НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

ЛИТВИНЕНКО ДМИТРО МИХАЙЛОВИЧ

УДК 538.91

СТАТИСТИЧНА ТЕОРІЯ СИСТЕМ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК НАД ПОВЕРХНЕЮ ДІЕЛЕКТРИКІВ

01.04.02 – теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі матеріалів реакторобудування та фізичних технологій фізико-технічного факультету Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України, **Слюсаренко Юрій Вікторович**, Інститут теоретичної фізики ім. О.І. Ахієзера Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, начальник відділу статистичної фізики та квантової теорії поля.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України, **Ямпольський Валерій Олександрович**, Інститут радіофізики та електроніки ім. О.І. Усикова НАН України, завідувач відділу теоретичної фізики.

доктор фізико-математичних наук, професор, **Яновський Володимир Володимирович**, Науково-технологічний комплекс «Інститут монокристалів» НАН України, завідувач відділу теорії конденсованого стану речовини;

Захист відбудеться «_18_» червня 2019 р. о 15 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.845.02 у Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України за адресою: 61108, м. Харків, вул. Академічна, 1.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України за адресою: 61108, м. Харків, вул. Академічна, 1, та на офіційному сайті ННЦ ХФТІ.

Автореферат розісланий «____» травня 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 64.845.02
канд. фіз.-мат. наук _______________ А.І. Кірдін

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми дисертації. Актуальність теми досліджень обумовлена постійним науковим інтересом до досліджень в галузі фізики низьких температур і низьковимірних систем. Розроблена у дисертації теорія має пряме відношення до експериментів з виявлення та вивчення критичних явищ у системі електронів над рідким гелієм, що активно проводяться з 1979 року.

Не дивлячись на відносно давню історію досліджень, існуючі досі методи опису подібних систем є розрізненими і феноменологічними, що, як правило, базуються на уявленні про окремий заряд над поверхнею діелектрика, а при переході до опису системи великого числа частинок використовують модельні потенціали й низку підгінних параметрів. Мікроскопічна теорія, побудована в дисертаційній роботі, позбавлена таких недоліків, оскільки базується на перших принципах статистичної фізики і дозволяє послідовно описувати рівноважні стани зазначених систем і фазові перетворення в них, унаслідок яких утворюються просторово-періодичні структури, зокрема, лункові кристали.

У зв’язку з цим, актуальність даної роботи полягає перш за все саме в розробці нового послідовного підходу для вивчення поведінки систем заряджених частинок над поверхнею діелектриків, придатного, зокрема, для опису процесів та явищ у газі електронів над поверхнею рідкого гелію та подібних систем, що також проілюстровано в дисертації.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалася під час навчання в аспірантурі на кафедрі матеріалів реакторобудування та фізичних технологій фізико-технічного факультету Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна а також в ННЦ ХФТІ згідно з тематичним планом науково-дослідних робіт з атомної науки і техніки Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» за темами і програмами:

-«Теоретичні дослідження у статистичній фізиці конденсованих середовищ зі спонтанно порушеною симетрією і газоподібних систем і теоретико-групових методів в теорії поля», (2006-2010 рр.), номер державної реєстрації 080906UP0010,

-«Розвиток методів статистичної фізики і квантової теорії поля для дослідження проблем конденсованих і газоподібних середовищ і динаміки полів і суперсиметричних подовжених об'єктів», (2011-2015 рр.), номер державної реєстрації 0111U009549,

-«Дослідження класичних і квантових симетрій в теоретико-польових і струнних моделях і проблем статистичної механіки конденсованих середовищ», (2016-2020 рр.), номер державної реєстрації 0116U007065,

-Цільова програма наукових досліджень відділення ядерної фізики та енергетики НАН України «Фундаментальні проблеми в фізиці елементарних частинок, ядерної фізики і ядерної енергетики» на 2009-2010 р. по темі «Статистична механіка процесів і явищ, пов'язаних із взаємодією частинок і випромінювання з конденсованої середовищем» грант НАН України для молодих вчених, номер державної реєстрації 0109U006375.

Роль автора дисертації в усіх роботах за науковими темами та програмами – виконавець.

Мета й завдання дослідження. Метою дослідження є побудова мікроскопічної теорії, заснованої на перших принципах статистичної й математичної фізики для мікроскопічного опису системи заряджених частинок над поверхнею рідких діелектриків у зовнішньому притискуючому електричному полі.полі. Зокрема в якості реальної фізичної системи, використаної для демонстрації можливостей запропонованої теорії, розглянута система електронів над поверхнею рідкого гелію.

Для досягнення поставленої у дисертації мети потрібно було розв'язати наступні **задачі**:

1. Узагальнити варіаційний підхід до опису даної системи, який дозволяє отримати рівняння самоузгодження, що зв'язують основні параметри опису - функцію розподілу частинок, потенціал електричного поля, профіль поверхні рідкого діелектрика;

2. Дослідити особливості розв'язків системи рівнянь самоузгодження над плоскою поверхнею діелектрика за різних значень зовнішнього притискуючого поля, товщини плівки рідкого діелектрика, а також виду функції розподілу частинок;

3. Дослідити критичну «поверхню» фазового переходу до просторово-періодичних станів, тобто рівняння, що зв'язує критичні значення температури, зовнішнього притискуючого поля, кількості частинок над одиницею площі поверхні діелектрика, товщини плівки діелектрика і періоду сформованих просторово-періодичних структур;

4. Провести аналіз параметра порядку досліджуваного фазового переходу - амплітуди просторово-періодичного профілю поверхні рідкого діелектрика, який виник у результаті появи несиметричної фази поблизу зазначеної вище критичної «поверхні».

Об'єктом дослідження є газ заряджених фермі-частинок, який знаходиться над поверхнею рідкого діелектрика в присутності зовнішнього притискуючого електростатичного поля.

Предметом дослідження є явище просторово-періодичного упорядкування в системі заряджених фермі-частинок над поверхнею рідкого діелектрика при перевищенні зовнішнім притискуючим електричним полем деякого критичного значення.

Методи дослідження. Для виведення рівнянь самоузгодження, що описують систему заряджених частинок над поверхнею рідкого діелектрика у зовнішньому полі, використовуються варіаційний принцип і модель Томаса-Фермі, модифіковані для даної системи. Для отримання критичної «поверхні» у багатовимірному просторі величин температури, зовнішнього поля і числа частинок в системі, а також для отримання амплітуди параметра порядку поблизу такої критичної поверхні використовується теорія збурень за малими відхиленнями від рівноважних значень основних параметрів опису системи (функції розподілу часток, потенціалу електростатичного поля і профілю поверхні рідкого діелектрика).

Наукова новизна отриманих результатів. У дисертаційній роботі вперше отримані наступні результати:

1. Уперше побудовано мікроскопічну теорію на основі перших принципів статистичної механіки для опису системи заряджених фермі-частинок над поверхнею рідкого діелектрика в зовнішньому електричному полі без використання модельних уявлень про потенціали сил, діючих на окремий заряд над поверхнею зазначеного діелектрика.

2. Сформульовано варіаційний принцип, що дозволяє побудувати систему рівнянь самоузгодження, які описують дану систему і пов'язують основні параметри її опису - функцію розподілу заряджених частинок, потенціал електричного поля, профіль поверхні рідкого діелектрика.

3. Здобуто вирази для розподілу концентрації зарядів, потенціалу й напруженості електричного поля системи у випадку плоскої поверхні рідкого діелектрика, як для невиродженого газу частинок, так і з урахуванням виходу за межі статистики Больцмана.

4. Уперше одержано у межах запропонованого підходу рівняння для критичної поверхні фазового переходу до просторово-періодичного стану у системі, яке визначає зв’язок між критичними параметрами фазового перетворення – зовнішнім електричним полем, температурою та кількістю частинок над одиницею площі поверхні діелектрика.

5. Отримано вираз для параметра порядку фазового перетворення – профілю поверхні - поблизу критичної поверхні та показано, що його величина змінюється пропорційно квадратному кореню із напруженості зовнішнього електричного поля.

6. Проаналізовано залежність характеристик системи в околі фазового перетворення від товщини плівки рідкого діелектрику, величини притискуючого поля й концентрацій зарядів над поверхнею, допустимих із точки зору стійкості системи. Показано зокрема, що для відносно тонких плівок діелектрика їх ефективна товщина слабко залежить від величини притискуючого поля, а діапазон допустимих концентрацій зарядів над поверхнею значно розширюється у порівнянні з випадком масивного діелектрика.

Наукове й практичне значення отриманих результатів. Наукове та практичне значення роботи полягає в розробці послідовної статистичної мікроскопічної теорії опису системи заряджених частинок над поверхнею діелектриків, яка може слугувати основою для подальшого розвитку за декількома напрямками. Урахування квантових ефектів, наприклад, обмінної взаємодії між зарядженими частинками, може вдосконалити якість опису системи в запропонованому підході в області низьких температур і великих значень концентрації зарядів, що може бути застосовано для опису критичних явищ в системі електронів над тонкими гелієвими плівками. Основні принципи викладеного в дисертації підходу можуть бути використані і для опису інших систем, таких, наприклад, як важкі іони у гравітаційному полі над поверхнею діелектриків. Згадана система може слугувати моделлю для вивчення просторових розподілів «левітуючого» радіаційного пилу над діелектричною поверхнею, що актуально для екологічних досліджень, пов'язаних, наприклад, з проблемами Чорнобиля.

Здобуті в дисертації результати, крім академічного, мають також методичне значення як яскравий зразок прямого застосування методів статистичної фізики, квантової статистики і математичної фізики до опису складних систем. З огляду на дану обставину результати можуть бути використані при читанні лекцій студентам старших курсів університетів та аспірантам відповідних спеціальностей.

Особистий внесок здобувача. Усі основні результати, що винесені на захист, отримані здобувачем особисто. У роботах, опублікованих у співавторстві, здобувачеві належать основні розрахунки, побудова графічних залежностей; активна участь у постановці деяких задач, обговоренні здобутих результатів і написанні текстів статей.

