ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ХОЛОДОВ Роман Іванович

УДК 530.145:537.533:539.9

ДИСЕРТАЦІЯ

РЕЗОНАНСНІ І ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ЕФЕКТИ В ПРОЦЕСАХ КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ В СИЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

01.04.02 - теоретична фізика
фізико-математичні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук. Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

____________________ /Р.І.Холодов/

Суми - 2019

АНОТАЦІЯ

Холодов Р.І. Резонансні і поляризаційні ефекти в процесах квантової електродинаміки в сильному магнітному полі – кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика (104 – Фізика та астрономія). – Інститут прикладної фізики Національної академії наук України, Суми, 2019.

Дисертаційна робота присвячена теоретичному дослідженню елементарних процесів квантової електродинаміки (КЕД): (синхротронне випромінювання (СВ), однофотонне народження e^+e^- (позитрон-електронної) пари (ОНП), розсіяння фотона на електроні (РФЕ), двофотонне синхротронне випромінювання (ДСВ), двофотонне народження e^+e^- пари (ДНП), однофотонне народження e^+e^- пари з випромінюванням фотона (ОНПВ), народження e^+e^- пари електроном (НПЕ), каскадне народження e^+e^- пари фотоном з подальшою анігіляцією в один фотон (КНПАП)) в сильному магнітному полі з поляризованими частинками і фотонами. Розроблено методи аналізу спін-поляризаційних ефектів (ефектів впливу поляризації початкових фотонів на напрямок спінів кінцевих частинок і навпаки вплив спінів початкових частинок на поляризацію кінцевих фотонів), резонансних ефектів (ефектів пов'язаних з виходом частинок у проміжних станах на массову оболонку) в процесах КЕД в сильному магнітному полі та створено теорію руху зарядженої частинки в замагніченому електронному газі з анізотропною температурою з врахуванням впливу знака заряду. Дисертаційна робота містить вісім наукових розділів.

В першому розділі проведено огляд робіт і проаналізовано сучасний стан досліджень процесів КЕД в сильному магнітному полі.

В другому розділі розроблено методику вивчення спін-поляризаційних ефектів. Вивчено спін-поляризаційні ефекти у процесах випромінювання

фотона електроном (СВ) і народження електрон-позитронної пари фотоном (ОНП). Показано, що в ультраквантовому наближенні (з частинками на низьких рівнях Ландау) в процесі СВ електрона поляризація випромінювання збігається з поляризацією, одержаною в рамках класичної електродинаміки, якщо електрон не змінює напрямку спіна і знаходиться або в основному, або в інверсному спіновому стані, при цьому імовірність в першому випадку більша. Спін-фліп процес в основний спіновий стан (з проекцією спіна проти поля μ=-1) змінює лінійну поляризацію випромінювання з нормальної (з параметром Стокса ξ_3=-1) на аномальну (ξ_3=+1) і в h разів ($h=H/H_0=e\hbar H/m^2c^3$, H-магнітне поле) менший за основний процес. Спін-фліп процес в інверсний спіновий стан дуже малий і становить частку ~h^3 від основного процесу. Врахування спін-фліп процесу зменшує ступінь поляризації випромінювання на величину ~h. Показано, що в ультрарелятивістському наближенні в процесі СВ у випадку z>1 ($z=H\varepsilon/H_0m$, ε - енергія електрона, z~1 відповідає енергії ε ~10TeB в магнітному полі ~$10^6$$\Gamma c$) поляризація випромінювання від спочатку поляризованого пучка електронів суттєво залежить від енергії електрона, проекції його спіна і частоти випромінювання. Для початкових електронів зі спінами, що направлені проти поля, ступінь поляризації випромінювання монотонно падає з ростом z. Для електронів в інверсному спіновом стані ступінь поляризації випромінювання як функція z має суттєво немонотонний характер. Випромінювання в площині орбіти змінює поляризацію від нормальної до аномальної і, навпаки, при поступовому збільшенні енергії електрона (з ростом z). Показано, що в процесі ОНП для аномально поляризованого фотона (ξ_3=+1) народжені e^+e^- пари повністю орієнтовані в основні спінові стани. За винятком малого інтервалу ~h поблизу ξ_3=-1 ступінь орієнтації злегка порушений на величину h. У вузькому інтервалі значень поблизу нормальної поляризації фотона ξ_3=-1 спінова орієнтація народжених частинок залежить від різниці їх енергій. Частинки не поляризовані, якщо їх енергії однакові. З меншою енергією частинки народжуються переважно в основний спіновий стан.

В третьому розділі в процесі розсіяння фотона на електроні (РФЕ) в магнітному полі вивчено спін-поляризаційні ефекти в резонансних умовах, тобто вивчено вплив поляризації початкових фотонів як на поляризацію випромінювання, так і на спінові стани кінцевих електронів для різних спінових станів початкового електрона. Вивчено процес випромінювання двох фотонів електроном в магнітному полі (ДСВ) в резонансних умовах з поляризованими фотонами і певними значеннями проекцій спіна електронів. Аналіз процесів РФЕ і ДСВ проведено в ультраквантовому наближенні. Показано, що з точністю до h резонансна частота початкового (кінцевого) фотона кратна циклотронній і дорівнює відстані між рівнями Ландау початкового (кінцевого) і проміжного електронів. З точністю до h^2 частота початкового фотона в резонансі крім номерів рівнів Ландау частинок, також залежить від полярних кутів початкового і кінцевого фотонів. Врахування поляризації фотонів не впливає на умови виникнення резонансів. Проміжний електрон в резонансних умовах має певне значення проекції спіна. Диференціальні імовірности процесу РФЕ і процесу ДСВ (без перевороту спіна) поблизу резонансних умов факторизуються і приведені до форми Брейта-Вігнера. Відмінністю "спін-флипа" РФЕ від СВ є те, що імовірності перевороту спіна в РФЕ в основний і інверсний стани близькі за величиною, в той час як в процесі СВ переворот в інверсний спіновий стан пригнічений. Електрони зі спінами орієнтованими спочатку проти поля (в основному стані) випромінюють повністю поляризовані фотони з поляризацією як в процесі СВ. Якщо початкові фотони мають нормальну лінійну поляризацію $\xi_3=-1$, то порушення ступеня поляризації електронів пропорційно h. Якщо початкові фотони аномально лінійно поляризовані $\xi_3=+1$, спіни електронів орієнтуються по полю. Електрони зі спінами орієнтованими по полю випромінюють частково поляризовані фотони, ступінь деполяризації випромінювання пропорційний h і залежить від рівня Ландау кінцевого електрона.

Запропоновано схему поляризатора пучка електронів, де напрямки спінів електронів змінюються в процесі РФЕ в магнітному полі пропорційно зміні поляризації електромагнітної хвилі. Лінійно поляризована електромагнітна хвиля міліметрового діапазону (λ=2.5*мм*) потужністю 10*кВт* в магнітному полі 40*кГс* повністю поляризує пучок електронів за час τ=10^{-10}*с* на ділянці розміром 2*мм*.

В четвертому розділі вивчено процес двофотонного народження e^+e^- пари (ДНП) з урахуванням спінів частинок і поляризацій фотонів в області резонансу. Аналізується вплив поляризації початкових фотонів на ступінь поляризації пучків кінцевих частинок. Проведено порівняння процесів ОНП і ДНП в магнітному полі H~10^{12}*Гс*, характерному для магнітосфери рентгенівських пульсарів і враховано поляризацію електронів і позитронів при генерації випромінювання e^+e^- плазми магнітосфери пульсара. Показано, що в процесі ДНП резонанс можливий поблизу порога, якщо частота жорсткого фотона перевищує суму енергій пари, а частота м'якого фотона кратна циклотронній. Найбільший переріз процесу відповідає народженню частинок в основні спінові стани. Він має максимальне значення, якщо м'який фотон нормально поляризований, а жорсткий фотон поляризований аномально. У випадку поля H=10^{12}*Гс* переріз процесу порядку томсонівського, ширина резонансу 30 *еВ*. В процесі з аномально лінійними поляризованими жорсткими фотонами (ξ_3=1) зміна лінійної поляризації м'яких фотонів у всьому діапазоні змінює орієнтування спінів електронів від повністю орієнтованих проти поля до повністю орієнтованих по полю, не змінюючи напрямку спіна позитрона. В процесі з нормально лінійно поляризованими жорсткими фотонами (ξ_3=-1) ступінь орієнтування спінів електронів не залежить від поляризації м'якого фотона і визначається тільки рівнями Ландау проміжної і кінцевих частинок. Для процесу з найнижчими можливими енергетичними рівнями електрони повністю неполяризовані, а першим збудженим рівням відповідає переважно нормальна спінова заселеність.

Врахування поля циклотронних фотонів на процес формування e^+e^- плазми в магнітосфері рентгенівського пульсара показало домінуючу роль резонансів в полі H=10^{12}*Гс* при характерній концентрації фотонів, що спростовує загальноприйняту точку зору про домінуючу роль процесу ОРП у формуванні магнітосфери. Врахування поляризації електронів і позитронів при генерації e^+e^- плазми магнітосфери пульсара змінює спектр СВ, збільшує низькочастотну частину спектру і зменшує високочастотну.

В п'ятому розділі побудована теорія процесу однофотонного народження електрон-позитронної пари з випромінюванням фотона (ОНПВ) з урахуванням спіна частинок в сильному зовнішньому магнітному полі в резонансних і нерезонансних умовах. Показано, що в процесі мають місце парні резонанси (наслідок наявності двох фейнманівських діаграм), відстань між якими багато менша відстані між сусідніми рівнями Ландау. Резонанс реалізується для будь-якої надпорогової частоти початкового фотона. В області парних резонансів частота кінцевого фотона дорівнює відстані між рівнями Ландау проміжного і кінцевого електрона (позитрона), при цьому має місце "інтерференція" двох фейнманівських діаграм. Повна імовірність процесу ОНПВ (процесу другого порядку) в області резонансу збігається з імовірністю однофотонного народження пари (процесу першого порядку). Оцінка імовірності в одиницю часу W в нерезонансній області поблизу порогу, коли частинки народжуються в основні енергетичні стани, для h=0.1 дає величину $W \approx 10^6 s^{-1}$, що на 4-и порядки менше імовірності процесу в межах окремого резонансу. Додавання кінцевого фотона в процесі ОНП в резонансній кінематиці не впливає на спіни кінцевих частинок.

В шостому розділі вивчено процес розповсюдження фотона в сильному магнітному полі, коли відбувається каскадне народження e^+e^- пари з подальшою анігіляцією (КНПАП). Проаналізовано ефект вакуумного подвійного променезаломлення (ВПП) в сильному магнітному полі. Показано, що в процесі КНПАП мають місце резонанси, якщо частота початкового фотона дорівнює сумі енергій проміжних електрона і позитрона, які знаходяться на фіксованих рівнях Ландау з нульовими поздовжніми імпульсами, при цьому на інтервалах рівних циклотронній частоті розташовані непоодинокі резонанси, а серія резонансів, для яких відстань між сусідніми піками ~h^2. В точці резонансу імовірність КНПАП дорівнює добутку імовірностей ОНП і анігіляції e^+e^- пари в фотон. Найбільша імовірність каскаду відбувається з фотонами аномально лінійної поляризації (ξ_3=1). Імовірність нерезонансного процесу КНПАП (між резонансами) для поля $h = 0.1$ на 5 порядків менше резонансного процесу. Фотони, що проходять область з магнітним полем, як без взаємодії з вакуумом, так і за участю в процесі КНПАП, складають два променя вакуумного подвійного променезаломлення. Після проходження області невеликих розмірів (коли зміна поляризації фотонів слабка), ефект ВПП збігається з класичною границею. Якщо первинний промінь фотонів неполяризований, тоді після проходження області з сильним магнітним полем через ВПП він придбає часткову аномальну лінійну поляризацію $\xi'_3 \neq 0$. В резонансних умовах в магнітному полі H=10^{13}*Гс* фотони повністю поляризуються після проходження області розміром L=1*мкм*.

В сьомому розділі вивчено процес народження e^+e^- пари електроном (НПЕ), тридент процес, поблизу порога в резонансних умовах. Знайдено імовірності процесу в резонансному випадку і проаналізовано вплив напрямку спіна початкового електрона на процес. Показано, що в імовірність НПЕ в одиницю часу поблизу порога головний внесок дає резонансна мода, коли проміжний фотон виходить на масову поверхню. У цьому випадку повна імовірність НПЕ факторизується і виражена через добуток імовірностей процесів першого порядку: СВ і ОНП. Найбільшу імовірність має випадок, якщо спін початкового електрона спрямований уздовж поля. Імовірність процесу НПЕ зі спіном початкового електрона проти поля має меншу величину на порядок малого параметра h. Імовірність НПЕ обернено пропорційна енергетичній ширині проміжного фотона. Зокрема, на порозі реакції, коли магнітне поле дорівнює $h = 0.1$, номер рівня Ландау початкового електрона l = 40, для імовірності НПЕ і ширини знайдено оцінку $W = 1.2 \cdot 10^4 c^{-1}$, $\Delta = 4 \cdot 10^{17} c^{-1}$. Побудовану теорія народження e^+e^- пари електроном в магнітному полі використовано для пояснення SLAC експерименту, в якому було зафіксовано близько 100 позитронів в 21962 подіях при зіткненнях пучка електронів з енергією 46.6 *ГеВ* з променем тераватного імпульсного лазера, з використанням теореми Нікішова-Рітуса, згідно з якою вигляд формул для імовірностей процесів КЕД в зовнішньому електромагнітному полі, виражених через калібрувальні інваріанти, для випадку ультрарелятивістських початкових частинок однаковий для будь-якої конфігурації зовнішнього електромагнітного поля. Здобуте значення 80 e^+e^- пар задовільно узгоджується з експериментальними результатами (106 ± 14 подій).

У восьмому розділі в рамках квантової теорії поля побудовано теорію руху важкої зарядженої частинки в електронному газі в сильному зовнішньому магнітному полі. Знайдено загальні вирази для втрат енергії зарядженої частинки при проходженні через електронний газ з урахуванням впливу, як зовнішнього магнітного поля, так і анізотропного розподілу електронів газу за швидкостями (анізотропної температури). Прості аналітичні формули здобуті для діелектричної сприйнятливості електронного газу і для втрат енергії зарядженої частинки в низькотемпературному (лінійному по анізотропній температурі) наближенні в слабкому і сильному зовнішніх магнітних полях. Показано, що в лінійному по температурі наближенні в сильному магнітному полі (плазмова частота << циклотронної) в виразі для втрат енергії с параметрами характерними для електронного охолодження доданки з поздовжньою компонентою температури в 10 разів перевищують поперечні. Головну роль в процесі втрат енергії відіграє поздовжня температура. Поперечний рух «вморожується» магнітним полем і не бере участі в процесі охолодження, при цьому поздовжня температура електронного пучка на кілька порядків нижче поперечної. Показано, що анізотропія температури електронного газу з параметрами характерними в

задачі електронного охолодження на порядок зменшує швидкість руху важкої зарядженої частинки відповідну максимуму процесу охолодження і збільшує в декілька раз силу тертя. Зменшення поздовжнього температури електронного пучка приводить до більш низьких швидкостей зарядженої частинки, які можна досягти при електронному охолодженні. Побудовано теорію руху від’ємно і додатньо заряджених частинок в електронному газі з урахуванням другого борнівського наближення. Показано, що втрати енергії антипротона більші, ніж протона. Різниця у втратах енергії різнойменних заряджених частинок зростає з ростом температури.

Ключові слова: Квантова електродинаміка, сильне магнітне поле, поляризація, спін-фліп, циклотронний резонанс, найнижчі рівні Ландау.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

1. Наукові статті, в яких опубліковано основні наукові результати

1. **Kholodov R.I.**, Baturin P.V. Polarization effect in synchrotron radiation in ultra-quantum approximation. УФЖ. 2001. Т.46. №5-6. С.621-626.
2. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Polarization effects in synchrotron radiation in strong magnetic field. Prob.Atom.Sci.Tech. 2001. №6(1). P.154-156.
3. Ворошило О.І., **Холодов Р.І.** Функція Гріна електрона в постійному однорідному магнітному полі і довільному полі плоскої хвилі. УФЖ. 2002. Т.47. №4. С.317-321.
4. Фомин П.И., **Холодов Р.И.** Резонансное двойное магнитотормозное излучение в сильном магнитном поле. ЖЭТФ. 2003. Т.123. №2. С.356-361; JETP. 2003. Vol.96. P.315-320.
5. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Photoproduction of the e^+e^- pair with photon emission kinematics in strong magnetic field. Prob. Atom.Sci.Tech. 2005. №6. P.43-45.
6. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonant photoproduction of e^+e^- pair with photon emission in strong magnetic field. Prob. Atom.Sci.Tech. 2007. №3. P.179-183.
7. Novak A.P., **Kholodov R.I.** Polarization Effects in the Photon-induced Process of Electron-Positron Pair Creation in a Magnetic Field. Studied in the Ultra-Quantum-Mechanical Approximation. УФЖ. 2008.Т.53. №2.С.187-195.
8. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Spin-polarization effects in the processes of synchrotron radiation and electron-positron pair production by a photon in a magnetic field. Phys. Rev. D. 2009. Vol.80. P.025025 (11pp.).
9. Новак О.П., **Холодов Р.И.,** Фомин П.И. Рождение электрон-позитронной пары электроном в магнитном поле вблизи порога процесса. ЖЭТФ. 2010. Т.137. №6. С.1120–1125.
10. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Electron-positron pair photo-production with radiation of a photon in magnetic field at nonresonant regime. Prob.Atom.Sci.Tech. 2012. №1. P.111-114.

11. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Threshold electron-positron pair production by a polarized electron in a strong magnetic field. Prob.Atom.Sci.Tech. 2012. №1. P.102-104.
12. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Electron-positron pair production by an electron in a magnetic field in the resonant case. Phys. Rev. D. 2012. Vol.86. P.105013 (6pp).
13. Vechirka V.P., Kravchenko S.M., Kul'ment'ev A.I., **Kholodov R.I.** Relaxation time of the particle beam with an anisotropic velocity distribution. Journal of Nano- and Electronic Physics. 2012. Vol.4. №3. P.03024 (3pp).
14. Дяченко М.М., Мирошніченко В.І., **Холодов Р.І.** Електрична сприйнятливість замагніченої електронної плазми з урахуванням анізотропії температури в рамках квантової теорії поля. Доповіді Національної академії наук України. 2012. № 10. С.70-76.
15. Khelemelya O.V., **Kholodov R.I.** Quantum field methods in the electron cooling. Prob.Atom.Sci.Tech. 2013. №3. P.53-57.
16. Хелемеля О.В., **Холодов Р.І.,** Мирошниченко В.І. Диелектрична модель енергетичних втрат важкої зарядженої частинки при русі в холодному замагніченому електронному газі. УФЖ. 2013. Т.58. №8. С.725-734.
17. Дяченко М.М., Новак О.П., **Холодов Р.І.** Порогове резонансне двофотонне народження e^-e^+ пари в сильному магнітному полі на найнижчі рівні Ландау. УФЖ. 2014. Т.59. №9. С.849-855.
18. Khelemelya O.V., **Kholodov R.I.** The influence of the anisotropic temperature of the electron gas on energy losses of a charged particle in a plasma. Prob.Atom.Sci.Tech. 2015. №1. P.69-72.
19. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Soliton-like solutions in scattering of electrons by an ion in magnetized plasma. Physica Scripta. 2015. Vol.90. P.045601(4pp).
20. Dyachenko M.M., Novak O.P., **Kholodov R.I.** Pair production in a magnetic field and radiation field in a pulsar magnetosphere. Mod.Phys.Lett A. 2015. Vol.30. №25. P.1550111(10pp).

21. Dyachenko M.M., Novak O.P., **Kholodov R.I.** Resonant generation of an electron–positron pair by two photons to excited Landau levels. ЖЭТФ. 2015. Т.148. №5. С.931-936; JETP. 2015. Vol.121. №5. P.813 - 819.
22. Dyachenko M.M., Novak O.P., **Kholodov R.I.** A cascade of e^-e^+ pair production by a photon with subsequent annihilation to a single photon in a strong magnetic field. Laser Phys. 2016. Vol.26. №6. P.066001(6pp).
23. Khelemelya O.V., **Kholodov R.I.** Stopping power of an electron gas with anisotropic temperature. Mod.Phys.Lett. A. 2016. Vol.31. №13. P.1650081 (10pp).
24. Dyachenko M.M., **Kholodov R.I.** Energy losses of positive and negative charget particles in electron gas. Mod.Phys.Lett. A. 2017. Vol.32. №6. P.1750031 (9pp).
25. Khelemelya O.V., **Kholodov R.I.** The influence of the external magnetic field on energy losses of a charged particle in an electron gas. Prob.Atom.Sci.Tech. 2017. №1. P.68-71.

2. Наукові праці апробаційного характеру

1. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Polarization effects in synchrotron radiation in strong magnetic field. The 1-st international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2001. October 30 -November 3. 2001: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2001. P.154-156.
2. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonance scattering of a photon by an electron and resonance radiation of two photons by an electron in the strong magnetic field. The 6-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2004. September 6-9. 2004: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2004. P. 134-136.
3. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonant photoproduction of the electron-positron pair with photon emission in strong magnetic field. The 7-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2005. September 15-17. 2005: proceedings. Yalta. Ukraine. 2005. P. 27-29.

4. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonant production of electron-positron pair by a photon with photon emission in strong magnetic field. International conference Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy. NPAE’2006. Mai 29-June 3. 2006: abstract. Kyiv. Ukraine. 2006. P. 82-83.
5. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Polarization and spin effects in Compton scattering in magnetic field. The 11-th International conference Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. MMET2006. June 26-29. 2006: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2006. P.463-465.
6. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonant photoproduction of e^+e^- pair with photon emission in magnetic field. The 2-nd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2006. September 19-23. 2006: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2006. P.89.
7. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Photoproduction of electron-positron pair in strong magnetic field under heavy ion collision. The XVIII-th international Baldin seminar on high energy physics problems. Baldin ISHEPP XVIII. September 25-30. 2006: abstract. Dubna. RF. 2006. P.52.
8. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Change of photon polarization in magnetic field. The 9-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2008. October 2–4. 2008: proceedings. Alushta. Crimea. Ukraine. 2008. P. 17-19.
9. Novak O. P., **Kholodov R. I.** Polarization and spin effects in processes of synchrotron radiation and pair creation in strong magnetic field. The 9-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2008. October 2 – 4. 2008: proceedings. Alushta. Crimea. Ukraine. 2008. P. 11-13.
10. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Nonresonant photoproduction of an electron-positron pair with radiation of a photon. The 10-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM’2010. September 12–14. 2010: proceedings. Sevastopol. Crimea. Ukraine. 2010. P. 229–231.

11. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Spin-polarization effects in QED-processes in a pulsar magnetosphere. The 10-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM’2010. September 12–14. 2010: proceedings. Sevastopol. Crimea. Ukraine. 2010. P. 232–234.
12. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Pair production by an electron to ground levels in a magnetic field. The 3-rd international conference Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy. NPAE’2010. June 7–12. 2010: abstract. Kyiv. Ukraine. 2010. P. 52.
13. Новак А.П., **Холодов Р.И.**, Фомин П.И. Образование электрон-позитронных пар электроном в магнитном поле вблизи порога процесса. IX-я конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям. 21-25 февраля. 2011: тезисы докладов. Харьков. 2011. С.77.
14. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Electron-positron pair photoproduction with radiation of a photon in magnetic field at nonresonant regime. The 3-rd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2011. August 29- September 2. 2011: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2011. P.71-72.
15. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Threshold electron-positron pair production by a polarized electron in a strong magnetic field. The 3-rd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2011. August 29-September 2. 2011: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2011. P.77-78.
16. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Soliton-like behavior of electrons in the electron cooling. The 12-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM’2013. September 11–13. 2013: proceedings. Sudak. Crimea. Ukraine. 2013. P. 61–63.
17. , Новак О.П., **Холодов Р.І.** Моделювання явищ в магнітосфері методом particle in cell. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2014. квітень 16-17. 2014: матеріали конференції. Суми. Україна. 2014, С.45-48.

18. Diachenko M.M., **Kholodov R.I.** Electron cooling of antiprotons with the second Born approximation. The 11-th Topical Workshop of the Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration. SPARC2014. October 13-17. 2014: abstract. Worms. Germany. 2014. P. 4.
19. Diachenko M.M., Novak O.P., **Kholodov R.I.** Two photon electron-positron pair production in magnetic field of colliding nuclei. The 11-th Topical Workshop of the Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration. SPARC2014. October 13-17. 2014: abstract. Worms. Germany. 2014. P. 5.
20. Khelemelia O.V., **Kholodov R.I.** The influence of the anisotropic temperature of the electron gas on energy losses of a charged particle in a plasmas. International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF-2014. September 15-18. 2014: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2014. P.62.
21. Novak O., Fomina A., **Kholodov R.** Modeling of electron reflection from the upper Jupiter magnetosphere. International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF 2014. September 15-18. 2014: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2014. P.80.
22. Хелемеля О.В., **Холодов Р.І.** Втрати важкої зарядженої частинки в плазмі з врахуванням температури електронного газу. Школа семінар «Багатомасштабне моделювання фізичних процесів у конденсованих середовищах». M3PhysProc 2014. жовтень 21-22. 2014: абстракт. Суми. Україна. 2014. С.28.
23. Хелемеля О.В., **Холодов Р.І.** Втрати зарядженої частинки в замагніченому електронному газі із врахуванням температури електронів. XXI щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України. січень 27-31. 2014: абстракт. Київ. Україна. 2014. С.157.
24. Дяченко М.М., **Холодов Р.І.** Резонансне народження електрон-позитронної пари двома фотонами в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2015. квітень 15-16. 2015: матеріали конференції. Суми. Україна. 2015. С. 25-27.

25. Хелемеля О.В., **Холодов Р.І.** Вплив анізотропної температури електронів на гальмівну здатність у плазмі. XXII щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України. січень 26-30. 2015: абстракт. Київ. Україна. 2015. С.156-157.
26. ДяченкоМ.М., **ХолодовР.І.** Резонансні ефекти при розповсюдженні фотонів в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ2016. квітень13-14. 2016: мат-ли конференції. Суми. Україна. 2016. С.77–78.
27. Нікішкін І.І., **Холодов Р.І.** Моделювання електрон-антипротонного газу в електростатичному наближенні методом PIC. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2016. квітень13-14. 2016: матеріали конференції. Суми. Україна. 2016. С.96–97.
28. Новак О.П., **Холодов Р.І.** Матричні елементи іонізації в полі двох центрів. XIV-я конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям. 22-25 марта. 2016: тезисы докладов. Харьков. 2016. С.23.
29. Khelemelia O.V., **Kholodov R.I.** The influence of the external magnetic field on energy losses of a charged particle in an electron gas, International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF-2016. September 12-15. 2016: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2016. P.74.
30. Дяченко М.М., **Холодов Р.І.** Каскадне народження електрон-позитронної пари фотоном та послідовна анігіляція в один фотон в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2017. 12-13 квітня. 2017: матеріали конференції. Суми. Україна. С. 22 – 23.

ABSTRACT

Kholodov R.I. Resonance and polarization effects in quantum electrodynamics processes in a strong magnetic field. – Manuscript.

Thesis for the Degree of Doctor of Science in physics and mathematics, speciality 01.04.02 – Theoretical Physics (104 – Physics and Astronomy). – Institute of Applied Physics, National Academy of Sciences of Ukraine, Sumy, 2019.

The thesis is devoted to the theoretical research of the elementary processes of quantum electrodynamics (synchrotron radiation (SR), one-photon production of a e^+e^- pair (OPP), photon scattering by an electron (PhSE), double synchrotron radiation (DSR), two-photon production of a e^+e^- pair (TPP), one-photon production of the e^+e^- pair with the emission of a photon (OPPE), a production of a e^+e^- pair by an electron (PPE), a cascade production of a e^+e^- pair by a photon followed by annihilation into one photon (CPPA)) in a strong magnetic field with polarized particles and photons. The methods of analyzing spin-polarization effects (influence of a polarization of the initial photons on a spin direction of the final particles and vice versa), resonance effects (effects, when the particle in an intermediate state goes to the mass shell) are developed in QED processes in a strong magnetic field. The theory of motion of a charged particle in a magnetized electron gas with an anisotropic temperature taking into account the influence of a charge sign is created. Dissertation work contains eight scientific sections.

In the first section, an overview of the works is carried out and the current state is analyzed for researches of processes of quantum electrodynamics in a strong magnetic field.

In the second section, the technique of studying spin-polarization effects is developed. Spin-polarization effects in a photon emission by an electron (SR) and electron-positron pair production by one photon (OPP) are studied. It is shown that in the ultraquantum approximation (with particles at low Landau levels) in the process of SR by an electron, the radiation polarization coincides with the polarization obtained in the classical electrodynamics, if the electron does not

change the direction of spin and is located either in the main or inverse spin state, with the greater probability in the first case. The spin-flip process to the main spin state (with spin projection against the field μ=-1) changes the linear polarization of radiation from normal (with the Stokes parameter ξ_3=-1) to abnormal one (ξ_3=+1) and in h times ($h=H/H_0=e\hbar H/m^2c^3$, H-magnetic field) less than the main process. The spin-flip process to the inverse spin state is very small and is a fraction about h^3 of the main process. Consideration of the spin-flip process reduces the degree of radiation polarization by an amount ~ h. It is shown that in SR process in ultrarelativistic approximation in the case z>1 ($z=H\varepsilon/H_0m$, ε - electron energy, z~1 corresponds to energy ε ~ 10TeV in a magnetic field ~$10^6$$\Gamma c$) the polarization of radiation from the initially polarized electron beam essentially depends on the electron energy, the projection of its spin, and the frequency of radiation. For the initial electrons with spins against the field the degree of polarization of radiation decreases monotonically with increasing z. For electrons in an inverse spin state, the degree of polarization of radiation as a function of z has a substantially non-monotonous character. Radiation in the orbital plane changes polarization from normal to abnormal and vice versa with a gradual increase in the energy of the electrons (with increasing z). It is shown that in the OPP process for abnormally polarized photons (ξ_3=+1) the e^+e^- pairs are produced fully oriented to the main spin states. With exception of a small interval ~h near ξ_3=-1, the degree of orientation is slightly disturbed by magnitude h. In the narrow range of values near the normal polarization of photons ξ_3=-1, the spin orientation of the produced particles depends on difference in their energies. The particles are unpolarized if their energies are the same. With less energy, the particles are produced predominantly in the main spin state.

In the third section, the spin-polarization effects in resonant conditions are studied in the process of scattering a photon on an electron (PhSE) in a magnetic field. That is, the effect of the polarization of the initial photons on both the polarization of radiation and on the spin states of the final electrons is studied for various spin states of the initial electron. The process of radiation of two photons by an electron in a magnetic field (DSR) is studied in resonant conditions with polarized photons and certain values of projections of electron spin. The analysis of the processes of PhSE and DSR is carried out in the Lower Landau Level approximation. It is shown that with accuracy up to magnitude h the resonance frequency of the initial (final) photon is a multiple cyclotron frequency and is equal to the distance between the Landau levels of the initial (final) and the intermediate electrons. With accuracy up to magnitude h^2 the frequency of the initial photon in resonance, in addition to the numbers of the Landau levels of the particles, also depends on the polar angles of the initial and final photons. Taking into account the polarization of photons does not affect the conditions for the occurrence of resonances. Intermediate electron in resonant conditions has a certain value of the spin projection. Differential probabilities of the PhSE process and the DSR process (without a spin flip) near the resonant conditions are factored into Breit-Wigner form. A distinctive feature of particle spin flip in the PhSE process from the SR process is that the probability of a spin flips in the RFE to the main and inverse states are close in magnitude, while in the SR process the spin flip to the inverse spin state is suppressed. Electrons in the initial state with spins oriented against field emit completely polarized photons with polarization as in the SR process. If the initial photons have normal linear polarization $\xi_3=-1$, then the violation of degree of electron polarization is proportional to h. If the initial photons have abnormal linear polarization $\xi_3=1$, then the electron spins are oriented along the field. Electrons with spins oriented along the field emit partially polarized photons, degree of radiation depolarization is proportional to h and depends on the Landau level of the finite electron. The scheme of a polarizer of an electron beam is proposed, where directions of electron spins are changed in the PhSE process in magnetic field in proportion to the change in polarization of the electromagnetic wave. The linearly polarized electromagnetic wave of the millimeter range ($\lambda =$ 2.5*mm*) with a power of 10 *kW* in a magnetic field of 40 *kGs* completely polarizes the beam of electrons during the time $\tau = 10^{-10}s$ in an area with the size 2*mm*.

In the fourth section, the process of two-photon production of e^+e^- pairs (TPP) is studied, taking into account spin particles and photon polarizations in the resonance region. Influence of polarization of the initial photons on the degree of polarization of the final particles is analyzed. Comparison of the OPP and TPP processes is carried out in the magnetic field H~$10^{12}Gs$, which is characteristic for a magnetosphere of X-ray pulsars, and the polarization of electrons and positrons is taken into account in the process of generation of radiation of e^+e^- plasma of magnetosphere of pulsar. It is shown that in the TPP process a resonance near threshold is possible if the frequency of a rigid photon exceeds the sum of pair energies, and the frequency of a soft photon is a multiple cyclotron. The largest cross section of the process corresponds to particle production in the main spin states. It has the maximum value if the soft photon is normally polarized and the rigid photon is polarized abnormally. In the case of field $H=10^{12}$ Gs, the cross section of the process is Thomson order, the resonance width is 30 eV. In the process with abnomal linear polarized rigid photons ($\xi_3=1$), the change in linear polarization of soft photons in entire range changes the orientation of electron spins from fully oriented against the field to fully oriented along the field without changing the direction of positron spin. In the process with nomal linear polarized rigid photons ($\xi_3=-1$), the degree of orientation of the electron spins does not depend on polarization of the soft photon and is determined only by Landau levels of the intermediate and final particles. For a process with the lowest possible energy levels, the electrons are completely unpolarized, and the first excited levels correspond mostly to normal spin populations. Taking into account of the field of cyclotron photons on the formation of the electron-positron plasma in the magnetosphere of the X-ray pulsar showed the dominant role of the resonances in the field $H = 10^{12}$Gs with the characteristic concentration of cyclotron photons, that refutes the generally accepted view about dominant role of the OPP process in the magnetosphere formation. Taking into account the polarization of electrons and positrons in the e^+e^- plasma generation of pulsar magnetosphere changes the synchrotron radiation spectrum, it increases the low-frequency part of the spectrum and reduces the high-frequency.

In the fifth section, the theory of a process of one-photon production of an electron-positron pair with photon emission (OPPE) is constructed taking into account spin particles in a strong external magnetic field under resonance and nonresonance conditions. It is shown that in the process there are pair resonances (due to the presence of two Feynman diagrams), the distance between which is much smaller than the distance between adjacent Landau levels. The resonance is realized for any over-threshold frequency of the initial photon. In the region of pair resonance the frequency of the final photon is equal to the distance between Landau levels of the intermediate and the final electron (positron), and the "interference" of the two Feynman diagrams takes place. The total probability of the OPPE process (second order process) in the resonance region coincides with the probability of a one-photon pair production (the first-order process). Estimation of the probability in the unit of time W in nonresonance region near the threshold when the particles are producted in the main energy states for h = 0.1 gives a value $W \approx 10^6 s^{-1}$,that is 4 times lower than the probability of the process within the boundary of the individual resonance. The addition of a final photon in the OPP process in resonance kinematics does not affect on spins of final particles.

