistic electrons and positrons in bent crystals. *Phys. Rev. A.* 2012. Vol. 86, No. 4. P. 042903.

269. Bandiera L., Bagli E., Guidi V. et al. Broad and intense radiation accompanying multiple volume reflection of ultrarelativistic electrons in a bent crystal. *Phys. Rev. Lett.* 2013. Vol. 111, No. 25. P. 255502.

270. Tikhomirov V. V., Sytov A. I. Multiple volume reflection in one crystal as an origin of significant scattering intensity and radiation power increase. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2013. Vol. 309. P. 109–114.

271. Grinenko A. A., Shul'ga N. F. Turning a beam of high-energy charged particles by means of scattering by atomic rows of a curved crystal. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* 1991. Vol. 54. P. 524–528.

272. Shul'ga N. F., Laskin N. V., Truten' V. I. Dynamical chaos in the motion of fast charged particles in crystals. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1990. Vol. 48, No. 1. P. 174–180.

273. Akhiezer A. I., Truten' V. I., Shul'ga N. F. Dynamic chaos in the motion of charged particles through a crystal. *Phys. Rep.* 1991. Vol. 203, No. 5. P. 289–343.

274. Akhiezer A. I., Truten' V. I., Shul'ga N. F. Stability of motion of high energy particles in crystals and random string approximation. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1992. Vol. 67, No. 1-4. P. 207–211.

275. Greenenko A. A., Shul'ga N. F. Deflection of high energy particles during multiple scattering by atomic strings of a bent crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1994. Vol. 90, No. 1-4. P. 179–182.

276. Shul'ga N. F., Greenenko A. A. Multiple scattering of ultrahigh-energy charged particles on atomic strings of a bent crystal. *Phys. Lett. B.* 1995. Vol. 353, No. 2. P. 373–377.

277. Baurichter A., Kirsebom K., Medenwaldt R. et al. New results from the CERN-SPS beam deflection experiments with bent crystals. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1996. Vol. 119, No. 1. P. 172–180.

278. Greenenko A. A., Shul'ga N. F. Experimental verification of the doughnut scattering mechanism of a high-energy beam deflection by a bent crystal. *Phys. Lett. B.* 1999. Vol. 454, No. 1. P. 161–164.

279. Greenenko A. A., Shul'ga N. F. About the mechanisms of high-energy charged particle deflection by a bent crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2001. Vol. 173, No. 1. P. 178–183.

280. Greenenko A. A., Shul'ga N. F. Passage of positively and negatively charged particles through straight and bent nanotubes. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2001. No. 6. P. 118–120.

281. Greenenko A. A., Shul'ga N. F. Passage of fast charged particles through bent crystals and nanotubes. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2002. Vol. 193, No. 1. P. 133–138.

282. Greenenko A. A., Shul'ga N. F. Fast ion passing through straight and bent nanotubes. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2003. Vol. 205. P. 767–772.

283. Greenenko A. A., Chechkin A. V., Shul'ga N. F. Anomalous diffusion and Lévy flights in channeling. *Phys. Lett. A.* 2004. Vol. 324, No. 1. P. 82–85.

284. Shul'ga N. F., Greenenko A. A., Truten V. I. Dynamic chaos in the motion and scattering of fast charged particles in crystals. *Ukr. J. Phys.* 2006. Vol. 51, No. 2. P. 147–155.

285. Scandale W., Vomiero A., Baricordi S. et al. High-efficiency deflection of high-energy protons through axial channeling in a bent crystal. *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 101, No. 16. P. 164801.

286. Scandale W., Vomiero A., Bagli E. et al. High-efficiency deflection of high-energy negative particles through axial channeling in a bent crystal. *Phys. Lett. B.* 2009. Vol. 680, No. 4. P. 301–304.

287. Shul'ga N. F., Truten' V. I., Kirillin I. V. Mechanisms of high energy charged particles beams deflection by a bent crystal. *J. Phys. Conf. Ser.* 2010. Vol. 236. P. 012030.