Особистий внесок здобувача в опублікованих роботах полягає в наступному. У роботі [1] отримано розв'язок задачі про знаходження розподілу потенціалу поблизу поверхні діелектрика з малими просторово - періодичними неоднорідностями. У роботі [2] виведено рівняння самоузгодження, що описують систему зарядів над поверхнею рідкого діелектрика в зовнішньому електричному полі. У роботі [3] сформульовано варіаційний принцип для знаходження системи рівнянь самоузгодження, розв'язана задача про знаходження критичної поверхні у просторі характеристик фазового переходу з утворенням просторово періодичних структур. У роботі [4] розв'язано задачу опису системи зарядів над поверхнею рідкого діелектрика в квазінейтральності випадку, отримано рівноважні функції розподілу концентрації частинок, потенціалу й електричного поля, визначено критичну поверхню у просторі характеристик фазового переходу до просторово періодичних станів і визначено амплітуду параметра порядку фазового переходу - просторово періодичного профілю поверхні рідкого діелектрика. У роботі [5] досліджено вплив товщини плівки діелектрика на систему, що описується, як у випадку плоскої поверхні діелектрика, так і у випадку просторово періодичних структур, що виникають в результаті фазового переходу, здійснено вихід за межі статистики Больцмана, визначено критерій застосовності квазікласичного наближення. У роботі [6] розв'язано задачу опису фазового переходу з утворенням лункових кристалів у системі електронів над поверхнею рідкого гелію у термінах статистичного квазікласичного підходу, отримано кількісне узгодження з експериментальними даними критичних параметрів фазового переходу і величини глибини лунки поблизу точки переходу.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертації доповідалися та обговорювалися на наукових семінарах ІТФ ННЦ ХФТІ НАНУ, НТК ІМК НАНУ та ІРЕ НАНУ, а також на наступних міжнародних конференціях:

1. 3rd Conference on Statistical Physics: Modern Trends and Applications (23-25 June 2009, Lviv).

2. 3rd International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics (QEDSP2011) (29 August – 2 September 2011, Kharkiv).

3. 4-th Conference on Statistical Physics. Modern Trends and Applications (3-6 July 2012, Lviv).

4. VI International Conference “Physics of Disordered Systems” (14-16 October 2013, Lviv).

5. 6th International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems” (23-27 May 2014, Kyiv).

6. V International Conference for Young Scientists. “Low Temperature Physics” (2-6 June 2014, Kharkiv).

7. VII International Conference for Young Scientists. “Low Temperature Physics” (6-10 June 2015, Kharkiv).

8. 7th International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems” (27-30 May 2016, Kyiv).

9. VII International Conference for Young Scientists. “Low Temperature Physics” (6-10 June 2016, Kharkiv).

Публікації. Результати наукових досліджень опубліковані у 15 роботах, з них 6 статей у фахових вітчизняних та міжнародних періодичних виданнях [1-6] і 9 тез доповідей на міжнародних наукових конференціях [7-15].

Структура та об’єм дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та одного додатка. Робота проілюстрована 22 рисунками. Список використаних джерел містить 90 найменувань. Обсяг загального тексту дисертації складає 153 сторінки, з них основна частина складає 127 сторінок, список використаних джерел складає 8 сторінок, додаток займає 3 сторінки.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовується вибір і актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету й основні задачі дослідження, методи й теоретичні основи розв’язання цих задач, розкрито наукову новизну положень, які виносяться на захист, визначено наукову й практичну цінність проведених досліджень.

Перший розділ присвячено огляду теоретичних та експериментальних робіт з вивчення систем заряджених частинок над поверхнею діелектриків. Проведено аналіз вихідних понять і поточного стану зазначеної галузі досліджень та обговорені недосконалості наявних підходів. Обґрунтовано мотивацію напрямків та сформульовані завдання досліджень, які присвячені розвитку та подоланню недоліків наявних напрацювань у цій галузі науки. Відповідям на поставлені питання і присвячені наступні розділи дисертації.

Другий розділ присвячено послідовній побудові статистичного підходу до опису системи заряджених фермі-частинок над поверхнею рідкого діелектрика у зовнішньому електричному полі. Сформульовано варіаційний принцип, у термінах якого показано, що рівноважний стан зазначеної системи описується системою рівнянь самоузгодження. Наведено очікуваний сценарій фазового переходу з утворенням просторово-періодичних структур у системі заряджених частинок над поверхнею рідкого діелектрика, згідно з яким дані структури з'являються при досягненні зовнішнім електричним полем деякого критичного значення. Здобуто рівняння самоузгодження, що описують симетричну фазу системи з незбуреною плоскою поверхнею діелектрика і несиметричну фазу системи поблизу точки фазового переходу.

У підрозділі 2.1 наведено опис системи та основних її характеристик. Було розглянуто систему заряджених ферміонів із зарядом Q, масою m, спіном S_Q, імпульсом $\mathbf{p}$ и енергією $\varepsilon_\mathbf{p} = \mathbf{p}^2/2m$, які розташовані у вакуумі над поверхнею плівки рідкого діелектрика товщиною d, що має діелектричну проникність ε і коефіцієнт поверхневого натягу α. Плівка рідкого діелектрика знаходиться на плоскій твердій діелектричній підкладці з діелектричної проникністю $\varepsilon_d >> \varepsilon$. Система зарядів перебуває під впливом зовнішнього електричного поля $\mathbf{E}^{(e)} = -\nabla\varphi^{(e)}(\mathbf{r})$, що притискує частинки до поверхні діелектричної плівки. Основними параметрами опису такої системи є функція розподілу зарядів $f_\mathbf{p}(\mathbf{r})$, потенціал електричного поля, що створюється системою заряджених частинок $\varphi^{(i)}(\mathbf{r})$, потенціал зовнішнього електричного поля $\varphi^{(e)}(\mathbf{r})$ і профіль поверхні рідкого діелектрика $\xi(\boldsymbol{\rho})$, де $\boldsymbol{\rho} \equiv \{x, y\}$ - радіус-вектор у площині $z = 0$ декартової системи координат $\{z, x, y\}$.

У підрозділі 2.2 проведено формулювання варіаційного принципу для опису рівноважного стану системи та виведені рівняння самоузгодження для рівноважних значень основних параметрів опису системи. Для цього необхідно вирішити задачу про знаходження максимуму ентропії системи S:

$$S = -g_s \int \frac{d\mathbf{r}d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3}\left(\bar{f}\ln\bar{f} + (1-\bar{f})\ln(1-\bar{f})\right), \quad \bar{f} = \frac{(2\pi\hbar)^3}{g_s} f_\mathbf{p}(\mathbf{r}), \quad g_s = 2S_Q + 1, \tag{1}$$

при виконанні наступних умов. По-перше, вважається, що система зарядів, як ціле, перебуває у спокої $\mathbf{P} = \int d\mathbf{r}d\mathbf{p} f_\mathbf{p}(\mathbf{r})\mathbf{p} = 0$. По-друге, при заданому (незмінному) зовнішньому притискуючому полі зберігається повне число частинок у системі $N = \int d\mathbf{r}d\mathbf{p} f_\mathbf{p}(\mathbf{r})$ та повна енергія системи [2]:

$$E_t = \int_{V_1} d\mathbf{r}\left(\int d\mathbf{p} f_\mathbf{p}\varepsilon_\mathbf{p} + Qn\left(\frac{\varphi_1^{(i)}}{2} + \varphi_1^{(e)}\right) + \frac{\left(\nabla\varphi_1^{(e)}\right)^2}{8\pi}\right) +$$
$$+\int_{V_2} d\mathbf{r}\frac{(\nabla\varphi_2)^2}{8\pi\varepsilon^{-1}} + \int_{V_3} d\mathbf{r}\frac{(\nabla\varphi_3)^2}{8\pi\varepsilon_d^{-1}} + \frac{\alpha}{2}\int dS\left((\nabla\xi)^2 + (\kappa\xi)^2\right). \tag{2}$$

По-третє, за відсутності заряджених частинок над плівкою рідкого діелектрика його профіль поверхні не може бути трансформованим. І, по-четверте, в усіх трьох областях системи є справедливими рівняння Пуассона. Відмітимо також, що у (2) через V_j, $j = 1,2,3$ позначено об’єм відповідної частини простору: «1» – простір над діелектричною плівкою, «2» – діелектрична плівка «3» – тверда підкладка, $dS = d^2\rho\sqrt{1+\left(\nabla_{\boldsymbol{\rho}}\xi(\boldsymbol{\rho})\right)^2}$, $\nabla_{\boldsymbol{\rho}} \equiv \partial/\partial\boldsymbol{\rho}$, $\varphi_j = \varphi_j^{(i)} + \varphi_j^{(e)}$, і використано визначення для концентрації частинок

$$n(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{p} f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}). \qquad (3)$$

Задачу знаходження умовного максимуму энтропії можно замінити задачею знахождення безумовного мінімуму термодинамічного потенціалу [2]:

$$\tilde{\Omega} = -S + Y_0 E + Y_i P_i + Y_4 N + \int d\boldsymbol{\rho}\lambda_\xi(\boldsymbol{\rho})\xi(\boldsymbol{\rho})\Big|_{N=0} + \int d\mathbf{r}\lambda(\mathbf{r})\left\{\Delta\varphi(\mathbf{r}) + 4\pi Q n(\mathbf{r})\right\}, \qquad (4)$$

де $Y_0, Y_i, Y_4, \lambda(\mathbf{r}), \lambda_\xi(\boldsymbol{\rho})$ множники Лагранжа, що відповідають наведеним умовам. Розв'язок такої варіаційної задачі дає наступні рівняння [2]:

$$\left(\frac{g_s T}{\alpha}\int d\mathbf{p}\frac{\ln\left(1-\bar{f}\right)}{(2\pi\hbar)^3} + \frac{\varepsilon}{8\pi}\left(\left(\nabla\varphi_2^{(e)}\right)^2 - \left(\nabla\varphi_2\right)^2\right)\right)_{z=\xi} + \nabla\left(\frac{\nabla\xi\left(2+\kappa^2\xi^2+3(\nabla\xi)^2\right)}{2\sqrt{1+(\nabla\xi)^2}}\right) =$$

$$= \kappa^2\xi\sqrt{1+(\nabla\xi)^2}, \quad f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) = \frac{\theta\left(z-\xi(\boldsymbol{\rho})\right)g_s}{(2\pi\hbar)^3}\left\{1+e^{\frac{\varepsilon_{\mathbf{p}}-\mu+Q\varphi_1}{T}}\right\}^{-1}, \qquad \kappa^2 = \frac{\rho}{\alpha}(g+f),$$

$$\Delta\varphi_1^{(i)}(\mathbf{r}) + 4\pi Q n(\mathbf{r}) = 0,\ \Delta\varphi_2^{(i)}(\mathbf{r}) = 0, \qquad \Delta\varphi_3^{(i)}(\mathbf{r}) = 0,$$

$$\Delta\varphi_1^{(e)}(\mathbf{r}) = 0, \qquad \Delta\varphi_2^{(e)}(\mathbf{r}) = 0, \qquad \Delta\varphi_3^{(e)}(\mathbf{r}) = 0, \qquad (5)$$

де $\theta(z)$ - одинична функція Хевісайда, g - прискорення сили тяжіння, α - коефіцієнт поверхневого натягу рідкого діелектрику, ρ - його густина, а f - константа Ван дер Вальса, що змінюється пропорційно d^{-4}, і якою у випадку масивної плівки діелектрика ($d \to \infty$) можна знехтувати порівняно з g. Для тонких плівок діелектрика сила тяжіння, що діє на атоми дівелектрика стає незначною порівняно з силами Ван дер Ваальса. Нижче систему рівнянь самоузгодження (5) буде доповнено граничними умовами для потенціалоів і полів на границях $z = \xi(\boldsymbol{\rho})$ і $z = -d$.