In the sixth section the process of propagation of a photon in a strong magnetic field is studied when cascading production of e^+e^- pair occurs with subsequent annihilation of pair (CPPA). The effect of vacuum birefringence (VB) in a strong magnetic field has been analyzed. It is shown that in the CPPA process the resonances occur if the frequency of the initial photon is equal to the sum of energies of the intermediate electrons and positrons, which are at fixed Landau levels with zero longitudinal momenta. On the interval, that is equal to the cyclotron frequency, the resonance is not single, but is a series of resonances for which the distance between adjacent peaks ~ h^2. At the resonance, the probability of CPPA process is equal to product of probabilities of processes of the OPP and the annihilation of e^+e^- pair to a photon. The most probable cascade occurs with photons of abnormally linear polarization (ξ_3=1). The probability of a nonresonance CPPA process (between resonances) for a field h = 0.1 is 5 orders of magnitude smaller than the resonant process. Photons passing through an area with a magnetic field, both without interaction with the vacuum, and with participation in the CPPA process, make up two beams of a vacuum birefringence. The effect of a vacuum birefringence coincides with the classic limits if the area is small in size (when the change in the photon polarization is weak). If the primary photon beam is not polarized, then after passing through an area with a strong magnetic field due to the VB effect it will acquire a partial abnormal linear polarization $\xi'_3 \neq 0$. In resonant conditions, the photons are completely polarized in a magnetic field H=10^{13}*Gs* after passing through an area of size L = 1 μm.

In the seventh section, the process of a production of a e^+e^- pair by electron (PPE, trident process) is studied near the threshold in resonant conditions. Probability of the process in the resonant case is found and the influence of direction of spin of the initial electron on the process is analyzed. It is shown that the main contribution gives the resonance mode in the PPE probability per unit of time near the threshold, when the intermediate photon reaches a mass surface. In this case, the total probability of PPE process is factorized and expressed through the product of probabilities of first-order processes: SR and OPP. The most probable case is if the initial electron spin is directed along the field. The probability of the PPE process with the initial electron spin against the field is smaller by an order of the small parameter h. The PPE probability is inversely proportional to the energy width of an intermediate photon. In particular, at the threshold of reaction when the magnetic field is h = 0.1, the Landau level number of the initial electron is l = 40, such an estimate is found for PPE probability and width: $W = 1.2 \cdot 10^4 c^{-1}$, $\Delta = 4 \cdot 10^{17} c^{-1}$. The constructed theory of the PPE process in a magnetic field is used to explain the SLAC experiment, in which about 100 positrons in 21962 events were detected in collisions of an electron beam with an energy of 46.6 *GeV* with a beam of terawatt pulse laser. Nikishov-Ritos's theorem is used, according to which the formulas for the probabilities of QED processes in an external electromagnetic field expressed by the gauge invariants, for the case of ultrarelativistic initial particles, are the same for any configuration of the external electromagnetic field. The obtained value of 80 e^+e^- pair is satisfactorily consistent with the experimental results (106 ± 14 events).

In the eighth section, the theory of movement of a heavy charged particle in an electron gas in a strong external magnetic field is constructed within the framework of quantum field theory. General expression for the energy losses of a charged particle when it passes through an electron gas, taking into account the influence of both the external magnetic field and the anisotropic distribution of electrons gas velocity (anisotropic temperature), is found. Simple analytic formulas for the dielectric susceptibility of the electron gas and for the energy losses of the charged particle are obtained in a low-temperature approximation (linear in anisotropic temperature) in weak and strong external magnetic fields. It is shown that the terms with a longitudinal component of temperature are 10 times greater than a transverse in the expression for energy losses with parameters, that are characteristic for electronic cooling, in the linear temperature approximation in a strong magnetic field (plasma frequency << cyclotron frequency). The longitudinal temperature plays a main role in the process of energy losses. The transverse motion is "frozen" by a magnetic field and does not participate in the cooling process, in addition to this the longitudinal temperature of the electron beam is several orders of magnitude lower than the transverse one. It is shown that the anisotropy of the temperature of an electron gas with parameters wich are characteristic for the problem of electron cooling process reduces the velocity of the motion of a heavy charged particle corresponding to the maximum of the cooling process by an order of magnitude and increases the friction force in several times. The decrease of the longitudinal temperature of an electron beam results in lower charged particle velocities that can be achieved with electronic cooling. The theory of movement of negatively charged and positively charged particles in an electron gas is constructed taking into account the second Born approximation. It is shown that the antiproton energy losses are greater than the proton one. The difference in energy losses of oppositely charged particles increases with increasing temperature.

Keywords: Quantum electrodynamics, strong magnetic field, polarization, spin-flip, cyclotron resonance, lowest Landau levels.

ЗМІСТ

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ

КЕД	- квантова електродинаміка, квантово електродинамічний …
КТП	- квантова теорія поля
СВ	- синхротронне випромінювання
ОНП	- однофотонне народження e^+e^- пари
РФЕ	- розсіяння фотона на електроні
ДСВ	- двофотонне синхротронне випромінювання
ДНП	- двофотонне народження e^+e^- пари
ОНПВ	- однофотонне народження e^+e^- пари з випромінюванням фотона
ВПП	- вакуумне подвійне променезаломлення
КНПАП	- каскадне народження e^+e^- пари і анігіляція e^+e^- пари
НПЕ	- народження e^+e^- пари електроном
LLL	- Lowest Landau Level
FAIR	- Facility for Antiproton and Ion Research
SPARC	- Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration
HESR	- High Energy Storage Ring
SLAC	- Stanford Linear Accelerator Center

Одиниці вимірювання

В роботі використовується релятивістська система одиниці, в якій стала Планка та швидкість світла дорівнюють одиниці. Використовуються такі одиниці: для енергії – *еВ* (електрон-вольт), для магнітної індукції – *Гс* (гаус).

ВСТУП

Квантова електродинаміка (КЕД) - теорія електромагнітної взаємодії, яка вивчає процеси за участю фотонів, електронів і позитронів, є найбільш розробленою частиною квантової теорії поля (КТП) і перевірена експериментально з високою точністю, зокрема, по вимірюванню аномального магнітного моменту електрона (мюона) і лембовского зсуву атомних рівнів. У формуванні синхротронного випромінювання, застосування якого значно зросло в наукових і прикладних дослідженнях, випромінювання пульсарів, пов'язаних з сильно замагніченими нейтронними зірками, також при зіткненні важких іонів важливу роль відіграють процеси КЕД з зовнішніми електромагнітними полями, зокрема, магнітним полем. До сих пір відкритим є питання про експериментальну перевірку квантової електродинаміки в сильних електромагнітних полях порівнянних з критичним швінгеровскім значенням m^2/e=4.41·10^{17} *В*/*м*. Мега-проект FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research - дослідний центр іонів і антипротонів), що будується, включає в свою програму досліджень перевірку квантової електродинаміки в екстремально сильних електромагнітних полях. Характерним для процесів КЕД в сильному магнітному полі є сильний вплив поляризації частинок на процес, наявність резонансних особливостей.

Актуальність теми. Квантова електродинаміка в зовнішньому магнітному полі як самостійний напрям теоретичних досліджень бере свій початок в середині минулого століття, що пов'язано з необхідністю створення теорії синхротронного випромінювання (СВ). СВ має велике застосування в даний час: джерела рентгенівського СВ (рентгеноскопія з елементним аналізом, мікромеханіка, мікроелектроніка, рентгеноструктурний аналіз біомолекул); радіаційне охолодження електронів і позитронів, зокрема, для створення В-фабрик; отримання поляризованих пучків електронів (позитронів). Тому, виявлення нових властивостей СВ є, безумовно, актуальним завданням теоретичної фізики, незважаючи на глибоке дослідження цього питання.

Іншим об'єктом досліджень із застосуванням методів КЕД в магнітному полі є магнітосфера нейтронних зірок, де магнітне поле досягає значення 10^{12}-10^{13} *Гс* і вище. На сьогоднішній момент виявлено більше 2500 пульсарів, близько двох сотень рентгенівських і гамма пульсарів нашої галактики. Магнітосфера нейтронної зірки є унікальною лабораторією для перебігу процесів КЕД в сильних білякритичних магнітних полях. У формуванні електрон-позитронної плазми магнітосфери, наявність якої пояснює СВ рентгенівських пульсарів, ключову роль відіграють як процеси першого порядку (синхротронне випромінювання, однофотонне народження (анігіляція) e^+e^- пари), так і другого порядку теорії збурень за квантованим полем (розсіювання фотона на електроні, двофотонне синхротронне випромінювання, двухфотонне народження (анігіляція) e^+e^- пари, вакуумне подвійне променезаломлення та ін.). Циклотронні, а також, анігіляційних лінії пульсарів, процеси комптонізації, каскади і електромагнітні зливи досить повно вивчені. Проте, тематика вивчення рентгенівських пульсарів, яка включає як астрономічні спостереження, так і теоретичні розрахунки, залишається актуальною донині, оскільки єдина теорія випромінювання рентгенівського пульсара відсутня, зокрема не вирішені питання про спінову заселеність e^+e^- плазми і її вплив на СВ рентгенівського пульсара, про вплив поля циклотронних фотонів на процес резонансного утворення e^+e^- плазми порядку, не є вивченим процес поширення фотона в сильному магнітному полі, коли відбувається каскадне народження e^+e^- пари з подальшою анігіляцією.

Колаборація SPARC (Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration – колаборація з дослідження атомної фізики накопичених частинок), є однією з ключових колаборацій мегапроекту FAIR, що будується. Вона планує дослідження КЕД явищ в екстремально сильних електромагнітних полях. Зокрема, будуть проведені дослідження за участю фотонів, електронів і атомів в присутності сильних швидкозмінних електромагнітних полів, структурні дослідження важких іонів, а також вивчення динаміки зіткнень важких іонів в сильних полях, включаючи процес народження e^+e^- пар. Слід зазначити, що при зіткненні важких іонів з прицільними параметрами, які порядку і більші за розміри ядра $\rho \geq R_{яд}$, є можливим перебіг квантово-електродинамічних процесів в області між ядрами в сильному магнітному полі ядер. Між ядрами магнітні поля рухомих ядер складаються, а електричні компенсуються. Для прицільних параметрів порядку 10^{-10}*см* важкі ядра з зарядом Z=90, що зіштовхуються і рухаються зі швидкістю ~c/10, створюють магнітне поле порядку 10^{12}*Гс*. У зазначеній області цілком можуть перебігати процеси КЕД за участю сильного магнітного поля, що робить їх вивчення актуальним стосовно досліджень SPARC проекту FAIR.

Перші експерименти, де були вивчені квантово-електродинамічні процеси першого і другого порядку в зовнішньому полі інтенсивної лазерної хвилі - це SLAC експерименти 1996-1997 років, в яких назустріч лазерному променю з інтенсивністю 10^{18}*Вт*/*см*^{2} направлявся пучок електронів з енергіями ~50*ГеВ*. В результаті були виявлені жорсткі фотони $>2mc^2$, а також позитрони. Повна теорія народження позитронів в цих експериментах відсутня. Слід зазначити, що зовнішнє електромагнітне поле будь-якої конфігурації при ультрарелятивістському русі електрона в його власній системі відліку виглядає як постійне схрещене електромагнітне поле. У зв'язку з цим, актуальним є вирішення задачі народження e^+e^- пар ультрарелятивістським електроном в магнітному полі з застосуванням для SLAC експериментів.

Квантова теорія поля в сильному магнітному полі знайшла застосування в задачі електронного охолодження. Метод електронного охолодження є одним з основних для охолодження пучків важких заряджених частинок. У

1988 році в Новосибірському інституті ядерної фізики виявили, що завдяки істотно нелінійному впливу магнітного поля сила тертя, що діє на від’ємно заряджені іони, що рухаються в замагніченому електронному газі, в кілька разів перевищує силу тертя, що діє на додатньо заряджені іони. Повна теорія електронного охолодження важких заряджених частинок, яка враховує вплив знака заряду цих частинок, відсутня. Є тільки якісне пояснення цього ефекту в гранично сильних магнітних полях і чисельне моделювання. Квантово польовий підхід дозволяє описати вплив знака заряду важкої частки на силу тертя, для чого потрібно розглядати задачу руху зарядженої частинки в електронному газі з урахуванням другого Борнівського наближення. Задача побудови теорії охолодження пучків від’ємно заряджених частинок стає актуальною стосовно накопичувального кільця антипротонів HESR (High Energy Storage Ring), яке будується в рамках проекту FAIR.

Перелічені вище процеси КЕД, які відбуваються в магнітосфері рентгенівських пульсарів, процеси в експерименті SLAC, процеси, які планується досліджувати в рамках завдань з перевірки КЕД в сильних електромагнітних полях в проекті FAIR, а також процеси в замагніченому електронному газі при проходженні важкої зарядженої частинки складають єдиний клас процесів КЕД в магнітному полі. Важливим є побудова єдиного підходу аналізу цих процесів з урахуванням поляризації частинок і резонансних явищ.

Таким чином, тема дисертації присвячена актуальним проблемам сучасної теоретичної фізики елементарних частинок і високих енергій в сильних зовнішніх електромагнітних полях.

Зв'язок роботи з науковими планами і програмами. Дисертаційна робота виконана у відділі квантової електродинаміки сильних полів Інституту прикладної фізики НАН України відповідно до плану науково-дослідних робіт в рамках наукових тем, в яких автор був відповідальним виконавцем (група тем 1) або керівником (група тем 2):

1) державний реєстраційний №0101U000056 (2001-2003 гг.) «Дослідження резонансних і когерентних кооперативних квантових процесів в електродинамічних, ядерних і багаточастинкових системах»,

державний реєстраційний №0104U000217 (2004-2006 гг.) «Резонанси і структурні перетворення в квантово-електродинамічних, хромодинамічних і багаточастинкових системах під впливом зовнішніх полів і пучків швидких частинок»,

державний реєстраційний №0107U000314 (2007-2011 гг.) «Польові підходи до проблем ядерної фізики та енергетики на базі квантової хромодинаміки і дослідження електродинамічних процесів і структурних ефектів при взаємодії пучків частинок з полями і речовиною»,

2) державний реєстраційний №0105U005964 (2005г.) «Розсіювання фотонів ядрами і електронами в присутності електромагнітної хвилі і магнітного поля»,

державний реєстраційний №0106U005143 (2006г.) «Резонансне фотонародження електрон-позитронної пари з подальшим випромінюванням фотона в сильному магнітному полі»,

державний реєстраційний №0111U010612 (2012-2016гг.) «Квантово-електродинамічні і колективні процеси в надсильних полях, зокрема при зіткненні важких іонів і в задачі електронного охолодження».

За результатами досліджень під керівництвом здобувача захищені кандидатські дисертації Новака О.П., Дяченка М.М., і підготовлена до захисту кандидатська дисертації Хелемелі О.В.

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є побудова квантової релятивістської теорії елементарних процесів квантової електродинаміки (синхротронне випромінювання (СВ), однофотонне народження e^+e^- пари (ОНП), розсіяння фотона на електроні (РФЕ), двофотонне синхротронне випромінювання (ДСВ), двофотонне народження e^+e^- пари (ДНП), однофотонне народження e^+e^- пари з випромінюванням фотона (ОНПВ), народження e^+e^- пари електроном (НПЕ), каскадне народження e^+e^- пари фотоном з подальшою анігіляцією в один фотон (КНПАП)) в сильному магнітному полі, а також побудова єдиного підходу аналізу цих процесів з вивченням спінових, поляризаційних і резонансних ефектів. Для досягнення мети вирішені такі задачі:

- вивчити вплив напрямку спіна початкового електрона на поляризацію випромінювання в процесі СВ, а також вплив поляризації початкового фотона на напрямлення спінів електрона і позитрона в процесі ОНП;
- визначити спінову заселеність частинок замагніченої e^+e^- плазми і її вплив на спектр СВ рентгенівських пульсарів;
- провести аналіз впливу поляризації початкового фотона, як на поляризацію випромінювання, так і на спінові стани кінцевого електрона в процесі РФЕ в резонансних умовах;
- визначити вплив лінійно поляризованої електромагнітної хвилі на поляризацію пучків електронів (позитронів), який заснований на процесі резонансного РФЕ в магнітному полі;
- провести дослідження виникнення резонансів в процесах РФЕ, ДСВ, ДНП;
- провести аналіз впливу поляризації початкових фотонів на ступінь поляризації пучків кінцевих електронів і позитронів при резонансному ДНП;
- визначити вплив поля циклотронних фотонів на процес формування e^+e^- плазми магнітосфери рентгенівських пульсарів;
- провести порівняння ймовірностей процесів СВ і резонансного ДСВ в наближенні найнижчих рівнів Ландау;
- дослідити умови факторізації ймовірностей процесів КЕД другого порядку в резонансних умовах;
- побудувати теорію однофотонного народження e^+e^- пари з випромінюванням фотона (ОНПВ);
- вивчити процесс вакуумного подвійного променезаломлення (ВПП) в сильному магнітному полі з каскадним народженням-анігіляцією e^+e^- пари;

- провести аналіз поляризаційних ефектів в процесі КНПАП в резонансній і міжрезонансній областях;

- використовуючи властивість еквівалентності зовнішніх полів для ультрарелятивістських процесів та знайдену ймовірність народження електрон-позитронних пар ультрарелятивістським електроном в магнітному полі оцінити вихід позитронів в експерименті SLAC з зіткнення пучка ультрарелятивістських електронів з лазерним променем;

- побудувати теорію руху додатньо і від’ємно заряджених частинок в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі з урахуванням другого борнівського наближення;

- проаналізувати вплив анізотропіі температури електронного газу на швидкість руху важкої зарядженої відповідну максимальній силі тертя.

Об'єкт дослідження - квантово-електродинамічні процеси в сильному магнітному полі, а також процес руху зарядженої частинки в замагніченому електронному газі з анізотропної температурою.

Предмет дослідження - спін-поляризаційні і резонансні ефекти в процесах КЕД в магнітному полі.

Методи дослідження. Методами досліджень є стандартні правила КЕД для знаходження імовірностей процесів. При виконанні розрахунків процесів КЕД в зовнішньому магнітному полі використовується диаграмна техніка в рамках картини Фаррі, де точно враховується взаємодія заряджених частинок з класичним магнітним полем, а взаємодії з квантовими фотонами враховується за теорією збурень. Зовнішнє магнітне поле в одиницях критичного (швінгеровського) поля в ультра квантовому наближенні є малим параметром задачі, що дає змогу здобути прості аналітичні вирази для імовірностей процесів КЕД. В задачі руху зарядженої частинки в електронному газі використовуються методи квантової теорії поля.

Наукова новизна одержаних результатів.

1. Вперше розроблено метод аналізу спін-поляризаційних ефектів в процесах КЕД в сильному магнітному полі. Показано, що спін-фліп процес при СВ змінює лінійну поляризацію випромінювання з нормальної (площина поляризації перпендикулярна напрямку поля) на аномальну (вектор напруженості магнітного поля лежить в площині поляризації). Показано, що в процесі ОНП зміна поляризації початкового фотона від нормальної лінійної до аномальної приводить до переходу від народження неполяризованих e^+e^- пар до народження частинок в повністю поляризованому стані.

2. Вперше побудована єдина теорія процесів КЕД другого порядку (РФЕ, ДСВ, ДНП, ОНПВ, КНПАП, НПЕ) з поляризованими частинками і фотонами в ультраквантовом наближенні (з частинками на низьких рівнях Ландау в сильному проте меншому за Швінгерівське магнітному полі). Виявлено, що резонансний перебіг процесів має місце, якщо проміжна частинка виходить на фіксовані рівні Ландау, що відповідає циклотронним резонансам. Поляризація фотонів не впливає на резонансні умови. Врахування квадратичних за полем доданків приводить до появи парних резонансів. Показано, що перерізи процесів в резонансі факторизуються і представляються у вигляді формули Брейта-Вігнера в разі чистих спінових станів проміжних частинок, в якості ширини процесів виступає радіаційна ширина.

3. З використанням параметрів, характерних для магнітосфери рентгенівських пульсарів, показано, що а) врахування спінової заселеності e^+e^- плазми приводить до змінення спектру СВ, збільшує низькочастотну частину спектру і зменшує високочастотну, б) врахування поля циклотронних фотонів в процесі формування e^+e^- плазми показало домінуючу роль резонансів, в) неполяризований фотон, проходячи область з магнітним полем 10^{12} *Гс,* внаслідок ефекту вакуумного подвійного променезаломлення придбає часткову аномальну лінійну поляризацію.

4. Імовірність народження e^+e^- пар ультрарелятивістським електроном в магнітному полі додатково з урахуванням властивості еквівалентності зовнішніх електромагнітних полів для ультрарелятивістських процесів вперше застосовується для оцінки виходу позитронів в експерименті SLAC з зіткнення пучка ультрарелятивістських електронів з лазерним променем і дає задовільну згоду (80 позитронів) з експериментальними результатами (106±14 подій).

5. В рамках КТП побудована теорія руху зарядженої частинки в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі. Одержаний вираз для втрат енергії зарядженої частинки в електронному газі з урахуванням другого борнівського наближення показує більші втрати для від’ємно заряджених частинок, ніж для додатньо заряджених.

Практичне значення одержаних результатів.

Розвинена в дисертаційній роботі теорія дозволяє поглибити уявлення про перебіг процесів КЕД в сильному магнітному полі з поляризованими частинками і фотонами і передбачити ряд нових фізичних ефектів: спін-поляризаційні ефекти (зміна лінійної поляризації фотонів випромінювання при перевороті спина частинок, управління орієнтуванням спінів електронів і позитронів зміною поляризації фотонів), резонансний перебіг процесів РФЕ, ДСВ, ДНП, ОНПВ, КНПАП, НПЕ, парні резонанси, резонансне ВПП.

Дано рекомендації з спостереження процесів КЕД в експериментах з сильними магнітних полях, зокрема в експериментах з зіткнення важких іонів. Запропоновано схему поляризатора пучка електронів, де напрямки спінів електронів змінюються в процесі РФЕ в магнітному полі пропорційно зміні поляризації лінійно поляризованої електромагнітної хвилі.

Результати дисертаційної роботи можуть бути використані в Інституті прикладної фізики НАН України, ННЦ «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, Інституті теоретичної фізики ім. М.М.Боголюбова НАН України, Харківському національному університеті ім. В.Н.Каразіна, Київському національному університеті ім. Тараса Шевченка, в міжнародному мегапроекті FAIR в дослідницькому центрі важких іонів (GSI, Darmstadt, Germany), в національнії прискорювальнії лабораторії SLAC (США) та інших наукових центрах.

Особистий внесок здобувача. В дисертаційну роботу увійшли результати досліджень, виконані автором самостійно, в співавторстві або під його безпосередньому керівництвом, які викладені в роботах [312-366].

У роботах [312, 313, 318, 319, 337, 345] автором було проведено дослідження впливу напрямку спіна початкового електрона на поляризацію випромінювання в процесі СВ, а також впливу поляризації початкового фотона на напрямки спінів електрона і позитрона в процесі ОНП як в ультраквантовому, так і в ультрарелятивістському випадках; визначено спінову заселеність e^+e^- замагніченого газу і її вплив на СВ рентгенівських пульсарів.

У роботах [314, 315, 338, 341] автор дисертації на основі знайдених ним імовірностей процесів РФЕ, ДСВ провів аналіз виникнення резонансів в цих процесах; їм вивчено вплив поляризації початкових фотонів на ступінь орієнтування спінів електронів і поляризацію випромінювання в процесі резонансного РФЕ, а також вплив спін-фліп процесу на поляризацію випромінювання в процесі резонансного ДСВ; запропоновано схему поляризатора пучка електронів, де напрямки спінів електронів змінюються в процесі РФЕ в магнітному полі пропорційно зміні поляризації електромагнітної хвилі.

У роботах [328, 331, 332, 347, 353, 355, 360, 364] автором знайдено загальний вираз для перерізу процесу народження електрон-позитронної пари з урахуванням спіна частинок двома поляризованими фотонами (ДНП) в сильному зовнішньому магнітному полі, досліджено резонансні умови циклотронного резонансу з точністю до квадратичних за полем доданків, аналізується факторизація резонансного перетину і її зв'язок з чистим і змішаним спіновими станами проміжного електрона, аналізується вплив поляризації початкових фотонів на ступінь орієнтування спінів електронів (позитронів), проведено аналіз впливу поля циклотронних фотонів на процес народження e^+e^- пари в магнітосфері рентгенівського пульсара в полі $H=10^{12}$*Гс*.

У роботах [316, 317, 321, 339, 340, 342, 343, 346, 350] автором дисертації побудована теорія процесу однофотонного народження електрон-позитронної пари з випромінюванням фотона (ОНПВ) з урахуванням спіна частинок в сильному зовнішньому магнітному полі в резонансних і нерезонансних умовах, передбачено існування парних резонансів (внаслідок наявності двох Фейнмановских діаграм), відстань між якими багато менша за відстані між сусідніми рівнями Ландау, проведено оцінки імовірності процесу в області парних резонансів, у вузькій області окремого резонансу і в нерезонансному випадку, виявлена залежність поляризації випромінювання від полярного і азимутального кутів.

У роботах [333, 344, 362, 366] автором знайдена імовірність процесу каскадного народження e^+e^- пари з подальшою анігіляцією (КНПАП), показано, що в точці резонансу імовірність КНПАП дорівнює добутку імовірностей ОНП і анігіляції e^+e^- пари в фотон, аналізується ефект вакуумного подвійного променезаломлення в сильному магнітному полі.

У роботах [320, 322, 323, 348, 349, 351] автором проведено аналіз імовірності процес народження e^+e^- пари електроном (РПЕ) поблизу порогу в резонансних умовах, аналіз впливу напрямку спіна початкового електрона на процес, проведено порівняння імовірностей процесів (в одиницю часу) СВ, ОНП, ДСВ, ОНПВ, КНПАП і РПЕ в магнітному полі $H=10^{12}$*Гс* в ультраквантовому наближенні, спільно з співавторами проведено розрахунок числа подій (вихід позитронів) SLAC експерименту з зіткнення пучка ультрарелятивістських електронів з лазерним променем.

У роботах [324-327, 329, 330, 334-336, 352, 354, 356-358, 359, 361, 363, 365] автором дисертації побудована теорія руху зарядженої частинки в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі в рамках квантової теорії поля, одержано загальні вирази для діелектричної сприйнятливості електронного газу і для втрат енергії зарядженої частинки, знайдено прості аналітичні вирази для втрат енергії зарядженої частинки в лінійному за температурою наближенні (наближення великих швидкостей частинки), проаналізовано вплив анізотропії температури e^- газу на швидкість руху частинки відповідну максимальній силі тертя та знайдено граничне магнітне поле квантового пригнічення поперечного руху, спільно з співавторами побудована теорія руху додатньо і від’ємно заряджених частинок в електронному газі з урахуванням другого борнівського наближення і проведено аналіз залежності втрат енергії заряджених частинок від знака заряду при русі в електронному газі.

Апробація результатів. Основні результати роботи доповідалися і обговорювалися на наступних конференціях і нарадах: 1-а, 2-а, 3-я міжнародні конференції з квантової електродинаміки і статистичної фізики QEDSP, Харків 2001, 2006, 2011 рр.; 18-й міжнародний Балдінський семінар з проблем фізики високих енергій ISHEPP XVIII, Дубна, Росія, 2006 р.; The 11-th Topical Workshop of the Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration - SPARC2014, Worms, Germany, 2014; 1-а, 3-я міжнародні конференції з поточних проблем в ядерній фізиці і атомній енергії NPAE, Київ 2006, 2010 рр.; 6-а, 7-а, 9-а, 10-а, 13-а міжнародні конференції з лазерів, фіберів і моделювання оптичних систем LFNM, Харків 2004 р., Ялта 2005 р., Алушта 2008 р., Севастополь 2010 р., Судак 2013 р.; 9-а, 14-а конференції з фізики високих енергій, ядерній фізики і прискорювачів, Харків 2011, 2016 рр.; Міжнародні школи-конференції з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу ICPPCF, Харків 2014 року, 2016 рр.; 21-я, 22-я щорічні наукові конференції інституту ядерних досліджень НАН України, Київ 2014, 2015 рр.; Конференції Інституту прикладної фізики НАН України «Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики», Суми 2014-2017 рр.

Публікації. Основні результати дисертації викладені в 55 наукових роботах, з яких 25 статей опубліковані у вітчизняних та міжнародних спеціалізованих наукових журналах [312-336], 22 тези - в тезах доповідей [337, 340, 342, 343, 348-351, 353-366] і 8 робіт - в працях конференцій [338, 339, 341, 344-347, 352].

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, восьми розділів, висновків, списку використаних джерел, в якому міститься 372 найменування. Обсяг основної частини дисертації становить 292 сторінки, 65 рисунків і 1 таблиця у тексті. Загальний обсяг разом із анотацією, переліком джерел і додатком становить 361 сторінка.

РОЗДІЛ 1

ПРОЦЕСИ КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ В СИЛЬНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ (ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ).

1.1. Вступ

Проведено огляд робіт з вивченя процесів квантової електродинаміки в сильному магнітному полі. Аналізуються роботи з синхротронного випромінювання і народження e^+e^- пари фотоном, з процесів КЕД на пульсарах, з резонансних ефектів процесів КЕД другого порядку, роботи, пов'язані з міжнародним проектом FAIR і експериментами SLAC, а також роботи з руху зарядженої частинки в замагніченому електроному газі.

У даній роботі використовується релятивістська система одиниць: $\hbar = c = 1$.

1.2. Синхротронне випромінювання. Народження e^+e^- пари фотоном

Синхротронне випромінювання. Появу науки «квантова електродинаміка в зовнішньому магнітному полі», мабуть, слід пов'язати з відкриттям синхротронного випромінювання. У 1946р. Блюіт виміряв радіаційні втрати електронів в індукційному прискорювачі [1]. Рік по тому Хабер експериментально виявив світіння на синхротроні [2]. Це світіння і називається синхротронним випромінюванням (СВ). СВ - випромінювання релятивістської зарядженої частинки при русі в однорідному постійному магнітному полі. Його також називають магнітотормозним випромінюванням. У разі нерелятівістского руху випромінювання називається циклотронним. Через кілька років була написана повна релятивістська теорія цього явища Соколовим, Терновим (1953р.) та ін. [3-6].

Інтенсивність випромінювання обернено пропорційна четвертій степені маси частинки, що рухається:

$$I_{\text{СВ}} = \frac{2e^4 H^2 E^2}{3m^4 c^7} \sim \frac{1}{m^4}, \qquad (1.1)$$

в результаті, СВ суттєве для легких заряджених частинок (електрона і позитрона). Так, протон випромінює енергію в 10^{13} разів менше в порівнянні з електроном, який рухається з такою ж енергією. СВ для протонів стане істотним, якщо їх енергія $E > 10$ *ТеВ*.

Синхротронне випромінювання має велике застосування в даний час: джерела рентгенівського СВ (рентгеноскопія з елементним аналізом, мікромеханіка, мікроелектроніка, рентгеноструктурний аналіз біомолекул); радіаційне охолодження електронів і позитронів, зокрема, для створення В-фабрик; отримання поляризованих пучків електронів (позитронів). Слід зазначити і негативну сторону СВ, воно є суттєвою перешкодою для прискорення частинок високих енергій.

Процес випромінювання електроном фотона в магнітному полі в рамках квантової електродинаміки, якому відповідає фейнманівська діаграма на рис.1.1 був порахований M.Demeur (1953) [7] і Клепіковим (1954) [8].

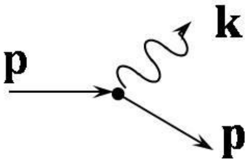


Рис.1.1. Фейнманівська діаграма випромінювання фотона електроном

На рис.1.1. початковий електрон з 4-імпульсом **p** випромінює фотон з імпульсом **k** і переходить в кінцевий стан з імпульсом **p'**. Суцільні лінії - це хвильові функції електрона в початковому і кінцевому станах в зовнішньому магнітному полі. Одержані вирази для інтенсивності випромінювання відповідали квазікласичному руху електронів на високих енергетичних рівнях в ультрарелятивістському наближенні.

Протилежним до ультрарелятівізму є наближення найнижчих рівнів Ландау (LLL approach -Lowest Landau Level approach). Для реалізації LLL наближення необхідна наявність сильного магнітного поля, яке порівняно за величиною з критичним швінгерівським значенням $H_0 = m^2/e = 4.4\cdot10^{13}\,Гс$. В підручнику [9] таке наближення в надкритичних полях було названо ультраквантовом, щоб підкреслити, що в цьому випадку квантовим є не тільки процес випромінювання фотона, а й рух електрона. У LLL наближенні процес випромінювання фотона електроном розглянуто в [10-12]. У магнітних полях $\sim 10^{12}\,Гс$, характерних для магнітосфери нейтронних зірок, процес СВ вивчено в роботах [13-16], а в [17] розглянуто поглинання випромінювання.

<u>Поляризаційні ефекти в СВ.</u> В процесі СВ істотними є поляризаційні явища, важливо враховувати як поляризацію випромінювання, так і поляризацію частинок [18]. Поляризація СВ розрахована в [19] і перевірена експериментально в [20]. Врахування спінів електронів проводилося в роботах [21-24]. Аналіз еволюції спіна електрона (позитрона) в процесі СВ привів до відкриття Соколовим А.О. і Терновим І.М. явища радіаційної самополярізації цих частинок, що рухаються в накопичувальних кільцях [6,25,26]. В результаті процесу СВ в накопичувальних кільцях 92% електронів мають спін орієнтований проти напрямку магнітного поля.

<u>Однофотонне народження e^+e^- пари (ОНП)</u>. Цей процес є крос-каналом до процесу випромінювання фотона електроном. Вперше в ультрарелятивістському наближенні було розглянуто в [8]. У сильному магнітне поле пульсарів процес вивчався в роботах [13,27-32]. В роботі [27] розвинена теорія ОНП і знайдено коефіцієнт загасання фотонів з урахуванням додаткового електричного поля, спрямованого уздовж магнітного поля для моделювання конфігурації полів в області полюсів пульсарів. В [28,29] процес ОНП вивчено поблизу порога $\omega \approx 2m$ і показано, що коефіцієнт загасання як функція частоти фотона має пилкоподібну залежність. В роботі [30] процес ОНП вивчений з урахуванням поляризації як фотона так і електрона (позитрона). В роботі [31] обчислена ймовірність

даного процесу в сильному магнітному полі, що змінюється в часі, з урахуванням додаткового постійного гравітаційного поля.

Модифікована функція розповсюдження і поляризація вакуума. Після появи роботи Швінгера про калібрувальну інваріантність і поляризацію вакууму [33] вийшла серія робіт, де на основі методу власного часу Швінгера знайдено функція розповсюдження зарядженої частинки в зовнішньому магнітному полі [34-38]. У роботах [34,35] задача виконана для зарядженої частинки зі спіном 1/2 і 0, відповідно. Дійсна та уявна частини знайденого масового оператора дають радіаційну поправку до енергії частинки і повну ймовірність СВ, відповідно. У роботах [36,37] обчислено поляризаційний оператор і знайдено через уявну частину поляризационного оператора коефіцієнт поглинання фотонів внаслідок процесу ОНП.

Операторний метод. У роботах [39-47] використовується операторний метод для вивчення квантових ефектів при русі зарядженої частинки великої енергії в зовнішньому магнітному полі. Для ультрарелятивістських енергій рух частинки є квазикласичним, оскільки некомутативність динамічних змінних, пов'язаних з квантуванням руху частинки, має порядок відношення циклотронної частоти до енергії частинки ω_H / ε, яке є малою величиною. Перевагою методу є його застосування для зовнішніх полів будь-якої конфігурації і для заряджених частинок з будь-яким значенням спіна. Очевидним недоліком є його непридатність для нерелятивістських частинок в сильному магнітному полі, як у випадку частинок електрон-позитронного газу, що знаходяться на найнижчих рівнях Ландау, магнітосфери нейтронних зірок. У роботах [39,40] розглянуто процеси СВ, ОНП, а також анігіляції пари в один фотон. У роботах [41,43,44] знайдено масовий оператор, а в [42] розраховано електронні петлі з n-фотонними лініями, зокрема (n = 2) поляризаційний оператор. Відносно недавно вийшла робота [46], де операторним методом розглянуто процес ОНП в сильному магнітному полі і показано, що як у випадку слабких полів $H << H_0$, так і у випадку надсильних $H \geq H_0$ «результати квазикласичних обчислень дуже близькі до усереднених імовірностей точної теорії в широкому інтервалі енергій фотона». Варто також згадати роботи [48,49], де обчислена власна енергія електрона в сильному магнітному пол,і вивчено вплив спіна на повну імовірність СВ. У монографії [50] розглянуто широке коло питань КЕД в сильному зовнішньому електромагнітному полі, детально проаналізовані всі КЕД процеси першого порядку.