288. Шульга Н. Ф., Трутень В. И., Кириллин И. В. Прохождение пучков быстрых заряженных частиц через изогнутый кристалл. *Вісн. Харк. нац. університету.* 2010. Т. 887, № 1. С. 54–64.

289. Shul'ga N. F., Kirillin I. V., Truten V. I. Stochastic mechanism of a high-energy charged-particle beam deflection by a bent crystal. *Nuovo Cim. C.* 2011. Vol. 34, No. 4. P. 425–429.

290. Shul'ga N. F., Kirillin I. V., Truten' V. I. Dynamical chaos and stochastic mechanism of high-energy negatively charged particle deflection by bent crystals. *Phys. Lett. B.* 2011. Vol. 702, No. 1. P. 100–104.

291. De Salvador D., Bagli E., Lytovchenko O. et al. Steering of an ultrarelativistic proton beam by a bent germanium crystal. *Appl. Phys. Lett.* 2011. Vol. 98, No. 23. P. 234102.

292. Шульга Н. Ф., Кириллин И. В., Трутень В. И. Стохастический механизм отклонения заряженных частиц с энергией 1 ТэВ с помощью изогнутого кристалла. *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования.* 2013. № 4. С. 110–112.

293. Chesnokov Y. A., Kirillin I. V., Scandale W. et al. About the probability of close collisions during stochastic deflection of positively charged particles by a bent crystal. *Phys. Lett. B.* 2014. Vol. 731. P. 118–121.

294. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V., Neryabova V. S., Isupov A. Y. Quantum chaos manifestation in the axial channeling. *J. Phys. Conf. Ser.* 2014. Vol. 517. P. 012030.

295. Stojanov N., Petrović S., Nešković N. Angular distributions of relativistic ions channeled in the bent <100> Si crystals. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2002. Vol. 193, No. 1. P. 160–164.

296. Stojanov N., Petrović S., Nešković N. Angular distributions of 7 TeV protons axially channeled through the thin bent <100> Si crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2006. Vol. 244, No. 2. P. 457–461.

297. Stojanov N., Petrović S., Nešković N. Energy loss distributions of relativistic protons axially channeled in a bent silicon crystal. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2013. Vol. 302. P. 9–13.

298. Scandale W., Arduini G., Butcher M. et al. High-efficiency deflection of high energy protons due to channeling along the <110> axis of a bent silicon crystal. *Phys. Lett. B.* 2016. Vol. 760. P. 826–831.

299. Akhiezer A. I., Akhiezer I. A., Shul'ga N. F. Theory of bremsstrahlung of relativistic electrons and positrons in crystals. *J. Exp. Theor. Phys.* 1979. Vol. 49. P. 631.

300. Fomin S. P., Shul'ga N. F. Rainbow scattering and orbiting of fast particles in crystals. *Phys. Lett. A.* 1979. Vol. 73, No. 2. P. 131–133.

301. Akhiezer A. I., Shul'ga N. F. Radiation of relativistic particles in single crystals. *Sov. Phys. Uspekhi.* 1982. Vol. 25, No. 8. P. 541–564.

302. Shul'ga N. F., Truten V. I., Fomin S. P. On relativistic electron and positron scattering and radiation in crystals. *Radiation Effects.* 1986. Vol. 91, No. 3-4. P. 179–192.

303. Akhiezer A. I., Shul'ga N. F. Influence of multiple scattering on the radiation of relativistic particles in amorphous and crystalline media. *Sov. Phys. Uspekhi.* 1987. Vol. 30, No. 3. P. 197–219.

304. Malyshevskii V. S., Truten' V. I., Shul'ga N. F. The effect of thermal vibrations of atoms on the scattering and radiation of ultrarelativistic particles in crystals. *J. Exp. Theor. Phys.* 1987. Vol. 66, No. 2. P. 324–330.

305. Taratin A. M., Vorobiev S. A. Radiation of high-energy positrons channeled in bent crystals. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 1988. Vol. 31, No. 4. P. 551–557.

306. Bochek G. L., Fomin S. P., Kulibaba V. I. et al. Angular distributions of gamma-radiation of 1.2 GeV electrons in silicon monocrystals of great thickness. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2001. No. 5. P. 211–213.