У підрозділі 2.3 сформульовано очікуваний сценарій фазового переходу з утворенням просторово-періодичних структур у системі заряджених частинок над поверхнею рідкого діелектрика, та доповнено систему рівнянь самоузгодження (5) граничними умовами для потенціалів φ_j та $\varphi_j^{(e)}$.

Зовнішнє електриче поле $E^{(e)}$, що притягує заряди до плоскої поверхні рідкого діелектрику, може приводити до утворення плоского прогину на ній в області дії цього поля. Отже, така деформація може характеризуватись параметром $\bar{\xi}$ - глибиною опускання плоскої поверхні. Якщо вважати, що поверхня недеформованого діелектрика лежить у площині $z = 0$, то $\bar{\xi}$ має бути від'ємною ($\bar{\xi} < 0$). Подальше зростання $E^{(e)}$ збільшує $\left|\bar{\xi}\right|$, причому $\left|\bar{\xi}\right| < d$. Поверхня дна деформації лишається плоскою до певного критичного значення поля $E_c^{(e)}$. Згідно з таким сценарієм фазового переходу в околі $E_c^{(e)}$ профіль поверхні рідкого диэлектрика у фазі з меншою симетрією має вигляд [2-6]:

$$\xi(\boldsymbol{\rho}) = \bar{\xi} + \tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho}), \qquad \left|\bar{\xi}\right| >> \left|\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho})\right|. \tag{6}$$

де $\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho})$ є просторово-неоднорідним профілем поверхні, що утворився у результаті фазового переходу на фоні плоскої поверхні $z = \bar{\xi}$. Отже, $\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho})$ є параметром порядку розглянутого фазового переходу. У симметричній фазі ця величина дорівнює нулю. Граничні умови для потенциалів φ_j на межах $z = \xi(\boldsymbol{\rho})$ та $z = -d$ запишемо у вигляді:

$$\varphi_1(z,\boldsymbol{\rho})\Big|_{z=\xi} = \varphi_2(z,\boldsymbol{\rho})\Big|_{z=\xi}, \qquad \varphi_2(z,\boldsymbol{\rho})\Big|_{z=-d} = \varphi_3(z,\boldsymbol{\rho})\Big|_{z=-d},$$

$$\Big((\mathbf{n}(\boldsymbol{\rho})\cdot\nabla)\left\{\varepsilon\varphi_2(z,\boldsymbol{\rho}) - \varphi_1(z,\boldsymbol{\rho})\right\}\Big)_{z=\xi} = 0, \qquad \left\{\varepsilon\frac{\partial\varphi_2(z,\boldsymbol{\rho})}{\partial z} - \varepsilon_d\frac{\partial\varphi_3(z,\boldsymbol{\rho})}{\partial z}\right\}_{z=-d} = 0,$$

$$\Big((\mathbf{n}(\boldsymbol{\rho})\cdot\nabla)\left\{\varepsilon\varphi_2^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho}) - \varphi_1^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})\right\}\Big)_{z=\xi} = 0, \quad \left\{\varepsilon\frac{\partial\varphi_2^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})}{\partial z} - \varepsilon_d\frac{\partial\varphi_3^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})}{\partial z}\right\}_{z=-d} = 0,$$

$$\varphi_1^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})\Big|_{z=\xi} = \varphi_2^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})\Big|_{z=\xi}, \quad \varphi_2^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})\Big|_{z=-d} = \varphi_3^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})\Big|_{z=-d}, \tag{7}$$

де $\mathbf{n}(\boldsymbol{\rho}) = \left(1 + (\nabla\xi)^2\right)^{-1/2}\left\{-\frac{\partial\xi}{\partial x}, -\frac{\partial\xi}{\partial y}, 1\right\}$ - вектор нормалі до поверхні у точці $\boldsymbol{\rho}$. За умови справедливості формул (5) - (7) розподіл зарядів і полів у системі має слабко відрізнятися від випадку плоскої поверхні діелектрика $z = \bar{\xi}$. Тоді потенціали сумарного φ_j та зовнішнього $\varphi_j^{(e)}$ полів $j = 1,2,3$ матимуть вигляд:

$$\varphi_j(z,\boldsymbol{\rho}) = \bar{\varphi}_j(z) + \tilde{\varphi}_j(z,\boldsymbol{\rho}), \qquad \varphi_j^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho}) = \bar{\varphi}_j^{(e)}(z) + \tilde{\varphi}_j^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho}),$$
$$\left|\bar{\varphi}_j(z)\right| >> \left|\tilde{\varphi}_j(z,\boldsymbol{\rho})\right|, \qquad \left|\bar{\varphi}_j^{(e)}(z)\right| >> \left|\tilde{\varphi}_j^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})\right|. \tag{8}$$

Розглянемо випадок просторово-періодичного профілю поверхні $\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho})$:

$$\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{\mathbf{q}\neq 0}\xi_{\mathbf{q}}e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}, \quad \xi_{\mathbf{q}} = \int\frac{d\boldsymbol{\rho}e^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}}{(2\pi)^2}\xi(\boldsymbol{\rho}), \qquad \bar{\xi} \equiv \langle\xi(\boldsymbol{\rho})\rangle,\ \tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho}) = \xi(\boldsymbol{\rho}) - \langle\xi(\boldsymbol{\rho})\rangle, \tag{9}$$

де, $\langle\ldots\rangle$ - усереднення за періодами. Зважаючи на (5)-(9), шукатимемо $\tilde{\varphi}_j(z,\boldsymbol{\rho})$ і $\tilde{\varphi}_j^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})$ також у періодичному вигляді, аналогічному (9).

Для опису фазового переходу, необхідно знайти залежність параметру порядку $\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho})$ від параметрів T, $E^{(e)}$, n_s поблизу критичних значень T_c, $E_c^{(e)}$, n_{sc} засобами теорії збурень за малими параметрами $\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho})$, $\tilde{\varphi}_j(z,\boldsymbol{\rho})$ і $\tilde{\varphi}_j^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})$. Підставляючи (6), (8) і враховуючи (9) у рівняння (5), (7) і розкладаючи їх за $\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho})$, $\tilde{\varphi}_j(z,\boldsymbol{\rho})$ і $\tilde{\varphi}_j^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})$, а також $T - T_c$, $E^{(e)} - E_c^{(e)}$, $n - n_{sc}$, можна здобути рівняння опису просторової структури поверхні рідкого діелектрика, розподіли зарядів і полів у несиметричній фазі біля критичної поверхні. Для здобутку параметру порядку $\tilde{\xi}_{\mathbf{q}}$ необхідно залучити три перші порядки теорії збурень. Будемо шукати $\tilde{\xi}_{\mathbf{q}}$ ($\tilde{\varphi}_{j\mathbf{q}}(z)$ і $\tilde{\varphi}_{j\mathbf{q}}^{(e)}(z)$ аналогічно) у вигляді:

$$\tilde{\xi}_{\mathbf{q}}(z)=\sum_{l=1}^{\infty}\tilde{\xi}_{\mathbf{q}}^{(l)}, \qquad \Delta(q)=\begin{cases}0, & q\neq 0\\ 1, & q=0\end{cases}, \tag{10}$$

$$\tilde{\xi}_{\mathbf{q}}^{(1)}=\tilde{\xi}_{q_0}^{(1)}\left(\Delta(q-q_0)+\Delta(q+q_0)\right) \qquad \tilde{\xi}_{\mathbf{q}}^{(2)}=\tilde{\xi}_{2q_0}^{(2)}\left(\Delta(q-2q_0)+\Delta(q+2q_0)\right).$$

Величини $\tilde{\varphi}_{j\mathbf{q}}^{(1)}(z)$ і $\tilde{\varphi}_{jq_0}^{(1)}(z)$, $\tilde{\varphi}_{j\mathbf{q}}^{(2)}(z)$ і $\tilde{\varphi}_{j2q_0}^{(2)}(z)$, $\tilde{\varphi}_{j\mathbf{q}}^{(e)(1)}(z)$ і $\tilde{\varphi}_{jq_0}^{(e)(1)}(z)$, $\tilde{\varphi}_{j\mathbf{q}}^{(e)(2)}(z)$ і $\tilde{\varphi}_{j2q_0}^{(e)(2)}(z)$ пов'язані аналогічно (10). Крім того, у (10) для простоти виникаюча періодична структура вважалась одновимірною з періодом уздовж осі x рівним a, тому $q_0=q_{0x}=2\pi/a$.

У **третьому розділі** досліджено систему заряджених частинок над плоскою поверхнею діелектричної плівки, як у випадку квазінейтральної системи, коли зовнішнє електричне поле компенсується на нескінченності полем частинок, так і у випадку зарядженої системи, коли поля зарядів недостатньо для компенсації зовнішнього поля на нескінченності. Дослідження проводилось як у випадку невиродженого газу Фермі-частинок, так і з виходом за межі статистики Больцмана.