Незважаючи на те, що загальна теорія СВ побудована більш півстоліття тому, і до сих пір в цьому процесі, в процесі, описуваному найпростішої фейнманівською діаграмою рис.1, є невирішені задачи. Зокрема, не вивчені спін-поляризаційні ефекти, тобто вплив спіна частинок на поляризацію кінцевого фотона, в разі, коли частинки знаходяться на найнижчих рівнях Ландау як в нерелятивістському, так і в ультрарелятивістських випадках, в сильних магнітних полях. Не досліджена поляризація СВ в ультраквантовому ультрарелятивістському наближенні. Також актуальним є задача вивчення впливу поляризації початкового фотона на напрямки спінів електрона і позитрона в процесі однофотонного народження електрон-позитронної пари в цих випадках.

1.3. Фізика в сильному магнітному полі нейтронних зірок

Відкриття пульсарів. Наступний після відкриття СВ сплеск наукової активності в напрямку КЕД в магнітному полі доводиться на 70-і роки минулого століття, після того, як в 1971 році перша орбітальна рентгенівська обсерваторія Uhuru виявила потужне випромінювання з чітко визначеною періодичністю, так званий рентгенівський пульсар [51]. Незадовго перед цим перший пульсар (радіопульсар) був відкритий на меридіанному радіотелескопі Маллардской радіоастрономічній обсерваторії Кембриджського університету [52]. Випромінювання рентгенівського пульсара йде від нейтронних зірок, що обертаються, які знаходяться в подвійних системах, в яких відбувається процес акреції (див. рис.1.2).

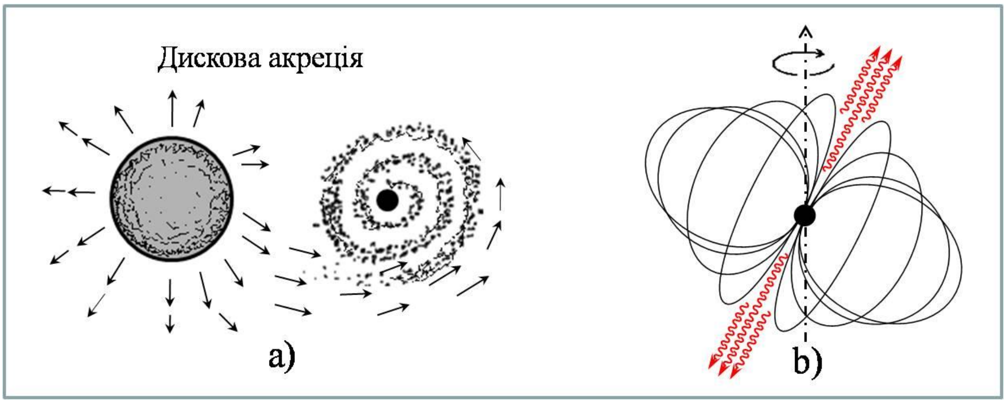


Рис.1.2. Рентгенівські пульсари в подвійних системах, a) дискова акреція, b) випромінювання пульсару (тип «олівець»)

Пил і заряджені частинки перетікають з звичайної зірки на компактну, нейтронну, спричиняючи випромінювання. Все це відбувається в сильному магнітному полі, яке створюється нейтронної зіркою. Магнітне поле магнітосфери нейтронних зірок досягає значення 10^{12}—10^{13} *Гс*. Також відмінною рисою пульсара є висока швидкість обертання нейтронної зірки, яка, як і сильне магнітне поле, є наслідком законів збереження моменту імпульсу і збереження магнітного потоку в процесі стиснення ядра наднової при її вибуху до розмірів нейтронної зірки.

Натепер виявлено більше 2500 пульсарів, близько двох сотень рентгенівських і гамма пульсарів нашої галактики і з'являються перші відомості про пульсари інших галактик, створені каталоги пульсарів, наприклад [53-54].

Таким чином, магнітосфера нейтронної зірки є унікальною лабораторією для перебігу процесів КЕД в сильних прядку критичного магнітних полях.

Циклотронні лінії. Комптонізація. В 1973р. Гнедін Ю.Н. і Сюняєв Р.А. вказали на можливість прямого виміру величини магнітного поля магнітосфери пульсара. Вони передбачили гіролінії (циклотронні лінії) в спектрі випромінювання або поглинання електрон-позитронного газу магнітосфери нейтронної зірки [55], які були відкриті Трюмпером з колегами в 1978р. [56] (див. рис.1.3).

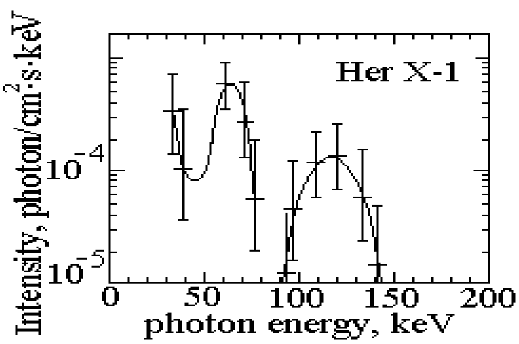


Рис.1.3. Гіролінії рентгенівського пульсара Геркулес Х-1 [54]

З цього моменту почалося вивчення процесів КЕД в магнітному полі, пов'язаних з циклотронними лініями рентгенівських пульсарів і процесів більш складних ніж СВ і народження e^+e^- пари фотоном, процесів вищого порядку теорії збурень. Зокрема, вивчено питання комптонізації, тобто спотворення частоти фотона за рахунок серії послідовних комптонівських розсіювань на електронах і позитронах [57-62]. Комптонізація в тепловій плазмі може приводити до характерних степеневих спектрів рентгенівського випромінювання. Також вона відповідальна за зміну інтенсивності випромінювання реліктового фону радіо діапазону на гарячих електронах міжзоряного і міжгалактичного газу (ефект Сюняєва-Зельдовича). В роботі [59] розрахована поляризація оптичного і рентгенівського компактного термічного джерела в магнітному полі. В роботі [60] проведено розрахунок типового спектру випромінювання з плазмової хмари за механізмом комптонізації і показано вплив комптонізації на профіль спектральних ліній заліза. В роботі [61] проведено оцінку створення циклотронних ліній в рентгенівському спектрі пульсара Hercules X-1 з урахуванням впливу проходження фотонів через гарячу плазму. В роботі [62] проведено розрахунок спектра і форми циклотронних ліній атмосфери рентгенівського пульсара з урахуванням поєднання ефектів комптонізації і анізотропії.

Орбітальні обсерваторії систематично збирають дані про циклотронні лінії, які зареєстровані в більшості рентгенівських пульсарів. У роботах [63-66] дані представлені від міжнародної орбітальної рентгенівської станції RXTE (Rossi X-ray Timing Explorer), а в [67-73] дані про циклотронні лінії отримані на станції BeppoSAX (Satellite per Astronomia a raggi X).

Анігіляційні лінії. В спектрі пульсарів крім циклотронних ліній і спектральних ліній атомів і іонів в гамма діапазоні виявлені анігіляційні лінії. Ці лінії пов'язані з процесом анігіляції e^+e^- пари в один (процесом 1γ) і два фотона (процесом 2γ) в магнітосфері пульсара. Вивченню цих процесів присвячені роботи [74-81]. У роботах [74-75] передбачається, що частинки спочатку знаходяться в основних енергетичних станах l=0. Показано, що для полів 10^{13} Гс процесс 1γ домінує над процесом 2γ. В роботі [76] в даному процесі враховано збуджені енергетичні рівні електрона і позитрона l>0. Також отримані асимптотики для швидкості реакції в разі великих квантових чисел пари. У роботах [77-78] процес анігіляції пари в один фотон розглянуто з урахуванням спіна частинок і довільної поляризації випромінювання. Показано, що головний внесок в імовірність процесу дають основні спінові стани (спін електрона проти поля, а позитрона по полю). В роботі [79] вивчається поляризація випромінювання в процесі анігіляції пари в два фотона. В магнітних полях $H \sim 0.1 \cdot H_0$ випромінювання лінійно поляризоване, ступінь поляризації досягає декількох десятків відсотків і залежить від частоти, напряму і величини поля. Процес 2γ в надкритичних полях в середньо релятивістському режимі розглянуто в роботах [80-81]. Відзначимо роботу [82], де процес анігіляції пари відбувається з утворенням нейтрино і антинейтрино.

До недоліків згаданих робіт слід віднести відсутність аналізу резонансів в процесі 2γ.

Каскади і електромагнітні зливи. Якщо в магнітосфері нейтронної зірки в області полюса електрон прискорюється до енергій $\sim 10^{12} eB$ завдяки наявності електричного поля паралельного до магнітного, тоді рух цього електрона вздовж викривлених магнітних силових ліній буде приводити до випромінювання жорсткого фотона (викривного фотона), який в свою чергу в магнітному полі народжує високоенергетичну електрон-позитронну пару. В результаті утворюється каскад процесів: СВ → ОНП. Аналізу сценарію каскадного процесу присвячено багато теоретичних досліджень. Зокрема розрахункам каскадів присвячені роботи [83-92]. Більшість зазначених робіт проводить чисельне моделювання. В роботі [83] аналізується радіовипромінювання системи, де реалізується e^+e^- каскадний процес, що самопідтримується, в паралельних магнітному і електричному полях у випадку $\vec{E} << \vec{H}$. У роботах [84-87] методом Монте-Карло проводиться розрахунок до двох десятків кроків каскаду і аналізується вплив каскадів на спектри e^+e^- пар і гамма променів. В роботі [88] побудована теорія каскадних механізмів електромагнітних злив, заснована на кінетичних рівняннях для функцій розподілу частинок і фотонів. Моделювання електромагнітних злив у разі, якщо $(\varepsilon / m) \cdot (H / H_0) >> 1$ (жорсткий ультрарелятівізм), проводиться в роботі [89]. Моделювання каскадів в пульсарах, які швидко обертаються, проведено в роботі [90]. При цьому каскад включає викривне випромінювання первинним електроном, конверсію фотонів, що випромінюються первинними і вторинними частинками, в e^+e^- пари, квантування СВ, а також зворотне комптонівське розсіяння вторинними парами. В роботі [91] проведено самоузгоджене кінетичне моделювання e^+e^- каскадів з урахуванням екранування електричного поля частинками. В роботі [92] в моделюванні e^+e^- каскадів з урахуванням поляризації фотонів, а також резонансного зворотного комптонівського розсіяння.

Електрон-позитронна плазма магнітосфери пульсарів. В результаті неодноразово повторюваних каскадів разом з процесами анігіляції пари, комптонівського розсіяння утворюється e^+e^- газ (e^+e^- плазма) магнітосфери пульсара. Моделюванню процесу формування e^+e^- плазми присвячені роботи [93-97]. Однією з особливостей випромінювання від пульсарів є когерентне випромінювання в радіодоменах. Джерелом когерентності є нестійкості плазми, що виникають в магнітосфері [96]. В роботі [97] моделюється e^+e^- плазма в надкритичних полях магнетарів $H \sim 10^{14} - 10^{15}\,Гс$. Відзначимо, також роботи [98,99], де вивчаються термодинамічні властивості e^+e^- газу в магнітному полі.

Квантово-електродинамічні процеси поблизу нейтронних зірок в сильних магнітних полях розглянуті в оглядах [100-103] і монографіях [104-105].

Параметри випромінювання пульсара, які вимірюються при спостереженнях (криві блиску пульсара, його період і профіль імпульсу, енергетичний спектр і їх змінність на різних часових масштабах, поляризація і ін.) безумовно залежать і від елементарних КЕД процесів, які відбуваються в електронному газі в магнітосфері нейтронної зірки. Тематика вивчення рентгенівських пульсарів, яка включає як астрономічні спостереження, так і теоретичні розрахунки, залишається актуальною донині, оскільки єдина теорія випромінювання рентгенівського пульсара відсутня.

Невирішеною задачею в рамках квантової електродинаміки, зокрема, є:

- визначення спінової заселеності e^+e^- замагніченій газу і її вплив на СВ рентгенівського пульсара.

1.4. Процеси КЕД другого порядку поблизу резонансів

Квантово-електродинамічні процеси другого порядку, такі як розсіяння фотона на електроні (РФЕ), двухфотонне синхротронне випромінювання (ДСВ), народження електрон-позитронної пари двома фотонами (ДНП), однофотонне народження пари з випромінюванням фотона (ОНПВ), перебігають через проміжний електронний (позитронний) стан. Ці процеси є крос-каналами по відношенню один до одного. Зовнішнє електромагнітне поле дозволяє вивести проміжний стан на масову поверхню, що відповідає резонансним умовам перебігу процесу [106-112]. Перетин процесів в умовах резонансу на кілька порядків може перевищувати нерезонансні випадки, що становить великий фізичний інтерес.

Резонансна розбіжність усувається за правилом Брейта-Вігнера [113]. Усунення резонансної розбіжності в разі стабільного проміжного стану присвячені роботи [114-116].

Розсіяння фотона на електроні (РФЕ). Зміна частоти фотона при його розсіянні на вільному електроні, як відомо, виявлена А.Комптоном в 1923р. (Комптон ефект). Повна квантова релятивістська теорія процесу побудована О.Клейном, Е. Нішіною в 1929р. і незалежно І.Е.Тамом в 1930р. Зовнішнє магнітне поле модифікує процес РФЕ. Як зазначено вище, спочатку вивчення впливу магнітного поля на процес РФЕ було пов'язано з процесами комптонізації, які проходять в магнітосфері нейтронних зірок.

Процес РФЕ в сильному магнітному полі вивчався в роботах [109], [117-128]. В роботі [117] методом Швінгера знайдено повний переріз РФЕ, коли фотон поширюється уздовж поля. В роботі [118] одержано диференціальний перетин РФЕ, якщо початковий і кінцевий електрони знаходяться в основних енергетичних станах $l = l' = 0$. Процес РФЕ, коли початковий електрон знаходиться в основному стані $l = 0$ з вивченням циклотронних резонансів, розглянуто в роботі [119]. Загальний випадок LLL наближення розглянуто в роботі [120] з урахуванням процесу двухфотонного комптонівського розсіяння. Показано, що імовірність останнього в циклотронному резонансі порівнянна з нерезонансним однофотонним розсіянням. В роботі [121] розглянуто розсіяння м'яких фотонів на релятивістських електронах, коли останні рухаються вздовж напрямку сильного магнітного поля. В роботі [122] проведено порівняння двох релятивістських процесів: поглинання фотона електроном і РФЕ з урахуванням спінів частинок. Показано, що в точці циклотронного резонансу ці перетини є рівними. В роботі [124] розглянуто процес РФЕ в резонансному і нерезонансному режимах з урахуванням поляризації випромінювання, коли релятивістський електрон рухається уздовж поля. У роботах [125-126] розглянуто резонансне і міжрезонансне комптонівське розсіяння з урахуванням спіна електрона. У резонансних умовах диференціальний перетин представлено у формі Брейта-Вігнера. В магнітному полі $H \sim 10^{12}\,Гс$ резонансний перетин на кілька порядків перевищує міжрезонансний (останнє порядку томсонівського перетину), при цьому ширина резонансу становить десятки електронвольтів. У відносно недавно опублікованій роботі [127] для даного процесу одержані диференціальні перерізи справедливі як в разі підкритичного $H < H_0$, так і надкритичного магнітних полях $H > H_0$, коли початковий фотон розповсюджується уздовж поля з урахуванням спіна електрона. В роботі [128] розсіяння фотона на електроні розглядалося через вивчення проміжного процесу випромінювання фотона електроном в магнітному полі і спрямованій уздовж поля електромагнітній хвилі (конфігурація Редмонда).

До недоліків розглянутих робіт слід віднести відсутність аналізу впливу поляризації початкового фотона, як на поляризацію випромінювання, так і на спінові стани кінцевого електрона для різних спінових станів початкового електрона в резонансних умовах.

Актуальним завданням є пошук механізму поляризації пучків електронів (позитронів) лінійно поляризованої електромагнітної хвилею, заснованого на процесі резонансного РФЕ в магнітному полі.

Двухфотонне народження e^+e^- пари (ДНП). Цей процес в магнітному полі вивчався в роботах [129-133]. В роботі [129] знайдена амплітуда імовірності процесу четвертого порядку: розсіювання фотона на фотоні і через оптичну теорему повна ймовірність ДРП в разі, коли обидва початкових фотона спрямовані уздовж поля. У роботах [130-132] одержано вирази для імовірності процесу ОРП в поле конфігурації Редмонда з подальшим виділенням одного початкового фотона з поля електромагнітної хвилі. В роботі [132] здобута повна імовірність ОНП через оптичну теорему з поляризаційного оператора і показано, що магнітне поле викликає в перерізі осциляції, що мають амплітуду, що значно перевищує поправки, одержані за теорією збурень. До кінця послідовно як процес другого порядку ДНП розглянуто в роботі [133]. Розглянуто випадок, коли енергія кожного з фотонів не перевищує $2m$, щоб вилучити процес ОНП. Аналізуються резонансна поведінка перетину і його залежність від поляризації фотонів. Порівняння процесів народження пари одним і двома фотонами (ОНП і ДНП) проводилося в роботах [134-138] стосовно до рентгенівських пульсарів і м'яких гамма сплесків. Зокрема, в [134] показано, що процес ОНП домінує для більшості пульсарів, коли магнітне поле $H \sim 10^{12}\,Гс$, щільність фотонів магнітосфери $n_\gamma < 10^{25} см^{-3}$, температура e^+e^- плазми $kT > m$. Недоліком цих робіт є використання формул для ймовірності ДНП без зовнішнього магнітного поля. В результаті, пророблені оцінки не враховують резонансного перебігу ДНП і тому повинні бути переглянуті. В роботі [139] вивчено процес народження e^+e^- фотоном при його розповсюджены в термальній бані в надсильному магнітному полі $H >> H_0$.

Слід підкреслити, що в процесі ДНП в зовнішньому магнітному полі мають місце два типи розбіжностей (резонансів). Перша пов'язана з виходом проміжного електрона (позитрона) на масову поверхню. В цьому випадку процес розпадається на два незалежних першого порядку. Другий тип резонансів пов'язаний з дискретністю руху електрона (позитрона) в поперечній до напрямка поля площині і має місце на порозі реакції, коли частинки народжуються з нульовими поздовжніми імпульсами. Подібна розбіжність є і в процесі ОНП. Другий тип резонансів вивчався в роботі [133]. Резонансний перебіг процесу ДНП за першим сценарієм вивчено не було.

Невирішеними задачами в дослідженні процесу ДНП є:

- Дослідження резонансного ДНП з виходом проміжної частинки на масову поверхню.
- Аналіз впливу поляризації початкових фотонів на ступінь поляризації пучків кінцевих частинок при резонансному ДНП.
- Порівняння процесів ОНП і ДНП в умовах e^+e^- плазми магнітосфери рентгенівських пульсарів з урахуванням резонансного характеру процесу двухфотонного народження e^+e^- пари в магнітному полі. Пошук параметрів, коли останній може конкурувати з процесами першого порядку (народження пари одним фотоном).

Двофотонне синхротронне випромінювання (ДСВ). Процесу випромінювання двох квантів при русі електрона в магнітному полі присвячено порівняно небагато робіт [140-142]. В роботі [140] розглянуто процес випромінювання фотона електроном в поле конфігурації Редмонда з виділенням одного фотона випромінювання (поглинання) з електромагнітної хвилі. В роботі [141] процес ДСВ в другому борнівському наближенні вивчений в квазікласичному випадку з ультрарелятивістськими частинками. Нарешті, обчислення другого порядку теорії збурень для електрона в сильному магнітному полі, який випромінює два фотона при переході між довільними рівнями Ландау проведені в роботі [142]. Розрахунки застосовані для полів магнітарів $H \sim H_0$ і знайдені залежності ймовірності процесу, як від напрямку спіна електрона, так і поляризації фотонів. Досліджено умови виникнення резонансів і проведено чисельні оцінки імовірностей.

До недоліків зазначеної роботи можна віднести відсутність аналізу порівнянь процесів СВ і резонансного ДСВ в LLL наближенні (в сильному магнітному полі). Не досліджені умови факторизації імовірності в резонансних умовах та вплив спін-фліп процесу в результаті резонансного ДСВ на поляризацію випромінювання.

Однофотонне народження e^+e^- пари з випромінюванням фотона (ОНПВ). Цей процес в сильному магнітному полі повинен характеризуватися такими ж основними властивостями як його крос-канали РФЕ, ДНП, ДСВ, а саме:

наявність резонансів, сильна залежність швидкості процесу від напрямку спіна частинок і поляризації фотонів, досягнення швидкості процесу в резонансі до величини процесів першого порядку. Тому вивчення процесу ОНПВ є актуальною задачею. Однак в літературі відсутнє будь-яке згадування про цей процес.

1.5. Тест КЕД в проекті FAIR

У 2010 році була підписана міжнародна конвенція про створення в Німеччині (м.Дармштадт) на базі інституту GSI (інституту досліджень важких іонів) нового наукового мега-проекту, прискорювального комплексу FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research - дослідного центру іонів і антипротонів) з загальним бюджетом понад один мільярд євро. Крім програми вивчення адронної матерії, включаючи дослідження фундаментальних симетрій і взаємодій, а також дослідження динаміки багаточастинкових систем з урахуванням колективних ефектів, FAIR проект включає дослідження явищ КЕД в екстремально сильних електромагнітних полях [143,144]. Цей напрямок виконує колаборація SPARC (Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration - колаборація з дослідження атомної фізики накопичених частинок). Зокрема, будуть проведені дослідження за участю фотонів, електронів і атомів в присутності сильних швидкозмінних електромагнітних полів, а також структурні дослідження важких іонів. Планується проведення експериментів з взаємодії воднеподібних і гелійподібних іонів з інтенсивним імпульсних лазерним полем лазера PHELIX, коли електрон на внутрішній орбіті важкого іона відчуває поле порядку критичного $E_0=m^2/e$. Перевірка квантової електродинаміки в сильних полях в рамках FAIR проекту передбачає розгляд таких задач: лембівський зсув, тонка структура рівнів важких іонів, аномальний магнітний момент зв'язаних електронів, іони і електрони в інтенсивному полі лазера. В експериментах із зустрічними пучками (інтенсивним лазерним пучком і пучком водородоподобних важких іонів) завдяки допплерівського зсуву можлива настройка лазера на переходи між енергетичними рівнями електрона. Вивчення динаміки зіткнень в сильних полях в програмі FAIR включає задачи: радіаційне захоплення електрона в іон-атомних зіткненнях, утворення квазімолекул в іон-іонних зіткненнях, народження e^+e^- пар при зіткненні важких іонів.

Надкритичний заряд ядра. Рішення рівняння Дірака має сингулярність для зв'язаних станів електрона в полі точкового ядра з зарядом Z [145]. Відповідно до формули Зоммерфельда для тонкої структури атома енергія нижнього електронного рівня $1S_{1/2}$ має вигляд [146]:

$$\varepsilon_0 = m\sqrt{1-(Ze^2)^2}\ . \tag{1.2}$$

Енергія (1.2) наближається до нуля при $Z = Z_c$, де Z_c=137, а при $Z > Z_c$ стає уявною величиною, що говорить про некоректність задачи без урахування граничних умов на хвильову функцію в нулі. Відзначимо, що уявна добавка до енергії, як відомо, описує нестаціонарний процес, розпад, тобто стан з $Z > Z_c$ має бути нестабільним. Більш реалістична модель з кінцевим розміром ядра дозволяє вийти за межі $Z > 137$ [147-148]. В роботі [147] введено поняття критичного заряду ядра Z_c (заряд, при якому енергія рівня $1S_{1/2}$ електрона досягає значення енергії нижнього континууму) і зроблена оцінка його величини Z_c =200. Надалі в роботах [149-151] виконано більш точний аналіз рівняння Дірака з $Z \sim Z_c$, звідки випливає $Z_c \approx 170$. У цих роботах відзначено, що в разі $Z > Z_c$ для голого ядра і при наявній вакансії на К-оболонці відбувається спонтанний процес захоплення електрона з від’ємного континууму (підвалу Дірака) на К-оболонку і утворення дірки в континуумі, що проявляється як спонтанне народження позитрона. Ефект спонтанного квазістатичного народження позитронів при $Z > 170$ можна спостерігати при зіткненні двох ядер з сумарним зарядом $Z_1 + Z_2 > Z_c$, наприклад, при зіткненні двох голих ядер урану [149]. Розрахунок перетину процесу спонтанного народження позитронів при зіткненні важких іонів за вказаним вище механізмом проведено в роботах [152-153].

Дармштадські піки. Наприкінці 70-х років минулого століття в GSI на прискорювачі UNILAC було розпочато програму досліджень процесів зіткнення важких іонів, що супроводжуються спонтанним народженням позитронів. В рамках цієї програми дві групи EPOS [154-157] і ORANGE [158-161] проводили експерименти із зіткнення швидких з енергією близько кулонівського бар'єру (~6 *МеВ*/*нуклон*) важких ($Z \sim 90$) іонів з утворенням на короткий час ~ $10^{-21}c$ важкого складеного ядра з надкритичним зарядом. При проведенні експериментів в обох групах були виміряні спектри позитронів, утворених в результаті зіткнення ядер. Основними механізмами утворення позитронів при зіткненні іонів є: 1) внутрішня парна конверсія при знятті збудження ядер з часом випромінювання ~ $10^{-15}c$ (конверсійні позитрони), 2) виривання електронів з негативного континууму під дією швидко мінливого в часі і просторі глибокого (~20 *МеВ*) кулонівського потенціалу з часом випромінювання ~ $10^{-21}c$ (динамічні позитрони) і, нарешті, 3) процес спонтанного народження надкритичним зарядом з часом випромінювання ~ $10^{-19}c$ (спонтанні позитрони). Перші два процеси становлять фон до шуканого народження спонтанних позитронів. Експериментально виміряний фон добре узгоджувався з теоретичними обчисленнями. Час спонтанного переходу електрона з негативного континууму на два порядки більший за час зіткнення іонів, тобто існування сверхкритического заряду, і це, мабуть, було головною трудністю при спроби виявити спонтанні позитрони. Проте, в позитронному спектрі обох груп були виявлені аномальні вузькі піки (шириною кілька десятків кілоелектронвольтів) в області кінетичних енергій позитронів 200-400 *кеВ*. Для дослідження електрон-позитронного збігів спектрометри EPOS і ORANGE були в подальшому модифіковані з додаванням спектрометрів електронів [162-164]. В спектрах електрон-позитронних пар також були виявлені вузькі лінії, відповідні лініям в позитронних спектрах, проте з меншою шириною (див. рис.1.4).

Розташування ліній не залежало від величини сумарного заряду складеного ядра, в той час як перетин ~$(Z_1+Z_2)^{20}$.

В роботі [165] наведено огляд проведених експериментів обох груп. Експерименти групи APEX з поліпшеними спектрометрами електронів і позитронів не виявили аномальних особливостей [166] і в подальшому експерименти в цьому напрямку були зупинені. Досить повний огляд як Дармшадстскіх експериментів, так і пов'язаних з ними питань, проведений в роботі [167].

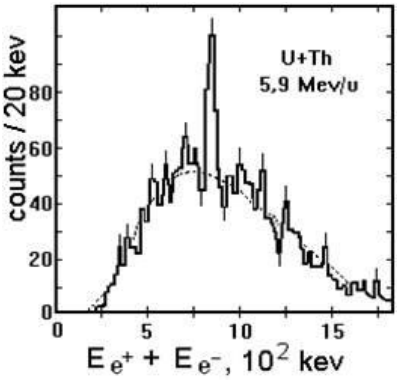


Рис. 1.4. Аномальний пік, який спостерігався в дармштадских експериментах з зіткнення важких іонів в енергетичному спектрі народжуваних e^+e^- пар [164]

Сильне магнітне поле важких ядер, що зіштовхуються. Слід зазначити, що при зіткненні важких іонів з прицільними параметрами, які порядку і більше розміру ядра $\rho \geq R_{яд}$ (ультрапериферійні зіткнення) можливий перебіг квантово-електродинамічних процесів в області між ядрами в сильному магнітному полі ядер. Між ядрами магнітні поля рухомих ядер складаються, а електричні компенсуються (див. рис.1.5.). Для прицільних параметрів порядку 10^{-10}*см* важкі ядра, що зіштовхуються, з зарядом Z=90, які рухаються зі швидкістю ~c/10, створюють магнітне поле порядку 10^{12}*Гс*. У зазначеній області цілком можливий перебіг процесів КЕД за участю сильного магнітного поля. У процесі народження електрон-позитронної пари при зіткненні ядер, якщо пара народжується між ядрами, то вона буде перебувати на рівнях Ландау, при цьому відстані між сусідніми рівнями Ландау для поля H=5*10^{12}*Гс* дорівнюють 50 *кеВ*, що експериментально помітно.

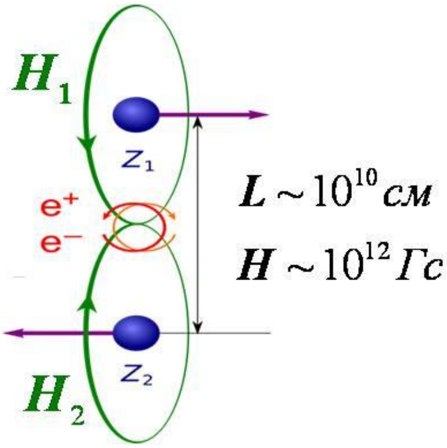


Рис.1.5. При зіткненні важких іонів e^+e^- пара в області між ядрами народжується в сильному магнітному полі рухомих ядер

В енергетичному спектрі e^+e^- пар, народжуваних при зіткненні ядер, повинні спостерігатися вузькі лінії, розташовані квазі-еквідистантно, які відповідають рівням Ландау. Також повинні спостерігатися циклотронні лінії в рентгенівському діапазоні випромінювання, що супроводжують переходи електронів на сусідні рівні Ландау. Припускаємо, що серія квазі-еквідистантних піків, яка спостерігалася в Дармштадтських експериментах, як раз могла відповідати зазначеним рівням Ландау [168]. Відзначимо, також, роботу [169], де аналізується вплив сильного магнітного поля рухомих ядер на народження позитронів при зіткненні важких іонів, а також можлива участь магнітного поля в формуванні вузьких піків. В роботі розв’язувалося стаціонарне двухцентрове рівняння Дірака, що включає магнітні поля рухомих зарядів і використовувався метод адіабатичних фазово-кореляційних діаграм. Швидкості народження позитронів, отримані в двухцентрових обчисленнях, включаючи магнітне поле, близькі до обчислених в монопольному наближенні без магнітного поля і не містять резонансної структури.

Таким чином, актуальним є вивчення КЕД з магнітним полем стосовно для SPARC проекту FAIR, включаючи програму з реанімування старих Дармштадтських експериментів. У цій роботі вивчається процес народження e^+e^- пари на низьких рівнях Ландау двома фотонами в сильному магнітному полі.

1.6. Розповсюдження фотона в магнітному полі

Дисперсія фотона. Процес розповсюдження фотона в області із зовнішнім класичним електромагнітним полем (в нашому випадку магнітному) подібний до розповсюдження електромагнітної хвилі в анізотропному оптично активному середовищі. Тому вивчення цього процесу зводиться до аналізу оптичних властивостей активного середовища за допомогою ренормованого поляризаційного тензора (поляризаційного оператора фотона). Поляризаційний оператор згадувався вище при розгляді процесів першого порядку, де використовувався для отримання повної ймовірності процесу ОНП. Аналізу аналітичних властивостей поляризаційного тензора присвячені роботи [170-176]. В роботі [170] знайдено рішення дисперсійних рівнянь для власних мод, використовуючи поляризаційний тензор. Детально аналізуються рішення поблизу порогу народження e^+e^- пар (циклотронного резонансу). Монографія в працях ФІАН [171] присвячена вивченню поляризації вакууму і релятивістського e^+e^- газу в постійному зовнішньому електромагнітному полі. Більш детально вивчено сингулярну поведінку поляризаційного оператора внаслідок ОНП в магнітному полі. В роботі [172] розглядається процес розповсюдження фотона в надкритичному полі $H >> H_0$. Поведінка фотона в довільній суперпозиції постійних магнітному і електричному полях вивчається в роботі [173]. Поляризаційний оператор в 2 + 1 розмірній КЕД з ненульовою ферміонною густиною в магнітному полі розраховується в роботі [174]. Поляризаційний оператор e^+e^- газу в магнітному полі, використовуючи Мацубарівську техніку температурних функцій Гріна, знайдено в роботі [175]. Радіаційні поправки до поляризаційного оператора обчислені в роботі [176].

Вакуумне подвійне променезаламлення (ВПП). Подвійне променезаломлення - це, як відомо, ефект розщіплення променя світла на дві складові (звичайна і незвичайна) в анізотропних середовищах (кристалі ісландського шпату). Якщо підібрати умови, при яких напрями звичайного і незвичайного променя збігаються, тоді спостерігається ефект зміни поляризації. Крім кристалів подвійне променезаломлення спостерігається в ізотропних середовищах, поміщених у зовнішнє електромагнітне поле. Так в електричному полі має місце ефект Керра, в магнітному полі аналогами є ефект Коттона-Мутона і ефект Фарадея, в поле лазерної хвилі - це оптичний ефект Керра. Оскільки зовнішнє магнітне поле порядку критичного поляризує вакуум, який в результаті проявляє властивості анізотропного середовища, то можливо вакуумне подвійне променезаломлення світла. Вперше цей ефект був передбачений і теоретично описаний в роботі [177]. В основі ефекту ВПП лежить КЕД процес четвертого порядку - розсіяння світла на світлі, перетин якого знайдено в роботах [178,179]. Надалі розвиток методів з використанням нелінійного лагранжиана Гайзенберга-Ейлера та вивчення ефекту ВПП проведено в роботах [180-188]. Поляризація вакууму і ВПП в зовнішньому електромагнітному полі довільної конфігурації розглянута в роботі [180]. В роботі [182] вивчається процес розповсюдження лінійно поляризованого лазерного променя в зовнішньому поперечному магнітному полі. Відгук КЕД вакууму і його нестабільність в асимптотично великих магнітних полях $H >> H_0$ вивчається в роботі [183]. Роботи [184-185] присвячені ефекту ВДЛ в сильному магнітному полі, де чисельно здобуті і детально проаналізовані властивості фотонного поляризаційного тензора і комплексного показника заломлення. В роботі [186] розглядаються поляризаційні ефекти, викликані фотон-фотонною взаємодією в лазерних експериментах, де лазерний промінь розповсюджується в області з магнітним полем або стикається з іншим лазерним променем. В роботі [187] проведено експерименти (астрономічні спостереження) на дуже великому телескопі (Very Large Telescope, Chile), де вперше отримано докази ВПП в оптико-поляріметричних вимірах ізольованою нейтронної зірки. Відзначимо, також, монографії [188], де на основі методу перетворень Боголюбова розглянуто народження частинок з вакууму, а також поляризація і перебудова вакууму зовнішнім полем і [189], де розвинена теорія збурень з точним урахуванням зовнішнього поля і розроблено методи знаходження функції Гріна.