307. Shulga N. F., Syshchenko V. V. Polarization of transition radiation on some sorts of targets. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2001. No. 6. P. 135–137.

308. Krause W., Korol A. V., Solov'yov A. V., Greiner W. Spontaneous and stimulated undulator radiation by an ultra-relativistic positron channeling in a periodically bent crystal. *Nucl. Instrum. Meth. A.* 2001. Vol. 475, No. 1–3. P. 441–444.

309. Krause W., Korol A. V., Solov'yov A. V., Greiner W. Photon emission by ultra-relativistic positrons in crystalline undulators: the high-energy regime. *Nucl. Instrum. Meth. A.* 2002. Vol. 483, No. 1–2. P. 455–460.

310. Fomin O. S., Fomin S. P., Shul'ga N. F. Fine structure of angular distributions and polarization of radiation by relativistic electrons and positrons in a thin crystal. *J. Kharkiv University.* 2006. Vol. 721. P. 39–44.

311. Ganenko V. B., Greenenko A. A., Shul'ga N. F., Truten' V. I. Simulation of the GeV electrons coherent radiation in oriented crystals. *J. Kharkiv University.* 2006. Vol. 744. P. 89–93.

312. Lapko V. P., Shul'ga N. F., Esaulov A. S. On spectral distributions of radiation by high-energy electrons in the field of a crystal atomic string. *Ukr. J. Phys.* 2007. Vol. 52, No. 6. P. 571–577.

313. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V., Tarnovsky A. I. Contribution of incoherent effects to the orientation dependence of bremsstrahlung from rapid electrons in crystal. *J. Phys. Conf. Ser.* 2010. Vol. 236. P. 012027.

314. Chesnokov Y. A., Maisheev V. A., Bolognini D. et al. Photoproduction of electron-positron pairs in bent single crystals. *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2010. Vol. 13, No. 7. P. 070706.

315. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V., Tarnovsky A. I. Incoherent bremsstrahlung in flat and bent crystals. *J. Phys. Conf. Ser.* 2012. Vol. 357. P. 012026.

316. Lietti D., Bagli E., Baricordi S. et al. Radiation emission phenomena in bent silicon crystals: Theoretical and experimental studies with 120 GeV/c positrons. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2012. Vol. 283. P. 84–92.

317. Bondarenco M. V., Shul'ga N. F. Constructive interference in the spectrum of bremsstrahlung on two amorphous targets. *Phys. Rev. D.* 2014. Vol. 90, No. 11. P. 116007.

318. Chesnokov Y. A., Shchagin A. V., Shul'ga N. F. et al. Spectral distribution in the reflection of parametric X-rays. *J. Phys. Conf. Ser.* 2014. Vol. 517. P. 012018.

319. Polozkov R. G., Ivanov V. K., Sushko G. B. et al. Radiation emission by electrons channeling in bent silicon crystals. *Eur. Phys. J. D.* 2014. Vol. 68, No. 9. P. 1–9.

320. Ganenko V. B., Burdeinyi D. D., Shul'ga N. F. et al. Mechanisms of 200 MeV electron radiation in diamond crystal in the axial orientation. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2018. Vol. 424. P. 17–25.

321. Bandiera L., Sytov A., De Salvador D. et al. Investigation on radiation generated by Sub-GeV electrons in ultrashort Si and Ge bent crystals. *Preprint arXiv:2006.12853.* 2020.

322. Haurylavets V. V., Leukovich A., Sytov A. et al. MBN Explorer atomistic simulations of 855 MeV electron propagation and radiation emission in oriented silicon bent crystal: theory versus experiment. *Preprint arXiv:2005.04138.* 2020.

323. Shul'ga N. F., Truten' V. I. Interference effects in string scattering of fast particles in crystals. *Phys. Lett. A.* 1983. Vol. 96, No. 6. P. 307–310.

324. Fomin S. P., Shcherbak S. F., Kasilov V. I. et al. Features of angular distributions of 1 GeV electrons scattered by thin silicon monocrystal. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2001. No. 6. P. 138–143.

325. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V. The second Born approximation in theory of bremsstrahlung of relativistic electrons and positrons in crystal. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2001. No. 6. P. 131–134.

326. Shul'ga N. F., Truten V. I. Quantum and classical effects in scattering of relativistic electrons by crystal atomic string. *Prob. Atomic Sci. Tech.* 2001. No. 6. P. 125–130.

327. Guidi V., Mazzolari A., De Salvador D., Bacci L. Deflection of MeV protons by an unbent half-wavelength silicon crystal. *Phys. Rev. Lett.* 2012. Vol. 108, No. 1. P. 014801.

328. Shul'ga S. N., Shul'ga N. F., Barsuk S. et al. On classical and quantum effects at scattering of fast charged particles in ultrathin crystal. *Preprint arXiv:1512.04601.* 2015.

329. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V., Tarnovsky A. I., Isupov A. Y. Wave functions of channeling electrons in regular and chaotic cases. *J. Phys. Conf. Ser.* 2016. Vol. 732. P. 012028.

330. Shul'ga N. F., Syshchenko V. V., Tarnovsky A. I., Isupov A. Y. Structure of electron eigenfunctions in the quantum theory of axial channeling. *J. Surf. Invest.: X-Ray, Synchrotron Neutron Tech.* 2016. Vol. 10, No. 2. P. 458–463.

331. Bethe H. Zur theorie des durchgangs schneller korpuskularstrahlen durch materie. *Annalen der Physik*. 1930. Vol. 397, No. 3. P. 325–400.

332. Bloch F. Bremsvermögen von atomen mit mehreren elektronen. *Zeitschrift für Physik*. 1933. Vol. 81, No. 5. P. 363–376.

333. Fermi E. The ionization loss of energy in gases and in condensed materials. *Phys. Rev.* 1940. Vol. 57, No. 6. P. 485–493.

334. Landau L. D. On the energy loss of fast particles by ionization. *J. Phys.* 1944. Vol. 8. P. 201–205.

335. Vavilov P. V. Ionization losses of high-energy heavy particles. *Soviet Phys. J. Exp. Theor. Phys.* 1957. Vol. 5. P. 749–751.

336. Bichsel H. Straggling in thin silicon detectors. *Rev. Mod. Phys.* 1988. Vol. 60, No. 3. P. 663–699.

337. Fich O., Golovchenko J. A., Nielsen K. O. et al. Ionization loss of channeled 1.35-GeV/c protons and pions. *Phys. Rev. Lett.* 1976. Vol. 36, No. 21. P. 1245–1248.

338. Dettmann K., Robinson M. T. Stopping power of fast protons under channeling conditions. *Phys. Rev. B*. 1974. Vol. 10, No. 1. P. 1–9.

339. Dettmann K. Stopping power of fast channeled protons in Hartree-Fock approximation. *Zeitschrift für Physik A*. 1975. Vol. 272, No. 3. P. 227–235.

340. Esbensen H., Fich O., Golovchenko J. A. et al. Random and channeled energy loss in thin germanium and silicon crystals for positive and negative 2-15-GeV/c pions, kaons, and protons. *Phys. Rev. B*. 1978. Vol. 18, No. 3. P. 1039–1054.

341. Esbensen H., Fich O., Golovchenko J. A. et al. Channelling effects for 15 GeV/c negative pions. *Phys. Lett. B*. 1978. Vol. 72, No. 3. P. 408–410.

342. Esbensen H., Golovchenko J. A. Energy loss of fast channeled particles. *Nucl. Phys. A*. 1978. Vol. 298, No. 3. P. 382–396.

343. Golovchenko J. A., Goland A. N., Rosner J. S. et al. Charge state dependence of channeled ion energy loss. *Phys. Rev. B.* 1981. Vol. 23, No. 3. P. 957–966.

344. Golovchenko J. A., Cox D. E., Goland A. N. Critical analysis of the charge-state dependence of the energy loss of channeled ions. *Phys. Rev. B.* 1982. Vol. 26, No. 5. P. 2335–2340.