У підрозділі 3.1 здобуто вирази для розподілів потенціалу, електричного поля у системі та концентрації частинок невиродженого газу у випадку зарядженоої системи, коли поле частинок (електронів) на нескінченності є недостатнім, щоб скомпенсувати зовнішнє притискуюче електричне поле [1-3]:

$$\bar{\varphi}_1(z)=\varphi_0-E_\infty\left(z-\bar{\xi}\right)-2E_\infty z_0\ln\frac{1-X(z)}{1-X\left(\bar{\xi}\right)}, n(z)=\frac{E_\infty^2}{8\pi T}\frac{4X(z)}{\left(1-X(z)\right)^2},\ z_0=\frac{T}{eE_\infty},$$

$$X(z)\equiv\frac{E_0-E_\infty}{E_0+E_\infty}e^{\left(\bar{\xi}-z\right)/z_0},\ E_0=-\bar{\varphi}_1'(z)\Big|_{z=\bar{\xi}},\ E_\infty=-\lim_{z\to+\infty}\bar{\varphi}_1'(z),\ \varphi_0=\bar{\varphi}_1\left(z=\bar{\xi}\right). \tag{11}$$

Відповідні розподіли отримано у результаті розв'язку системи рівнянь самоузгодження (5), (8), у головному наближенні за малими параметрами $\tilde{\xi}(\boldsymbol{\rho})$, $\tilde{\varphi}_j(z,\boldsymbol{\rho})$ і $\tilde{\varphi}_j^{(e)}(z,\boldsymbol{\rho})$ та у випадку невиродженості газу електронів:

$$\nu^{-1}T^{-5/2}en_s\left(E^{(e)}+2\pi en_s\right)<<1, \qquad n_s=\int_{\xi}^{\infty}dzn(z), \tag{12}$$

де $\nu=\sqrt{2}\pi^{-2}a_0^{-3/2}e^{-3}$, а $a_0\equiv\hbar^2/me^2$ - перший Борівський радіус, m і e - маса і заряд електрона відповідно. Видно, що газ буде невиродженим у випадку високих температур, малих притискуючих полів та низького значення кількості електронів над одиницею площі поверхні діелектрика n_s.

У підрозділі 3.2 досліджено невироджену систему заряджених частинок у квазінейтральному випадку над плоскою поверхнею діелектричної плівки. Випадком квазінейтральності системи вважається ситуація, коли зовнішнє притискуюче поле компенсується полем заряджених частинок на значній відстані від поверхні діелектрика, отже $E_\infty=-\lim_{z\to+\infty}\bar{\varphi}_1'(z)=0$. У даному випадку рівняння (5), (8) мають аналітичний розв'язок [4]:

$$\bar{\varphi}_1(z)=\varphi_0-2e^{-1}T\ln\left(1+\left(z-\bar{\xi}\right)/2z_0\right),\qquad E_1(z)=\frac{4\pi e n_s}{1+\left(z-\bar{\xi}\right)/2z_0},$$

$$n(z)=\frac{n_s}{2z_0}\left(1+\left(z-\bar{\xi}\right)/2z_0\right)^{-2},\ z_0=\frac{T}{4\pi e^2 n_s}. \tag{13}$$

Як видно з (13), електричне поле у квазінейтральному випадку спадає обернено пропорційно відстані від поверхні діелектрика на відміну від випадку зарядженої системи, де електричне поле експоненційно спадає до фіксованого значення E_∞.

У термінах введених вище величин може бути сформульовано і критерій невиродженості електронного газу над поверхнею плівки рідкого діелектрику (див (3.5) і (3.7)):

$$2^{3/2}n_s^2a_0^4\left(\frac{\pi e^2}{Ta_0}\right)^{5/2}<<1. \tag{14}$$

Видно, що ця нерівність порушується у випадку низьких температур і сильних зовнішніх притискуючих полів. Вираз для концентрації у (13) дозволяє дати фізичне трактування параметру z_0. Із цією метою наведемо залежність величини $\Delta(z)=\dfrac{1}{n_s}\displaystyle\int_{\bar{\xi}}^{z}n(x)dx$ від відстані до поверхні діелектричної плівки z.

Дана величина характеризує частку частинок, що знаходяться на висоті не вище z від поверхні діелектрика від повного числа частинок над його поверхнею. Із залежності (13) та виду функції $\Delta(z)$ випливає, що величина $\Delta(2z_0)=0,5$. Іншими словами, на відстані $2z_0$ від поверхні діелектрика міститься половина всіх частинок системи. Значення ж $\Delta(20z_0)\approx 0,9$, $\Delta(200z_0)\approx 0,99$ дають можливість вважати, що на відстані $20z_0$ від поверхні діелектрика (не кажучи вже про $200z_0$) частинки практично відсутні (з точністю 10% і 1% відповідно). В області електричних полів і температур, які відповідають умові невироджені газу зарядів (14), величина $2z_0\approx 10^{-7}\,см$, тобто, близько 10 ангстрем.

У підрозділі 3.3 виконано вихід за межі статистики Больцмана при описі квазінейтральної системи заряджених частинок над плівкою рідкого діелектрика та вивчено вплив товщини плівки діелектрика на характеристики фази системи. Отримані розподіли електричного поля у просторі над діелектричною поверхнею та концентрації частинок мають вигляд [5]:

$$E_1(z)=\frac{T2^{5/4}}{ea_0}\left(\frac{Ta_0}{\pi e^2}\right)^{1/4}\left(-Li_{5/2}\left(-e^{\chi(z)}\right)\right)^{1/2},$$

$$n(z)=-\left(\frac{Ta_0}{\pi e^2}\right)^{3/2}\frac{Li_{3/2}\left(-e^{\chi(z)}\right)}{\sqrt{2}a_0^3},\qquad \bar{\xi}=-\frac{\left(4\pi e n_s\right)^2}{8\pi\alpha\left(\kappa(d)\right)^2}\left(1+\frac{3}{4\varepsilon}\right). \tag{15}$$

У (15) уведено спеціальну пологарифмічну функцію $Li_{s+1}(t)$, пов'язану з інтегралом Фермі-Дірака $I_s(t)$:

$$I_s(\chi) = -Li_{s+1}\left(-e^{\chi}\right), \quad I_s(\chi) = \frac{1}{\Gamma(s+1)}\int_0^{\infty}\frac{x^s dx}{1+e^{x-\chi}}. \tag{16}$$

У (15) $\chi(z) = \left(\mu + e\bar{\varphi}_1(z)\right)/T$ - обезрозмірений електрохімічний потенціал, який може бути визначений у квадратурах

$$\frac{a_0}{2^{5/4}}\left(\frac{\pi e^2}{Ta_0}\right)^{1/4}\int_{\chi_0}^{\chi} d\chi'\left(-Li_{5/2}\left(-e^{\chi'}\right)\right)^{-1/2} = \bar{\xi} - z, \quad \chi_0 = \chi\left(z = \bar{\xi}\right), \tag{17}$$

і задовольняє умові нормування для визначення залежності $\chi_0(T, n_s)$

$$n_s = \left(\frac{Ta_0}{\pi e^2}\right)^{5/4}\frac{\left(-Li_{5/2}\left(-e^{\chi_0}\right)\right)^{1/2}}{2^{3/4}a_0^2}. \tag{18}$$

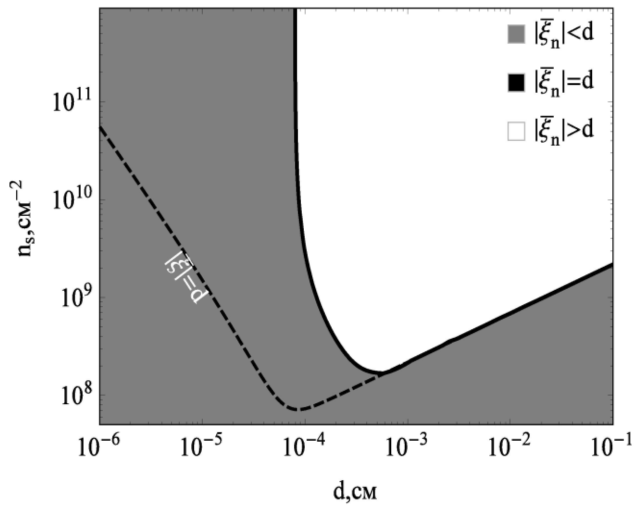

Рис. 1. Діаграма стійкості плоскої поверхні гелієвої плівки до деформацій, що порушують її рівновагу у площині $\{d, n_s\}$ з урахуванням «ефективної» товщини.

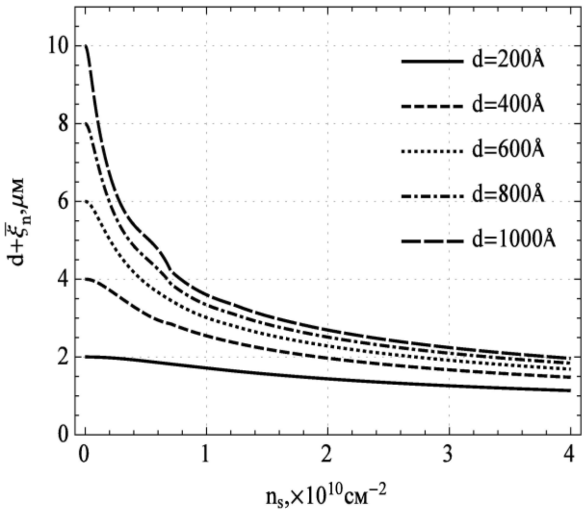

Рис. 2. Залежність ефективної товщини гелієвої плівки від n_s.

Слід зазначити, що у випадку, коли $\left|\bar{\xi}\right|$ стає одного порядку з d, реальна, або «ефективна» товщина плівки дорівнює $d - \left|\bar{\xi}\right|$. Цей ефект зменшення реальної товщини діелектричної плівки потрібно врахувати обчислюючи $\bar{\xi}$ в (15) замінивши d на $d - \left|\bar{\xi}\right|$. Така заміна призведе до необхідності залучення чисельних методів для знаходження розв'язку $\bar{\xi}_n$ рівняння, що враховує даний ефект:

$$\bar{\xi}_n = -\frac{\left(4\pi e n_s\right)^2}{8\pi\alpha\left(\kappa\left(d - \left|\bar{\xi}_n\right|\right)\right)^2}\left(1 + \frac{3}{4\varepsilon}\right). \tag{19}$$

Вважаючи природну умову $d<\left|\bar{\xi}\right|$, критерієм стійкості системи зарядів над плоскою поверхнею діелектрика, з рис (1) видно, що у площині $\{d,n_s\}$ врахування ефективної товщини плівки гелію значно розширює область стійкості $d<\left|\bar{\xi}_n\right|$ порівняно з випадком $d<\left|\bar{\xi}\right|$. Чисельно знайдена ефективна товщина плівки гелію $d-\left|\bar{\xi}_n\left(n_s,d\right)\right|$ слабко залежить від n_s по мірі зростання цього параметра починаючи із значень n_s близьких до $5\cdot 10^{10}\,см^{-2}$, для плівок товщиною d порядку $10^{-6}\div 10^{-5}\,см$ (див. рис. (2)), що узгоджується із даними експерименту [1*] та результатами інших підходів [2*].