Розщеплення фотона (РФ). Процес розщеплення фотона є КЕД процесом третього порядку в однопетльовому наближенні і без зовнішнього поля відповідно до теореми Фаррі не може відбуватися [190, 191]. Відмінність від поляризаційного оператора полягає в наявності додаткового фотона в кінцевому стані. Сильне зовнішнє магнітне поле робить такий процес можливим і цікавим в астрофізиці як механізм генерації лінійно поляризованих гамма променів. Вивченню цього процесу присвячені роботи [192-197]. В роботі [192] визначено показник заломлення розповсюдження фотона і коефіцієнт поглинання, а також правила відбору поляризації для розщеплення фотона. В роботі [193] знайдена ймовірність в одиницю часу розпаду фотона на два. Зворотний процес до розщеплення фотона - процес злиття двох фотонів в один розглядається в роботі [194]. В роботі [195] здобуто чисельні результати для ймовірності розщеплення фотона як функції енергії фотона нижче енергії порога народження e^+e^- пари для різних величин магнітного поля нейтронних зірок, також проведено перерахунок здобутих раніше результатів. В роботі [196] критично обговорюється S-матричний підхід, який застосовується в [195], для розгляду процесу РФ в замагніченому вакуумі і вирішується задача збіжності амплітуди в разі слабких магнітних полів. В роботі [197] викладаються основні фізичні аспекти двох процесів з однаковими початковими умовами: РФ і ОНП і обговорюється їх прояв в магнітосфері нейтронної зірки.

Слід підкреслити, що при розповсюдженні фотона в магнітному полі в резонансних умовах, що відповідає народженню реальної електрон-позитронної пари, можливий зворотний процес анігіляції пари в один фотон. Таким чином, утворюється каскад процесів народження і анігіляції пари, який раніше не був вивчений. Актуальними питаннями є:

- вивчення процесу розповсюдження фотона в сильному магнітному полі, коли відбувається каскадне народження e^+e^- пари з подальшою анігіляцією (КНПАП);
- обчислення зміни поляризації фотона в процесі КНПАП в резонансній і межрезонансній областях.

1.7. Процеси КЕД в поле лазерної хвилі. SLAC експерименти

<u>Процеси КЕД в поле плоскої електромагнітної хвилі.</u> Методично процедура обчислення процесів квантової електродинаміки в полі плоскої електромагнітної хвилі така ж, як і в зовнішньому магнітному полі, тому доцільно згадати цю тематику, не претендуючи на повноту огляду. Дійсно в обох випадках використовується диаграмна техніка картини Фаррі [191], коли зовнішнє класичне поле враховується точно через розв’язок рівняння Дірака для електрона (позитрона), а взаємодія частинок з квантовими фотонами - за теорією збурень. Також відзначимо, як буде показано нижче, при певних умовах результати обчислень в полі лазерної хвилі і в постійному магнітному полі збігаються. Загальний розв’язок рівняння Дірака для електрона в полі плоскої електромагнітної хвилі був знайдений Волковим в тридцяті роки минулого століття [198]. Після появи лазерів Волківськи функції стали інтенсивно використовуватися при вивченні процесів тематики, що розглядається.

Одним з основних параметрів задачи є релятивістськи інваріантний параметр багатофотонності, який має вигляд:

$$\eta = \frac{|e|F}{m\omega}, \tag{1.3}$$

де F, ω - напруженість і частота зовнішнього електромагнітного поля. Цей параметр має фізичний зміст роботи поля на довжині хвилі в одиницях енергії спокою електрона. У випадку $\eta << 1$ в процесі КЕД бере участь мала кількість віртуальних фотонів зовнішнього поля, у граничному випадку один фотон. Якщо $\eta \sim 1$ і більший, суттєвими є багатофотонні процеси. Для того щоб досягти величини $\eta \sim 1$ в оптичному діапазоні напруженість поля повинна мати порядок $F \sim 10^{10} В/см$, що відповідає інтенсивності лазера $\sim 10^{18} Вт/см^2$. Сучасні потужні фемтосекундні лазери вже досягають необхідної інтенсивності для спостереження багатофотонних нелінійних КЕД процесів. Рекордне значення інтенсивності на 2008 рік $2 \cdot 10^{22} Вт/см^2$ в оптичному діапазоні, що відповідає $\eta \sim 100$, одержано в роботі [199] на лазері потужністю 300 *ТВт*. Оптичний лазер LFEX (Laser for Fast Ignition Experiments) з рекордною потужністю 2 *ПВт* побудований в Японії (Університет Осаки). Два Європейських проекти ELI (Extreme Light Infrastructure) [200] і XCELS (Exawatt Center for Extreme Light Studies) [201] будуються, де планується досягти потужності ексаватт і інтенсивності $10^{24} Вт/см^2$ і вище.

Розгляд процесів КЕД першого порядку в полі лазера (випромінювання спонтанного фотона електроном, народження e^+e^- пари фотоном) представлено, наприклад, в роботах [44], [202-205]. Останнім часом такі процеси вивчалися в полі ультракороткого лазерного імпульсу з $\eta \geq 1$ [206] і в надсильному лазерному полі з $\eta >> 1$ [207]. Розсіяння електрона на кулонівському центрі в імпульсному полі лазерної хвилі розглянуто в роботі [208]. Крос-каналу до розсіяння електрона - народженню e^+e^- пари кулонівським полем в лазерному полі в тунельному режимі присвячені роботи [209,210]. Резонанси в процесі розсіяння фотона на електроні в полі плоскої монохроматичної хвилі вивчалися в роботі [108], а в поле імпульсної лазерної хвилі в роботах [211-214]. Процес гальмівного випромінювання електрона на кулонівському центрі в полі імпульсного лазера вивчався в роботах [215-217]. Лептон-лептон розсіянню присвячені роботи [111,112], [218,219]. У роботах [220], [221] розглянуто процес спонтанного випромінювання двох фотонів електроном в інтенсивному лазерному полі. В роботі [222] обчислено повний переріз високоенергетичного народження e^+e^- пари фотоном в комбінованому полі атома і інтенсивного лазера. Огляд досліджень процесів релятивістської квантової динаміки, квантової електродинаміки, фізики ядра і елементарних частинок в екстремально інтенсивних лазерних полях проведено в роботі [223]. У монографіях [224] і [225] вивчено резонансні і когерентні ефекти КЕД в світловому полі (полі плоскої монохроматичної хвилі) і в сильному імпульсному лазерному полі, відповідно.

Процеси КЕД в поле конфігурації Редмонда. Рівняння Дірака для електрона в зовнішньому класичному поле, яке є суперпозицією постійного магнітного поля і поля плоскої електромагнітної хвилі, спрямованої уздовж магнітного поля (конфігурація Редмонда), має точне рішення [226]. Функція Гріна електрона в поле конфігурації Редмонда знайдена в роботі [227]. Це дозволило виконати ряд робіт з дослідження КЕД процесів в такому полі [109], [128], [130-132], [140], [204], [228-234]. Процес спонтанного випромінювання фотона електроном розглянуто в роботах [204], [228-230]. В роботі [229] задача вирішувалася у випадку, коли електрон знаходиться на найнижчих рівнях Ландау. Процес народження e^+e^- пари одним фотоном вивчено в роботі [231]. Здобуті результати досліджень процесів КЕД першого порядку можна використовувати як допоміжні для вивчення процесів КЕД вищого порядку по квантовій взаємодії в чисто магнітному полі, якщо від поля плоскої електромагнітної хвилі виділити кінцеве число фотонів. Так, задача розсіяння фотона на електроні виконана в роботах [128], [140], [232-

233], при цьому в роботі [233] знайдені перерізи розсіяння надалі використовувалися для одержання перетину гальмівного випромінювання ультрарелятивістського електрона на ядрі, використовуючи метод еквівалентних фотонів. Задача двофотонного народження e^+e^- пари в магнітному полі вирішувалася в роботах [130,131]. В роботі [234] розглянуто задачу однофотонного народження e^+e^- пари на ядрі. Дослідження циклотронних резонансів і процесу розсіяння в магнітному полі проведено в роботі [109], аналізуючи масовий оператор електрона в Редмондівському полі і використовуючи оптичну теорему. За аналогічною методикою, досліджуючи поляризаційний оператор в поле конфігурації Редмонда, в роботі [132] знайдено ймовірності двофотонного народження пари.

Слід зазначити, що роботи з прямими обчисленнями процесів КЕД другого порядку в поле Редмонда з аналізом резонансних і поляризаційних властивостей в літературі відсутні. Для їх виконання, як перший крок, необхідно отримати вираз для функції Гріна електрона в поле конфігурації Редмонда у вигляді, зручному для розрахунків резонансних процесів.

SLAC експерименти. Перші експерименти, де були вивчені квантово-електродинамічні процеси першого і другого порядку в зовнішньому полі інтенсивної лазерної хвилі - це SLAC експерименти 1996-1997 років [235-237]. У цих експериментах назустріч лазерному променю з інтенсивністю $10^{18} Вт/см^2$ спрямовувався пучок електронів з енергіями $\sim 50 ГеВ$ (див. рис.1.6.). В результаті були виявлені жорсткі фотони $>2mc^2$ [235], а також позитрони [236]. Високо-енергетичні електрони, які рухаються в зовнішньому полі, в даному випадку полі лазерної хвилі, неминуче спонтанно випромінюють фотони, в спектрі яких присутня і жорстка компонента. У свою чергу, жорсткий фотон з енергією $>2mc^2$, рухаючись в тому ж зовнішньому лазерному полі, здатний породити електрон-позитронну пару, що і було експериментально зафіксовано. Автори SLAC експериментів виділяють два можливих канали народження електрон-позитронного пар. Перший - це процес Брейта Уилера [191], процес народження e^+e^- пари двома фотонами, де один фотон - жорсткий, що утворюється в результаті зворотного комптонівського розсіяння фотонів хвилі на електроні, а роль другого фотона виконують *n* фотонів лазерного хвилі. Другий - трident процес (trident), де початковий електрон народжує електрон-позитронну пару через проміжний віртуальний фотон.

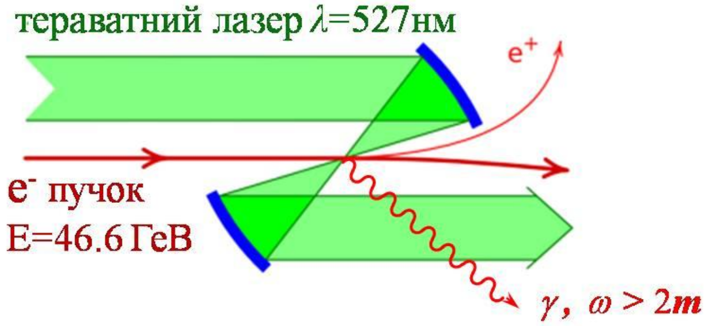


Рис. 1.6. Схема зіткнення пучка електронів з лазерним променем в SLAC експерименті з народження e^+e^- пар [236]

Обчислення багатофотонного тридент процесу, який виникає при взаємодії інтенсивного лазерного променя з пучком електронів, в наближенні Вацзеккера-Вільямса проведені в роботі [238]. Повна теорія багатофотонного тридент процесу народження e^+e^- пари в сильному лазерному полі у другому Борнівському наближення представлена в роботі [239]. Чисельно одержана імовірність в одиницю часу народження e^+e^- пар (швидкість процесу) склала значення $R = 4 \cdot 10^{-4} c^{-1}$, що вчетверо перевищує експериментальне значення [236]. В роботі [240] наведено огляд процесів КЕД в інтенсивному полі лазерного променя, де аналізуються нелінійні колективні ефекти в фотон-фотонному і фотон-плзаменному взаємодіях.

Тридент процес народжения e^+e^- пари в сильному зовнішньому магнітному полі в наближенні Вацзеккера-Вільямса еквівалентних фотонів [191] з ультрарелятивістськими частинками вивчався в роботі [13]. Збудження за рахунок зіткнень рівнів Ландау електрона в сильному магнітному полі розглянуто в роботі [13]. Відзначимо, що в роботах

А.І.Нікішова, В.І.Рітуса [202,203] було показано, що вираз для імовірності спонтанного випромінювання фотона електроном в полі лазерної хвилі збігається з виразом для імовірності СВ (випромінювання фотона електроном в магнітному полі) в разі ультрарелятивістського руху електрона. Справа в тому, що зовнішнє електромагнітне поле будь-якої конфігурації при ультрарелятивістському русі електрона в його власній системі відліку виглядає як постійне схрещенне електромагнітне поле. У зв'язку з цим, актуальним є вирішення таких задач:

- Знайти імовірність народження e^+e^- пар ультрарелятивістським електроном в магнітному полі.
- Використовуючи теорему Нікішова-Рітуса (про еквівалентність зовнішніх полів для ультрарелятівсткіх процесів) оцінити вихід позитронів експерименту SLAC.

1.8. Рекордні значення магнітного поля і процеси в надсильних магнітних полях

Рекордні магнітні поля. Потужні постійні поля, аж до $4.5 \cdot 10^5 \textit{Гс}$, досягаються в лабораторних умовах в магнітах Біттера, встановлених всередині надпровідного магніту. Імпульсні магнітні системи з полем $8.9 \cdot 10^5 \textit{Гс}$ розроблені в Національній лабораторії сильних магнітних полів (National High Magnetic Field Laboratory, Los Alamos) [242]. В середині минулого століття А.Д.Сахаров запропонував ідею магнітної кумуляції і принципову конструкцію взривомагнітних генераторів [243,244]. В результаті швидкої деформації вибухом струмопровідних контурів затравочное початкове магнітне поле в ~100 *кГс* сжимается до величины 25 *МГс*. Поява потужних імпульсних петаватних лазерів привело до фіксування на експерименті нового рекордного значення магнітного поля. Лазерний промінь з інтенсивністю 10^{21} $\textit{Вт/см}^2$ з використанням технології стиснення імпульсу до інтервалів нижче пікосекунди при взаємодії з лазерними матеріалами утворює згусток щільної плазми ~10^{21}*см*$^{-3}$ і вище (лазерна плазма), де створюється динамічне електричне поле 100 *МВ*/*мікрон* з відповідним магнітним полем ~ 1 *ГГс* [245-247]. Характерними магнітними полями магнітосфери нейтронних зірок, як зазначено раніше, є поля ~ 10^{12}*Гс*. Рекордні поверхневі магнітні поля ~ 10^{15}*Гс* є характерними для магнетарів, до яких відносять аномальні рентгенівські пульсари і репітори м'яких гамма променів [248-251]. Максимальне магнітне поле, в якому працює стандартна квантова електродинаміка, ~ 10^{42}*Гс* пов'язане з ефектом позитронного колапсу. Магнітне поле значно збільшує кулонівське притягання між електроном і позитроном. Це відбувається до тих пір поки електрон і позитрон не впадуть один на одного, що і відповідає колапсу [252,253].

Процеси у надкритичних магнітних полях. У раніше згаданих роботах [80], [81], [97], [172], [183] процеси КЕД (анігіляція e^+e^- пари, розповсюдження фотона) розглянуті в магнітних полях вище критичного швінгеровского значення. Обчислення енергії іонізації атомів в таких полях проведено в роботі [254]. Випромінювання фотона і релятивістський зсув енергетичних рівнів для водньоподібного атома в надкритичному магнітному полі розглядається в роботі [255]. Захоплення фотона сильним магнітним полем і пригнічення процесу народження пар вивчається в роботах [256, 257]. Релятивістський позитроній в надсильному магнітному полі розглядається в роботі [258]. Проблемі матерії і випромінювання в дуже сильних магнітних полях присвячені оглядові роботи [259,260], а також монографія [261].

Роботи [262-267] присвячені проблемі динамічного порушення симетрій (симетрії ароматів в розмірності 2 + 1, киральній симетрії в КЕД) і генерації маси ферміонів в постійному магнітному полі. Роль магнітного поля в (2 + 1) розмірних моделях аналогічна ролі поверхні Фермі в теорії надпровідності Бардіна-Купера-Шріфера. В основі цього явища лежить просторова редукція $D \rightarrow D$-2 в динаміці спарювання ферміонів в магнітному полі, оскільки рух зарядженої частинки в площині перпендикулярно полю обмежений. Слід зазначити, що тут суттєвою є непертурбативна КЕД динаміка. В рамках картини Фаррі, коли квантованна взаємодія враховується пертурбативно, динамічне порушення симетрій в КЕД не спостерігається. Аналіз статичного потенціалу між частинкою і античастинкою в сильному магнітному полі в LLL наближенні проводиться в роботі [268]. Стандартний закон Кулона модифікується через появу поляризації вакууму в магнітному полі. Проблема спонтанної магнетізації вакууму неабелевих калібрувальних полів при високих температурах розглядається в роботі [269].

1.9. Методи КТП в задачі електронного охолодження

Важливим застосуванням квантової теорії поля в сильному магнітному полі виявилося застосування до задачі електронного охолодження. В основі методу лежить використання принципів руху зарядженої частинки в речовині, зокрема, в газі заряджених частинок. Вивченню процесу взаємодії заряджених частинок з речовиною присвячені роботи великих вчених минулого століття, таких як Н.Бор, А.Зоммерфельд, Х.Бете, Ф. Блох, Е. Фермі, Дж.Лінхард і ін. [270-274], а також численні монографії, наприклад [275].

Метод електронного охолодження є на сьогоднішній день добре відпрацьованим для охолодження важких заряджених частинок. Він був придуманий і розроблений в новосибірському інституті ядерної фізики в кінці 60-х років минулого століття [276-283]. Гарячий пучок важких частинок на деякій ділянці шляху поєднується з холодним пучком електронів. В результаті кулоновских зіткнень розкид за швидкостями важких частинок зменшується. Легкі (у порівнянні з зарядженими іонами) електрони виводяться з пучка магнітним полем. В результаті залишається пучок важких заряджених іонів з меншим фазовим об'ємом, ніж спочатку.

Основним підходом теоретичного опису процесу електронного охолодження є метод парних зіткнень (див. наприклад [277]). В рамках такого підходу втрати енергії зарядженої частинки визначаються як інтеграл добутку переданої енергії в парному зіткненні на перетин взаємодії. Остаточно сила тертя виходить після процедури усереднення за швидкостями електронів газу. Метод є полуфеноменологічним (містить граничні прицільні параметри, які вносяться руками) і не враховує колективні ефекти на великих прицільних відстанях. Альтернативним підходом є діелектрична модель [284-289]. Сила тертя в цьому випадку визначається як добуток заряду частинки на напруженість поля збурення, викликаного самої частинкою в місці її знаходження. Вся інформація про типи збурень, які можуть поширюватися в електронному газі, міститься в діелектричної проникності. Цей підхід, також як і попередній, містить феноменологічні параметри і погано працює у випадку з великими переданими імпульсами (на малих відстанях). Слід зазначити, що жоден аналітичний підхід не дозволяє повністю адекватно описати як процес охолодження, так і динаміку пучка заряджених частинок в цілому. У роботах [290-294] проводиться комп'ютерне моделювання задачі, в основі якого лежать обидва підходи (парні зіткнення, діелектрична модель). В оглядових роботах [295-297] проводиться аналіз теоретичних підходів в задачі електронного охолодження.

В рамках проекту FAIR планується побудова накопичувального кільця антипротонів HESR (High Energy Storage Ring) з використанням електронного охолоджувача з пучком релятивістських електронів ($5\,МэВ\,/\,частинку$) [298-303], [291]. Для охолодження антипротонів буде використовуватися метод як електронного, так і стохастичного охолодження. Для виконання експериментів колаборації PANDA [143] потрібні рекордні параметри для пучка антипротонів: число антипротонів $N\sim10^{11}$, енергія $E\sim9\,ГеВ$, розкид за імпульсами $\Delta p/p\sim10^{-5}$, що і вимагає крім стохастичного охолодження також використовувати електронне.

У 1988 році в Новосибірському інституті ядерної фізики виявили, що завдяки істотно нелінійного впливу магнітного поля сила тертя, що діє на від’ємно заряджені іони, що рухаються в замагніченому електронному газі, в кілька разів перевищує силу тертя, що діє на додатні іони [280,304] (див.рис.1.7).

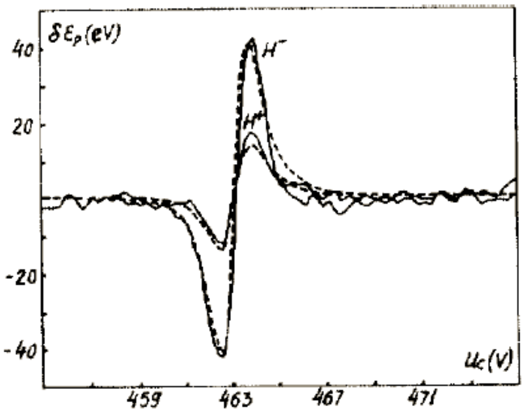


Рис. 1.7. Сили тертя, що діють на протони і від’ємні іони при русі в замагніченому електронному газі (установка МОСОЛ) [304]

На рис.1.7. по осі абсцис - енергія електронів (*еВ*), по осі ординат - змінення енергії протона і від’ємного іона (*еВ*). Сильна залежність сили тертя від знака заряду, безсумнівно, змінює режим охолодження антипротонів в порівнянні з додатно зарядженими частинками.

На сьогоднішній день повна теорія електронного охолодження важких заряджених частинок, яка враховує вплив знака заряду цих частинок, відсутня. Є тільки якісне пояснення цього ефекту в гранично сильних магнітних полях і чисельне моделювання. Суттєвим є замагніченість поперечного руху електронного газу і сильна анізотропія його температури. Всі наявні теорії за рухом зарядженої частинки в електронному газі дають вирази для сили тертя *F* і гальмівної здатності квадратичні за зарядом *q*:

$$-\frac{dE}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{V} \propto q^2, \qquad (1.4)$$

тобто не пояснюють цього ефекту.

У 1959 році Ларкін А.І. [305] написав роботу, де вперше був створений квантово-польовий підхід в задачі руху важкої зарядженої частинки в холодній плазмі і в першому борнівському наближенні знайдено вираз для втрат енергії цієї частинки. Вираз правильно описує як далекі і близькі зіткнення, так і взаємодію частинок, відстань між якими близько дебаєвського радіусу, що приводить до правильного виразу для кулонівського логарифма. І метод парних зіткнень і діелектрична модель дають результат з логарифмічною точністю і для остаточно правильного виразу для втрат енергії потрібна «рукотворна» феноменологічна операція зшивки цих двох методів.

У 1961 році Ахієзер І.О. [306] розглянув за методом Ларкіна рух нерелятивістської зарядженої частинки в електронній плазмі в присутності постійного однорідного магнітного поля. Були здобуті загальні вирази для втрат енергії в першому борнівському наближення і знайдено аналітичні формули для випадку гранично холодної плазми.

Квантово-польовий підхід (метод функції Гріна) в задачі руху зарядженої частинки в електронному газі був використаний в фізиці твердого тіла [307-310]. Була знайдена залежність гальмівної здатності електронного газу металів від знака заряду частинки, що рухається. Тут відмінність у втратах енергії різноіменно заряджених частинок обумовлена поляризаційним ефектом (Баркас ефект) [311] і має місце, як за відсутності зовнішніх полів, так і при нульовій температурі. Відзначимо, в роботах [307-310] процедура усереднення проводилася за основним станом газу, тобто при нульовій температурі.

У задачі електронного охолодження суттєвим є врахування температури електронного газу, оскільки максимальна сила тертя, що діє на заряджену частинку, якраз відповідає швидкості руху цієї частки порівняній з середньоквадратичною швидкістю електронів плазми. Також слід пам'ятати, що температура електронного газу в задачі електронного охолодження суттєво анізотропна. Поздовжня температура на кілька порядків нижче за поперечну.

Щоб врахувати вплив знака заряду важкої частинки на силу тертя в рамках методу Ларкіна-Ахієзера, очевидно, потрібно розглядати задачу руху зарядженої частинки в електронній плазмі з урахуванням другого борнівського наближення. Поправка другого порядку по взаємодії буде містити кубічну степінь заряду, яка і буде давати різницю в силах тертя додатно і від'ємно заряджених частинок.

Таким чином, актуальними є такі задачі:

- побудувати теорію руху додатно і від'ємно заряджених частинок в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі з урахуванням другого борнівського наближення. Знайти втрати енергії зарядженої частинки в замагніченому e^+e^- газі з анізотропної температурою методами КТП,
- проаналізувати вплив анізотропії температури e^- газу на швидкість руху важкої зарядженої частинки відповідну максимальній силі тертя та знайти граничне магнітне поле квантового пригнічення поперечного руху.

1.10. Висновки до розділу 1

Перелічені вище процеси КЕД, які перебігають в магнітосфері рентгенівських пульсарів, процеси в експерименті SLAC [235,236], процеси, які планується досліджувати в рамках завдань з перевірки квантової електродинаміки в сильних електромагнітних полях в проекті FAIR, а також процеси в замагніченому електронному газі при проходженні важкої зарядженої частинки складають єдиний клас процесів КЕД картини Фаррі. Вони описуються фейнманівськими діаграмами першого і другого порядку, де суцільні лінії - це хвильові функції і функції Гріна електрона в однорідному зовнішньому магнітному полі, а хвилясті - хвильові функції фотона (див. рис. 1.8). На рисунку зображено діаграми таких процесів: 1) синхротронне випромінювання, 2) народження e^+e^- пари фотоном, 3) комптонівське розсіяння, 4) подвійне синхротронне випромінювання, 5) двофотонне народження пари, 6) фотонародження e^+e^- пари з випромінюванням фотона, 7) розповсюдження фотона в магнітному полі, а також задача електронного охолодження 8) народженя $e^{+}e^{-}$ пари електроном. Ці процеси і будуть вивчені в даній роботі.

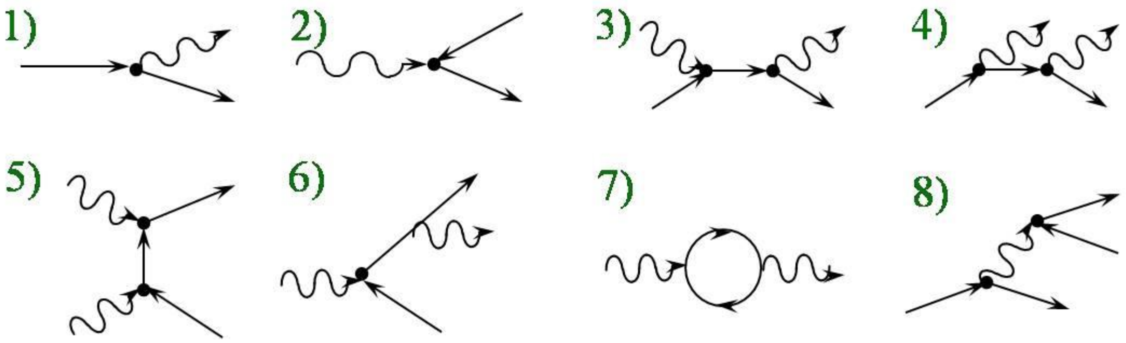


Рис. 1.8. Фейнманівські діаграми процесів квантової електродинаміки першого і другого порядку в зовнішньому магнітному полі

Відзначимо, крім представлених на рис.1.8. в принципі можливі також і такі процеси, фейнманівські діаграми яких представлені на рис. 1.9.

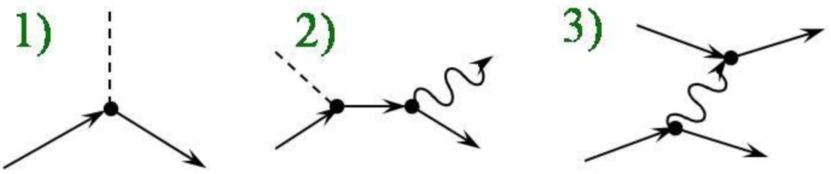


Рис. 1.9. Фейнманівські діаграми процесів: 1) розсіяння електрона на ядрі, 2) гальмівне випромінювання електрона на ядрі, 3) розсіяння електрона на електроні

Процеси без зовнішнього поля, відображені на рис.1.9, характеризуються перетином і вимагають введення поняття потоку початкових електронів. Додавання сильного магнітного поля, яке квантує поперечний рух частинок, істотно змінює ідеологію розгляду процесів. Вивчення цих процесів виходить за рамки методів теорії розсіювання квантової електродинаміки, оскільки в магнітному полі поняття потоку початкових електронів втрачає зміст, як наслідок втрачає зміст і поняття перетину.

Проведений огляд літератури показує, що, незважаючи на великий обсяг теоретичних досліджень процесів КЕД в зовнішньому магнітному полі, відсутній єдиний підхід при вивчені процесів, представлених фейнманівськими діаграмами на рис.1.9. Не розроблено метод з дослідження спін-поляризаційних ефектів - впливу поляризації початкових частинок на поляризацію кінцевих, а також резонансних ефектів, пов'язаних з виходом проміжних станів на масову поверхню.

Актуальними є задачі:

- в процесі синхротронного випромінювання вивчити вплив спіна початкового електрона на поляризацію випромінювання;
- вивчити вплив поляризації початкового фотона на напрямок спінів електрона і позитрона в процесі однофотонного народження електрон-позитронної пари;
- визначити спінову заселеність e^+e^- замагніченого газу і її вплив на СВ рентгенівського пульсара;
- провести аналіз впливу поляризації початкового фотона, як на поляризацію випромінювання, так і на спінові стани кінцевого електрона для різних спінових станів початкового електрона в процесі розсіяння фотона на електроні в резонансних умовах;
- вивчити механізм поляризації пучків електронів (позитронів) лінійно поляризованою електромагнітною хвилею, заснованого на процесі резонансного РФЕ в магнітному полі;
- провести дослідження резонансів процесу двофотонного народження e^+e^- пари;
- провести аналіз впливу поляризації початкових фотонів на ступінь поляризації пучків кінцевих електрона і позитрона при резонансному ДНП.
- провести порівняння імовірностей процесів ОНП і ДНП в умовах e^+e^- плазми магнітосфери рентгенівських пульсарів з урахуванням резонансного характеру процесу двофотонного народження e^+e^- пари в магнітному полі, а

також пошук параметрів, коли останній може конкурувати з процесами першого порядку (народження пари одним фотоном);

- провести порівняння імовірностей процесів СВ і резонансного двофотонного СВ в LLL наближенні (в сильному магнітному полі).
- дослідити умови факторизації імовірності ДСВ в резонансних умовах та вплив спін-фліп процесу в результаті резонансного ДСВ на поляризацію випромінювання;
- побудувати теорію однофотонного народження e^+e^- пари з випусканням фотона (ОНПВ);
- вивчити процес каскадне народження e^+e^- пари з подальшою анігіляцією (КНПАП) в сильному магнітному полі;
- вивчити процесс вакуумного подвійного променезаломлення (ВПП) в сильному магнітному полі з каскадним народженням-анігіляцією e^+e^- пари;
- знайти імовірність народження e^+e^- пар ультрарелятивістським електроном в магнітному полі;
- використовуючи теорему Нікішова-Рітуса (про еквівалентність зовнішніх полів для ультрарелятивістських процесів) оцінити вихід позитронів експерименту SLAC;
- побудувати теорію руху додатно і від’ємно заряджених частинок в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі з урахуванням другого борнівського наближення;
- проаналізувати вплив анізотропії температури електронного газу на швидкість руху важкої зарядженої відповідну максимальній силі тертя;
- знайти граничне магнітне поле для електронного охолодження, коли відбувається квантове пригнічення поперечного руху

Перелічені задачі складають основу дисертації і викладені в роботах [312-366].

РОЗДІЛ 2

СПІН-ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ЕФЕКТИ В ПРОЦЕСАХ СИНХРОТРОННОГО ВИПРОМІНЮВАННІ (СВ), ОДНОФОТОННОГО НАРОДЖЕННЯ e^+e^- ПАРИ (ОНП)

2.1. Вступ

У розділі при вивченні процесів КЕД враховується напрямок спінів електронів (позитронів) і поляризація фотонів. У магнітному полі рух електрона характеризується конкретним значенням проекції спіна на напрям поля: плюс 1/2, або мінус 1/2. Імовірність процесу, в якому бере участь електрон з проекцією спина плюс 1/2 (мінус 1/2) будемо позначати як W^+ (W^-). Поляризація фотонів визначається параметрами Стокса ξ_1, ξ_2, ξ_3, які визначають ступінь поляризації P через співвідношення

$$P = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2}\ . \tag{2.1}$$

У процесах із зовнішнім магнітним полем важливими випадками поляризації фотона є: нормальна лінійна поляризація - це випадок, коли площина поляризації фотона перпендикулярна площині хвильового вектора і напрямку магнітного поля, при цьому ξ_3=-1, і аномальна лінійна поляризація - це випадок, коли площина поляризації фотона збігається з площиною хвильового вектора і напрямку магнітного поля, при цьому ξ_3=+1.

Спін-поляризаційним ефектом називається ефект впливу поляризації початкових фотонів на напрямок спінів кінцевих частинок і навпаки вплив спінів початкових частинок на поляризацію кінцевих фотонів.

Схематично процеси КЕД з поляризованими частинками, що розглядаються в рамках квантової теорії розсіяння, можна представити на рис. 2.1, де a і b - сукупність частинок в початковому і кінцевому станах, відповідно; P_a і P_b - параметри, які характеризують поляризацію частинок a і b, відповідно; f_c - фільтр аналізатор, що відбирає частинки з поляризацією P_c.

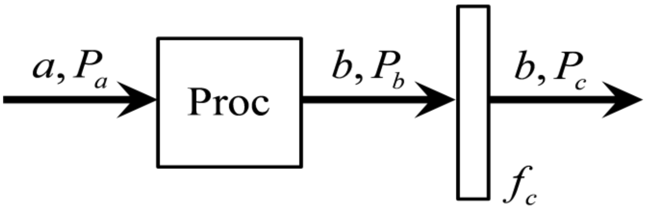


Рис. 2.1. Схематичне подання процесу КЕД з поляризованими частинками

Таким чином, в результаті розсіювання набору a частинок вони переходять в набір частинок b, після проходження фільтра f_c кінцеві частинки характеризуються параметрами P_c. При такій постановці задачі, теорія розсіяння дає вираз для імовірності переходу з початкового стану з фіксованими поляризаційними параметрами P_a в кінцевий стан з фіксованими поляризаційними параметрами P_c. Безпосередньо одержувати імовірності переходу в кінцевий стан b, P_b без додаткового фільтра не коректно, оскільки кінцеві поляризаційні параметри не задаються, а є результатом процесу. Проте, параметри P_b можна знайти, якщо визначити P_c, при яких ступінь поляризації максимальний:

$$P_b = \max\{P_c\}. \tag{2.2}$$

Як приклад, розглянемо процес, в якому присутній кінцевий фотон і нехай потрібно визначити поляризацію і ступінь поляризації цього фотона. Результатом обчислень квантової теорії буде імовірність, в загальному вигляді яку можна записати у вигляді

$$W_\xi = A(1 + b_1\xi_1 + b_2\xi_2 + b_3\xi_3) = A(1 + \vec{b}\vec{\xi}), \tag{2.3}$$

де ξ_i - параметри Стокса, які визначаються з вектора поляризації хвильової функції кінцевого фотона (див. параграф 2.2). Це, по суті справи, поляризаційні параметри фільтру аналізатора f_c (див. рис.2.1), A - множник, що не містить параметрів ξ_i, b_i - коефіцієнти при параметрах ξ_i. Явний вигляд A і b_i визначається процесом. Ступінь поляризації дорівнює

$$P = (W_\xi - W_{-\xi})/(W_\xi + W_{-\xi}) = \vec{b}\vec{\xi}. \tag{2.4}$$

Цей вираз є максимальним, коли вектора $\vec{b}$ і $\vec{\xi}$ сонаправлени, а фільтр f_c пропускає чисто поляризовані стани, тобто коли $|\vec{\xi}|=1$. Одержана величина і є шуканим ступенем поляризації кінцевого фотона

$$P_{\max} = |\vec{b}| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}\ , \tag{2.5}$$

а з визначення (2.1) випливає, що коефіцієнти b_i і є шуканими параметрами Стокса кінцевого фотона.