345. Bak J. F., Burenkov A., Petersen J. B. B. et al. Large departures from Landau distributions for high-energy particles traversing thin Si and Ge targets. *Nucl. Phys. B.* 1987. Vol. 288. P. 681–716.

346. Nazhmudinov R. M., Kubankin A. S., Shchagin A. V. et al. Study of 50 GeV proton ionization loss by semiconductor detector with smoothly tunable thickness. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 391. P. 69–72.

347. Scandale W., Arduini G., Assmann R. et al. Strong reduction of the off-momentum halo in crystal assisted collimation of the SPS beam. *Phys. Lett. B.* 2012. Vol. 714, No. 2. P. 231–236.

348. Шульга Н. Ф. Некоторые вопросы теории рассеяния быстрых частиц в веществе и во внешних полях. К.: Наук. думка, 2010.

349. Doyle P. A., Turner P. S. Relativistic Hartree-Fock X-ray and electron scattering factors. *Acta Crystallogr. A.* 1968. Vol. 24, No. 3. P. 390–397.

350. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. Table of Integrals, Series, and Products, 7th ed. London: Academic Press, 2007.

351. Whittaker E. T., Watson G. N. A course of modern analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.

352. Kumakhov M. A., Trikalinos C. G. Higher harmonics of spontaneous radiation of ultrarelativistic channeled particles. *Phys. Status Solidi B.* 1980. Vol. 99, No. 2. P. 449–462.

353. Highland V. L. Some practical remarks on multiple scattering. *Nucl. Instrum. Meth.* 1975. Vol. 129, No. 2. P. 497–499.

354. Biryukov V. Computer simulation of crystal extraction of protons from a large-hadron-collider beam. *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74, No. 13. P. 2471–2474.

355. Uggerhøj E., Uggerhøj U. I. Strong crystalline fields – a possibility for extraction from the LHC. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2005. Vol. 234, No. 1-2. P. 31–39.

356. Scandale W., Arduini G., Butcher M. et al. Observation of channeling for 6500 GeV/c protons in the crystal assisted collimation setup for LHC. *Phys. Lett. B.* 2016. Vol. 758. P. 129–133.

357. Bak J. F., Jensen P. R., Madsbøll H. et al. Detailed investigation of the channeling phenomena involved in bending of high-energy beams by means of crystals. *Nucl. Phys. B.* 1984. Vol. 242, No. 1. P. 1–30.

358. Afonin A. G., Biryukov V. M., Gavrilushkin V. A. et al. First results of experiments on high-efficiency single-crystal extraction of protons from the u-70 accelerator. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.* 1998. Vol. 67, No. 10. P. 781–785.

359. Guidi V., Lanzoni L., Mazzolari A. Study of anticlastic deformation in a silicon crystal for channeling experiments. *J. Appl. Phys.* 2010. Vol. 107, No. 11. P. 113534.

360. Shul'ga N., Kirillin I. et al. Stochastic mechanism for charged-particle deflection by means of a bent crystal in the TeV energy range. *J. Surf. Investig.* 2013. Vol. 7, No. 2. P. 398–400.

361. Møller S. P., Biryukov V., Datz S. et al. Random and channeled energy loss of 33.2-TeV Pb nuclei in silicon single crystals. *Phys. Rev. A.* 2001. Vol. 64, No. 3. P. 032902.

362. Tikhomirov V. V. Quantitative theory of channeling particle diffusion in transverse energy in the presence of nuclear scattering and direct evaluation of dechanneling length. *Eur. Phys. J. C.* 2017. Vol. 77, No. 7. P. 483.

363. Baier V. M., Katkov V. M., Strakhovenko V. M. Electromagnetic processes at high energies in oriented single crystals. Singapore: World Scientific, 1998.

364. Lauth W., Backe H., Kunz P., Rueda A. Channeling experiments with electrons at the Mainz Microtron MAMI. *Int. J. Mod. Phys. A*. 2010. Vol. 25, No. supp. 01. P. 136–143.