У підрозділі 2.4 рзглянуто випадок зарядженої системи, коли поля заряджених частинок недостатньо, щоб скомпенсувати зовнішнє притискуюче поле на значній відстані від поверхні діелектрику $E_\infty\neq 0$. Також виконано вихід за межі статистики Больцмана. Відповідно до зазначених умов, розв'язки для потенціалу в квадратурах, та електричного поля мають наступний вигляд [6]:

$$\int\limits_{\chi_0}^{\chi} d\chi'\left\{1-2^{5/2}Li_{5/2}\left(-e^{\chi'}\right)\frac{z_0^2}{a_0^2}\left(\frac{a_0T}{\pi e^2}\right)^{1/2}\right\}^{-1/2}=\frac{\bar{\xi}-z}{z_0},\qquad z_0=T/eE_\infty\,,$$

$$E_1\left(z\right)=E_\infty\left\{1-2^{5/2}Li_{5/2}\left(-e^{\chi(z)}\right)\frac{z_0^2}{a_0^2}\left(\frac{a_0T}{\pi e^2}\right)^{1/2}\right\}^{1/2},\qquad (20)$$

а вираз для концентрації $n\left(z\right)$ збігається з відповідним виразом у (15), де $\chi\left(z\right)$ слід замінити розв'язком першого рівняння у (20). Знаходження цього розв'язку потребує залучення чисельних методів, у результаті чого можуть бути знайдені також розподіли концентрації та електричного поля. Остання залежність проілюстрована на рис.(3) і (4).

Розглянутий у даному підрозділі випадок можна вважати узагальненням результатів, здобутих у попередніх підрозділах. Дійсно, граничний перехід $E_\infty\to 0$, приводить до результатів , здобутих у квазінейтральному випадку (див. (15)), розглянувши наближення $\exp\left(\left(\varepsilon-\psi\right)/T\right)>>1$, або

$$\Delta_n=2^{1/2}\pi^{3/2}e^4a_0^{3/2}T^{-5/2}n_sE^{(e)}<<1,\qquad (21)$$

можна здобути результати, здобуті для невиродженого газу зарядів у зарядженому (11) та квазінейтральному (13) випадках (в останньому випадку також слід спрямувати $E_\infty\to 0$). Дані переходи відображені на рис. (3) і (4).

Визначимо умову застосовності квазікласичного наближення, в якому проводиться вихід за межі статистики Больцмана, а також є справедливим застосування функції розподілу у (5), що залежить одночасно від координати $\mathbf{r}$ та імпульсу $\mathbf{p}$ ферміона. Припустивши, що середня довжина хвилі де Бройля $\langle\lambda\rangle$ значно менша середньої відстані між частинками, яка може мати мінімальний порядок $n\left(\bar{\xi}\right)^{-1/3}$, бо $n\left(z\right)$ має максимум при $z=\bar{\xi}$, оцінивши $\langle\lambda\rangle$

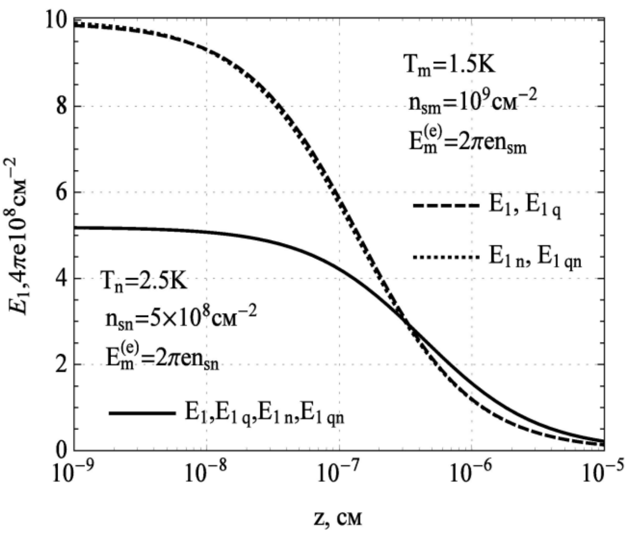

Рис. 3. $E_1(z)$ *у квазінейтральному випадку (15), (*$E_\infty = 0$*, нижній індекс «q»). Нижній індекс «n» у випадку невиродженого газу (11), «nq»-(13)*

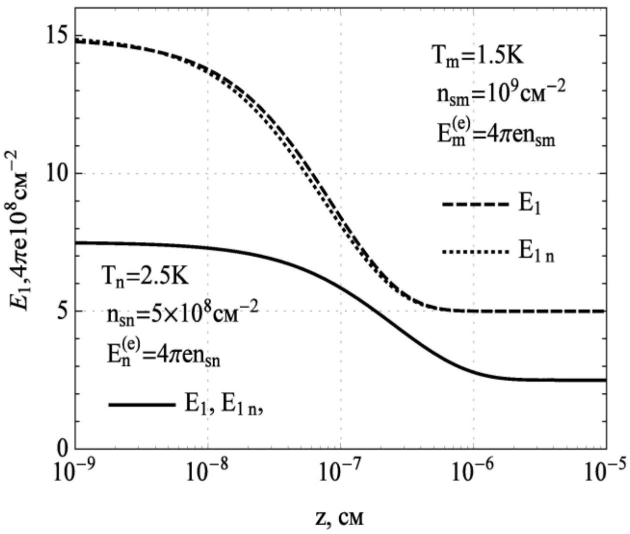

Рис. 4. $E_1(z)$ *у «зарядженому випадку» випадку (15), (*$E_\infty > 0$*). Нижній індекс «n» у випадку невиродженого газу (11) за умови (21).*

за порядком $\hbar \cdot \left\langle p^2 \right\rangle^{-1/2}$ з принципу невизначеності Гейзенберга, та визначивши середнє значення $\left\langle p^2 \right\rangle = \int d^3 r d^3 p f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}) p^2 \Big/ \int d^3 r d^3 p f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r})$, здобудемо

$$2^{1/12} 3^{-1/2} \pi^{1/4} e^{3/2} a_0^{3/4} T^{-3/4} n_s^{1/2} \left(-Li_{3/2}\left(-e^{\chi(\bar{\xi})}\right)\right)^{1/3} \left(\int_{\bar{\xi}}^{\infty} dz \left(-Li_{5/2}\left(-e^{\chi(z)}\right)\right)\right)^{-1/2} << 1. \quad (22)$$

У **четвертому розділі** досліджено критичні параметри фазового переходу системи заряджених частинок над поверхнею рідкого діелектрика до просторово періодичних станів у одномірному випадку. Отримано рівняння критичної поверхні фазового переходу у просторі параметрів - зовнішнього притискуючого електричного поля, температури і кількості частинок над одиницею поверхні діелектрика. Поблизу критичної поверхні отримано величину параметра порядку фазового переходу - амплітуди просторово-періодичного збурення профілю поверхні рідкого діелектрика для макроскопічних структур одноперіодичного типу.

У підрозділі 4.1 у межах першого порядку теорії збурень здобуто вираз для критичної поверхні фазового переходу в зазначеному вище просторі у невиродженій системі електронів у випадку «зарядженої» задачі ($E_\infty > 0$) [2,3]:

$$\frac{q_0\left(E_0^2 - E^{(e)2}\right)}{4\pi\varepsilon} \frac{C^2 f_1 + C f_2 + f_3}{C^2 g_1 + C g_2 + g_3} - \alpha\left(\kappa^2 + q_0^2\right) = 0. \quad (23)$$

Для спрощення запису у формулі (4.13) уведено такі позначення:

$$f_1 \equiv (\varepsilon - 1)\left(-(\varepsilon-1)(2x)^2 + 2x + (\varepsilon+1)y\right), \;\; f_2 \equiv 2\varepsilon\left(-(\varepsilon-1)(2x)^2 + \varepsilon(2x+1) + y\right),$$

$$f_3 \equiv \left[-\left(\varepsilon^2 - 1\right)(2x)^2 + 2x\left(2\varepsilon^2 + 3\varepsilon + 1\right) + 2\varepsilon(\varepsilon+2) - y\left(\varepsilon^2 + 2\varepsilon - 1\right)\right],$$

$$g_1 \equiv (\varepsilon-1)\left((\varepsilon-1)2x(2x+1)-y\right),\quad g_2 \equiv 2\left((\varepsilon^2-1)2x(2x+1)-y\right),\qquad x \equiv \frac{q_0 T}{eE_0},$$

$$g_3 \equiv (1+\varepsilon)\left((1+\varepsilon)2x(2x+1)+y\right),\quad y \equiv 1-\frac{E^{(e)2}}{E_0^2},\qquad C=\frac{\varepsilon_d-\varepsilon}{\varepsilon_d+\varepsilon}e^{-2q_0\left(d+\bar{\xi}\right)}. \quad (24)$$

Зважаючи на громіздкий вид коефіцієнтів, для обчислення зв’язку між $E^{(e)}, n_s, T$, що входять до них, необхідне залучення чисельних методів. Такі розрахунки було проведено на основі експерименту [3*], згідно з яким при зовнішньому полі в 1820 В/см і температурі 4,2 К на поверхні плівки рідкого ^4He товщиною від 0,2 до 1,9 см спостерігалася гексагональна лункова ґратка з періодом $a \approx 1{,}76\,мм$ з числом електронів порядку 10^7 у кожній лунці. Вважаючи елементарну комірку гексагональної ґратки ромбом з ребром a і кутом при вершині $\pi/3$, оцінка дає $n_s \approx 0{,}37\cdot 10^9\,см^{-2}$, а підстановка $E^{(e)}=1820\,В/см$, $q_0=2\pi/a$, $d=1см$, $T=4{,}2\,K$, у (23) дає $n_s \approx 0{,}84\cdot 10^9\,см^{-2}$. Порівняння розрахункових і експериментальних значень величини n_s носить якісний характер, адже формула (23) була здобута поблизу точки фазового переходу, а в експерименті [3*] йдеться про розвинуту просторово-періодичну структуру.