<u>Хвильові функції і параметри поляризації частинок.</u> Задамо хвильові функції електрона і фотона з певними параметрами поляризації. Для хвильової функції електрона будемо використовувати такий вираз [125]:

$$\Psi^- = \frac{A_l}{\sqrt{S}} e^{-i(\varepsilon_l t - p_y y - p_z z)}[i\sqrt{m_l - \mu m}U_l(\zeta) + \mu\sqrt{m_l + \mu m}U_{l-1}(\zeta)\gamma^1]u_l^-\ , \tag{2.6}$$

де $\varepsilon_l = (m^2 + 2lhm^2 + p_z^2)^{1/2}$ - енергія електрона в магнітному полі; p_y, p_z - проекції узагальненого імпульсу електрона вздовж осей x і y, відповідно; S - нормувальна площа в площині xy; $A_l = (h^{1/2} m / 4 m_l \varepsilon_l)^{1/2}$ - нормувальна константа;

$$m_l = m\sqrt{1 + 2lh}\ ; \tag{2.7}$$

$h = H / H_0 = eH / m^2$ - магнітне поле в одиницях критичного; μ - знак проекції спіна на напрям магнітного поля; l - номер рівня Ландау;

$$U_l(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi^{1/2} 2^l l!}} \exp(-\zeta^2 / 2) H_l(\zeta) \tag{2.8}$$

- функція Ерміта;

$$\zeta = \sqrt{hm^2}\,(x + \frac{p_y}{hm^2}) \tag{2.9}$$

- зміщена безрозмірна координата уздовж квантованного напрямку x;

γ^1 - матриця Дірака в стандартному представленні; u_l^- - постійний біспінор вигляду

$$u_l^- = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_l - \mu m_l}} \begin{pmatrix} 0 \\ \mu m_l - \varepsilon_l \\ 0 \\ p_z \end{pmatrix}. \qquad (2.10)$$

Постійне зовнішнє магнітне поле H направлено вздовж осі z. При цьому, хвильова функція електрона виду (2.6) відповідає такому калібруванню електромагнітного потенціалу зовнішнього поля (калібрування Ландау):

$$A_{ext}^0 = 0,\ \vec{A}_{ext} = (0, xH, 0). \qquad (2.11)$$

Для хвильової функції фотона використовується стандартний вираз [191]:

$$A^i = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega V}} e^i \exp(-i\mathbf{kx}), \qquad (2.12)$$

де V – нормувальний об'єм; ω, $\mathbf{k}$ – частота і 4-импульс фотона, відповідно; e^i - вектор поляризації фотона.

Вектор поляризації фотона e^i у випадку, коли фотон рухається уздовж осі z, має вигляд

$$e^i = (0, \vec{e}), \vec{e} = (\cos\alpha, \sin\alpha \cdot e^{i\beta}, 0), \qquad (2.13)$$

де α,β - параметри поляризації фотона. Вектор e^i_{ort} з поляризацією ортогональною даної, виходить з (2.13) заміною

$$\alpha \to \alpha + \pi / 2. \qquad (2.14)$$

Очевидно, виконується співвідношення

$$e^i e^*_{i,\mathrm{ort}} = 0 \qquad (2.15)$$

У загальному випадку еліптичної поляризації напрямок обертання площини поляризації визначається знаком величини:

$$direct = \mathrm{sgn}(\mathrm{tg}(\alpha)\sin(\beta)), \qquad (2.16)$$

а кут $angle$ між велика піввісь еліпса і віссю x визначається виразом:

$$\mathrm{tg}(2 \cdot angle) = \mathrm{tg}(2\alpha)\cos(\beta). \qquad (2.17)$$

Наприклад, у випадку α=0, β=0 вектор поляризації дорівнює $\vec{e} = (1,0,0)$, що відповідає лінійній поляризації вздовж осі *x*. У випадку α=π/4, β= π/2 вектор поляризації дорівнює $\vec{e} = (1,i,0)/\sqrt{2}$, що відповідає правій круговій поляризації.

Поляризаційна матриця густини фотона, складена з *x, y* компонент вектора поляризації e^{μ}, дорівнює:

$$\rho_{ik} = e_i e_k^* = \begin{pmatrix} \cos^2\alpha & \sin 2\alpha \cdot e^{-i\beta}/2 \\ \sin 2\alpha \cdot e^{i\beta}/2 & \sin^2\alpha \end{pmatrix}. \qquad (2.18)$$

Відзначимо, що підсумовування по двох ортогональних поляризаціях, очевидно, дає для поляризаційної матриці густини одиничну матрицю:

$$\rho_{ik} + (\rho_{ik})_{\text{ort}} = \delta_{ik}. \qquad (2.19)$$

Найбільш відомими поляризаційними параметрами є параметри Стокса $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$, які визначаються так:

$$\vec{\xi} = \text{Sp}\rho\vec{\sigma}, \qquad (2.20)$$

де $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ - матриці Паулі. Підставляючи в цей вираз явний вигляд матриці густини (2.18), отримуємо зв'язок параметрів Стокса з параметрами α,β:

$$\xi_1 = \sin 2\alpha \cdot \cos\beta, \xi_2 = \sin 2\alpha \cdot \sin\beta, \xi_3 = \cos 2\alpha. \qquad (2.21)$$

Перехід до вектору поляризації, який є ортогональним до даного, за правилом (2.14) приводить до зміни знака параметрів Стокса:

$$\xi_i \to -\xi_i, i = 1,2,3. \qquad (2.22)$$

Відзначимо, що ступінь поляризації (2.1), що визначається цими параметрами Стокса, дорівнює одиниці, що відповідає чистому стану:

$$P = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2} = 1. \qquad (2.23)$$

У випадку довільно спрямованого фотона, з хвильовим вектором

$$\vec{k} = k(\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta), \qquad (2.24)$$

просторові компоненти вектора поляризації фотона мають вигляд, який можна отримати поворотом системи координат, при якому вісь *z* буде спрямована вздовж хвильового вектора

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\varphi & -\sin\varphi & \sin\theta\cos\varphi \\ \cos\theta\sin\varphi & \cos\varphi & \sin\theta\sin\varphi \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha\cdot e^{i\beta} \\ 0 \end{pmatrix},$$

тобто

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\varphi\cos\alpha - \sin\varphi\sin\alpha\cdot e^{i\beta} \\ \cos\theta\sin\varphi\cos\alpha + \cos\varphi\sin\alpha\cdot e^{i\beta} \\ -\sin\theta\cos\alpha \end{pmatrix}. \qquad (2.25)$$

2.2. Спін-поляризаційні ефекти в синхротронному випромінюванні

Амплітуда імовірності СВ. Побудуємо амплітуду імовірності процесу випромінювання фотона електроном A_{if} за стандартними правилами КЕД, згідно рис.2.2, де зображена фейнманівська діаграма процесу:

$$A_{if} = -ie\int d^4x\bar{\Psi}'(\xi)\gamma^i A_i^*\Psi(\zeta), \qquad (2.26)$$

де γ_μ - матриці Дірака; $\bar{\Psi}'(\xi)$- діраковські спряжена хвильова функція кінцевого електрона, яка має такий вигляд:

$$\bar{\Psi}' = \frac{A_{l'}}{\sqrt{S}} e^{i(\varepsilon'_{l'}t - p'_y y - p'_z z)} \bar{u}'^{-}_{l'}[-i\sqrt{m_{l'} - \mu' m}U_{l'}(\xi) + \mu'\sqrt{m_{l'} + \mu' m}U_{l'-1}(\xi)\gamma^1],. \qquad (2.27)$$

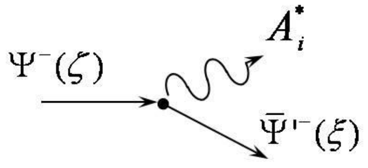


Рис.2.2. Фейнманівська діаграма процесу СВ

де μ'- знак проекції спіна на напрям магнітного поля кінцевого електрона,

$$m_{l'} = m(1+2l'h)^{1/2},$$

$$\xi = \sqrt{hm^2}(x + p'_y/hm^2). \qquad (2.28)$$

Інтегрування в виражені (2.26) по змінним *t, z, y* дає три дельта функції Дірака, які відповідають трьом законам збереження:

$$\varepsilon_l = \varepsilon'_{l'} + \omega, \;\; p_z = p'_z + k_z, \;\; p_y = p'_y + k_y \,. \qquad (2.29)$$

Як випливає з виразів (2.9), (2.28) *y* компоненти узагальненого імпульсу початкового і кінцевого електронів мають зміст на класичній мові *x* координат центру обертання частинок. Остання рівність в (2.29) визначає зв'язок цих координат з *y* компонентою імпульсу фотона. Перші дві рівності в (2.29) - це закони збереження енергії і поздовжнього полю імпульсу частинок. З цих співвідношень можна одержати вираз для частоти фотона випромінювання у вигляді:

$$\omega = \frac{1}{1-u^2}(\varepsilon_l - p_z u - \sqrt{(\varepsilon_l - p_z u)^2 - 2hm^2(l-l')(1-u^2)}), \qquad (2.30)$$

де

$$u = \cos\theta \qquad (2.31)$$

- косинус полярного кута вильоту фотона. У ультраквантовому наближенні, коли електрон знаходиться на найнижчих рівнях Ландау або у випадку малого кута θ частоту ω можна привести к вигляду:

$$\omega = \frac{hm^2(l-l')}{\varepsilon_l - p_z u}, \quad \text{якщо } \theta << 1 \text{ або } h(l-l') << 1 \,. \qquad (2.32)$$

Слід зазначити, що якщо у виразі (2.30) покласти $l = l'$, то частота дорівнює нулю. Це означає, що процес СВ можливий тільки при переході електрона на більш низький рівень Ландау.

Інтегрування в амплітуді (2.26) за змінною *x* визначає спецфункції

$$I(l', l; \vec{k}, p_y) \equiv I(l', l) \,,$$

які зустрічаються в описі всіх КЕД процесів в зовнішньому магнітному полі. Вони визначаються в такий спосіб:

$$I(l', l) = \sqrt{hm^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-ik_x x} U_{l'}(\xi) U_l(\zeta) \,. \qquad (2.33)$$

Змінні ξ, ζ пов'язані співвідношенням

$$\xi = \zeta - k_y / \sqrt{hm^2}\ . \tag{2.34}$$

комплексну величину $I(l',l)$ можна записати через модуль і фазу

$$I(l',l) = J(l',l)e^{i\Phi}, \tag{2.35}$$

де фаза Φ дорівнює

$$\Phi = \frac{k_x(2p_y - k_y)}{2hm^2} + (l - l')(\varphi - \frac{\pi}{2}), \tag{2.36}$$

φ - азимутальний кут кінцевого фотона, $J(l',l)$ - функція дійсної змінної η такого вигляду:

$$J(l',l) = e^{-\frac{\eta}{2}}\eta^{\frac{|l-l'|}{2}}\begin{cases}\sqrt{\dfrac{l!}{l'!}}\dfrac{1}{(l-l')!}F(-l',l-l'+1,\eta), & l > l' \\ (-)^{l+l'}\sqrt{\dfrac{l'!}{l!}}\dfrac{1}{(l'-l)!}F(-l,l'-l+1,\eta), & l' > l\end{cases}, \tag{2.37}$$

де F - вироджена гіпергеометрична функція,

$$\eta = \frac{k_x^2 + k_y^2}{2hm^2} = \frac{\omega^2(1-u^2)}{2hm^2}\ . \tag{2.38}$$

Амплітуду процесу СВ з заданими хвильовими функціями частинок (2.6), (2.12), (2.27) в найзагальнішому випадку можна привести до вигляду:

$$A_{if} = \frac{-ie2\pi^3\sqrt{2\pi}\delta^3(p-p'-k)}{S\sqrt{V}\sqrt{\omega\varepsilon_l\varepsilon'_{l'}m_l m_{l'}}}e^{i\Phi}\sum_{a=1}^{4}Q_a\ , \tag{2.39}$$

где $Q_1 = -J(l',l)M_mM_m'De_z$, $Q_2 = -J(l'-1,l-1)\mu M_p\mu' M_p'De_z$,

$Q_3 = -J(l',l-1)\mu M_pM_m'CH_m^*$, $Q_4 = -J(l'-1,l)M_m\mu' M_p'CH_p^*$.

У цьому виразі введено такі позначення:

$$M_m = \sqrt{m_l - \mu m},\ M_p = \sqrt{m_l + \mu m}\,, \tag{2.40}$$

$$C = -E_mE_m' + \mathrm{sgn}(p_z)\mathrm{sgn}(p_z')E_pE_p',\ D = \mathrm{sgn}(p_z')E_mE_p' + \mathrm{sgn}(p_z)E_pE_m', \tag{2.41}$$

$$E_m = \sqrt{\varepsilon_l - \mu m_l},\ E_p = \sqrt{\varepsilon_l + \mu m_l}\ , \tag{2.42}$$

$$e_z = -\sin\theta\cos\alpha,\ H_m = \cos\theta\cos\alpha - i\sin\alpha\cdot e^{i\beta},\ H_p = \cos\theta\cos\alpha + i\sin\alpha\cdot e^{i\beta}. \tag{2.43}$$

Штрихи у величин M_m, M_p, E_m, E_p означають, що ці величини відповідають кінцевому електрону. Зірочка у H_m, H_p означає комплексне спряження. Відзначимо, що вираз для амплітуди (2.39) є комплексним числом, тобто вже в амплітуді були виконані обчислення всіх спінорних виразів.

Імовірність процесу СВ. Імовірність процесу СВ дорівнює добутку квадрата амплітуди на число кінцевих станів. Вираз в загальному вигляді для імовірності в одиницю часу СВ з довільними спінами початкового і кінцевого електронів і довільної поляризацією фотона, а також фіксованими значеннями рівнів Ландау початкового і кінцевого електронів має вигляд:

$$\frac{dW^{\mu\mu'}_{ll';\xi_2,\xi_3}}{du} = \frac{\alpha\omega\varepsilon'_{l'}}{16 m_l m'_{l'}\,\varepsilon_l(\varepsilon'_{l'} + \omega u^2 - p_z u)} \left|\sum Q\right|^2 . \qquad (2.44)$$

Нижче буде проведено аналіз цих виразів в двох наближеннях: в ультраквантовому або LLL (Lowest Landau Level) наближенні [9] і ультрарелятивістському.

Процес СВ в ультраквантовому наближенні. Імовірності процесів КЕД суттєво залежать від значення проекції спіна частинок, тому необхідно аналізувати окремі імовірності $W^{\mu\mu'}$ з фіксованими значеннями величин μ, μ'. Оскільки перехід в іншу інерційну систему відліку, що рухається вздовж напрямку зовнішнього поля, не змінює величини самого поля, то не применшуючи спільності картини, можна покласти рівним нулю значення поздовжнього імпульсу початкового електрона p_z.

В ультраквантовому наближенні, коли lh є малим параметром, гіпергеометрична функція F в виразі (2.37) дорівнює одиниці, а квадрат поперечної частоти фотона має вигляд

$$\eta = \frac{1}{2}(l - l')^2 h(1 - u^2) . \qquad (2.45)$$

Випишемо вираження для чотирьох випадків імовірності процесу з фіксованими спінами частинок.

$$\frac{dW^{--}}{du} = \alpha m h^2 \frac{l(l - l')}{4l'} R^2_{ll'}[1 + u^2 - (1 - u^2)\xi_3 + 2u\xi_2], \qquad (2.46)$$

$$\frac{dW^{++}}{du}=\alpha mh^2\,\frac{(l-l')}{4}\,R^2_{ll'}[1+u^2-(1-u^2)\xi_3+2u\xi_2]\,, \tag{2.47}$$

$$\frac{dW^{+-}}{du}=\alpha mh^3\,\frac{(l-l')^3}{8l'}\,R^2_{ll'}[1+u^2+(1-u^2)\xi_3+2u\xi_2]\,, \tag{2.48}$$

$$\frac{dW^{-+}}{du}=\frac{\alpha m}{32}h^5 l(l-l')^3R^2_{ll'}\left[(1-\frac{l-l'}{l-l'+1}(1-u^2))^2(1+\xi_3)+\right.$$

$$\left.+(1+\frac{l-l'}{l-l'+1}(1-u^2))^2u^2(1-\xi_3)+2(1-\frac{(l-l')^2}{(l-l'+1)^2}(1-u^2)^2)u\xi_2\right]. \tag{2.49}$$

В цих виразах множник R^2 має вигляд:

$$R^2_{ll'}=e^{-\eta}\eta^{l-l'-1}\,\frac{(l-1)!}{(l'-1)!}\,\frac{1}{(l-l'-1)!^2}\,. \tag{2.50}$$

Диференціальна інтенсивність випромінювання визначається як добуток диференціальної імовірності на частоту:

$$\frac{dI}{du}=\omega\frac{dW}{du}\,. \tag{2.51}$$

Форма кутової залежності істотно залежить від значення поляризації фотона і проекцій спінив частинок. Кутовий розподіл інтенсивності випромінювання в відносних одиницях для випадку лінійної поляризації випроменeного фотона при переході електрона з рівня l=2 на рівень l '=1 для магнітного поля h=0.1 (H=4·10^{12}$Гс$) зображено на рис.2.3. Тут інтенсивність вимірюється в одиницях I_0:

$$I_0=\alpha h^3m^2/4\sim 10^{21}eB/\text{рад}\cdot c\,. \tag{2.52}$$

Максимуми інтенсивностей в процесах без перевороту спіна відповідають випромінюванню перпендикулярно напрямку поля, як і було досліджено раніше [3,4], а в спін-фліп процесах випромінювання максимально під кутами +45^0 і - 45^0 щодо направлення поля.

Після підсумовування по поляризаціям частинок ймовірності (2.46) - (2.49) переходять в знайдені раніше вирази [19,20]. Відзначимо, що для одержання виразу (2.49) імовірності переходу електрона з основного в інверсний спіновий стан W^{+} необхідно розвинення за параметром lh з точністю до другого порядку.

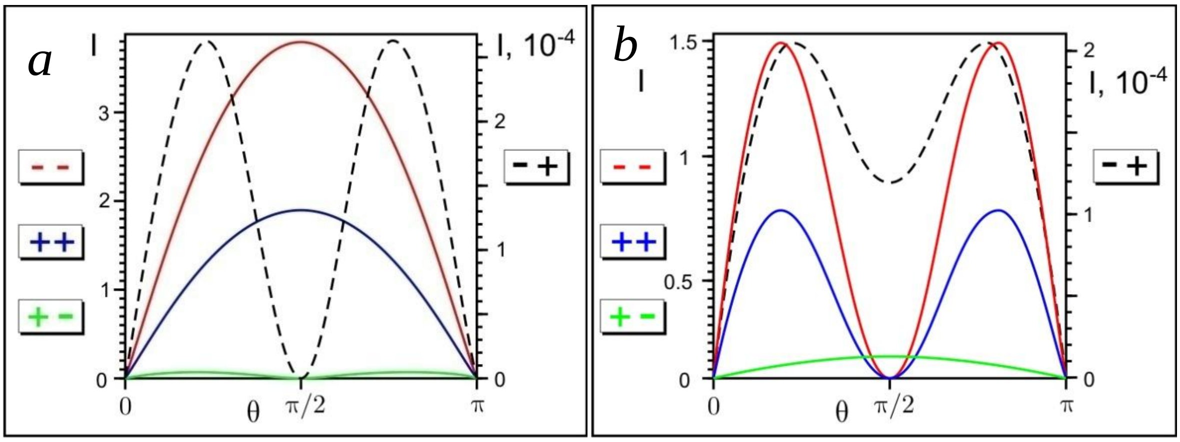


Рис.2.3. Кутова залежність інтенсивності СВ для випадків: а) нормальної поляризації фотона (ξ_3=-1) і b) аномальної поляризації фотона (ξ_3=+1) при переході l=2 → $l\,'$=1 для поля h=0.1.

Зокрема для гіпергеометричної функції необхідно покласти

$$F(a,c,\eta)=1+\frac{a}{c}\eta\,. \tag{2.53}$$

Частота випроміненого фотона в цьому випадку дорівнює

$$\omega=(l-l')hm-\frac{1}{2}h^{2}m(l-l')(l+l'+(l-l')u^{2})\,. \tag{2.54}$$

Проведемо аналіз одержаних співвідношень (2.46) - (2.49). В результаті випромінювання перехід на сусідній рівень Ландау є найбільш імовірним. Кожен наступний рівень додає додаткову степінь малого параметра h. Відзначимо, що в цих виразах є відсутнім поляризаційний параметр Стокса ξ_1. Цей результат є, очевидно, правильним, оскільки даний параметр описує лінійну поляризацію під кутами +45^0 і -45^0 відносно площині векторів $\{\vec{k},\vec{H}\}$, а це рівноімовірні ситуації. Найбільш імовірними є процеси без зміни спина електрона, їх імовірності W^{-}, W^{++} мають однакову залежність від поляризації випроміненого фотона.

Щоб знайти поляризацію випромінювання потрібно, як було зазначено на початку розділу 1, досліджувати ступінь поляризації P_ξ на максимум. Запишемо окремо множник з параметрами Стокса фотона, який міститься у виразах (2.46)-(2.47)

$$U_\xi = 1 + u^2 - (1 - u^2)\xi_3 + 2u\xi_2 \,. \qquad (2.55)$$

Ступінь поляризації дорівнює

$$P_\xi = \frac{U_\xi - U_{-\xi}}{U_\xi + U_{-\xi}} = \frac{2u}{1+u^2}\xi_2 - \frac{1-u^2}{1+u^2}\xi_3 \,. \qquad (2.56)$$

Параметри Стокса поляризації випромінювання збігаються з коефіцієнтами при ξ_1, ξ_2, ξ_3 в виразі (2.56)

$$\xi_{1SR} = 0, \quad \xi_{2SR} = \frac{2u}{1+u^2}, \quad \xi_{3SR} = -\frac{1-u^2}{1+u^2} \,. \qquad (2.57)$$

Ступінь поляризації P_ξ з параметрами поляризації, обумовленими виразом (2.57), дорівнює одиниці. Поляризація синхротронного випромінювання на найнижчих рівнях Ландау, що визначається співвідношеннями (2.57), збігається з одержаними раніше результатами [3,4]. Наприклад, для випромінювання вздовж напрямку магнітного поля (u = 1) маємо праву кругову поляризацію (ξ_2=1, ξ_3=0), а випромінювання перпендикулярно полю (u = 0) є нормально поляризованим (ξ_2=0, ξ_3=-1). Якщо параметри Стокса (2.57) підставити у вирази для ймовірностей W^{--}, W^{++} (2.46), (2.47), одержані результати співпадуть з імовірностями, підсумувавши за поляризаціями фотона

$$W_{\xi=\xi_{SR}} = \sum_\xi W_\xi \,. \qquad (2.58)$$

Отже, процес СВ без перевороту спіна електрона дає для поляризації результат, одержаний в класичній електродинаміці. Поляризацію випромінювання, в випадку, коли електрон змінює напрямок спіна (спін-фліп процес) одержимо з аналізу виразу (2.48):

$$P_{\xi}^{+-}=\frac{W_{\xi}^{+-}-W_{-\xi}^{+-}}{W_{\xi}^{+-}+W_{-\xi}^{+-}}=\frac{2u}{1+u^2}\xi_2+\frac{1-u^2}{1+u^2}\xi_3, \qquad (2.59)$$

в результаті

$$\xi_{2SR}^{+-}=\frac{2u}{1+u^2},\ \xi_{3SR}^{+-}=\frac{1-u^2}{1+u^2}. \qquad (2.60)$$

В цьому випадку лінійна поляризація випромінювання перпендикулярно полю має протилежний знак порівняно з основним процесом без перевороту спіна електрона з параметрами поляризації фотона (2.57), тобто спін-фліп процес змінює лінійну поляризацію випромінювання на протилежну.

Знайдемо поляризацію результуючого випромінювання від суми головного і спін-фліп процесів для випадку переходу електрона на сусідній рівень Ландау. Ступінь поляризації тепер має вигляд

$$P_{\xi}=\frac{(W^{--}+W^{++}+W^{+-})_{\xi}-(W^{--}+W^{++}+W^{+-})_{-\xi}}{(W^{--}+W^{++}+W^{+-})_{\xi}+(W^{--}+W^{++}+W^{+-})_{-\xi}} \qquad (2.61)$$

і в результаті дорівнює

$$P_{\xi}=\frac{2u}{1+u^2}\xi_2-\frac{1-u^2}{1+u^2}(1-\frac{2h}{2l+1})\xi_3. \qquad (2.62)$$

Максимальна ступінь поляризації відповідає параметрам Стокса вигляду:

$$\xi_{2SR}=\frac{2u}{1+u^2},\ \xi_{3SR}=-\frac{1-u^2}{1+u^2}(1-\frac{2h}{2l+1}) \qquad (2.63)$$

і дорівнює

$$P_{\xi\max}=1-\frac{4h}{2l+1}\left(\frac{1-u^2}{1+u^2}\right)^2<1. \qquad (2.64)$$

Таким чином, врахування спін-фліп процесу зменшує лінійну поляризацію випромінювання на величину пропорційну малому параметром h. Випромінювання є частково поляризованим. Відмінність від чистого стану найбільш помітно на самих низький рівнях Ландау.

Випромінювання у випадку ненульового поздовжнього імпульсу електрона. На рис.2.4 зображена залежність частоти кінцевого фотона від поздовжньої компоненти імпульсу електрона і кута вильоту фотона (2.30).

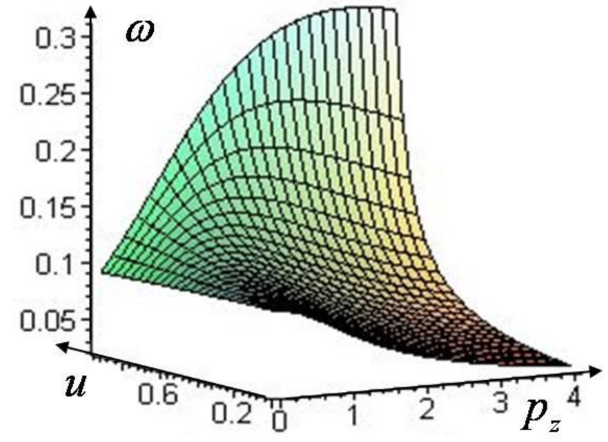


Рис.2.4. Залежність частоти фотона від поздовжнього імпульсу електрона і кута вильоту

Для u=1 (випромінювання вздовж поля) частота монотонно зростає з ростом p_z, а для фіксованого u<1, як видно з рис.2.4, частота як функція p_z має максимум. Енергія, поздовжній імпульс електрона і частота фотона у точці максимуму дорівнюють

$$\varepsilon_m = \frac{m_l}{\sqrt{1-u^2}}, \; p_m = \frac{m_l u}{\sqrt{1-u^2}}, \; \omega_m = \frac{m_l - m_{l'}}{\sqrt{1-u^2}}. \qquad (2.65)$$

В цьому випадку диференціальні ймовірності процесу СВ в одиницю часу з певним значенням проекції спіна частинок дорівнюють:

$$\left.\frac{dW^{--}}{du}\right|_{\omega=\omega_m} = \frac{\alpha}{4} h\omega_m R^2_{ll'} \frac{l}{l'}(1-\xi_3), \qquad (2.66)$$

$$\left.\frac{dW^{++}}{du}\right|_{\omega=\omega_m} = \frac{\alpha}{4} h\omega_m R^2_{ll'}(1-\xi_3), \qquad (2.67)$$

$$\left.\frac{dW^{+-}}{du}\right|_{\omega=\omega_m} = \frac{\alpha}{8} h^2\omega_m R^2_{ll'} \frac{(l-l')^2}{l'}(1+\xi_3), \qquad (2.68)$$

$$\left.\frac{dW^{-+}}{du}\right|_{\omega=\omega_m}=\frac{\alpha}{32}h^4\omega_m R_{ll'}^2\frac{l(l-l')^2}{(l-l'+1)^2}(1+\xi_3)\,. \tag{2.69}$$

Отже, знайшли, що для будь-якого кута вильоту фотона (за винятком випромінювання уздовж поля) в точці максимального значення частоти фотона випромінювання є нормально лінійно поляризованим для процесів без перевороту спина і аномально лінійно поляризованим для спін-фліп процесів. Відзначимо, також, що вирази (2.66) - (2.69) збігаються з відповідними виразами (2.46) - (2.49), якщо у останніх покласти u=0.

Розглянемо випадок ультрарелятивістських електронів у напрямку близькому до напрямку магнітного поля, так що електрон знаходиться на найнижчих рівнях Ландау і має великий поздовжній імпульс p_z>>m. Частота фотона у цьому випадку дорівнює

$$\omega=\frac{2hm^2(l-l')p_z}{m^2+(p_z\theta)^2}\,, \tag{2.70}$$

де θ - полярний кут кінцевого фотона. Критичний кут вигляду

$$\theta_c=\frac{m}{p_z} \tag{2.71}$$

розділяє два випадки. У випадку, якщо 1>>θ>>θ_c (відносно великі кути), частота випромінювання менше циклотронної, імовірність процесу мізерно мала. У випадку θ<<θ_c частота випромінювання ω=2(l-l')hp_z багато більша за синхротронну. При θ=0 (випромінювання вперед) параметр η (2.38) дорівнює нулю, амплітуда ймовірності (2.39) не дорівнює нулю тільки для переходів на сусідні рівні Ландау. В цьому випадку імовірності з фіксованими проекціями спінів дорівнюють:

$$\left.\frac{dW^{--}}{du}\right|_{u=1}=\alpha hl\omega(1+\xi_2)\,,\qquad \left.\frac{dW^{++}}{du}\right|_{u=1}=\alpha h(l-1)\omega(1+\xi_2)\,, \tag{2.72}$$

$$\left.\frac{dW^{+-}}{du}\right|_{u=1}=\alpha h^2\omega(1+\xi_2)/2\,,\qquad \left.\frac{dW^{-+}}{du}\right|_{u=1}=\alpha h^4 l(l-1)\omega(1+\xi_2)/8\,. \tag{2.73}$$

Випромінювання повністю циркулярно поляризоване і не залежить від спінових станів електрона.

Процес СВ в ультрарелятивістському наближенні. Розглянемо тепер випадок l>>1, l'>>1 і p_z=0. В цьому випадку випромінювання відбувається переважно перпендикулярно напрямку поля, тому зручно ввести новий кут випромінювання фотона

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \psi \,. \qquad (2.74)$$

У виразі загального вигляду для амплітуди процесу (2.39) спецфункції з різними значеннями l,l' можна виразити через $J(l,l')$ і її похідну $J'(l,l')$, використовуючи такі рекурентні співвідношення:

$$\sqrt{ll'}J(l'-1,l-1) = 0.5(l+l'-\eta)J - \eta J'\,, \qquad (2.75)$$

$$\sqrt{l\eta}J(l',l-1) = 0.5(l-l'+\eta)J + \eta J'\,, \qquad (2.76)$$

$$\sqrt{l'\eta}J(l'-1,l) = 0.5(l-l'-\eta)J - \eta J'\,. \qquad (2.77)$$

Частота кінцевого фотона виражається через квадрат малого кута ψ в лінійному наближенні таким чином:

$$\omega = m\sqrt{2h}(\sqrt{l}-\sqrt{l'})(1-\frac{1}{4h\sqrt{ll'}}-\frac{1}{2\sqrt{l'}}(\sqrt{l}-\sqrt{l'})\psi^2)\,. \qquad (2.78)$$

Аргумент спецфункцій J (l, l ') в цьому наближенні дорівнює

$$\eta = (\sqrt{l}-\sqrt{l'})^2(1-\frac{1}{2h\sqrt{ll'}}(1+2hl\psi^2))\,. \qquad (2.79)$$

В ультрарелятивістському наближенні функція $J(l,l')$ є сильно осцілюючей. Але при цьому аргумент η цієї функції набуває великих значень. Експериментально окремі рівні Ландау не відрізняються, тобто при фіксованому значенні енергії електрона (фіксованому l) мається на увазі усереднення за інтервалом рівнів Ландау Δl>>1. В цьому випадку сильно осцилюючу функцію $J(l,l')$ і її похідну можна замінити згладженими функціями Макдональда за правилом [8]:

$$J(l',l;\eta)=\frac{\sqrt{(\sqrt{l}-\sqrt{l'})^2-\eta}}{\pi\sqrt{3}(\sqrt{l}-\sqrt{l'})}K_{1/3}\left(\frac{2}{3}\frac{\sqrt[4]{ll'}((\sqrt{l}-\sqrt{l'})^2-\eta)^{3/2}}{(\sqrt{l}-\sqrt{l'})^2}\right), \qquad (2.80)$$

$$\frac{\partial J(l',l;\eta)}{\partial\eta}=\frac{\sqrt[4]{ll'}((\sqrt{l}-\sqrt{l'})^2-\eta)}{\pi\sqrt{3}(\sqrt{l}-\sqrt{l'})^3}K_{2/3}\left(\frac{2}{3}\frac{\sqrt[4]{ll'}((\sqrt{l}-\sqrt{l'})^2-\eta)^{3/2}}{(\sqrt{l}-\sqrt{l'})^2}\right). \qquad (2.81)$$

З урахуванням співвідношення (2.79) ці функції дорівнюють

$$J=\frac{F}{\pi\sqrt{6h}\sqrt[4]{ll'}}K_{1/3}(\kappa),\quad J'=\frac{F}{\pi\sqrt{6h}\sqrt[4]{ll'}(\sqrt{l}-\sqrt{l'})}K_{2/3}(\kappa), \qquad (2.82)$$

де

$$F=\sqrt{1+2lh\psi^2}=\sqrt{1+\Psi^2}=\sqrt{1+\psi^2/\psi_c^2}\,, \qquad (2.83)$$

$\psi_c=1/\sqrt{2lh}$ - характерний кут випромінювання фотона, аргумент функцій Макдональда дорівнює

$$\kappa=\frac{2}{3}\frac{(\sqrt{l}-\sqrt{l'})}{\sqrt{ll'}\sqrt{2h}^3}F^3. \qquad (2.84)$$

Оскільки в ультрарелятивістському випадку окремі рівні Ландау не відрізняються, то номери рівнів Ландау - незручні параметри для дослідження. Замінимо їх на частоту фотона і енергію початкового електрона. В аргументі функції Макдональда малий параметр ψ вже врахований в F, тому із заданою точністю можна записати

$$\frac{(\sqrt{l}-\sqrt{l'})}{\sqrt{l'}}=\frac{\varepsilon_l-\varepsilon'_{l'}}{\varepsilon'_{l'}}=\frac{\omega}{\varepsilon_l-\omega},$$

тоді аргумент κ можна привести к вигляду

$$\kappa=\frac{\omega}{(\varepsilon_l-\omega)z}F^3,\qquad z=\frac{3h\varepsilon_l}{m}. \qquad (2.85)$$

Тут z - безрозмірна енергія початкового фотона. Як безрозмірною частоти фотона виберемо величину y, яка визначена так:

$$y=\frac{\omega}{\omega_c},\qquad \omega_c=\frac{z\varepsilon_l}{2+z}. \qquad (2.86)$$

Максимальне значення y_{m}=1+2/z відповідає частоті випромінювання рівній ε_l. Для z<<1 ω_c=$z\varepsilon_l$/2, тобто фізичний зміст в цьому випадку z/2- це частка енергії електрона, передана на випромінювання. Аргумент функції Макдональда, виражений через величини y, z, має вигляд:

$$\kappa = yF^3/(2+z-yz)\,, \tag{2.87}$$

а параметр η дорівнює

$$\eta = y^2 z^2 (1-\psi^2)/(18h^3(2+z)^2)\,. \tag{2.88}$$

Випишемо також вирази для номерів рівнів Ландау кінцевого і початкового електронів:

$$l' = \frac{l}{(2+z)^2}((2+z-yz)^2 - y^2 z^2 \psi^2),\ \ l = \frac{z^2}{18h^3}\,. \tag{2.89}$$

В результаті диференціальну інтенсивність процесу СВ в ультрарелятивістському наближенні можна привести до вигляду:

$$\frac{dI^{\mu\mu'}}{dyd\Psi} = \frac{9I_0 y^2 F^2}{8\pi^2 (2+z)^3 (2+z-yz)^2} D^{\mu\mu'}\,, \tag{2.90}$$

$$I_0 = \alpha h^2 \varepsilon^2\,. \tag{2.91}$$

Множники $D^{\mu\mu'}$ в вираженні (2.90) для процесів без перевороту спина (μ=μ') мають вигляд:

$$D^{\mu\mu} = [(a\Psi^2+b)K_{1/3}^2 + aF^2K_{2/3}^2 - 2\mu cFK_{1/3}K_{2/3}] + 2\xi_2\Psi[aFK_{1/3}K_{2/3} - \mu cK_{1/3}^2] +$$

$$+\xi_3[(a\Psi^2-b)K_{1/3}^2 - aF^2K_{2/3}^2 + 2\mu cFK_{1/3}K_{2/3}]\,, \tag{2.92}$$

де $a=(4+2z-yz)^2,\ \ b=y^2z^2,\ \ c=\sqrt{ab}$

Для спін-фліп процесів (μ=-μ') множники $D^{\mu,-\mu}$ дорівнюють

$$D^{\mu,-\mu} = y^2z^2\{[F^2(K_{1/3}^2+K_{2/3}^2) + 2\mu FK_{1/3}K_{2/3}] + 2\xi_2\Psi[FK_{1/3}K_{2/3} + \mu K_{1/3}^2] +$$

$$+\xi_3[(1-\Psi^2)K_{1/3}^2 + F^2K_{2/3}^2 + 2\mu FK_{1/3}K_{2/3}]\}\,. \tag{2.93}$$

Залежність диференціальної інтенсивності СВ від частоти фотона і кута його вильоту зображена на рис. 2.5. Інтенсивність вимірюється в одиницях I_0=αm^2=3·10^{24} *еВ*/*рад*·*с*. Параметр z=3, що відповідає рівності $h\varepsilon$=m. В ультрарелятивізмі (ε>>1) це означає, що магнітне поле набагато менше критичного (h<<1). Рисунку 2.5 *a*) відповідає випадок, коли фотон є нормально поляризованим (ξ_3=-1,ξ_2=0), а рис. 2.5 *b*) відповідає аномально поляризованому фотону (ξ_3=1,ξ_2=0). Обидва ці випадки, як видно з виразів (2.92), (2.93), є найбільш імовірними.