365. Kostyuk A., Korol A., Solov'yov A., Greiner W. Planar channelling of 855 MeV electrons in silicon: Monte Carlo simulations. *J. Phys. B*. 2011. Vol. 44, No. 7. P. 075208.

366. Vit'ko V. I., Kovalenko G. D. Secondary-electron yield in the interaction of ultrarelativistic electrons and positrons with single crystals. *J. Exp. Theor. Phys.* 1988. Vol. 67. P. 2141–2144.

367. Scandale W., Losito R., Bagli E. et al. Measurement of the dechanneling length for high-energy negative pions. *Phys. Lett. B*. 2013. Vol. 719, No. 1. P. 70–73.

368. Mazzolari A., Bagli E., Bandiera L. et al. Steering of a sub-GeV electron beam through planar channeling enhanced by rechanneling. *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 112, No. 13. P. 135503.

369. Tabrizi M., Korol A. V., Solov'yov A. V., Greiner W. Feasibility of an electron-based crystalline undulator. *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98, No. 16. P. 164801.

370. Biryukov V. Comment on "Feasibility of an electron-based crystalline undulator". *Preprint arXiv:0712.3904*. 2007.

371. Antipenko A. P., Boldyshev V. F., Kasilov V. I. et al. Investigation of the dechanneling effect from the yield of electronuclear reactions in axial channeling of relativistic electrons. *Doklady Akademii Nauk SSSR*. 1986. Vol. 291, No. 3. P. 589–591.

372. Fomin S. P., Jejcic A., Kasilov V. I. et al. Investigation of the electron channeling by means of induced electronuclear reactions. *Nucl. Instrum. Meth. B*. 1997. Vol. 129, No. 1. P. 29–34.

373. Balashov V. V., Sokolik A. A., Stysin A. V. Angular anisotropy of characteristic X-radiation and auger electrons during the resonance coherent excitation of

relativistic ions under planar channeling conditions. *J. Exp. Theor. Phys.* 2008. Vol. 107, No. 1. P. 133–139.

374. Balashov V. V., Sokolik A. A., Stysin A. V. Kinetics of double resonant coherent excitation of relativistic multicharged ions in crystals beyond the channeling conditions. *J. Exp. Theor. Phys.* 2009. Vol. 108, No. 6. P. 1010–1018.

375. Ambartsumov V. V., Kalashnikov N. P. Induced resonance evolution of the channeling electron beam. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 402. P. 71–74.

376. Dabagov S. B., Kalashnikov N. P. On stimulated resonance radiation by channeled particles. *Nucl. Instrum. Meth. B.* 2017. Vol. 402. P. 67–70.

377. Zaslavsky G. M. Chaos, fractional kinetics, and anomalous transport. *Phys. Rep.* 2002. Vol. 371, No. 6. P. 461–580.

378. Chechkin A. V., Klafter J., Gonchar V. Y. et al. Bifurcation, bimodality, and finite variance in confined Lévy flights. *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 67. P. 010102.

379. Chechkin A. V., Gonchar V. Y., Klafter J. et al. Lévy flights in a steep potential well. *J. Stat. Phys.* 2004. Vol. 115, No. 5. P. 1505–1535.

380. Jackson J. D. Classical electrodynamics. New York: John Wiley & Sons, 2007.

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the influence of scattering on atomic strings on the stability of planar channeling of high-energy positively charged particles. *J. Instrum.* 2018. Vol. 13. P. C02020 (1–9). Квартиль Q1 (2018).

2. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Energy dependence of the efficiency of high-energy negatively charged particle beam deflection by planar channeling in a bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2019. Vol. 79. P. 1015 (1–6). Квартиль Q1 (2019).

3. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the influence of periodicity in the arrangement of crystalline atomic strings upon the spectral and spectral-angular distribution of high-energy positively charged particle radiation in crystal. *J. Instrum.* 2020. Vol. 15. P. C07019 (1–6). Квартиль Q1 (2019).

4. Trofymenko S. V., Kyryllin I. V. On the ionization loss spectra of high-energy channeled negatively charged particles. *Eur. Phys. J. C.* 2020. Vol. 80. P. 689 (1–6). Квартиль Q1 (2019).