У підрозділі 4.2 отримано вирази для критичних параметрів фазового переходу у невиродженій системі заряджених частинок над поверхнею рідкого діелектрика у квазінейтральному випадку. А саме - вираз для критичної поверхні фазового переходу та його параметра порядку поблизу цієї фазової поверхні. Відповідно до розв’язку лінійного наближення системи рівнянь самоузгодження рівняння фазової поверхні має вигляд [4]:

$$\frac{E^{(e)2}}{8\pi z_0}\left(1-(1+y_0)G(q_0)+y_0(1+C)\left(F(q_0)+F^{(e)}(q_0)\right)\right)=\alpha\left(\kappa^2+q_0^2\left(1+\frac{\kappa^2\bar{\xi}^2}{2}\right)\right), \quad (25)$$

де введені наступні позначення

$$G(q_0)=\frac{y_0\left(1-C+(\varepsilon-1)(C+1)y_0\right)}{(1-C)\left(1+y_0+y_0^2\right)+y_0\varepsilon(1+C)(1+y_0)},\qquad y_0=2q_0 z_0,$$

$$F(q_0)=\frac{1+y_0+\left(\varepsilon^{-1}-1\right)\left(1+y_0+y_0^2\right)}{(1-C)\left(1+y_0+y_0^2\right)+y_0\varepsilon(1+C)(1+y_0)},\ F^{(e)}(q_0)=\frac{\left(1-\varepsilon^{-1}\right)}{\left(\varepsilon(1+C)+1-C\right)}. \quad (26)$$

Оцінки рівняння (25) показують, що у подібній системі просторово періодичні структури з’являються, починаючи з $n_s \approx 1{,}153\cdot 10^9\,см^{-2}$ та мають період близько $a=2\pi/q_0 \approx 0{,}23см$. Перша гармоніка Фур'є образу відхилення концентрації газу частинок від рівноважного значення, що виникає внаслідок появи періодичних структур, на поверхні рідкого діелектрика має вигляд $\tilde{n}^{(1)} \approx -2q_0 n\left(\bar{\xi}\right)\tilde{\xi}^{(1)}$. Різні знаки у $\tilde{n}^{(1)}$ та $\tilde{\xi}^{(1)}$ вказують, що над лунками на поверхні діелектрику утворюються згустки концентрації, та навпаки – пагорбам на поверхні діелектрику відповідають розрідження концентрації.

У підрозділі 4.3 виконано дослідження впливу товщини плівки рідкого діелектрика на критичні параметри фазового переходу з виходом за межі статистики Больцмана у квазінейтральній системі заряджених частинок над поверхнею діелектричної плівки.

Для даного випадку фазова поверхня має наступній вигляд [5]:

$$\frac{n}{n_s}\left(1-G(q_0)+(1+C)y_0\left(F(q_0)+\frac{F^{(e)}(q_0)}{4}\right)\right)=\frac{4\pi\alpha}{E_0^2}\left(\kappa^2+q_0^2\left(1+\frac{\kappa^2\overline{\xi}^2}{2}\right)\right),$$

$$F(q_0)=\frac{\left(\varepsilon^{-1}-1\right)Li_{3/2}\left(-e^{\chi_0}\right)+Li_{5/2}\left(-e^{\chi_0}\right)2z_0 n/n_s}{\left(Li_{5/2}\left(-e^{\chi_0}\right)\varepsilon y_0(1+C)+(1-C)Li_{3/2}\left(-e^{\chi_0}\right)\right)},\quad y_0=2q_0T/(eE_0),$$

$$G(q_0)=\frac{Li_{5/2}\left(-e^{\chi_0}\right)\left((1-C)2z_0 n/n_s+y_0(1+C)(\varepsilon-1)\right)}{\left(Li_{5/2}\left(-e^{\chi_0}\right)\varepsilon y_0(1+C)+(1-C)Li_{3/2}\left(-e^{\chi_0}\right)\right)}. \qquad (27)$$

Процедура знаходження такої фазової поверхні виходить за межі аналітичних розрахунків і вимагає залучення чисельних методів, в результаті чого можна отримати залежності, представлену на рис. (5) і (6). Згідно рис.(5) при $T=3{,}5\mathrm{K}$ періодичні структури з $q_0\approx 27см^{-1}$ мають з'являтись при $n_{sc}>1{,}2\cdot10^9 см^{-2}$, що відповідає періоду прямої ґратки $a=2\pi q_0^{-1}\approx 0{,}28см$ (у експерименті [7*] при $T=3{,}5\mathrm{K}$, $a=0{,}24см$). Як і в експерименті [8*], з рис.(5), видно, що $E_c^{(e)}$ (а отже і n_{sc} у квазінейтральноми випадку) спадає з ростом температури T.

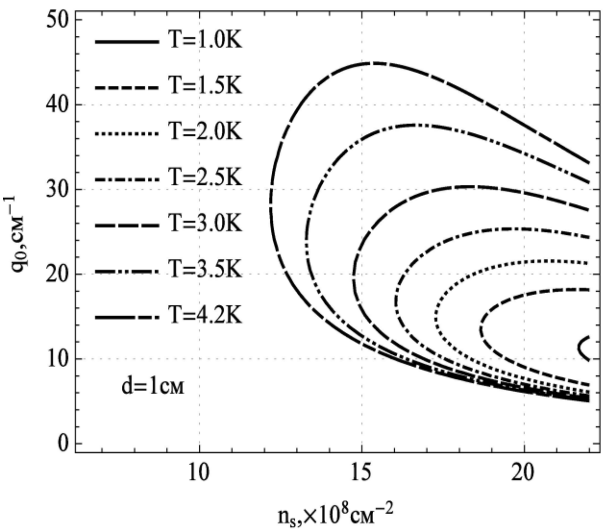

Рис. 5. Фазові криві $q_0=q_0(n_{sc})$ (27) для різних температур, для масивної плівки рідкого гелію товщиною $d=1см$.

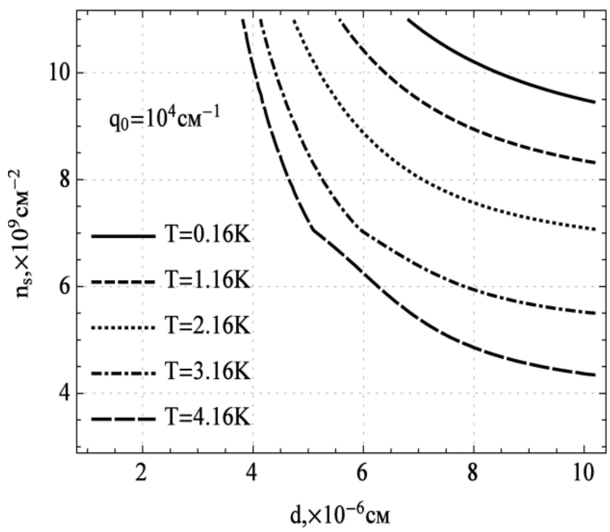

Рис. 6. Фазові криві $n_{sc}=n_{sc}(d)$ (27) для різних температур, для тонкої плівки рідкого гелію товщиною $d=10^{-6}см$.

Чисельні оцінки рівняння (27) при $T=0{,}1K$ і $d=10^{-6}см$ показують, що в інтервалі $n_{sc1}\le n_s\le n_{sc2}$ ($n_{sc1}\approx10^{11}см^{-2}$ і $n_{sc2}\approx 2{,}4\cdot10^{12}см^{-2}$) можуть існувати періодичні структури і n_{sc1} можна трактувати як точку зародження періодичної структури, а n_{sc2} - як точку їх зникнення (плавлення). Здобуте значення n_{sc2} близьке за порядком до результатів роботи [4*] ($n_{sc2} \approx 1,37 \cdot 10^{12} см^{-2}$), а залежності $n_{sc}(d)$ на рис. (6) якісно узгоджуються зекспериментом [5*]. Однак, в області великих концентрацій і низьких температур даний підхід потребує уточнень, оскільки у цій області суттєву роль можуть відігравати квантові ефекти.

У підрозділі 4.4 виконано вихід за межі статистики Больцмана при описі критичних параметрів фазового переходу у системі заряджених частинок над поверхнею плівки рідкого діелектрика у зовнішньому притискуючому полі, яке не компенсується повністю полем частинок на нескінченній відстані від діелектричної поверхні. У даному випадку критична поверхня у просторі $T, E^{(e)}$ і n_s, а також модуля вектора трансляції оберненої ґратки q_0 виникаючої періодичної структури визначаються наступними виразами [6]:

$$(1+\varepsilon)E_0^2 F(q_0) + E_1^{(e)2} F^{(e)}(q_0) = \frac{4\pi\alpha\kappa^2}{q_0(C+1)}\left(1+\frac{q_0^2}{\kappa^2}\left(1+\frac{\kappa^2\bar{\xi}^2}{2}\right)\right),$$

$$G(q_0) = \frac{\bar{\varphi}_1''(1-C)+(\varepsilon-1)E_0 q_0(1+C)}{\bar{\varphi}_1''(1-C)+E_0\varepsilon q_0(1+C)}, F(q_0) = \frac{\bar{\varphi}_1''/\varepsilon}{\bar{\varphi}_1''(1-C)+E_0\varepsilon q_0(1+C)}. \quad (28)$$

Підставляючи експериментальні дані роботи [6*] ($T = 4,2K$, $q_0 = 2\pi/0,176 см^{-1}$, $n_s \le 3,73 \cdot 10^8 см^{-2}$ (див. розділ 4.1) і $d > 0,2 см$) у формулу (28), здобудемо $E_c^{(e)} = 1689\, В/см$, що з 94% точністю збігається з експериментальним значенням $E_c^{(e)} = 1790 \pm 40\, В/см$ (див. рис. (7)). При згаданих значеннях T, n_s і $E_c^{(e)}$ ліва сторона нерівності (22) складає $0,096$, що значно менше одиниці, отже у даному випадку використання квазікласичного опису є цілком обґрунтованим. Аналогічні розрахунки у порівнянні з даними експериментальної роботи [7*] ($T = 2,5K$, $n_s = 0,92 \cdot 10^8 см^{-2}$, $q_0 = 2\pi/0,24 см^{-1}$ та $d > 0,1 см$) дають $E_c^{(e)} = 2563\, В/см$ на основі формули (28), що складає 98% від експериментального значення $E_c^{(e)} = 2600\, В/см$. Ліва сторона нерівності (22) складає $0,107$, що також виправдовує застосування квазікласичного наближення у цьому випадку.