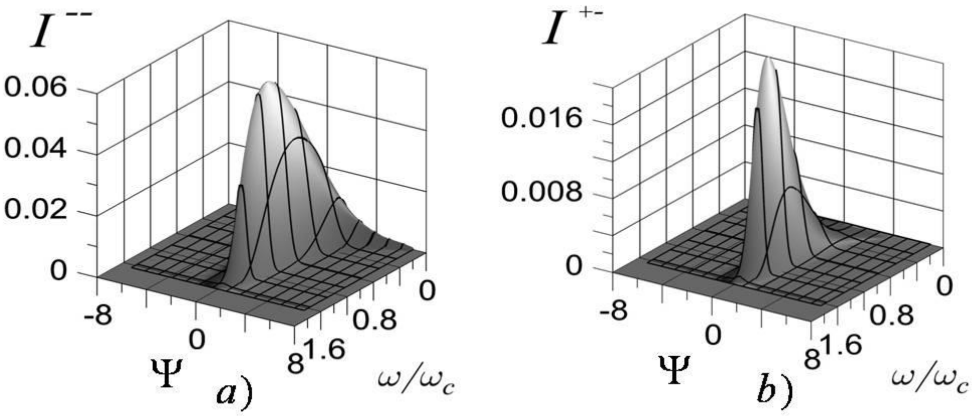


Рис.2.5. Диференціальна інтенсивність процесу СВ як функція частоти і кута вильоту фотона в ультрарелятивістському режимі у випадках а) процесу без перевороту спіна (μ=μ'=-1), *b*) спін-фліп процесу (μ=-μ'=1)

Частота максимальної інтенсивності $\omega_{\max}$ відповідає y = 0.8 і дорівнює $\omega_{\max}$=0.5ε (половині енергії електрона). Відзначимо, що відомий вираз для частоти випромінювання в точці максимуму [4]

$$\omega_{\max} = \frac{z\varepsilon}{2} = \frac{3h\varepsilon^2}{2m} = 1.5\varepsilon$$

дає абсурдне значення, яке не можна застосовувати, оскільки було одержано в наближенні z<<1.

В протилежних розглянутим випадках, тобто процес з аномально поляризованим фотоном ξ_3=1 без зміни спіна електрона і процес з нормально поляризованим фотоном ξ_3=-1 зі зміною спіна електрона, множники $D^{\mu\mu'}$ в інтенсивності (2.90) мають вигляд:

$$D^{++}_{\xi_3=1} = D^{--}_{\xi_3=1} = 2a\Psi^2 K^2_{1/3}, \quad D^{+-}_{\xi_3=-1} = D^{-+}_{\xi_3=-1} = 2b\Psi^2 K^2_{1/3}. \tag{2.94}$$

Залежність інтенсивності випромінювання від кута вильоту в випадках, відповідних виразами (2.94) з параметрами $z = 3$, $y = 1$ зображена на рис.2.6. Як видно з рисунку, розглянутий процес суттєво відрізняється від основного каналу, зображеного на рис.2.5, відсутністю випромінювання в напрямку перпендикулярному магнітному полю (Ψ=0).

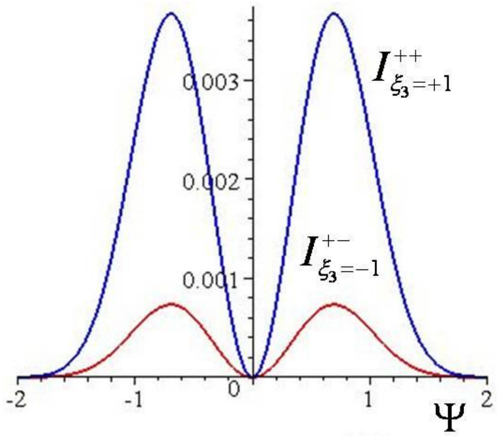


Рис.2.6. Залежність інтенсивності СВ від кута вильоту фотона для випадків процесу без перевороту спина електрона з аномально поляризованим фотоном і спін-фліп процесу з нормально поляризованим фотоном

Здобули відомий результат [19]: ультрарелятивістський електрон, що обертається по колу, випромінює в вузькому конусі нормально поляризовані фотони (σ поляризація), при цьому, максимальна інтенсивність вздовж напрямку руху електрона відповідає куту Ψ=0 і аномально поляризовані фотони (π поляризація) в такому ж вузькому конусі, але особливістю цього випромінювання є його відсутність при Ψ=0. Відзначимо, що подібний ефект спостерігався і в ультраквантовому випадку (див. рис.2.3).

На рис.2.7 показано порівняння теоретичних і експериментальних даних про залежність σ і π поляризованого випромінювання від кута для енергії електрона ε=250*МеВ* у видимій області спектра [20]. Даною енергії електрона з магнітним полем кілька тисяч гаус відповідає дуже малі значення z~10^{-6}. В цьому випадку спін-фліп процеси малі, але при Ψ=0 дають внесок в π компоненту лінійної поляризації.

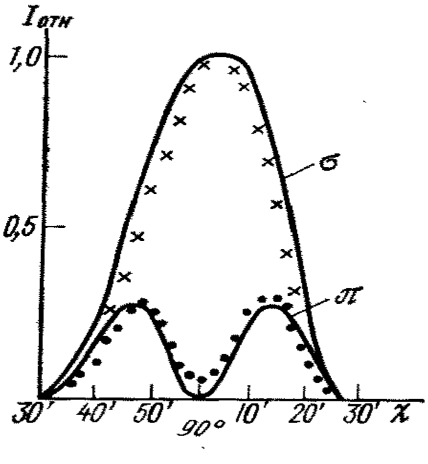


Рис. 2.7. Порівняння теоретичних даних з експериментальними по кутовому розподілу σ і π компонент лінійної поляризації СВ [20]

Порівняємо інтенсивності випромінювання без перевороту спина $I^{\mu\mu}$ і спін-фліпа $I^{\mu-\mu}$ для Ψ=0. В цьому випадку множники (2.92) і (2.93), відповідно, дорівнюють:

$$D^{\mu\mu} = (bK_{1/3}^2 + aK_{2/3}^2 - 2\mu c K_{1/3}K_{2/3})(1-\xi_3)\,,\ D^{\mu,-\mu} = b(K_{1/3}^2 + K_{2/3}^2 + 2\mu K_{1/3}K_{2/3})(1+\xi_3)\,.$$

Відзначимо, що завжди в цьому випадку Γ^{-} > Γ^{++} і Γ^{+-} > Γ^{+}. Коефіцієнти перед параметрами ξ_3 в цих співвідношеннях дорівнюють відповідно -1 і +1, що однозначно вказує на те, що σ поляризація СВ має місце для процесу без перевороту спіна, а π поляризація СВ пов'язана зі спин-фліп процесом. У випадку z<<1 справедливо

$$\frac{I^{\mu,-\mu}\,|_{\xi_3=+1}}{I^{\mu\mu}\,|_{\xi_3=-1}} = I_\pi / I_\sigma \approx \frac{(yz)^2}{8}\,.$$

Одержане відношення для z~10^{-6} для видимого діапазону (y=0.01) мізерно мало (~10^{-17}), тобто експериментальна наявність ненульової π компоненти лінійної поляризації СВ для Ψ=0 на рис.2.7 пов'язане, очевидно, зі скінченністю розмірів пучка електронів. Відзначимо, що експериментально спостерігати π поляризацію СВ, пов'язану зі спин-фліп процесом, можна, якщо вибрати діапазон частот ω~ε (y~1/z), а також, якщо збільшити z.

Проведемо загальний аналіз поляризації синхротронного випромінювання в довільному напрямку і довільної частоти з довільними напрямками спіна електрона. Почнемо з процесу без перевороту спіна електрона ($\mu=\mu'$), інтенсивність якого пропорційна виразам (2.92). Ступінь поляризації випроменевого фотона визначається як максимальне значення виразу

$$P_{\xi_{SR}}^{\mu\mu} = \max \frac{D_{\xi}^{\mu\mu} - D_{-\xi}^{\mu\mu}}{D_{\xi}^{\mu\mu} + D_{-\xi}^{\mu\mu}}, \tag{2.95}$$

звідки випливають вирази для параметрів Стокса випроменевого фотона:

$$\xi_{2SR} = \frac{2\Psi[aFK_{1/3}K_{2/3} - \mu c K_{1/3}^{2}]}{(a\Psi^{2}+b)K_{1/3}^{2} + aF^{2}K_{2/3}^{2} - 2\mu cFK_{1/3}K_{2/3}}, \tag{2.96}$$

$$\xi_{3SR} = \frac{(a\Psi^{2}-b)K_{1/3}^{2} - aF^{2}K_{2/3}^{2} + 2\mu cFK_{1/3}K_{2/3}}{(a\Psi^{2}+b)K_{1/3}^{2} + aF^{2}K_{2/3}^{2} - 2\mu cFK_{1/3}K_{2/3}}. \tag{2.97}$$

Параметр Стокса ξ_{1SR} виявився, як і повинно бути, рівним нулю. Як можна переконатися, ступінь поляризації, який визначається знайденими параметрами Стокса, дорівнює одиниці:

$$P_{\xi_{SR}}^{--} = P_{\xi_{SR}}^{++} = 1, \tag{2.98}$$

що означає повну поляризованість випромінювання, в випадку якщо спіни електронів направлені вздовж або проти поля і в процесі не змінюють свою орієнтацію.

На рис.2.8 показана залежність параметрів Стокса кінцевого фотона від кута вильоту a) для випадків, якщо початкова енергія електрона дорівнює 1) z=0.03, 2) z=3, 3) z=300, при цьому y=1, b) для випадків, якщо частота фотона дорівнює 1) y=0.01, 2) y=0.1, 3) y=1., проекція спіна електрона μ=-1. Як видно з рис.2.8 в напрямку переважного випромінювання в інтервалі кутів від Ψ=0 (випромінювання перпендикулярно полю) до Ψ=+2 (периферія вузького конуса випромінювання) поляризація випромінювання змінюється від нормальної лінійної до правої кругової. Відзначимо, що в нерелятивістському ультраквантовому наближенні випромінювання поперек поля лінійно поляризоване, а вздовж поля циркулярно поляризоване. Ультрарелятивістський рух електрона, зберігаючи якісно цю картину, її «стискає» у вузький конус випромінювання. Характерний кут випромінювання $\psi_c = m/\varepsilon$ ($\Psi=1$) визначається тільки енергією початкового електрона.

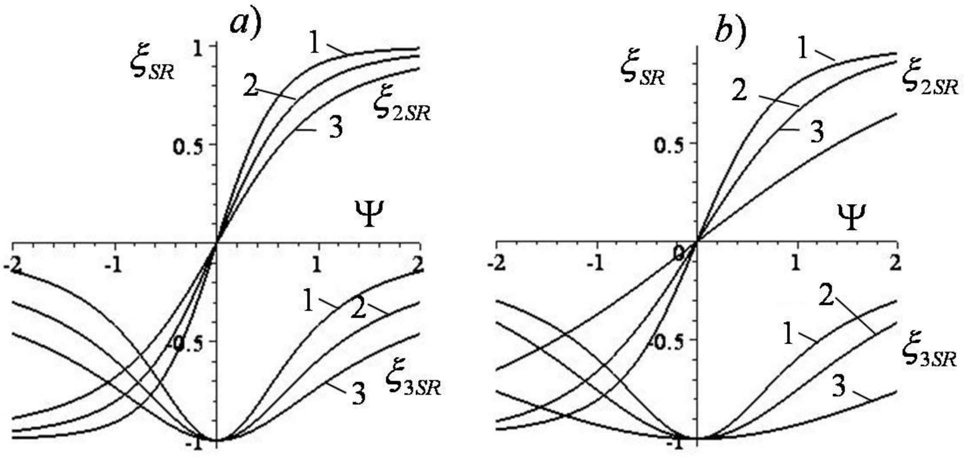


Рис.2.8. Залежність параметрів Стокса від кута випромінювання а) для випадків: 1: z=0.03, 2: z=3, 3: z=300, b) для випадків: 1: y=0.01, 2: y=0.1, 3: y=1

Відзначимо, що для оцінки результатів можна покласти (y=1, $|\Psi|<1$):

$$K_{2/3} \approx 1.2 K_{1/3}. \tag{2.99}$$

В умовах $z \ll 1$ (м'якого ультрарелятівізма) наближено можна вважати $a = 16$, $b = c = 0$. В цьому випадку параметри Стокса випромінювання мають простий вигляд:

$$\xi_{2SR} = \frac{2\Psi F K_{1/3} K_{2/3}}{\Psi^2 K_{1/3}^2 + F^2 K_{2/3}^2}, \quad \xi_{3SR} = \frac{\Psi^2 K_{1/3}^2 - F^2 K_{2/3}^2}{\Psi^2 K_{1/3}^2 + F^2 K_{2/3}^2} \tag{2.100}$$

і наближено залежать тільки від кута випромінювання:

$$\xi_{2SR} \approx \frac{2.4\Psi F}{1.4 + 2.4\Psi^2}, \quad \xi_{3SR} \approx -\frac{1.4 + 0.4\Psi^2}{1.4 + 2.4\Psi^2}. \tag{2.101}$$

Цей результат добре відомий і був отриманий теоретично і перевірений експериментально для випромінювання неполяризових електронів [19,20].

Причина такої згоди в тому, що в цьому наближенні поляризація випромінювання не залежить від спінових станів електрона, а основними процесами є процеси без перевороту спіна.

В умовах $z >> 1$ (жорсткого ультрарелятивізму) величини a, b, c наближено рівні $a = b = c = z^2$ і параметри Стокса мають вигляд:

$$\xi_{2SR} = \frac{2\Psi(1.2F-\mu)}{2.4F(F-\mu)}, \quad \xi_{3SR} = -\frac{2.4(1-\mu F)+0.4\Psi^2}{2.4F(F-\mu)}. \tag{2.102}$$

Одержані співвідношення непогано збігаються з загальними виразами (2.96), (2.97) для випадку, коли електрон знаходиться в основному спіновому стані (μ=-1) і розбігаються, якщо μ=+1. На рис.2.9 зображена залежність параметрів Стокса від кута випромінювання для випадку інверсної спінової заселеності електронів (μ=+1), при цьому y=1. Як видно з рисунку, область випромінювання нормальної лінійної поляризації в режимі жорсткого ультрарелятивізму (z>>1) стискається в околі нуля (Ψ=0). Решта області вузького конуса випромінювання містить крім кругової поляризації, також, аномальну лінійну поляризацію.

Ступінь поляризації СВ електронами, які не змінюють проекції спіна і знаходяться як в основному (μ=-1) так і в інверсному (μ=+1) спінових станах, має вигляд:

$$P_{\xi_{SR}} = \max\frac{D_{\xi}^{--}+D_{\xi}^{++}-D_{-\xi}^{--}-D_{-\xi}^{++}}{D_{\xi}^{--}+D_{\xi}^{++}+D_{-\xi}^{--}+D_{-\xi}^{++}}. \tag{2.103}$$

Їй відповідають параметри Стокса випроміненого фотона, які описуються виразами (2.96), (2.97), де потрібно покласти μ=0:

$$\xi_{2SR} = \frac{2\Psi aFK_{1/3}K_{2/3}}{(a\Psi^2+b)K_{1/3}^2+aF^2K_{2/3}^2}, \quad \xi_{3SR} = \frac{(a\Psi^2-b)K_{1/3}^2-aF^2K_{2/3}^2}{(a\Psi^2+b)K_{1/3}^2+aF^2K_{2/3}^2}. \tag{2.104}$$

Ступінь поляризації кінцевого фотона, який визначається параметрами Стокса (2.103)

$$P_{\xi_{SR}} = \sqrt{\xi_{2SR}^2+\xi_{3SR}^2},$$

як функція кута випромінювання зображена на рис.2.10, де y=1. Як видно з рис.2.10 найменшій ступінь поляризації має місце при z >> 1, відповідає куту Ψ=1 і дорівнює P=0.88.

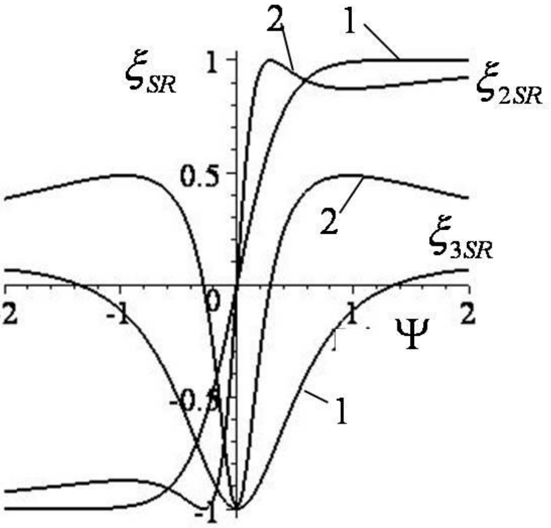


Рис.2.9. Залежність параметрів Стокса від кута фотона при випромінюванні електроном в інверсному спіновому стані: 1): z=3, 2): z=300

В умовах z<<1 (м'якого ультрарелятивізму) параметри Стокса наближено визначаються виразами (2.100), при цьому P = 1. В умовах z >> 1 (жорсткого ультрарелятивізму) параметри Стокса наближено можна записати у вигляді

$$\xi_{2SR}=\frac{\Psi}{F},\quad \xi_{3SR}=-\frac{1}{F^2}, \tag{2.105}$$

а ступінь поляризації має вигляд

$$P=\sqrt{\frac{\Psi^4+\Psi^2+1}{\Psi^2+1}}\,. \tag{2.106}$$

Розглянемо тепер спін-фліп процес (μ'=-μ). З виразу (2.93) випливає загальний вигляд параметрів Стокса в цьому випадку

$$\xi_{2SR}=\frac{2\Psi[FK_{1/3}K_{2/3}+\mu K_{1/3}^2]}{F^2(K_{1/3}^2+K_{2/3}^2)+2\mu FK_{1/3}K_{2/3}}, \tag{2.107}$$

$$\xi_{3SR}=\frac{(1-\Psi^2)K_{1/3}^2+F^2K_{2/3}^2+2\mu FK_{1/3}K_{2/3}}{F^2(K_{1/3}^2+K_{2/3}^2)+2\mu FK_{1/3}K_{2/3}}. \qquad (2.108)$$

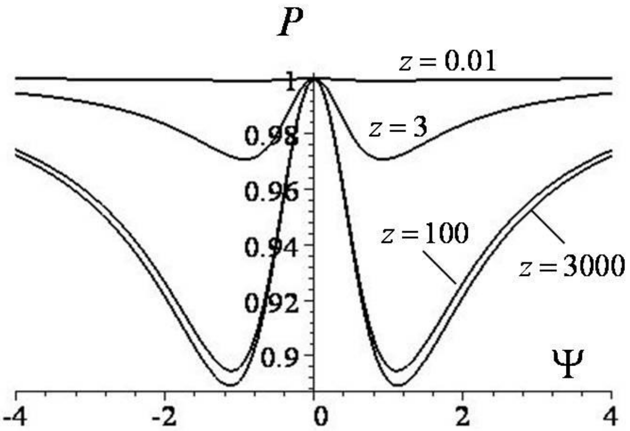


Рис.2.10. Залежність ступеня поляризації СВ від кута випромінювання електронами в основному і інверсному спінових станах

Ступінь поляризації випромінювання дорівнює одиниці. У центрі вузького конуса випромінювання (Ψ=0) параметр ξ_{3SR} має протилежний знак порівняно з випадком процесу без зміни спіна ($\mu'=\mu$). Відзначимо, що для випадку y = 1 знайдені вирази практично не залежать від енергії початкового електрона (від параметра z).

Для випадку μ=+1, μ'=-1 в області максимуму випромінювання (y=1) з урахуванням співвідношення (2.99) параметри Стокса мають простий вигляд:

$$\xi_{2SR}=\frac{\Psi}{F}, \quad \xi_{3SR}=\frac{1}{F}. \qquad (2.109)$$

Для випадку μ=-1, μ'=+1 залежність параметрів Стокса від кута випромінювання має подібний вигляд, як на рис.2.9 2), де значення для параметра ξ_{3SR} потрібно взяти з протилежним знаком.

Поляризація спін-фліп процесу СВ електронами, які знаходяться як в основному (μ=-1), так і в інверсному (μ=+1) спінових станах, має вигляд:

$$\xi_{2SR}=\frac{2\Psi K_{1/3}K_{2/3}}{F(K_{1/3}^2+K_{2/3}^2)}\approx\frac{\Psi}{F}, \qquad (2.110)$$

$$\xi_{3SR}=\frac{(1-\Psi^2)K_{1/3}^2+F^2K_{2/3}^2}{F^2(K_{1/3}^2+K_{2/3}^2)}\approx\frac{1}{F^2}\,. \qquad (2.111)$$

Випромінювання частково поляризоване, ступінь поляризації визначається виразом (2.106), так само як і в разі жорсткого ультрарелятивізму в процесі без зміни спіна електрона.

Розглянемо процес СВ, в якому електрон в початковому стані має певне значення спіна, а по всім кінцевим спіновим станів проведено підсумовування, тобто мова піде про сумарну поляризацію всього випромінювання від електрона, який с початку був поляризованим. Ступінь поляризації випромінювання визначається виразом:

$$P^{\mu}_{\xi_{SR}}=\max\frac{D^{\mu\mu}_{\xi}+D^{\mu,-\mu}_{\xi}-D^{\mu\mu}_{-\xi}-D^{\mu,-\mu}_{-\xi}}{D^{\mu\mu}_{\xi}+D^{\mu,-\mu}_{\xi}+D^{\mu\mu}_{-\xi}+D^{\mu,-\mu}_{-\xi}}\,. \qquad (2.112)$$

Параметри Стокса випромінювання дорівнюють:

$$\xi_{2SR}=\frac{2\Psi[(a+b)FK_{1/3}K_{2/3}+\mu(b-c)K_{1/3}^2]}{K_{1/3}^2(a\Psi^2+b+bF^2)+K_{2/3}^2(a+b)F^2+2\mu(b-c)FK_{1/3}K_{2/3}}\,, \qquad (2.113)$$

$$\xi_{3SR}=\frac{(a-b)\Psi^2K_{1/3}^2-(a-b)F^2K_{2/3}^2+2\mu(c+b)FK_{1/3}K_{2/3}}{K_{1/3}^2(a\Psi^2+b+bF^2)+K_{2/3}^2(a+b)F^2+2\mu(b-c)FK_{1/3}K_{2/3}}\,. \qquad (2.114)$$

В області м'якого ультрарелятивізму (z << 1) з характерною частотою випромінювання (y = 1) поляризація не залежить від спина електрона і описується виразами (2.100). Випромінювання чисто поляризоване P=1.

Для z> 1 випромінювання частково поляризоване, ступінь поляризації сильно корелює з частотою випромінювання y і залежить від спіна електрона μ. На рис.2.11 зображений ступінь поляризації a) як функція енергії електрона z при Ψ=0, y=0.8 b) як функції енергії електрона z і частоти фотона y при Ψ=0. Як видно з рис.2.11 a) ступінь поляризації синхротронного випромінювання P поляризованими електронами проти поля (μ=-1) монотонно зменшується з ростом енергії електрона z до мінімально значення P_{m}=0.4. У разі поляризованості електронів по полю (μ=+1) залежність P від z суттєво не монотонна, ступінь поляризації двічі дорівнює нулю в нуль в точках z_1=5.06 і z_2=877, при $z\to\infty$ прямую до того ж граничного значення P_m=0.4, що в разі (μ=-1). На рис.2.11 *b*) видно, що повністю неполяризоване випромінювання P = 0 відповідає деякому "хребту" графіка $f=-P(y,z)$. На площині y,z ця лінія має максимум і перетинається з прямою $y=y_0$ в двох точках, що і пояснює наявність двох мінімумів на рис.2.11 *a*). Відзначимо, що значення P_m залежить від величини y і при $y\to1$ ступінь поляризації $P_m\to0$.

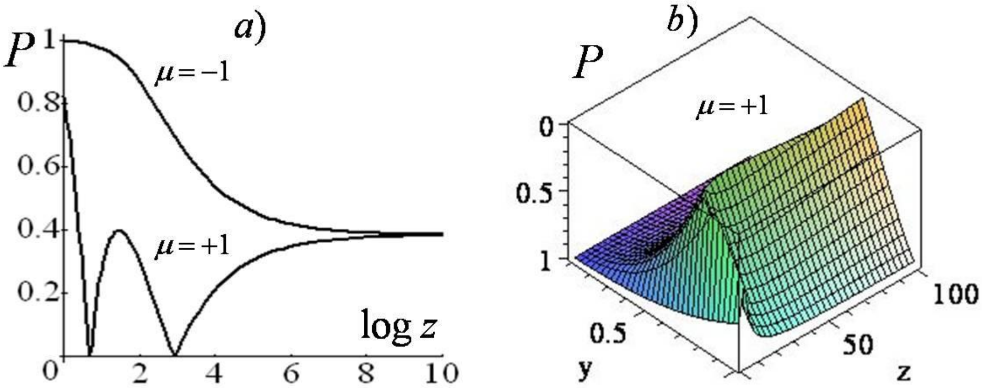


Рис.2.11. Ступінь поляризації a) як функція енергії електрона z при Ψ=0, y=0.8 *b*) як функція енергії електрона z і частоти фотона y при Ψ=0

На рис.2.12 показана залежність параметрів Стокса кінцевого фотона від кута випромінювання при певних значеннях енергії електрона z (1. z=1, 2. z=3, 3. z=5, 4. z=10, 5. z=30) для випадків *a*) μ=+1і *b*) μ=-1 для y=0.8. Як видно з рис.2.12 для обраного інтервалу енергій від z = 1 до z = 30 при фіксованій частоті випромінювання y = 0.8 значення параметра ξ_{2SR} для μ=-1 і μ=+1, а також ξ_{3SR} для μ=-1 практично не змінюються. У той же час значення лінійної поляризації ξ_{3SR} для μ=+1 суттєво змінюються аж до зміни знака.

Розглянемо тепер питання про поляризацію СВ від неполяризованого електрона. Для цього в виразах (2.112), (2.113) потрібно покласти μ=0:

$$\xi_{2SR}=\frac{2\Psi(a+b)FK_{1/3}K_{2/3}}{K_{1/3}^2(a\Psi^2+b+bF^2)+K_{2/3}^2(a+b)F^2}, \qquad (2.115)$$

$$\xi_{3SR}=\frac{(a-b)(\Psi^2K_{1/3}^2-F^2K_{2/3}^2)}{K_{1/3}^2(a\Psi^2+b+bF^2)+K_{2/3}^2(a+b)F^2}\,. \tag{2.116}$$

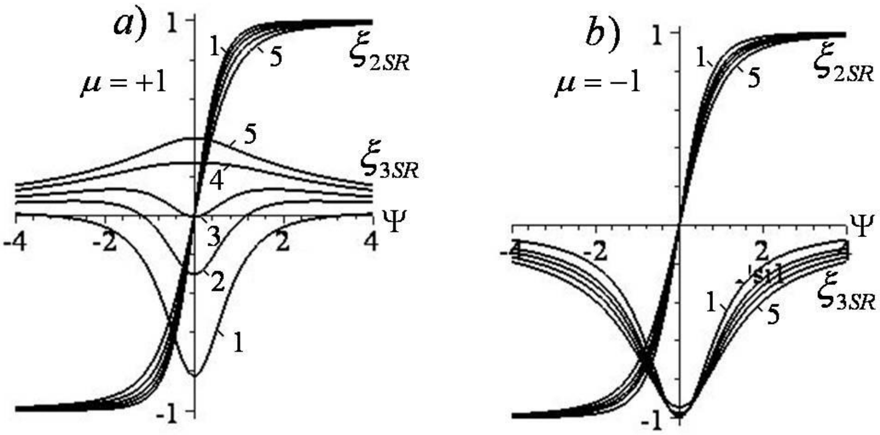


Рис.2.12. Параметри Стокса СВ як функція кута випромінювання Ψ *a*) μ=+1, *b*) μ=-1 (1. *z*=1, 2. *z*=3, 3. *z*=5, 4. *z*=10, 5. *z*=30)

В умовах м'якого ультрарелятивізму (z << 1) ступінь поляризації дорівнює одиниці, а параметри Стокса наближено мають вигляд (2.100), що збігається с відомим результатом [19]. В умовах жорсткого ультрарелятивізму (z >> 1) випромінювання частково поляризоване. На рис.2.13 зображена залежність ступеня поляризації а) від енергії електрона z і частоти фотона y (Ψ=0), *b*) від енергії електрона z і кута випромінювання Ψ (y=0.8). Найменший ступінь поляризації відповідає випромінюванню в площині орбіти (Ψ=0) в області максимуму випромінювання (y = 1) і приблизно дорівнює:

$$P=\frac{11.2(z+2)}{4.8z^2+11.2(z+2)}\approx\frac{2.3}{z}\,, \tag{2.117}$$

тобто випромінювання повністю не поляризоване для електрона з гранично великою енергією z→∞.

Відзначимо, що для синхротронного випромінювання в лабораторних умовах характерними є енергії електрона ε~ декілька *ГеВ*, магнітні поля H~10^4*Гс*. Це відповідає параметру z=10^{-5}. тобто це м'який ультрарелятивізм.

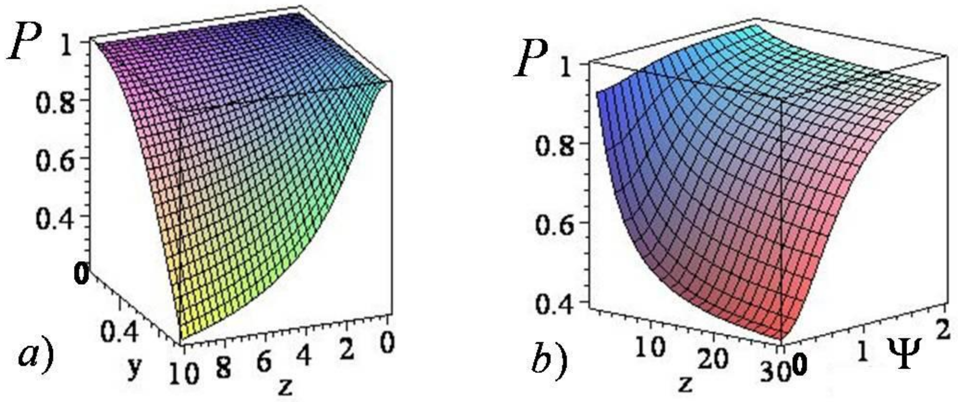


Рис.2.13. Ступінь поляризації СВ *a*) як функція енергії електрона *z* і частоти фотона *y*, *b*) як функція енергії електрона *z* і кута випромінювання Ψ

Проте, досяжними є магнітні поля до сотні тесла і енергії електронів до декількох тералектронвольтів, що дає величину $z \sim 1$ і вище, тобто стає можливим експериментальна перевірка здобутих результатів впливу поляризації електронів на поляризації СВ в режимі жорсткого ультрарелятивізму.

2.3. Спін-поляризаційні ефекти в процесі однофотонного народження e^+e^-пари

Амплітуда імовірності однофотонного народження e^+e^- пари (ОНП). Будуємо амплітуду імовірності даного процесу за фейнманівською діаграмою, зображеною на рис.2.14.

$$A_{if} = -ie\int d^4x\bar{\Psi}^-(\zeta)\gamma^i A_i \Psi^+(\xi)\,, \tag{2.118}$$

де $\bar{\Psi}^-(\zeta)$ - хвильова функція кінцевого електрона (у виразенні (2.27) штрих замінений на “-”), $\zeta = \sqrt{hm^2}(x + p^-{}_y / hm^2)$, $\Psi^+(\xi)$ - хвильова функція кінцевого позитрона, яка має вигляд:

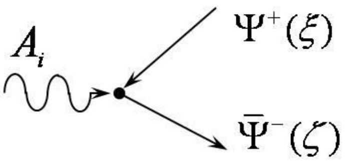


Рис.2.14. Фейнманівська діаграма процеса ОНП

$$\Psi^{+}(\xi)=\frac{A_{l^+}}{\sqrt{S}}e^{i(\varepsilon_{l^+}^{+}t-p_y^{+}y-p_z^{+}z)}[i\sqrt{m^{+}+\mu^{+}m}U_{l^+}(\xi)-$$

$$-\mu^{+}\sqrt{m^{+}-\mu^{+}m}U_{l^+-1}(\xi)\gamma^{1}]u_{l^+}^{+}, \qquad (2.119)$$

где $\xi=\sqrt{hm^2}(x-p_y^{+}/hm^2)$, $m^{\pm}=m(1+2l^{\pm}h)^{1/2}$.

Закони збереження енергії і поздовжньої компоненти імпульсу визначають кінематику процесу

$$\omega=\varepsilon_{l^-}^{-}+\varepsilon_{l^+}^{+},\ k_z=\omega u=p_z^{-}+p_z^{+}, \qquad (2.120)$$

де $u=\cos\theta$ - косинус полярного кута початкового фотона. Для знаходження граничних значень енергії і імпульсу кінцевіх частінок нужно досліджуваті на максимум функцію вигляду:

$$f(p_z^{-})=\omega-\sqrt{(m^{-})^2+(p_z^{-})^2}-\sqrt{(m^{+})^2+(\omega u-p_z^{-})^2}\,. \qquad (2.121)$$

На рис.2.15 зображена залежність функції $f(p_z^{-})$ від імпульсу електрона *a*) у випадку u = 0, *b*) у випадку u = 1, при цьому h=0.1.