5. Kirillin I. V., Shul'ga N. F., Bandiera L. et al. Influence of incoherent scattering on stochastic deflection of high-energy negative particle beams in bent crystals. *Eur. Phys. J. C.* 2017. Vol. 77. P. 117 (1–7). Квартиль Q1 (2017).

6. Bandiera L., Mazzolari A., Bagli E. et al. (Kirillin I. V.). Relaxation of axially confined 400 GeV/c protons to planar channeling in a bent crystal. *Eur. Phys. J. C.* 2016. Vol. 76. P. 80 (1–6). Квартиль Q1 (2016).

7. Kirillin I. V., Shul'ga N. F. Orientation dependence of the probability of close collisions during passage of high-energy negatively charged particle through a

bent crystal. *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B.* 2015. Vol. 355. P. 49–52. Квартиль Q2 (2015).

8. Kirillin I. V., Shul'ga N. F. Dependence of the probability of close collisions of high-energy charged particles in a bent crystal on the orientation of the crystal. *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B.* 2017. Vol. 402. P. 40–43. Квартиль Q2 (2017).

9. Bandiera L., Kirillin I. V., Bagli E. et al. Splitting of a high-energy positively-charged particle beam with a bent crystal. *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B.* 2017. Vol. 402. P. 296–299. Квартиль Q2 (2017).

10. Kirillin I. V. Optimal radius of crystal curvature for planar channeling of high-energy negatively charged particles in a bent crystal. *Phys. Rev. Accel. Beams.* 2017. Vol. 20. P. 104401 (1–5). Квартиль Q3 (2017).

11. Afonin A. G., Baranov V. T., Bulgakov M. K. et al. (Kirillin I. V.). A Study of Collimation and Extraction of the U-70 Accelerator Beam Using an Axially Oriented Crystal. *Instrum. Exp. Tech.* 2016. Vol. 59. P. 196–202. Квартиль Q3 (2016).

12. Kirillin I. V. On the dependence of the efficiency of stochastic mechanism of charged particle beam deflection in a bent crystal on the particle energy. *Probl. Atom. Sci. Tech.* 2017. Vol. 109. P. 67–71. Квартиль Q4 (2017).

13. Кириллін І. В. Механізми відхилення пучків високоенергетичних заряджених частинок зігнутими кристалами. Теорія та експерименти ЦЕРН. *Вісн. Нац. акад. наук України.* 2018. № 8. С. 76–80.

14. Bandiera L., Kyryllin I. V., Brizzolari C. et al. Investigation on steering of ultrarelativistic $e^{\pm}$ beam through an axially oriented bent crystal. *arXiv:2011.13283.* 2020. 25 p.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

15. Шульга Н. Ф., Кириллин И. В. Сравнение эффективности различных механизмов отклонения высокоэнергетических заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XLIV Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докл. (г. Москва, Россия, 27–29

мая 2014 г.). Москва, 2014 г. С. 4.

16. Shul'ga N. F., Kirillin I. V. About the probability of close collisions during stochastic deflection of positively and negatively charged particles by a bent crystal. *VI International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (Capri, Italy, October 5–10, 2014). Capri, 2014. P. 213.

17. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О вероятности близких столкновений при отклонении заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XIII Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 16–20 марта 2015 г.). г. Харьков, 2015 г. С. 79.

18. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О вероятности процессов, связанных с близкими столкновениями, при отклонении заряженных частиц изогнутым кристаллом. *XLV Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докл. (г. Москва, Россия, 26–28 мая 2015 г.). Москва, 2015 г. С. 37.

19. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Стохастическое отклонение заряженных частиц высокой энергии в изогнутом кристалле и расщепление пучка. *XIV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 22–25 марта 2016 г.). г. Харьков, 2016 г. С. 17–18.

20. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Расщепление пучка высокоэнергетических положительно заряженных частиц при стохастическом отклонении в изогнутом кристалле. *XLVI Международная конференция по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами*: тезисы докл. (г. Москва, Россия, 31 мая – 2 июня 2016 г.). Москва, 2016 г. С. 11.