Чисельні оцінки величини параметра порядку $\tilde{\xi}^{(1)}$ поблизу критичних значень $E_c^{(e)}$, T_c, n_{sc} і q_0 можна здобути з третього порядку теорії теорії збурень. Методика здобутку третього порядку наведена у роботі [4], а у даному підрозділі наведено результати для зарядженої системи, згідно з якими $\tilde{\xi}^{(1)} \propto \sqrt{E^{(e)}/E_c^{(e)} - 1}$. Коефіцієнт пропорційності має дуже громіздкий вигляд, і обчисливши його при $T = 4,2K$, n_s порядку $10^8 см^{-2}$ і $E_c^{(e)} = 1931\, В/см$, здобудемо залежність $\tilde{\xi}^{(1)}(E^{(e)})$ (див. рис.(8)). Дана залежність добре узгоджується з експериментом [7*] поблизу $E_c^{(e)}$, однак із ростом $E^{(e)}$ величина $\tilde{\xi}^{(1)}\left(E^{(e)}\right)$ перестає бути малою і згадана теорія збурень перестає бути застосовною.

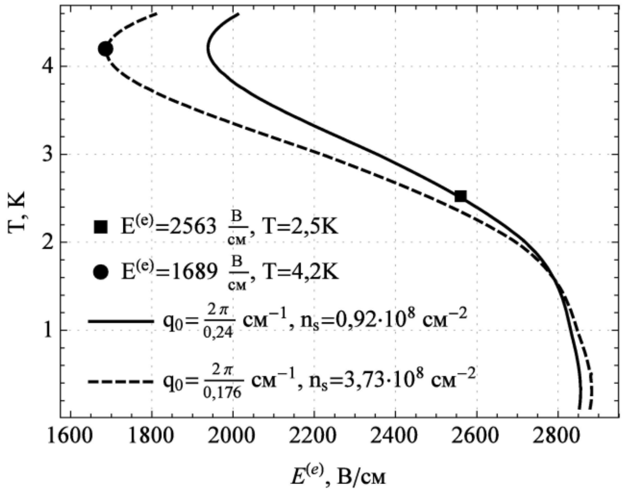

Рис. 7. Фазові криві у площині $\left\{T,E^{(e)}\right\}$ для разних значень параметрів q_0, n_s і d. ● - дані експерименту [6]; ■- експерименту [7*].*

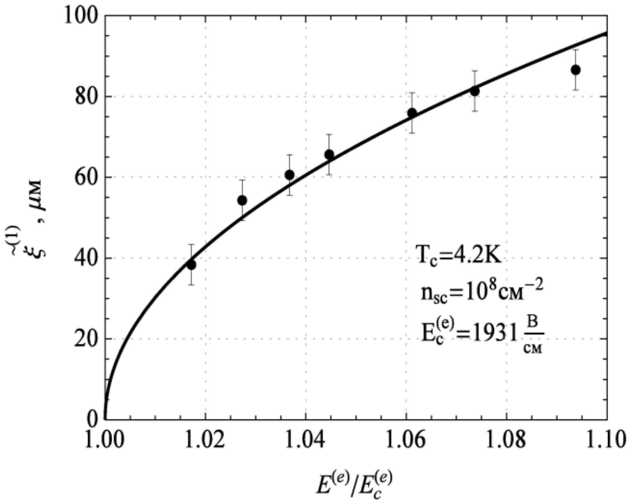

Рис. 8. Амплітуда збурень поверхні діелектрика $\tilde{\xi}^{(1)}\left(E^{(e)}\right)$. Суцільна крива здобута в теорії збурень даного підходу, ●- дані експеримету [7]*

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розвинено мікроскопічний підхід, що дозволяє описувати фізичні характеристики рівноважної системи заряджених частинок над поверхнею рідких діелектриків у зовнішньому електричному полі виходячи з послідовного статистичного опису системи великого числа частинок. На відміну від наявних досі підходів до опису подібних систем, заснованих на уявленні про відокремлений заряд над поверхнею діелектрика, розвинений у дисертації підхід не містить модельних потенціалів і підгінних констант, що вводяться у вищезазначених підходах при переході до опису системи великого числа частинок. Запропонований підхід може мати досить загальний характер стосовно типів заряджених частинок і діелектриків, над якими заряди розташовуються, проте в якості системи, що використовується для ілюстрації можливостей розробленого підходу, обрано газ електронів над поверхнею рідкого гелію.

До основних результатів, отриманих у дисертаційній роботі, можна віднести наступні:

1. Побудовано мікроскопічну теорію на основі перших принципів статистичної механіки для опису системи заряджених фермі-частинок над поверхнею рідкого діелектрика в зовнішньому електричному полі без використання модельних уявлень про потенціали сил, діючих на окремий заряд над поверхнею зазначеного діелектрика. Методика підходу враховує можливість фазового переходу до станів із просторово-неоднорідними структурами у зазначеній системі.

2 Сформульовано варіаційний принцип, що дозволяє побудувати систему рівнянь самоузгодження, які описують дану систему за можливості фазового

переходу до станів із просторово-періодичними структурами і пов'язують основні параметри її опису - функцію розподілу заряджених частинок, потенціал електричного поля, профіль поверхні рідкого діелектрика.

3. У межах запропонованого підходу здобуто вирази для розподілу концентрації зарядів, потенціалу й напруженості електричного поля системи у випадку плоскої поверхні рідкого діелектрика, як для невиродженого газу частинок, так і з урахуванням виходу за межі статистики Больцмана. Отримано умову застосовності квазікласичного опису даної системи.

4. Досліджено розподіл електричного поля системи і показано, що для невиродженого газу електричне поле експоненційно спадає до фіксованого значення у випадку зарядженої системи і зменшується обернено пропорційно відстані від поверхні діелектрика у випадку квазінейтральної системи.

5. Досліджено здобутий розподіл концентрації зарядів і показано, що відстань від поверхні гелію, нижче якої зосереджена переважна кількість електронів, за порядком величини є порівняною з характерною відстанню локалізації окремого електрона в основному стані над поверхнею гелію.

6. Одержано у межах запропонованого підходу рівняння для критичної поверхні фазового переходу до просторово-періодичного стану у системі, яке визначає зв’язок між критичними параметрами фазового перетворення – зовнішнім електричним полем, температурою та кількістю частинок над одиницею площі поверхні діелектрика.

7. Здобуто вираз для параметра порядку фазового перетворення – профілю поверхні - поблизу зазначеної критичної поверхні та показано, що його величина змінюється пропорційно квадратному кореню із напруженості зовнішнього електричного поля.

8. Проаналізовано залежність характеристик системи в околі фазового перетворення від товщини плівки рідкого діелектрику, величини притискуючого поля й концентрацій зарядів над поверхнею, допустимих із точки зору стійкості системи. Показано, зокрема, що для відносно тонких плівок діелектрика їх ефективна товщина слабко залежить від величини притискуючого поля, а діапазон допустимих концентрацій зарядів над поверхнею значно розширюється у порівнянні з випадком масивного діелектрика.

Таким чином, мета дисертаційної роботи досягнута, поставлені завдання повністю розв'язані.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковано основні результати дисертації:

1. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. On equilibrium charge distribution above dielectric surface. *Condensed Matter Physics*. 2009. V. 12. № 1. P.19-34.

2. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V., Kirdin A.I. On phase transitions in the system of charged Fermi particles above the liquid dielectric surface. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2012. V. 57. № 1. P. 288-291.

3. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V., Kirdin A.I. The Thomas-Fermi model in the theory of systems of charged particles above the surface of liquid dielectrics. *Journal of Mathematical Physics*. 2012. V. 53. P. 103302 (22 p.).

4. Slyusarenko Yu.V., Lytvynenko D.M. The theory of spatially periodic equilibrium states in quasi-neutral system of charges above the surface of liquid dielectric. *Journal of Physical Studies.* 2015. V. 19. № 3. P.3601 (16 p.).

5. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. Analyzing the equilibrium states of a quasi-neutral spatially inhomogeneous system of charges above a liquid dielectric film based on the first principles of quantum statistics. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2017. V. 50. P. 315202 (35 p.).

6. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V., Kirdin A.I. On the spatially periodic ordering in the system of electrons above the surface of liquid helium in an external electric field. *Condensed Matter Physics*. 2018. V. 21. № 3. P. 33601 (12 p.).

7. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. On equilibrium charge distribution above dielectric surface. *Statistical Physics. Modern Trends and Applications*: Programme and abstracts of the 3rd Conference on Statistical Physics, Lviv, Ukraine, 23-25 June, 2009. Lviv, 2009. P. 186. (Доповідач).

8. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. On phase transitions in the system of charged Fermi particles above the liquid dielectric surface. *Quantum Electrodynamics and Statistical Physics (QEDSP2011):* Book of abstracts of the 3rd International Conference on Quantum Electrodynamics and Statistical Physics, Kharkiv, Ukraine, 29 August – 2 September, 2011. Kharkiv, 2011. P. 161. (Доповідач).

9. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. The theory of phase transitions in the system of charged Fermi-particles above liquid dielectric surface. *Statistical Physics. Modern Trends and Applications*: Book of Abstracts of the 4-th Conference on Statistical Physics, Lviv, Ukraine, 3-6 July, 2012. Lviv, 2012. P. 143. (Доповідач).

10. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. Spatial periodic structures in the system of charged Fermi-particles above the surface of liquid dielectrics. *Physics of Disordered Systems*: Proceedings of VI International Conference on Physics of Disordered Systems, Lviv, Ukraine, 14-16 October, 2013. Lviv, 2013. P. 70. (Доповідач).

11. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. The theory of spatially periodic equilibrium states in the quasi-neutral system of charges above the liquid dielectric surface. *Physics of Liquid Matter*. *Modern Problems*: Book of Abstracts of the 6th International Conference on Physics of Liquid Matter, Kyiv, Ukraine, 23-27 May, 2014. Kyiv, 2014. P. 244. (Доповідач).

12. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. On the spatially periodic equilibrium states in the quasi-neutral system of charges above the surface of liquid dielectric. *Low Temperature Physics*: Conference Program and Abstracts Book of the V International Conference for Young Scientists, Kharkiv, Ukraine, 2-6 June, 2014. Kharkiv, 2014. P. 108. (Доповідач).

13. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. Phase transitions in quasi-neutral system of charges above the surface of liquid dielectric. *Low Temperature Physics*: Conference Program and Abstracts Book of the VI International Conference for

Young Scientists, Kharkiv, Ukraine, 6-10 June, 2015. Kharkiv, 2015. P. 76. (Доповідач).