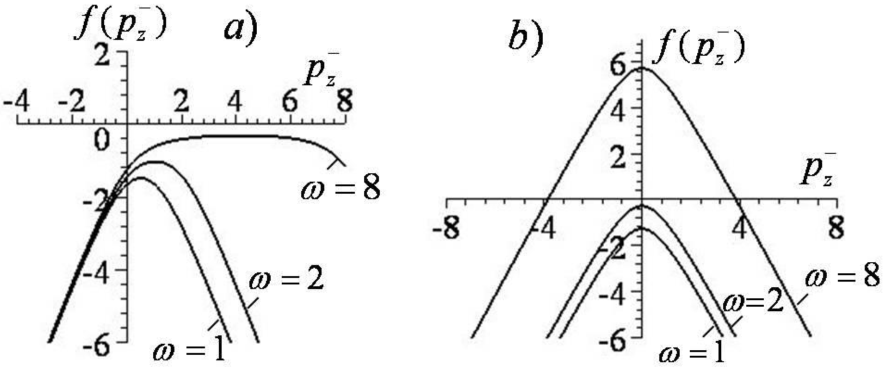


Рис.2.15. Графік функції $f(p^{-}_{z})$ для різних значень частоти *a*) u=1, *b*) u=0

Відповідно до законів збереження (2.120) процес можливий, коли $f(p^{-}_{z})$=0, а поріг процесу - це випадок, коли максимум даної функції $f(p_m)$ дорівнює нулю. Прирівнювання нулю похідною від $f(p^{-}_{z})$ дає

$$f(p_m)=\frac{\omega(p_m-u\varepsilon_m)}{p_m}. \qquad (2.122)$$

Рівність нулю співвідношення (2.122) дає вираз для граничних значень частоти фотона, енергій і поздовжніх імпульсів електрона і позитрона

$$\omega_m = (m^- + m^+)/\sqrt{1-u^2}\,, \ \ \varepsilon_m^{\pm} = m^{\pm}/\sqrt{1-u^2},\, p_m^{\pm} = u\varepsilon_m^{\pm}. \tag{2.123}$$

Як випливає з цих співвідношень, якщо фотон спрямований перпендикулярно полю (u = 0), то на порозі процесу поздовжні компоненти імпульсів частинок відсутні і $\omega_m = m^+ + m^-$, тобто частинки знаходяться "нерухомо" на рівнях Ландау. Якщо фотон спрямований уздовж поля (u = 1), то вираз (2.122) завжди від'ємний і не може бути рівним нулю, тобто процес ОНП в цьому випадку неможливий. Корисно, також, виписати порогові вирази для енергій і імпульсів частинок, записані через частоту фотона. Для фіксованої частоти пороговий полярний кут задається співвідношенням

$$u_m = \pm\sqrt{\omega^2 - (m^+ + m^-)^2}\,/\,\omega\,. \tag{2.124}$$

Якщо для заданих рівнів Ландау кінцевих частинок і частоті фотона виконується u_m<1, то при направленні фотона під кутом u>u_m процес не йде. Порогові енергії і імпульси частинок дорівнюють

$$\varepsilon_m^{\pm} = \frac{m^{\pm}}{m^+ + m^-}\omega,\ p_m^- = \pm\frac{m^-}{m^+ + m^-}\sqrt{\omega^2 - (m^+ + m^-)^2},\ p_m^+ = \pm\frac{m^+}{m^+ + m^-}\sqrt{\omega^2 - (m^+ + m^-)^2}\,. \tag{2.125}$$

З урахуванням рівності k_m=ωu_m можна записати

$$\omega^2 = (m^+ + m^-)^2 + k_m^2,$$

тобто на порозі процесу зв'язок енергії та поздовжнього імпульсу фотона такий ж, як для електрона в магнітному полі, якщо фотону приписати поперечну енергію, яка дорівнює $m_\omega = m^+ + m^-$.

Щоб з'ясувати фізичний зміст одержаних виразів (2.123), перейдемо в нову (штриховану) інерційну систему відліку, що рухається вздовж напрямку магнітного поля, в якій поздовжній імпульс електрона відсутній $(p^-_m)'$=0. Перетворення Лоренца для енергії і поздовжнього імпульсу мають вигляд:

$$(\varepsilon_m^-)' = \gamma(\varepsilon_m^- - Vp_m^-),\ \ (p_m^-)' = \gamma(p_m^- - V\varepsilon_m^-),\ \ \gamma = 1/\sqrt{1-V^2}\,. \tag{2.126}$$

Рівність нулю $(p^-_m)'$ визначає швидкість і гамма фактор

$$V = u,\ \gamma = \omega_m/(m^+ + m^-). \qquad (2.127)$$

В результаті енергії і поздовжні імпульси частинок в новій системі відліку дорівнюють

$$(\varepsilon_m^\pm)' = m^\pm,\ \ (p_m^\pm)' = 0, \qquad (2.128)$$

а з законів збереження (2.120) випливає

$$(\omega_m)' = m^+ + m^-,\ \ u' = 0. \qquad (2.129)$$

Таким чином, одержали, що граничне значення частоти фотона - це таке значення, що в системі відліку, де фотон спрямований перпендикулярно полю, частота фотона дорівнює сумі ефективних мас електрона і позитрона, а поздовжні імпульси частинок дорівнюють нулю.

Для частоти фотона більше порогової $\omega > \omega_m$ закони збереження (2.120) дають такі вирази для енергій і імпульсів електрона і позитрона

$$\varepsilon_{1,2}^- = \frac{a^- \pm b^- u}{2\omega(1-u^2)},\ \ p_{1,2}^- = \frac{a^- u \pm b^-}{2\omega(1-u^2)},\ \varepsilon_{1,2}^+ = \frac{a^+ \mp b^+ u}{2\omega(1-u^2)},\ \ p_{1,2}^+ = \frac{a^+ u \mp b^+}{2\omega(1-u^2)}, \quad (2.130)$$

де $a^\pm = \omega^2(1-u^2) \pm (m^+)^2 \mp (m^-)^2$, $b^\pm = \sqrt{(a^\pm)^2 - 4(m^\pm)^2\omega^2(1-u^2)}$, при цьому $b^+ = b^-$. Відзначимо, що фіксовану певну частоту полярного кута початкового фотона дає два значення для енергії і для імпульсу частинок. В окремому випадку народження частинок на однакових рівнях Ландау, вирази (2.130) набувають вигляду:

$$\varepsilon_{1,2}^- = \frac{\omega}{2}[1 \pm u\sqrt{1-(\frac{\omega_m}{\omega})^2}],\ \ p_{1,2}^- = \frac{\omega}{2}[1 \pm u\sqrt{1-(\frac{\omega_m}{\omega})^2}],\ \varepsilon_{1,2}^+ = \varepsilon_{2,1}^-,\ \ p_{1,2}^+ = p_{2,1}^-, \quad (2.131)$$

Нехай фотон рухається перпендикулярно полю ($u = 0$), тоді вираження (2.139) дорівнює

$$\varepsilon^- = \frac{1}{2\omega}(\omega^2 + (m^-)^2 - (m^+)^2),\ \ p^- = \frac{\pm 1}{2\omega}\sqrt{\omega^2 - (m^+ + m^-)^2}\sqrt{\omega^2 - (m^+ - m^-)^2}, \quad (2.132)$$

$$\varepsilon^+ = \frac{1}{2\omega}(\omega^2 + (m^+)^2 - (m^-)^2),\ \ p^+ = -p^-. \qquad (2.133)$$

Подамо частоту фотона у вигляді суми граничного значення і малої надпороговой добавки

$$\omega=\omega_m+\delta\omega,\ \omega_m=m^+ + m^-,\ \delta\omega<<\omega_m, \tag{2.134}$$

тоді енергії і імпульси частинок мають простий вигляд:

$$\varepsilon^-=m^-+\frac{m^+\delta\omega}{\omega_m},\ \varepsilon^+=m^++\frac{m^-\delta\omega}{\omega_m},\ \ p^-=-p^+=\pm\sqrt{\frac{2m^+m^-\delta\omega}{\omega_m}}. \tag{2.135}$$

У ультраквантовому наближенні на найнижчих рівнях Ландау слід окремо аналізувати три випадки надпорогової добавки до частоті фотона. В першому випадку

$$\omega=\omega_m+\delta\omega,\quad \delta\omega=\alpha_1h^2m,\ \ \alpha_1\sim 1, \tag{2.136}$$

$$\varepsilon^-=m(1+l^-h),\ \varepsilon^+=m(1+l^+h),\ \ p^-=-p^+=\pm\sqrt{\alpha_1}hm, \tag{2.137}$$

тобто величина імпульсів частинок порядку циклотронної частоти і вони не впливають на енергії частинок. У другому випадку

$$\omega=\omega_m+\delta\omega,\quad \delta\omega=\alpha_1hm,\ \ \alpha_1\sim 1, \tag{2.138}$$

$$\varepsilon^-=m(1+l^-h+\alpha_1h/2),\ \varepsilon^+=m(1+l^+h+\alpha_1h/2),\ \ p^-=-p^+=\pm\sqrt{\alpha_1h}m. \tag{2.139}$$

Вплив імпульсів порівняний з переходом на сусідній рівень Ландау. У третьому випадку

$$\omega=\omega_m+\delta\omega,\quad \delta\omega=\alpha_1m\sim\omega_m, \tag{2.140}$$

$$\varepsilon^-=\varepsilon^+=m(1+\alpha_1/2),\quad p^-=-p^+=\pm m\sqrt{4\alpha_1+\alpha_1^2}/2. \tag{2.141}$$

Як було зазначено вище, не применшуючи спільності картини можна розглядати початковий фотон спрямованим перпендикулярно полю (u = 0). Надалі аналіз процесу ОНП буде проводитися з урахуванням цього зауваження. Амплітуду процесу ОНП після взяття інтегралів (2.118) з хвильовими функціями (2.12), (2.27), (2.119) в загальному випадку можна представити у вигляді:

$$A_{if}=\frac{M_{if}\delta^3(k-p^+-p^-)}{S\sqrt{V}},\quad M_{if}=\frac{-ie2\pi^3\sqrt{2\pi}e^{i\Phi}}{\sqrt{\omega\varepsilon^+\varepsilon^-m^+m^-}}\sum_{a=1}^{4}Q_a, \tag{2.142}$$

где $Q_1 = J(l^+, l^-) M_m^- M_p^+ D\sin\theta\cos\alpha$, $Q_2 = -J(l^+ - 1, l^- - 1)\mu^- M_p^- \mu^+ M_m^+ D\sin\theta\cos\alpha$,

$Q_3 = -J(l^+, l^- - 1)\mu^- M_p^- M_p^+ C H_m$, $Q_4 = J(l^+ - 1, l^-) M_m^- \mu^+ M_m^+ C H_p$.

У цьому виразі введено такі позначення:

$$M_m^{\pm} = \sqrt{m^{\pm} - \mu^{\pm} m}, \; M_p^{\pm} = \sqrt{m^{\pm} + \mu^{\pm} m}, \tag{2.143}$$

$$C = -E_m^- E_m^+ + \mathrm{sgn}(p^-)\mathrm{sgn}(p^+) E_p^- E_p^+, \; D = \mathrm{sgn}(p^+) E_m^- E_p^+ + \mathrm{sgn}(p^-) E_p^- E_m^+, \tag{2.144}$$

$$E_m^{\pm} = \sqrt{\varepsilon^{\pm} - \mu^{\pm} m^{\pm}}, \; E_p^{\pm} = \sqrt{\varepsilon^{\pm} + \mu^{\pm} m^{\pm}}\,. \tag{2.145}$$

Величини H_m, H_p задаються виразами (2.43). Фаза Ф має вигляд:

$$\Phi = \frac{-k_x(2p_y^- - k_y)}{2hm^2} + (l^+ - l^-)(\varphi - \frac{\pi}{2})\,. \tag{2.146}$$

Спецфункція $J(l^+, l^-)$ визначається виразом (2.37) і залежить від змінної η (2.38), де в подальшому вважаємо u=0.

Імовірність процесу ОНП. Прослідкуємо подальшу долю нормувальних констант S, V в амплітуді (2.142). Для цього амплітуду запишемо у вигляді:

$$A_{if} = \frac{M_{if}}{S\sqrt{V}} \delta(\omega - \varepsilon^+ - \varepsilon^-)\delta(k_z - p_z^+ - p_z^-)\delta(k_y - p_y^+ - p_y^-)\,. \tag{2.147}$$

Диференціальна ймовірність дорівнює добутку квадрата модуля величини (2.147) на число кінцевих станів

$$dN = dN^+ dN^- = \frac{dp_y^+ dp_z^+ S}{(2\pi)^2} \cdot \frac{dp_y^- dp_z^- S}{(2\pi)^2}\,, \tag{2.148}$$

і має вигляд:

$$dW = \frac{STp_y^-}{V} \cdot \frac{|M_{if}|^2}{(2\pi)^7} \delta(\omega - \varepsilon^+ - \varepsilon^-) dp_z^-\,, \tag{2.149}$$

при цьому було враховано

$$\delta(\omega - \varepsilon^+ - \varepsilon^-)^{\;2} = \frac{T}{2\pi}\delta(\omega - \varepsilon^+ - \varepsilon^-)\,,$$

$$\delta(k_z - p_z^+ - p_z^-)\delta(k_y - p_y^+ - p_y^-)^{\;2} = \frac{S}{(2\pi)^2}\delta(k_z - p_z^+ - p_z^-)\delta(k_y - p_y^+ - p_y^-)\,,$$

а також були взяті інтеграли по dp^+_y і dp^+_z. Як було зазначено раніше, хвильова функція електрона в магнітному полі в калібровці Ландау залежить від координати x уздовж квантованного напряму у вигляді комбінації (2.9) $\zeta=(hm^2)^{1/2}(x\text{-}x_0)$, при цьому $x_0=\text{-}p_y/hm^2$ інтерпретується в класичному наближенні як x координата центру обертання електрона. Ототожнюючи цю величину з характерним розміром L_x, можна записати

$$p_y^- / L_x = Sp_y^- / V = hm^2 , \tag{2.150}$$

в результаті диференціальна ймовірність в одиницю часу має вигляд:

$$dW^{\mu^-\mu^+} = hm^2 \cdot \frac{|M_{if}|^2}{(2\pi)^7}\delta(\omega-\varepsilon^+-\varepsilon^-)dp_z^- . \tag{2.151}$$

Одержаний вираз містить одну дельта функцію Дірака і один диференціал. В ультраквантовому наближенні, в разі, коли відрізняються окремі рівні Ландау, інтегрування по p_z знімає дельта функцію і в загальному випадку процес ОНП описується імовірностями $W^{\mu-\mu+}(\xi_\text{i})$ з фіксованими значеннями рівнів Ландау і проекцій спіна кінцевих електрона і позитрона, а також параметрів Стокса початкового фотона. В ультрарелятивістському наближенні, коли відбувається усереднення по інтервалу найближчих рівнів Ландау, число кінцевих станів визначається виразом (2.148) помноженим на $dl^+{\cdot}dl^-$. Тоді інтегрування по dl^+ знімає дельта функцію Дірака і в загальному випадку процес ОНП описується диференціальною імовірністю в одиницю часу і в інтервал значень рівня Ландау і поздовжнього імпульсу кінцевого електрона $dW^{\mu-\mu+}/dl^-dp_z$. замість інтервалу $dl^-dp^-_z$ зручніше перейти до інтервалу $d\varepsilon d\Psi$, де

$$\varepsilon = h\varepsilon^- / m, \quad \Psi = p_z^- / \varepsilon^- . \tag{2.152}$$

Процес ОНП в ультраквантовому наближеннні. Для інтегрування виразу (2.151) дельта функцію Дірака представляємо у вигляді

$$\delta(\omega-\varepsilon^- -\varepsilon^+) = \sum_{i=1}^{2} \frac{\varepsilon^+\varepsilon^-}{|\varepsilon^+ p_z^- - \varepsilon^- p_z^+|}\delta(p_z^- - p_i^-) , \tag{2.153}$$

де p_i^- - два значення поздовжнього імпульсу електрона (2.130).

Відзначимо, що знаменник виразу (2.153) звертається в нуль в разі, якщо $p_z^- = p_z^+ = 0$, тобто на порозі процесу народження e^+e^- пари фотоном, який рухається перпендикулярно полю. Наявність сингулярностей в імовірності даного процесу пов'язана зі знехтуванням врахування випромінювання м'яких фотонів, яке завжди супроводжує процеси квантової електродинаміки. Це явище подібно так званій "інфрачервоній катастрофі" в процесі гальмівного випромінювання при розсіянні електрона на кулонівському центрі [190] (див. рис.2.16). Інфрачервона розбіжність виникає через те, що теорія збурення не може бути застосована для опису випромінювання м'якого фотона. Переріз розсіяння процесу гальмівного випромінювання обернено пропорційний частоті кінцевого фотона $\sigma \sim 1/\omega'$ і необмежено зростає при $\omega' \to 0$. Імовірність народження e^+e^- пари має таку ж залежність від частоти, якщо в процесі враховувати ще один кінцевий фотон $W \sim 1/\omega'$. При цьому додавання кінцевого фотона усуває розбіжність на порозі ($p_z^- = p_z^+ = 0$).

Спецфункція $J(l^+,l^-)$ в амплітуді процесу (2.142) в ультраквантовому наближенні має вигляд:

$$J(l^+,l^-) \equiv J_0 = (-1)^{l^+} \frac{e^{-\eta/2}}{\sqrt{l^+!l^-!}} \eta^{(l^+ + l^-)/2}, \tag{2.154}$$

де в нульовому наближенні $\eta = \omega^2/2hm^2 = 2/h$.

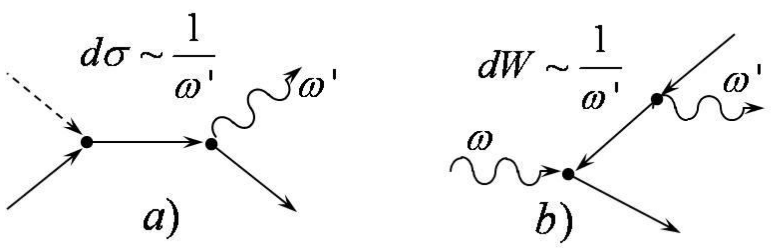


Рис.2.16. Фейнманівські діаграми процесів: *a*) гальмівного випромінювання при розсіянні електрона на кулоновском центрі, *b*) народження e^+e^- пари фотоном з випромінюванням кінцевого фотона

Решту спецфункцій виразу (2.142) в розглянутому наближенні дорівнюють

$$J(l^+-1,l^--1)=-\frac{\sqrt{l^+l^-}}{\eta}J_0,\quad J(l^+,l^--1)=\sqrt{\frac{l^-}{\eta}}J_0,\quad J(l^+-1,l^-)=-\sqrt{\frac{l^+}{\eta}}J_0. \qquad (2.155)$$

Імовірності процесу ОНП в одиницю часу з заданими проекціями спіна електрона і позитрона W^{--} , W^{++} , W^{-+} виражені через поздовжній імпульс електрона p^- мають однаковий вигляд для всіх трьох випадків надпорогової добавки до частоті фотона (2.136) - (2.141) і дорівнюють, відповідно:

$$W^{-+}=\frac{\alpha m^4 h}{2\omega\varepsilon^-\,|\,p^-\,|}J_0^2(1+\xi_3), \qquad (2.156)$$

$$W^{--}=\frac{\alpha m^4 h^2 l^+}{4\omega\varepsilon^-\,|\,p^-\,|}J_0^2(1-\xi_3), \qquad (2.157)$$

$$W^{++}=\frac{\alpha m^4 h^2 l^-}{4\omega\varepsilon^-\,|\,p^-\,|}J_0^2(1-\xi_3). \qquad (2.158)$$

Для випадку народження e^+e^- пари фотоном в інверсні спінові стани (μ^-=+1μ^+=-1) вираз для імовірності залежить від різниці $\delta\omega=\omega-\omega_m$. У випадку $\delta\omega=\alpha_1 mh^2$ енергії і імпульси частинок визначаються виразом (2.137), а імовірність процесу дорівнює

$$W^{+-}=\frac{\alpha m^3 h^5 l^- l^+}{32\omega\varepsilon^-\,|\,p^-\,|}J_0^2(1+\frac{16(p^-)^2}{m^2h^2}+\xi_3(1-\frac{16(p^-)^2}{m^2h^2})). \qquad (2.159)$$

У випадку $\delta\omega=\alpha_1 mh$ енергії і імпульси частинок визначаються виразом (2.139), а імовірність процесу має вигляд:

$$W^{+-}=\alpha mh^3\,|\,p^-\,|\,l^-l^+J_0^2(1-\xi_3)/2\omega. \qquad (2.160)$$

У випадку $\delta\omega=\alpha_1 m$ енергії і імпульси частинок визначаються виразом (2.141) і ймовірність процесу має вигляд:

$$W^{+-}=\frac{\alpha m^4 h^3\,|\,p^-\,|\,l^-l^+}{4\omega(\varepsilon^-)^3}J_0^2(2+\frac{(p^-)^2}{2(\varepsilon^-)^2}-\xi_3(2-\frac{(p^-)^2}{2(\varepsilon^-)^2})). \qquad (2.161)$$

Слід зазначити, що найбільш імовірним варіантом перебігу процесу є випадок народження e^+e^- пари в основні спінові стану з μ^-=-1 і μ^+=+1. Вираз для імовірності процесу містить найменшу степінь малого параметра h. У всіх розглянутих випадках імовірності залежать тільки від одного поляризаційного параметра фотона ξ_3. Відсутність параметрів ξ_1, ξ_2 у виразах для імовірності процесу є очевидним, оскільки в обраній системі відліку фотон рухається в напрямку перпендикулярному магнітному полю. У вибраній системі рівноімовірними є випадки з лінійними поляризациями фотона під кутом $+45^0$ і -45^0 відносно напрямку поля, а також з правою і лівою круговими поляризаціями.

Імовірність процесу ОНП, підсумована по спіновим станам кінцевих частинок і усереднена по поляризаціям фотона, є повною імовірністю процесу і дорівнює

$$< W >= \alpha m^4 h J_0^2 / 2\omega\varepsilon^- \mid p^- \mid, \qquad (2.162)$$

що збігається з одержаними раніше результатами [46]. Залежність повної імовірності ОНП в одиницю часу від квадрата частоти початкового фотона зображена на рис.2.17 для випадку h = 0.1. Пунктирна лінія на цьому рисунку відповідає даним з роботи [46]. З ростом номерів рівнів Ландау (збільшенням частоти фотона) спостерігається відхилення кривої, визначеної за формулою (2.162), від результатів роботи [46], що пов'язано з порушенням застосовності ультраквантового наближення в цьому випадку.

Як зазначено вище, найбільш імовірним є процес народження частинок в основні спінові стани. Однак імовірність W^{-+} такого процесу (2.156) містить множник $(1+\xi_3)$ і дорівнює нулю для нормально поляризованих фотонів (ξ_3 = -1). У той же час імовірності W^{--} , W^{++} пропорційні множнику $(1-\xi_3)$ і для випадку ξ_3=-1 є головними каналами процесу.

Для коректного порівняння імовірностей W^{-+}, W^{--} , W^{++} випишемо вираз для W^{-+} з урахуванням додаткової степені h:

$$W^{-+} = \frac{\alpha m^4 h}{2\omega\varepsilon^- g\,|\,p^-\,|} J_0^2 (1+\xi_3)(1+\frac{h}{2}(3(l^+ + l^-) - \frac{2l^+ l^-}{g^2})) \,, \qquad (2.163)$$

де g=1+(p^-/m)^2. Відзначимо, що уточнений вираз (2.163) має таку ж залежність від поляризації фотона як і вираз (2.156). Аналіз показує, що це справедливо і для виразів, які враховують більш високу степінь h.

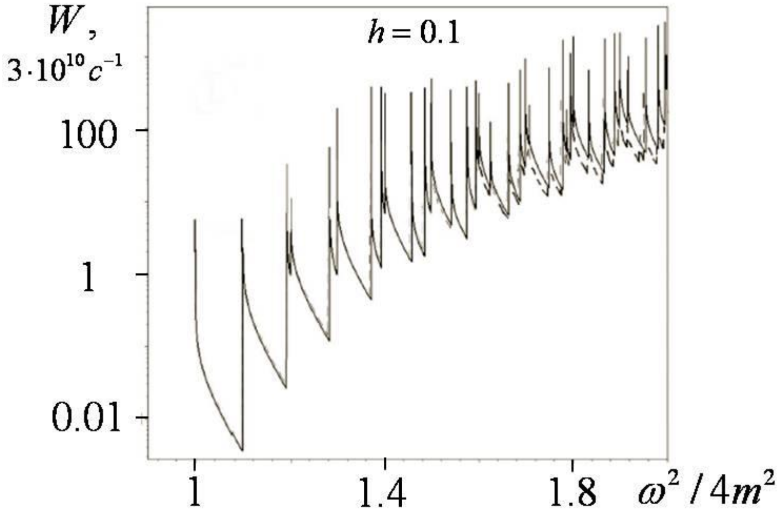


Рис.2.17. Залежність повної імовірності ОНП в одиницю часу від квадрата частоти початкового фотона

Таким чином, за винятком вузького інтервалу значень поляризації фотона $\delta\xi$ поблизу ξ_3=-1 e$^+$e$^-$ пари народжуються в основні спінові стани, тобто пучки народжених частинок є практично поляризованими. Зв'яжемо величину цього інтервалу поляризацій фотона $\delta\xi$ зі взаємним розташуванням вектора електричного поля фотона $\vec{E}_{ph}$ і зовнішнього магнітного поля $\vec{H}$ (див. рис. 2.18). Припускаємо, що кут між цими векторами близький до π/2, а кут ϑ, відповідно, малий. Параметр Стокса можна визначити через проекції вектора електричного поля фотона на вісі x,z так (див. рис. 2.18):

$$\xi_3 = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2}. \qquad (2.164)$$

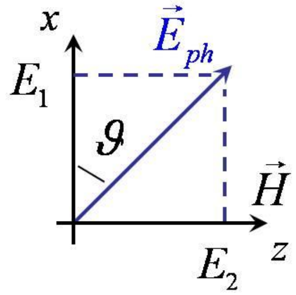


Рис.2.18. Взаємне розташування векторів $\vec{E}_{ph}$ и $\vec{H}$

Для малих кутів ϑ можна покласти $E_1 = E_{ph}\vartheta$ і $E_2 = E_{ph}$, тоді

$$\xi_3 = -1 + \delta\xi = -1 + 2\vartheta. \qquad (2.165)$$

Звідси випливає, що шуканий інтервал $\delta\xi$ дорівнює 2ϑ і повинен мати порядок малого параметра *h*, щоб імовірність основного процесу W^{-+} була одного порядку з процесами W^{--}, W^{++}.

$$\delta\xi_c = 2\vartheta_c = \alpha_c h, \quad \alpha_c \sim 1. \qquad (2.166)$$

Знайдемо тепер ступінь поляризації кінцевих частинок. Ступінь поляризації електронів (позитронів), тобто ступінь орієнтування спінів електронів (позитронів) визначається таким виразом:

$$P_{e^-} = \frac{(W^{++} + W^{+-}) - (W^{-+} + W^{--})}{(W^{++} + W^{+-}) + (W^{-+} + W^{--})}, \qquad (2.167)$$

$$P_{e^+} = \frac{(W^{++} + W^{-+}) - (W^{+-} + W^{--})}{(W^{++} + W^{-+}) + (W^{+-} + W^{--})}. \qquad (2.168)$$

Якщо кут між $\vec{E}_{ph}$ і $\vec{H}$ (див. рис. 2.18) більший за ϑ_c, тоді $(1+\xi_3) > \delta\xi_c$ і ступінь поляризації (2.167), (2.168) з урахуванням виразів (2.157), (2.158), (2.163) з точністю до першої степені *h* дорівнює

$$P_{e^-} = -1 + hl^- \frac{1 - \xi_3}{1 + \xi_3}, \quad P_{e^+} = +1 - hl^+ \frac{1 - \xi_3}{1 + \xi_3}. \qquad (2.169)$$

Для аномально поляризованого фотона (ξ_3=1), а також на нульовому рівні Ландау (що очевидно) як електрони, так і позитрони народжуються повністю поляризовані в основний спіновий стан, тобто спіни електронів направлені проти поля, а позитронів по полю. В інших випадках, за винятком вузького конуса ($\vartheta < \vartheta_c$) повна поляризація злегка порушена на величину порядку *h*.

Величина неполярізованності електронів (позитронів) пропорційна номеру рівня Ландау електрона (позитрона).

Якщо кут між $\vec{E}_{ph}$ і $\vec{H}$ багато менше критичного ϑ_c, тоді з урахуванням (2.165) ступінь поляризації має вигляд

$$P_{e^-} = \frac{l^- - l^+ - 2\vartheta / h}{l^- + l^+ + 2\vartheta / h} = \frac{l^- - l^+}{l^- + l^+} - \vartheta \frac{4l^-}{h(l^- + l^+)^2}, \tag{2.170}$$

$$P_{e^+} = \frac{l^- - l^+ + 2\vartheta / h}{l^- + l^+ - 2\vartheta / h} = \frac{l^- - l^+}{l^- + l^+} + \vartheta \frac{4l^+}{h(l^- + l^+)^2}. \tag{2.171}$$

З виразів (2.170), (2.171) випливає, що з точністю до малого кута ϑ ступінь поляризації залежить тільки від номерів рівнів Ландау. Для $l^-<l^+$ електрони народжуються переважно в основний спіновий стан, в зворотному випадку $l^->l^+$ в інверсний. Теж справедливо і для позитронів, тобто та частинка, чий енергетичний рівень вище, народжується переважно в інверсний спіновий стан, а чий нижче - в основний. При народженні частінок на однакові рівні з точністю до ϑ поляризація частинок відсутня. Збільшення кута ϑ приводить до зменшення P_{e-} і збільшення P_{e+}, що як для електронів, так і для позитронів означає наближення до основного спінового стану.

Нехай задано фіксоване значення частоти фотона (2.134), при цьому граничне значення частоти в ультраквантовом наближенні дорівнює

$$\omega_m = m^- + m^+ = 2m + hm(l^- + l^+). \tag{2.172}$$

Фотон з такою частотою може народжувати e^+e^- пари на різних рівнях Ландау, де виконуються наступні умови:

$$\begin{cases} 1)\ l^+ = l^-:\ \ l^+ = l,\ \ l^- = l, \\ 2)\ l^+ > l^-:\ \ l^+ = l + \Delta l,\ \ l^- = l - \Delta l, \\ 3)\ l^+ < l^-:\ \ l^+ = l - \Delta l,\ \ l^- = l + \Delta l. \end{cases} \tag{2.173}$$

Порівняємо імовірності W^{-+}, W^{--}, W^{++} в цих трьох випадках. Імовірність головного процесу W^{-+} (2.156) залежить від номерів рівнів Ландау тільки через величину J_0^2 (2.154) і може бути записана у вигляді:

$$W^{-+} = A\frac{1}{(l^{-})!(l^{+})!}. \tag{2.174}$$

Позначимо через W_0 величину (2.174) в разі народження частинок на однакові рівні, тоді випадкам 2) і 3) в (2.173) буде відповідати вираз для імовірності вигляду:

$$W^{-+} = \frac{l(l-1)...(l-\Delta l+1)}{(l+1)...(l+\Delta l)}W_0 < W_0. \tag{2.175}$$

Здобули, що найбільш імовірним є симетричний випадок з рівними номерами рівнів Ландау електрона і позитрона.

Для подібного аналізу імовірностей W^{--}, W^{++} їх запишемо у вигляді:

$$W^{--} = B\frac{l^{+}}{(l^{-})!(l^{+})!},\ \ W^{++} = B\frac{l^{-}}{(l^{-})!(l^{+})!}. \tag{2.176}$$

Позначимо через W_1 величини (2.176) в разі народження частинок на однакові рівні. У випадку 2) умови (2.173) для ймовірностей маємо

$$W^{--} = \frac{(l-1)...(l-\Delta l+1)}{(l+1)...(l+\Delta l-1)}W_1,\ \ W^{++} = \frac{(l-1)...(l-\Delta l)}{(l+1)...(l+\Delta l)}W_1. \tag{2.177}$$

Зокрема, у випадку Δl=1 імовірності дорівнюють

$$W^{--} = W_1,\ \ W^{++} = \frac{(l-1)}{(l+1)}W_1, \tag{2.178}$$

тобто імовірності однакові для народження на однакові рівні Ландау (l^{+}=l^{-}) і народження електрона на рівень нижче в основни спіновий стан. Для інших конфігурацій імовірності мають менші значення. У випадку 3) умови (2.173) виражези для імовірностей W^{--}, W^{++} в (2.177) міняються місцями.

<u>Процес ОНП в ультрарелятивістському наближенні.</u> У виразі для диференціальної ймовірності процесу (2.151) помноженому на $dl^{+}\cdot dl^{-}$ дельта функція Дірака знімає інтегрування по dl^{+} з урахуванням рівності

$$dl^{+} = \frac{\varepsilon^{+}}{hm^{2}}d\varepsilon^{+}. \tag{2.179}$$

від змінних l^{-}, p^{-} переходимо до змінних ε,Ψ (2.152), при цьому

$$dl^{-}dp^{-}=\frac{1}{mh^{2}}d\varepsilon d\Psi\,. \qquad (2.180)$$

В результаті диференціальна імовірність має вигляд

$$dW^{\mu^{-}\mu^{+}}=\frac{|M_{if}|^{2}\,m^{2}(\Omega-\varepsilon)\varepsilon}{(2\pi)^{7}h^{5}}d\varepsilon d\Psi\,, \qquad (2.181)$$

де $\Omega = h\omega/m$ - безрозмірна частота фотона.

В амплитуді M_{if} (2.142) асимптотики спецфункцій $J(l^{+},l^{-})$, $J'(l^{+},l^{-})$ виражаються через функції Макдональда аналогічно як в (2.80)-(2.81):

$$J(l^{+},l^{-};\eta)=\frac{\sqrt{\eta-(\sqrt{l^{+}}+\sqrt{l^{-}})^{2}}}{\pi\sqrt{3}(\sqrt{l^{+}}+\sqrt{l^{-}})}K_{1/3}\left(\frac{2}{3}\frac{\sqrt[4]{l^{+}l^{-}}\,(\eta-(\sqrt{l^{+}}+\sqrt{l^{-}})^{2})^{3/2}}{(\sqrt{l^{+}}+\sqrt{l^{-}})^{2}}\right), \qquad (2.182)$$

$$\frac{\partial J(l^{+},l^{-};\eta)}{\partial\eta}=\frac{\sqrt[4]{l^{+}l^{-}}\,(\eta-(\sqrt{l^{+}}+\sqrt{l^{-}})^{2})}{\pi\sqrt{3}(\sqrt{l^{+}}+\sqrt{l^{-}})^{3}}K_{2/3}\left(\frac{2}{3}\frac{\sqrt[4]{l^{+}l^{-}}\,(\eta-(\sqrt{l^{+}}+\sqrt{l^{-}})^{2})^{3/2}}{(\sqrt{l^{+}}+\sqrt{l^{-}})^{2}}\right). \qquad (2.183)$$

Аргумент функцій Макдональда в змінних ε,Ψ має вигляд:

$$\kappa=\frac{\Omega}{3\varepsilon(\Omega-\varepsilon)}F^{3},\quad F^{2}=1+\Psi^{2}\,. \qquad (2.184)$$

Диференціальна імовірність процесу ОНП в одиницю часу в інтервал $d\varepsilon d\Psi$ з фіксованими значеннями спінів частинок і заданою поляризацією фотона має вигляд:

$$\frac{dW^{\mu^{-}\mu^{+}}}{d\varepsilon d\Psi}=\frac{\alpha mhF^{2}}{24\pi^{2}\varepsilon^{2}\Omega(\Omega-\varepsilon)^{2}}D^{\mu^{-}\mu^{+}}\,, \qquad (2.185)$$

Множники $D^{\mu^{-}\mu^{+}}$ у виразі (2.185) для процесів з різними знаками проекцій спіна частинок (μ^{+}=-μ^{-}) мають вигляд:

$$D^{\mu,-\mu}=\Omega^{2}\{[F^{2}(K_{1/3}^{2}+K_{2/3}^{2})+2\mu FK_{1/3}K_{2/3}]-2\xi_{2}\Psi[FK_{1/3}K_{2/3}+\mu K_{1/3}^{2}]+$$

$$+\xi_{3}[(1-\Psi^{2})K_{1/3}^{2}+F^{2}K_{2/3}^{2}+2\mu FK_{1/3}K_{2/3}]\}\,. \qquad (2.186)$$

Знак μ=-1 відповідає основним спіновим станам, μ=+1 - інверсним. Множники $D^{\mu^{-}\mu^{+}}$ у виразі (2.185) для процесів з однаковими знаками проекцій спіна частинок (μ^{+}=μ^{-}) мають такий вигляд:

$$D^{\mu\mu} = [(a\Psi^2 + b)K_{1/3}^2 + aF^2K_{2/3}^2 - 2\mu cFK_{1/3}K_{2/3}] - 2\xi_2\Psi[aFK_{1/3}K_{2/3} - \mu cK_{1/3}^2] +$$

$$+\xi_3[(a\Psi^2 - b)K_{1/3}^2 - aF^2K_{2/3}^2 + 2\mu cFK_{1/3}K_{2/3}], \qquad (2.187)$$

де $a = (2\varepsilon - \Omega)^2$, $b = \Omega^2$, $c = (2\varepsilon - \Omega)\Omega$. Відзначимо, що одержані вирази (2.186), (2.187) за формою з точністю до знака при ξ_2 збіглися з аналогічними (2.93), (2.92) для процесу синхротронного випромінювання. На рис.2.19 зображена залежність імовірності народження e^+e^- пари фотоном від параметрів ε і Ψ (енергії і поздовжньої компоненти імпульсу електрона) для випадків *a*) ξ_3=-1, b) ξ_3=+1, при цьому Ω=1.