21. Kirillin I. V., Shul'ga N. F., Bandiera L. et al. Influence of incoherent scattering on stochastic deflection of high-energy negative particle beams in bent crystals. *VII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (Sirmione – Desenzano del Garda, Italy, September

25–30, 2016). Sirmione – Desenzano del Garda, 2016. P. 69.

22. Kirillin I. V., Shul'ga N. F. Dependence of probability of close collisions of high energy charged particles in a bent crystal from the orientation of the crystal. *VII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (Sirmione – Desenzano del Garda, Italy, September 25–30, 2016). Sirmione – Desenzano del Garda, 2016. P. 70.

23. Bandiera L., Mazzolari A., Bagli E. et al. Relaxation of axially confined 400 GeV/c protons to planar channeling in a bent crystal. *VII Internstional Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (Sirmione – Desenzano del Garda, Italy, September 25–30, 2016). Sirmione – Desenzano del Garda, 2016. P. 149.

24. Кириллин И. В. О зависимости эффективности отклонения заряженных частиц изогнутым кристаллом от энергии частиц. *XV Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 21–24 марта 2017 г.). г. Харьков, 2017 г. С. 107.

25. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the stability of high-energy charged particle motion in planar channel. *XII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (Hamburg, Germany, September 18–22, 2017). Hamburg, 2017. P. 58.

26. Kyryllin I. V. On the deflection of high-energy negatively charged particles by means of bent crystals. *XII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (Hamburg, Germany, September 18–22, 2017). Hamburg, 2017. P. 65.

27. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О стабильности режима плоскостного каналирования высокоэнергетических заряженных частиц. *XVI Конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям*: тезисы докл. (г. Харьков, 20–23 марта 2018 г.). г. Харьков, 2018 г. С. 109.

28. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Об отклонении высокоэнергетических заряженных частиц при прохождении через изогнутый кристалл. *XVI Конфе-*

ренция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям: тезисы докл. (г. Харьков, 20–23 марта 2018 г.). г. Харьков, 2018 г. С. 109–110.

29. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Deflection of high-energy negatively charged particles by means of a bent crystal. *VIII International Conference "Charged and Neutral Particles Channeling Phenomena"*: Book of abstracts (Ischia, Italy, September 23–28, 2018). Ischia, 2018. P. 109.

30. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. О зависимости эффективности отклонения высокоэнергетических заряженных частиц изогнутым кристаллом от энергии частиц. *XVII конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: тезисы докл. (г. Харьков, 26–29 марта 2019 г.). г. Харьков, 2019 г. С. 107.

31. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the probability of close collisions of charged particles with atoms in a crystal. *XXXI International Conference on Photonic, Electronic, and Atomic Collisions*: Book of abstracts (Deauville, France, Italy, July 23–30, 2019). Deauville, 2019. P. 202; Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. On the probability of close collisions of charged particles with atoms in a crystal. *J. Phys. Conf. Ser.* 2020. Vol. 1412. P. 202008.

32. Kyryllin I. V., Shul'ga N. F. Investigation of the influence of the periodicity of crystalline atomic strings arrangement on the spectral and spectral-angular distribution of high-energy charge particle radiation in crystal. *XIII International Symposium "Radiation from Relativistic Electrons in Periodic Structures"*: Book of abstracts (Belgorod, Russia, September 15–20, 2019). Belgorod, 2019. P. 29.

33. Кириллин И. В., Шульга Н. Ф. Отклонение высокоэнергетических отрицательно заряженных частиц, движущихся в изогнутом кристалле в режиме плоскостного каналирования. *XVIII конференция по физике высоких энергий и ядерной физике*: тезисы докл. (г. Харьков, 24–27 марта 2020 г.). г. Харьков, 2020 г. С. 50–51.

34. Трофименко С. В., Кириллин И. В. Спектры ионизационных потерь каналированных частиц в тонких кристаллических мишенях. *XVIII конферен-*

ция по физике высоких энергий и ядерной физике: тезисы докл. (г. Харьков, 24–27 марта 2020 г.). г. Харьков, 2020 г. С. 51.