14. Lytvynenko D.M., Slyusarenko Yu.V. On the influence of liquid dielectric film thickness on the characteristics of spatially periodic structures in a gas of charged particles above its surface. *Physics of Liquid Matter. Modern Problems:* Book of Abstracts of the 7th International Conference on Physics of Liquid Matter, Kyiv, Ukraine, 27-30 May, 2016. Kyiv, 2016. P. 182. (Доповідач).

15. Lytvynenko D.M. Analysis of influence of liquid dielectric film thickness on the characteristics of the phase transition to a spatially periodic structure in a gas of charged particles above it. *Low Temperature Physics*: Conference Program and Abstracts Book of the VII International Conference for Young Scientists, Kharkiv, Ukraine, 6-10 June, 2016. Kharkiv, 2016. P. 109. (Доповідач).

СПИСОК ЦИТОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1*. Etz H., Gombert W., Idstein W., Leiderer P. Stability of Charged 4He Films. *Phys. Rev. Lett.* 1984. V.53, № 27. P.2567-2570.

2*. Hu X.L., Dahm A.J. Stability of charged thin helium films. *Phys. Rev. B.* 1990. V.42, № 4. P.2010-2013.

3*. Leiderer P., Wanner M. Structure of the dimple lattice on liquid ^{4}He. *Physics Letters A.* 1979. V.73, № 3. P. 189-192.

4*. Peeters F.M., Platzman P.M. Electrons on Films of Helium: a QuantumMechanical Two-Dimensional Fermion System. *Phys. Rev. Lett.* 1983. V.50, №.25. P. 2021-2023.

5*. Mistura G., Gunzler T., Neser S., Leiderer P. Microwave study of screened two-dimensional electron crystals on helium films. *Phys. Rev. B.* 1997. V.56, № 13. P.8360-8366.

6*. Leiderer P.,Wanner M. Structure of the dimple lattice on liquid ^{4}He. *Physics Letters A.* 1979. V.73, №3. P. 189-192.

7*. Leiderer P., Ebner W., Shikin V.B. Macroscopic electron dimples on the surface of liquid helium. *Surf. Sci.* 1982.V.113. P.405-411.

8*. Ebner W., Leiderer P. Development of the Dimple Instability on Liquid 4He. *Phys. Lett. A.* 1980. Vol.80, No.4. P.277-280.

АНОТАЦІЯ

Литвиненко Д.М. Статистична теорія систем заряджених частинок над поверхнею діелектриків. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за фахом 01.04.02 – теоретична фізика. Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, Харків, 2019.

У дисертаційній роботі побудовано мікроскопічну теорію на основі перших принципів статистичної механіки для опису системи заряджених фермі-частинок над поверхнею рідкого діелектрика в зовнішньому електричному полі без використання модельних уявлень про потенціали сил, діючих на окремий заряд над поверхнею зазначеного діелектрика. Методика

підходу враховує можливість фазового переходу до станів із просторово-неоднорідними структурами у зазначеній системі. Сформульовано варіаційний принцип, що дозволяє побудувати систему рівнянь самоузгодження, які описують дану систему за можливості фазового переходу до станів із просторово-періодичними структурами і пов'язують основні параметри її опису - функцію розподілу заряджених частинок, потенціал електричного поля, профіль поверхні рідкого діелектрика. У межах запропонованого підходу здобуто вирази для розподілу концентрації зарядів, потенціалу й напруженості електричного поля системи у випадку плоскої поверхні рідкого діелектрика, як для невиродженого газу частинок, так і з урахуванням виходу за межі статистики Больцмана. Отримано умову застосовності квазікласичного опису даної системи. Досліджено розподіл електричного поля системи і показано, що для невиродженого газу електричне поле експоненційно спадає до фіксованого значення у випадку зарядженої системи і зменшується обернено пропорційно відстані від поверхні діелектрика у випадку квазінейтральної системи. Досліджено здобутий розподіл концентрації зарядів і показано, що відстань від поверхні гелію, нижче якої зосереджена переважна кількість електронів, за порядком величини є порівняною з характерною відстанню локалізації окремого електрона в основному стані над поверхнею гелію. Одержано у межах запропонованого підходу рівняння для критичної поверхні фазового переходу до просторово-періодичного стану у системі, яке визначає зв’язок між критичними параметрами фазового перетворення – зовнішнім електричним полем, температурою та кількістю частинок над одиницею площі поверхні діелектрика. Здобуто вираз для параметра порядку фазового перетворення – профілю поверхні - поблизу зазначеної критичної поверхні та показано, що його величина змінюється пропорційно квадратному кореню із напруженості зовнішнього електричного поля. Проаналізовано залежність характеристик системи в околі фазового перетворення від товщини плівки рідкого діелектрику, величини притискуючого поля й концентрацій зарядів над поверхнею, допустимих із точки зору стійкості новоутвореної несиметричної фази. Показано зокрема, що для відносно тонких плівок діелектрика їх ефективна товщина слабко залежить від величини притискуючого поля, а діапазон допустимих концентрацій зарядів над поверхнею значно розширюється у порівнянні з випадком масивного діелектрика.

Ключові слова: заряджені частинки, поверхня діелектрику, рідкий гелій, електричне поле, варіаційний принцип, рівняння самузгодження, електрони, статистика Фермі, розподіл Больцмана, фазовій перехід, просторово-періодична структура.

ABSTRACT

Lytvynenko D.M. Statistical theory of charged particles above dielectric surface. – Manuscript.

Thesis for scientific degree of candidate of science in physics and mathematics by speciality 01.04.02 – theoretical physics. – National Scientific Center “Kharkiv

Institute of Physics and Technology” of National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, 2019.

The dissertation is devoted to a consistent construction of the statistical approach to the description of the of charged fermion system above liquid dielectric surface in an external electric field and the phase transitions to spatially periodic structures in such systems. The variation principle is formulated, which allows to obtain a system of self-consistent equations that relates the main parameters of the system description - the distribution function of particles, the electric field potential and the profile of liquid dielectric surface. In terms of the proposed approach the expressions for the concentration of charges, electric field and potential, were obtained in the case of non-degenerate gas and in the case of going beyond Boltzmann's statistics. The applicability condition for the quasiclassical description is obtained, where going beyond the Boltzmann statistics is valid. It is shown that in the case of charged system of charges the electric field decays exponentially to a fixed value and in the quasineutral case the electric field decreases inversely proportional to the distance from the dielectric surface. The obtained concentration distribution of charges shows that the dominant part of electrons are located below the distance from the helium surface, which is comparable to the distance of a single electron the localization in the ground state above the helium surface. The phase transition critical surface depending on external electric field, temperature and the number of fermions above the dielectric surface area unit is obtained for the system of one-period structures. The order parameter of the considered phase transition being the amplitude of one-period perturbation of the liquid dielectric surface near the critical surface is obtained. It obtained order parameeter has a square root dependence on the external clamping field. In terms of the proposed approach, the equilibrium state of the electrons above a thin helium film in a quasineutral case is researched. It is shown that the available number of electrons per helium surface area unit is substantially larger than the corresponding value in the case of massive helium. It is shown that for thin helium films and large electron number above the surface area unit , their thickness does not change significantly with the further electron number growth. The possibility of periodic structures appering in such systems is shown.

Key words: charged particles, dielectric surface, electric field, variation principle, self-consistent equations, Boltzmann distribution, Fermi statistics, phase transition, spatially periodic structure, massive helium, electrons.

АННОТАЦИЯ

Литвиненко Д.М. Статистическая теория систем заряженных частиц над поверхностью диэлектриков. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт» НАН Украины, Харьков, 2019.

В диссертационной работе построена микроскопическая теория на основе первых принципов статистической механики для описания системы заряженных ферми-частиц над поверхностью жидкого диэлектрика во внешнем электрическом поле без использования модельных представлений о потенциале сил, действующих на отдельный заряд над поверхностью указанного диэлектрика. Методика подхода учитывает возможность фазового перехода к состояниям с пространственно-неоднородными структурами в указанной системе. Сформулирован вариационный принцип, позволяющий построить систему уравнений самосогласования, которые описывают данную систему с возможностью фазового перехода к состояниям с пространственно-периодическими структурами и связывают основные параметры ее описания - функцию распределения заряженных частиц, потенциал электрического поля, профиль поверхности жидкого диэлектрика. В рамках предложенного подхода получено выражение для распределения концентрации зарядов, потенциала и напряженности электрического поля системы в случае плоской поверхности жидкого диэлектрика, как для невырожденного газа частиц, так и с учетом выхода за пределы статистики Больцмана. Получено условие применимости квазиклассического описания данной системы. Исследовано распределение электрического поля системы и показано, что для невырожденного газа электрическое поле экспоненциально убывает к фиксированному значению в случае заряженной системы и уменьшается обратно пропорционально расстоянию от поверхности диэлектрика в случае квазинейтральной системы. Исследовано полученное распределение концентрации зарядов и показано, что расстояние от гелия, ниже которого сосредоточено основное количество электронов, по порядку величины сравнимо с характерным расстоянием локализации отдельного электрона в основном состоянии над поверхностью гелия. Получено в рамках предложенного подхода уравнение для критической поверхности фазового перехода к пространственно-периодического состояния в системе, которое определяет связь между критическими параметрами фазового перехода - внешним электрическим полем, температурой и количеством частиц над единицей площади поверхности диэлектрика. Получено выражение для параметра порядка фазового перехода - профиля поверхности - вблизи указанной критической поверхности и показано, что его величина изменяется пропорционально квадратному корню из напряженности внешнего электрического поля. Проанализирована зависимость характеристик системы в окрестности фазового перехода от толщины пленки жидкого диэлектрика, величины прижимающего поля и концентрации зарядов над поверхностью, допустимых с точки зрения устойчивости новообразованной несимметричной фазы. Показано, что для относительно тонких пленок диэлектрика их эффективная толщина слабо зависит от величины прижимаюшего поля, а диапазон допустимых концентраций зарядов над поверхностью значительно расширяется по сравнению со случаем массивного диэлектрика.

Ключевые слова: заряженные частицы, поверхность диэлектрика, жидкий гелий, электрическое поле, вариационный принцип, уравнения самосогласования, электроны, статистика Ферми, распределение Больцмана, фазовой переход, пространственно-периодическая структура.