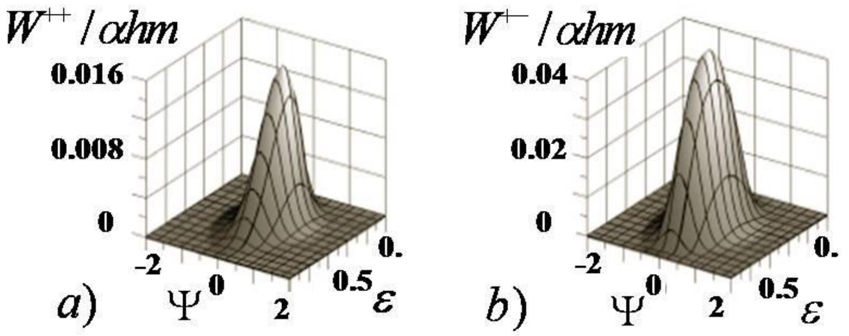


Рис.2.19. Залежність імовірності ОНП в одиницю часу від енергії і кута вильоту електрона: *a*) ξ_3=-1, b) ξ_3=+1

Найбільш імовірними є а) процес народження e^+e^- пари з однаковими напрямками спінів нормально поляризованим фотоном і b) процес народження e^+e^- пари з інверсними спіновими станами аномально поляризованим фотоном. В обох випадках максимум імовірності відповідає народженню пари в площині перпендикулярній напряму магнітного поля (Ψ =0) з рівними енергіями електрона і позитрона (ε=0.5).

Випишемо множники $D^{\mu^-\mu^+}$ для випадку (Ψ =0):

$$D^{\mu,-\mu} = b[K_{1/3}^2 + K_{2/3}^2 + 2\mu K_{1/3}K_{2/3}](1+\xi_3), \qquad (2.188)$$

$$D^{\mu,\mu} = [bK_{1/3}^2 + aK_{2/3}^2 - 2\mu cK_{1/3}K_{2/3}](1-\xi_3). \qquad (2.189)$$

Здобуті вирази мають таку ж залежність від параметра Стокса ξ_3 початкового фотона, як і аналогічні в ультраквантовому випадку (2.156)-(2.158). Як і раніше, нормально поляризований фотон (ξ_3 =-1) народжує e^+e^- пари з однаковими напрямками спінів, а аномально поляризований (ξ_3 =-1) - з протилежними напрямками. У разі народження пар з однаковими енергіями (a=c=0) маємо D^{--}=D^{++}. Це було справедливо і в ультраквантовом випадку. Якщо частинки народжуються з різними енергіями, то найбільш імовірним виявляється народження в інверсийе спіновий стан для менш енергетичної частинки. Наприклад, якщо $\varepsilon^->\varepsilon^+$, тоді c>0 і $D^{++}< D^{--}$. З виразу (2.188) випливає, що завжди $D^{+-} > D^{-+}$, тобто найбільш вигідним є народження частинок в інверсні спінові стану. Ці результати протилежні одержаним в ультраквантовому розгляді.

Знайдемо ступінь поляризації кінцевих частинок для випадку Ψ =0. Підставляючи вирази (2.188), (2.189) в (1.167), (2.168) маємо

$$P_{e^{\mp}}=\frac{2[-c(1-\xi_3)\pm b(1+\xi_3)]K_{1/3}K_{2/3}}{(bK_{1/3}^2+aK_{2/3}^2)(1-\xi_3)+b(K_{1/3}^2+K_{2/3}^2)(1+\xi_3)}, \qquad (2.190)$$

де верхній знак відповідає електрону, а нижній позитрону.

У випадку нормально поляризованого фотона (ξ_3 =-1) ступінь поляризації електрона (позитрона) дорівнює:

$$P_{e^-}=P_{e^+}=\frac{-2cK_{1/3}K_{2/3}}{(bK_{1/3}^2+aK_{2/3}^2)}\approx\frac{-2c}{b+a}. \qquad (2.191)$$

Поляризація частинок відсутня, якщо їх енергії однакові. При максимальній різниці енергій $\varepsilon^-=\omega$, $\varepsilon^+=0 \rightarrow a=b=c$ ступеня дорівнюють $P_{e^-}=P_{e^+}=-1$ і в зворотному випадку $\varepsilon^-=0$, $\varepsilon^+=\omega \rightarrow a=b=-c$: $P_{e^-}=P_{e^+}=1$.

У випадку аномально поляризованого фотона (ξ_3 =+1) ступінь поляризації електрона (позитрона) має вигляд:

$$P_{e^{\mp}}=\frac{\pm 2K_{1/3}K_{2/3}}{(K_{1/3}^2+K_{2/3}^2)}\approx\pm 1, \qquad (2.192)$$

тобто незалежно від енергій частинок, вони народжуються в інверсні спінові стану зі ступенем поляризації 100%.

У випадку лінійно поляризованого фотона під ± 45% відносно напрямку магнітного поля (ξ_1 =±1, ξ_3 =0) ступінь поляризації електрона (позитрона) дорівнює:

$$P_{e^{\mp}} = \frac{2(-c \pm b)K_{1/3}K_{2/3}}{2bK_{1/3}^2 + (a+b)K_{2/3}^2} \approx \frac{2(-c \pm b)}{3b + a}. \qquad (2.193)$$

Для частинок з однаковою енергією $P_{e^{\mp}} = \pm 2/3$. При максимальній різниці енергій, якщо $\varepsilon^{-}=\omega$, $\varepsilon^{+}=0$ маємо $P_{e^-} = 0$, $P_{e^+} = -1$ і в зворотному випадку, якщо $\varepsilon^{-}=0$, $\varepsilon^{+}=\omega$: $P_{e^-} = 1$, $P_{e^+} = 0$.

Таким чином, перебираючи всі можливі варіанти лінійної поляризації початкового фотона, можна отримувати пучки частинок як неполяризовані, так і поляризовані з максимальним ступенем поляризації до 100%. Зміну лінійної поляризації фотона можна здійснити, зробивши поворот пучка фотонів відносно направлення його руху на фіксований кут. Згідно ріс.2.18 кут $\vartheta = 0$ відповідає нормально поляризованому фотону (ξ_3 =-1), збільшення цього кута на +45^0 дає випадок (ξ_1 =+1) і, нарешті, додаткове збільшення ще на +45^0 приводить до аномально поляризованих фотонів (ξ_3 =+1).

Ступінь поляризації електронів, які вилітають під довільним кутом Ψ, визначається за допомогою виразів (2.186), (2.187) і для циркулярно поляризованого фотона (ξ_1 =0, ξ_3 =0) має вігляд:

$$P_{e^-} = \frac{2(b-c)K_{1/3}(FK_{2/3} - \xi_2 \Psi K_{1/3})}{K_{1/3}^2(2b + (a+b)\Psi^2) + K_{2/3}^2 F^2 (a+b) - 2\xi_2 \Psi (a+b) F K_{1/3} K_{2/3}}. \quad (2.194)$$

Для ступеня поляризації позитрона в чисельнику (2.194) потрібно замінити $b \to -b$. Як видно з виразу (2.194) заміна правої кругової поляризації фотона на ліву разом зі зміною знака Ψ не змінює ступеня поляризації електрона. На ріс.2.20 зображена залежність ступеня поляризації електрона від кута вильоту Ψ для процесу ОНП з фотоном кругової поляризації (ξ_2=1) для випадків: *a*) Ω=1, *b*) Ω=100 для різних значень енергії електрона (від 0.1Ω до 0.9Ω). Як видно з рис.2.20 найбільший ступінь поляризації електрона відповідає малим енергій електрона, для найбільш імовірного випадку народження частинок з рівними енергіями (ε=0.5Ω) $P_{e^-}=0.7$. Електрони з енергією порядку частоті початкового фотона практично не поляризовані.

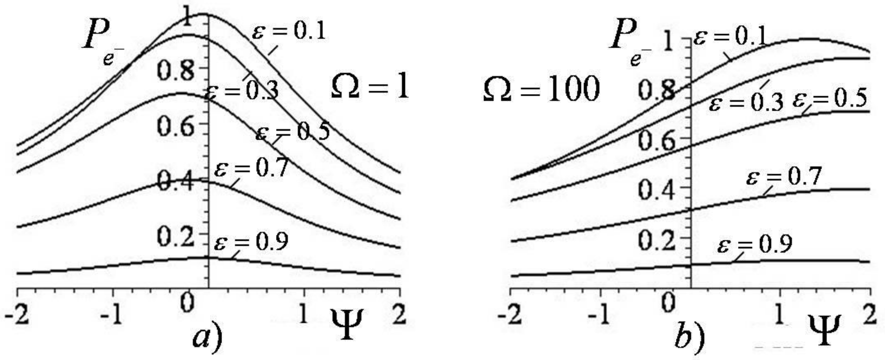


Рис.2.20. Залежність ступеня поляризації електрона від кута вильоту для ξ_2=1: *a*) Ω=1, *b*) Ω=100

Інтегрування диференціальної ймовірності (2.185) по енергії ε і куту вильоту Ψ електрона дає повну імовірність процесу ОНП з фіксованими значеннями спінів частинок

$$W^{\mu^-\mu^+}=\int_0^{\Omega}d\varepsilon\int_{-1}^{1}d\Psi\,\frac{dW^{\mu^-\mu^+}}{d\varepsilon d\Psi}\,. \tag{2.195}$$

Цей вираз, просумований по спінах кінцевих частинок і усереднений по поляризаціям початкового фотона, збігається з відомими результатами [8].

Залежність повної імовірності процесу з поляризованими частинками від зворотньої частоти фотона представлена на рис.2.21 для випадків: *a*) ξ_3=+1, *b*) ξ_3=-1. Тут $W_0=\alpha hm$, для магнітного поля h=0.1 дорівнює по порядку величини $W_0\sim10^{18}c^{-1}$. Максимум імовірності відповідає величині $\Omega_{\max}\approx10$, що для поля h=0.1 відповідає частоті фотона $\omega_{\max}\approx50MeB$. З ростом частоти вище $\omega_{\max}$ імовірність процесу починає падати.

Як випливає з рис.2.21 найбільш імовірними є процеси з протилежними значеннями спінів електрона і позитрона. При цьому для аномально поляризованого фотона процес з інверсними спіновими станами частинок на порядок перевищує процес з основними спіновими станами $W^{+-} >> W^{-+}$. Для нормально поляризованого фотона ці процеси мають однакову імовірність $W^{+-} = W^{-+}$.

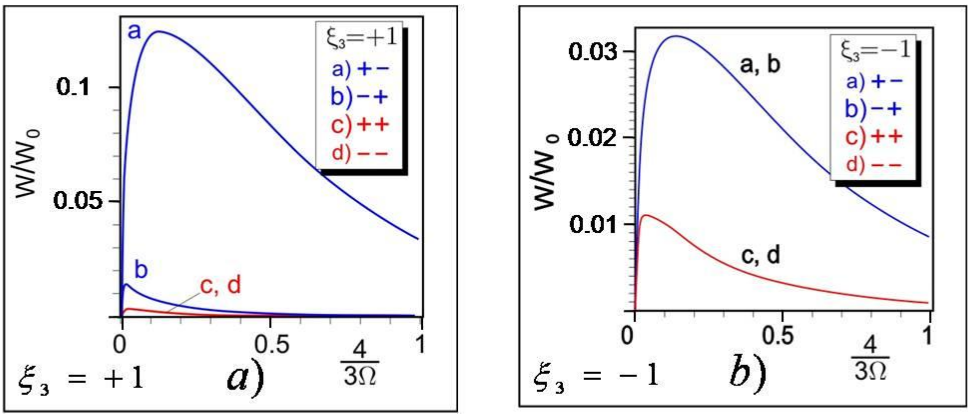


Рис.2.21. Залежність повної імовірності процесу від параметра 4/3Ω для випадків: a) ξ_3=+1, b) ξ_3=-1

Таким чином, змінюючи лінійну поляризацію початкового фотона (обертаючи промінь навколо своєї осі) можна отримувати електрони і позитрони починаючи від неполяризованого до инверсно поляризованого станів.

В лабораторних умовах досягають величини магнітного поля до 10^6 *Гс*. Енергії фотонів 100 *Гев* відповідають величині Ω~4.10^{-3}, тобто Ω є малим параметрам задачі. В астрофізиці в магнітосфері пульсарів Ω можуть приймати гигантски значення.

2.4. Висновки до розділу 2

Розроблено методику вивчення спін-поляризаційних ефектів, тобто ефектів впливу поляризації початкових фотонів на спіни кінцевих частинок і навпаки впливу спінів початкових частинок на поляризацію кінцевих фотонів. У процесах випромінювання фотона електроном і народження електрон-позитронної пари фотоном в сильному зовнішньому магнітному полі вперше вивчено спін-поляризаційні ефекти. В результаті було показано:

1. В процесі СВ в ультраквантовому наближенні:

a) Поляризація випромінювання збігається з поляризацією, одержаноюв рамках класичної електродинаміки, якщо електрон не змінює напрямку спіна і знаходиться або в основному (з імовірністю W^{--}) або в інверсному W^{++} спіновому стані, при цьому $W^{--} > W^{++}$;

b) Спін-фліп процес в основний спіновий стан (μ=-1) змінює лінійну поляризацію випромінювання з нормальної (ξ_3=-1) на аномальну (ξ_3=+1) і в h разів ($h=H/H_0=e\hbar H/m^2c^3$) меньший за основний процес. Спін-фліп процес в інверсний спіновий стан дуже малий і становить частку ~h^3 від основного процесу. Врахування спін-фліп процесу зменшує ступінь поляризації випромінювання на величину ~h;

c) Випромінювання електроном з ненульовим поздовжнім імпульсом в області максимальної частоти повністю лінійно поляризоване;

d) Ультрарелятивістський електрон, який рухається уздовж магнітного поля і знаходиться на одному з найнижчих рівнів Ландау, випромінює фотони правої кругової поляризації.

2. В процесі СВ в ультрарелятивістському наближенні:

a) Кутова залежність поляризації випромінювання якісно повторюється, аналогічно ультраквантовому наближенню, "стискаючись" у вузький конус випромінювання ~m/ε. Процеси без зміни напрямку спіна електрона з випромінюванням в площині його орбіти відповідають фотонам нормальної лінійної поляризації (σ поляризація), випромінювання повністю поляризоване. Спін-фліп процес змінює знак лінійної поляризації фотона (π поляризація);

b) Спін-фліп процес малоімовірний в умовах м'якого ультрарелятивізму z<<1 ($z=H\varepsilon/H_0m$) і становить частку ~$z^2/8$ від основного процесу в області максимуму випромінювання. В умовах z>1 спін-фліп процес стає одного порядку з процесом без перевороту спина.

c) Поляризація випромінювання від спочатку поляризованого пучка електронів в разі жорсткого ультрарелятивізму z>1 ($z=H\varepsilon/H_0m$) суттєво залежить від енергії електрона, проекції його спіна і частоти випромінювання. Для початкових електронів зі спінами проти поля ступінь поляризації випромінювання монотонно падає з ростом z. Для електронів в інверсному спіновом стані ступінь поляризації випромінювання як функція z має суттєво немонотонний характер. Випромінювання в площині орбіти змінює поляризацію від нормальної до аномальної і назад при поступовому збільшенні енергії електрона (з ростом z).

d) Випромінювання від спочатку неполяризованого пучка електронів у випадку z> 1 частково поляризоване зі ступенем поляризації 2.3/z.

3. В процесі ОНП в ультраквантовому наближенні:

a) Найбільша імовірність процесу відповідає народженню пар в основні спінові стани. Імовірність процесу максимальна при народженні частинок з однаковими енергіями;

b) Для аномально поляризованого фотона (ξ_3=+1) народжені e^+e^- пари повністю поляризовані в основний спіновий стан. За винятком малого інтервалу ~h поблизу ξ_3=-1 повна поляризація злегка порушена на величину h. У вузькому інтервалі значень поблизу нормальної поляризації фотона ξ_3=-1 поляризація народжених частинок залежить від різниці їх енергій. Частинки не поляризовані, якщо їх енергії однакові. З меншою енергією частинки народжуються переважно в основний спіновий стан.

4. В процесі ОНП в ультрарелятивістському наближенні:

a) У площині перпендикулярній магнітному полю найбільш імовірними є процеси народження частинок 1) з однаковими напрямками спінів фотоном, нормально поляризованим і 2) з протилежними напрямками спінів аномально поляризованим фотоном;

b) Для повної імовірності процесу народження пар $W^{+-} >> W^{-+}$ для аномально поляризованого фотона і $W^{+-} = W^{-+}$ для нормально поляризованого фотона.

Таким чином, змінюючи лінійну поляризацію початкового фотона (обертаючи промінь щодо своєї осі) можна отримувати пучки частинок як з неполяризованими так і повністю поляризованими станами.

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [312], [313], [318], [319], [337], [345].

РОЗДІЛ 3

РЕЗОНАНСНІ І СПІН-ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ЕФЕКТИ В ПРОЦЕСІ РОЗСІЯННЯ ФОТОНА НА ЕЛЕКТРОНІ (РФЕ)

3.1. Вступ

У розділі в процесі розсіяння фотона на електроні в магнітному полі (РФЕ) вивчено спін-поляризаційні ефекти в резонансних умовах, тобто вивчено вплив поляризації початкових фотонів як на поляризацію випромінювання, так і на спінові стани кінцевих електронів для різних спінових станів початкового електрона. Вивчено процес випромінювання двох фотонів електроном в магнітному полі (ДСВ) в резонансних умовах з поляризованими фотонами і певними значеннями проекцій спіна частинок.

Додавання одного фотона в початковому або кінцевому станах до процесу СВ, який розглядався в розділі 2, дає процеси РФЕ і ДСВ, які і є об'єктом вивчення в цьому розділі. У задачах розділу розглядаються процеси КЕД, де крім частинок в початкових і кінцевих станах також беруть участь частинки в проміжних станах. Такі частинки описуються функцією Гріна.

Функція Гріна електрона в магнітному полі. Для функції Гріна електрона в зовнішньому магнітному полі використовуємо вираз, одержаний в роботі [367]:

$$G_H(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3\mathbf{g}\,e^{-i\mathbf{g}(\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_2)}G_H(\tilde{g};\rho_1,\rho_2), \qquad (3.1)$$

где **x=(**t,x,y,z**)** - 4-х вимірна координата, **g**=($g_0,0,g_y,g_z$), $\tilde{g}=(g_0,0,0,g_z)$,

$\rho=\sqrt{h}m(x+g_y/hm^2)$, $G_H(\tilde{g};\rho_1,\rho_2)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{G_H(\rho_1,\rho_2)}{(\tilde{g}^2-m_g^2)}$,

$$G_H(\rho_1,\rho_2)=\sqrt{h}m[U_n(\rho_1)U_n(\rho_2)(\gamma\tilde{g}+m)\alpha_{12}+U_{n-1}(\rho_1)U_{n-1}(\rho_2)(\gamma\tilde{g}+m)\alpha_{21}+$$

$$+i\sqrt{2nh}m(U_{n-1}(\rho_1)U_n(\rho_2)\gamma^1\alpha_{12}-U_n(\rho_1)U_{n-1}(\rho_2)\gamma^1\alpha_{21})\big], \qquad (3.2)$$

$m_g^2 = m^2(1+2nh)$, $\alpha_{12} = \frac{1}{2}(1-i\gamma^1\gamma^2)$, $\alpha_{21} = \frac{1}{2}(1-i\gamma^2\gamma^1)$, γ^μ-гамма матриці Дірака, $U_n(\rho)$ - функція Ерміта (2.8).

Функція Гріна електрона в полі конфігурації Редмонда. Вивчення процесів КЕД в зовнішньому магнітному полі, уздовж якого спрямована плоска електромагнітна хвиля (поле Редмонда), дозволяє, залишаючи фіксоване число фотонів хвилі, вивчати процеси КЕД вищого порядку теорії збурень в чисто магнітному полі. Вираз для функції Гріна електрона в поле такої конфігурації знайдено в роботі [314] і має вигляд:

$$G_R(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) = \frac{-1}{(2\pi)^3}\int dg_0 dg_y dg_z \sum_{n=0}^{\infty} B_g(\varphi_1)\frac{G_H(\tilde{\rho}_1,\tilde{\rho}_2)}{g_0^2-\varepsilon^2}\overline{B}_g(\varphi_2)e^{-i(\Phi(\mathbf{x}_1)-\Phi(\mathbf{x}_2))}, \quad (3.3)$$

де $B_g(\varphi) = 1-\frac{1}{2\kappa}e(\gamma^0-\gamma^3)(\gamma\tilde{A})$, $\varphi = t-z$, $\kappa = g^0 - g_z$,

$$e\tilde{A} = (0, eA_x^{ext} - hm^2K_y, eA_y^{ext} + hm^2K_x, 0), \quad \tilde{\rho} = \sqrt{h}m^2(x+\frac{g_y}{hm^2}-K_x),$$

$$\Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{gx} + hm^2K_xK_y + \sqrt{h}mK_y\tilde{\rho} + \int\frac{J(\varphi)d\varphi}{2\kappa},$$

$$J(\varphi) = h\kappa m^2(\dot{K}_xK_y - K_x\dot{K}_y) - e^2\tilde{A}^2, \quad \varepsilon^2 = m_g^2 + g_z^2.$$

Функції $K_x(\varphi)$,$K_y(\varphi)$визначаються такими рівняннями:

$$\kappa\dot{K}_x = e\tilde{A}_y, \quad \kappa\dot{K}_y = e\tilde{A}_x.$$

Векторний потенціал зовнішнього поля плоскої хвилі $\vec{A}^{ext} = (A_x^{ext}(\varphi), A_y^{ext}(\varphi))$ перпендикулярний до магнітного поля, яке направлено уздовж осі z.

3.2. Спін-поляризаційні ефекти в процесі розсіяння фотона на електроні

Амплітуда імовірності розсіяння фотона на електроні (РФЕ). Вираз для амплітуди процесу відповідає фейнманівськім діаграмам, зображеним на рис.3.1, та має вигляд:

$$A_{if} = ie^2 \int d^4\mathbf{x}_1 d^4\mathbf{x}_2 \bar{\Psi}'(\mathbf{x}_1)[\gamma^i A_i(\mathbf{x}_1) G_{H1}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\gamma^j A'^{*}_j(\mathbf{x}_2) +$$

$$+\gamma^j A'^{*}_j(\mathbf{x}_1) G_{H2}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\gamma^i A_i(\mathbf{x}_2)]\Psi(\mathbf{x}_2)\,, \qquad (3.4)$$

де $\Psi(\mathbf{x}_2) = S^{-1/2} e^{-i\mathbf{r}_2\mathbf{p}} \psi_l(\zeta_2)$, $\bar{\Psi}(\mathbf{x}_1) = S^{-1/2} e^{i\mathbf{r}_1\mathbf{p}'} \bar{\psi}_{l'}(\varsigma_1)$ - хвильові функції початкового і кінцевого електронів, явний вигляд яких задається виразами (2.6) і (2.27); $\mathbf{r}_{1,2}=(t_{1,2},0,y_{1,2}, z_{1,2})$; $A_i(\mathbf{x}), A'^{*}_j(\mathbf{x})$ - хвильові функції початкового і кінцевого фотонів (2.12); $G_{H1}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$, $G_{H2}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ - функції Гріна електрона в проміжному стані, відповідні діаграмам g і f (див. рис.3.1), задані виразом (3.1).

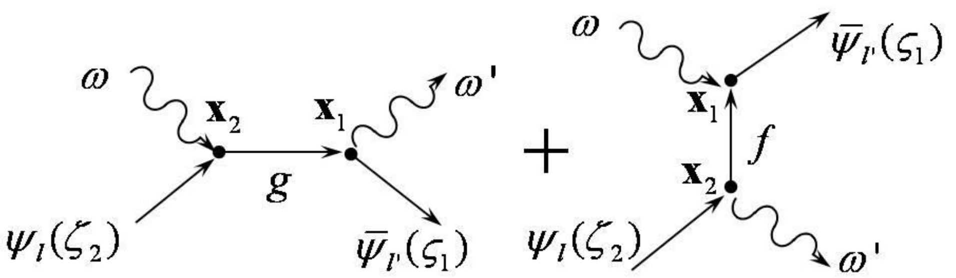


Рис.3.1. Фейнманівські діаграми процесу розсіяння фотона на електроні

Зовнішнє магнітне поле H, яке спрямоване вздовж осі z, задано аналогічно попередньому розділу з потенціалом поля (2.11). У постійному магнітному полі виконуються закони збереження енергії і поздовжньої компоненти імпульсу, які мають вигляд:

$$\varepsilon + \omega = \varepsilon' + \omega', \;\; p + \omega v = p' + \omega' u\,, \qquad (3.5)$$

де $\omega, v = \cos\theta$ и $\omega', u = \cos\theta'$ - частоти і косинуси полярних кутів початкового і кінцевого фотонів; $\varepsilon \equiv \varepsilon_l\,, p \equiv p_z$ і $\varepsilon' \equiv \varepsilon'_{l'}\,, p' \equiv p'_z$ - енергії та поздовжні імпульси початкового і кінцевого електронів, відповідно, які пов'язані законами дисперсії як у виразенні (2.6).

Для фіксованих рівнів Ландау частинок l,l' і фіксованого кута вильоту u закони збереження (3.5) задають частоту кінцевого фотона аналогічну виразу (2.30)

$$\omega'=\frac{1}{1-u^2}(\mathcal{E}-\mathcal{P}u-\sqrt{(\mathcal{E}-\mathcal{P}u)^2-(\mathcal{E}^2-\mathcal{P}^2-m^2-2l'hm^2)(1-u^2)})\,,\quad(3.6)$$

де $\mathcal{E}=\varepsilon+\omega$, $\mathcal{P}=p+\omega v$. У випадку малих частот $\omega<<m$ або випромінювання вздовж напрямку поля $u\to1$ вираз (3.6) приймає вигляд:

$$\omega'=\frac{\mathcal{E}^2-\mathcal{P}^2-m^2-2l'hm^2}{2(\mathcal{E}-\mathcal{P}u)}\overset{h<<1}{=}\omega+(l-l')hm^2\,.\qquad(3.7)$$

У ультраквантовому наближенні різниця частот фотонів дорівнює зміні рівнів Ландау електрона, зокрема, в процесі томсонівського розсіяння ($\omega'=\omega$) рівень Ландау електрона не змінюється.

У ультрарелятивістському випадку зручно аналізувати залежність імовірності процесу від частоти і кута вильоту кінцевого фотона ω',u. Рівень Ландау кінцевого фотона в цьому випадку має вигляд:

$$l'=\frac{1}{2hm^2}[(\varepsilon+\omega-\omega')^2-(\omega v-\omega' u)^2]\,.\qquad(3.8)$$

Після взяття інтегралів по 4-вимірним координатам в (3.4) і введення спецфункцій, визначених виразом (2.37), амплітуду процесу РФЕ з поляризованими початковим і кінцевим фотонами, а також початковим і кінцевим електронами з заданими спінами в загальному випадку можна привести до вигляду:

$$A_{if}=(2\pi)^4\frac{M_{if}}{SV}\delta^3(p+k-p'-k')\,,\qquad(3.9)$$

$$M_{if}=\frac{-ie^2e^{i\Phi}}{4\sqrt{\omega\omega'\varepsilon\varepsilon' m_l m_{l'}}}\left[e^{i\Delta\Phi}\sum_{n_g=0}^{\infty}\frac{e^{-i\Phi_g}\sum\limits_{a=1}^{10}Q_{ga}}{g_0^2-\varepsilon_g^2}+\sum_{n_f=0}^{\infty}\frac{e^{i\Phi_f}\sum\limits_{a=1}^{10}Q_{fa}}{f_0^2-\varepsilon_f^2}\right].\qquad(3.10)$$

Два доданки у виразі (3.10) відповідають двом фейнманівським діаграмам на рис.3.1. Нульова і поздовжнє полю компоненти 4-імпульсів **g** і **f** проміжної частинки в цих діаграмах, відповідно, дорівнюють:

$$g_0=\varepsilon+\omega\,,\ \ g=p+\omega v,\ \ f_0=\varepsilon-\omega',\ \ f=p-\omega' u\,.\qquad(3.11)$$

Енергії ε_g і ε_f проміжних станів на фіксованих рівнях Ландау n_g і n_f дорівнюють:

$$\varepsilon_g = \sqrt{m^2 + 2n_g hm^2 + g^2}\ ,\ \ \varepsilon_f = \sqrt{m^2 + 2n_f hm^2 + f^2}\ . \qquad (3.12)$$

Загальна фаза Φ і різниця фаз ΔΦ і фази Φ_g, Φ_f мають вигляд:

$$\Phi = \frac{1}{2hm^2}(k_x k_y - k'_x k'_y - 2p_y(k_x - k'_x)) + \frac{\pi}{2}(l' - l) + l\varphi' - l'\varphi, \qquad (3.13)$$

$$\Delta\Phi = \frac{k_y(k_x - k'_x)}{hm^2} + (l + l')(\varphi - \varphi')\,,\ \Phi_g = n_g(\varphi - \varphi')\,,\ \Phi_f = n_f(\varphi - \varphi')\,, \qquad (3.14)$$

де k_x, k_y, k'_x, k'_y - поперечні компоненти імпульсів початкового і кінцевого фотонів, φ, φ' - азимутальні кути фотонів.

Величини Q_{ga} в першому доданку (3.10) мають вигляд:

$$Q_{g1} = J_{g1}^{++} J_{g2}^{++}[m\tilde{C} + g_0 C + gD],\ \ Q_{g2} = J_{g1}^{+-} J_{g2}^{+-}[mC + g_0\tilde{C} - gD]\,,$$

$$Q_{g3} = J_{g1}^{-+} J_{g2}^{-+}[-mC + g_0\tilde{C} - gD],\ \ Q_{g4} = J_{g1}^{--} J_{g2}^{--}[-mC + g_0\tilde{C} + gD]\,,$$

$$Q_{g5} = J_{g1}^{-+} J_{g2}^{++}[-mD - g_0\tilde{D} + gC]\,,\ \ Q_{g6} = J_{g1}^{++} J_{g2}^{-+}[-mD + g_0\tilde{D} + gC]\,,$$

$$Q_{g7} = J_{g1}^{--} J_{g2}^{+-}[mD + g_0\tilde{D} + gC],\ \ Q_{g8} = J_{g1}^{+-} J_{g2}^{--}[mD - g_0\tilde{D} + gC]\,,$$

$$Q_{g9} = [J_{g1}^{++} J_{g2}^{+-} + J_{g1}^{+-} J_{g2}^{++} + J_{g1}^{-+} J_{g2}^{--} + J_{g1}^{--} J_{g2}^{-+}]D_h\,,$$

$$Q_{g10} = [J_{g1}^{-+} J_{g2}^{+-} + J_{g1}^{+-} J_{g2}^{-+} - J_{g1}^{--} J_{g2}^{++} - J_{g1}^{++} J_{g2}^{--}]C_h\,, \qquad (3.15)$$

де введені позначення

$$J_{g1}^{++} = J_1(l, n_g)M_m e_z\,, \qquad J_{g1}^{--} = J_1(l-1, n_g - 1)\mu M_p e_z\,,$$

$$J_{g1}^{+-} = J_1(l, n_g - 1)M_m H_m\,, \quad J_{g1}^{-+} = J_1(l-1, n_g)\mu M_p H_p\,. \qquad (3.16)$$

Величини M_m, M_p, C, D, H_m, H_p визначені виразами (2.40)-(2.43), а величини $\tilde{C}, \tilde{D}, C_h, D_h, e_z$ дорівнюють, відповідно:

$$\tilde{C} = E_m E_m{}' + \mathrm{sgn}(p_z)\mathrm{sgn}(p_z{}')E_p E_p{}',\ \ \tilde{D} = \mathrm{sgn}(p_z{}')E_m E_p{}' - \mathrm{sgn}(p_z)E_p E_m{}'\,, \qquad (3.17)$$

$$C_h = \sqrt{2n_g h}mC,\ \ D_h = \sqrt{2n_g h}mD, e_z = -\sin\theta\cos\alpha\ . \qquad (3.18)$$

Функції $J_{g2}^{++}, J_{g2}^{--}, J_{g2}^{+-}, J_{g2}^{-+}$ визначаються виразами (3.16), де потрібно замінити 1→2; величини l, M_m, M_p, μ, що мають відношення до початкового електрона, потрібно замінити на відповідні штриховані, що описують кінцевий електрон; e_z, H_m, H_p, що описують початковий фотон, замінити на штриховані комплексно спряжені аналоги, що відносяться до кінцевого фотона. $J_1(l,n_g)$, $J_2(l',n_g)$ - спецфункції (2.37), аргументи яких η , η' мають вигляд:

$$\eta = \frac{\omega^2(1-v^2)}{2hm^2}, \ \eta' = \frac{\omega'^2(1-u^2)}{2hm^2}. \tag{3.19}$$

Величини Q_{fa} у другому доданку амплітуди (3.9) мають вигляд (3.15), де потрібно замінити $g \to f$, а також $J^{+-} \rightleftarrows J^{-+}$, при цьому

$$J_{f1}^{++} = J_1(n_f, l')M'_m e_z, \quad J_{f1}^{--} = J_1(n_f - 1, l'-1)\mu' M'_p e_z,$$

$$J_{f1}^{+-} = J_1(n_f, l'-1)\mu' M'_p H_m, \quad J_{f1}^{-+} = J_1(n_f - 1, l')M'_m H_p. \tag{3.20}$$

Вирази для J_2 подібні (3.20) і залежать від параметрів початкового електрона і кінцевого фотона.

Переріз процесу РФЕ. Число кінцевих станів процесу РФЕ збігається з аналогічним для процесу СВ (2.148). Добуток квадрата модуля амплітуди (3.9) на число кінцевих станів і поділена на час T і потік початкових фотонів $j = 1 / V$ дає вираз для диференціального перерізу РФЕ

$$d\sigma \equiv d\sigma_{l'} = |M_{if}|^2 \, \delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon' - \omega')\omega'^2 \, d\omega' du d\varphi', \tag{3.21}$$

де $dud\varphi'$ - елемент тілесного кута вильоту кінцевого фотона. Індекс l' в $d\sigma_{l'}$ показує, що вираз (3.21) є парціальним перерізом розсіяння процесу РФЕ, в результаті якого електрон переходить на фіксований рівень Ландау l'. У загальному випадку повний переріз розсіяння дорівнює:

$$\sigma_{tot} = \int d\omega' du d\varphi' \sum_{l'=0}^{l'_{\max}} \frac{d\sigma_{l'}}{d\omega' du d\varphi'}, \tag{3.22}$$

де $l'_{\max}$- максимально можливий рівень Ландау кінцевого електрона, який визначається законом збереження енергії з умовою ω'=0.

В ультраквантовому наближенні в сумі по l' в повному перерізі (3.22) основну роль грає тільки один доданок, відповідний переходу електрона на сусідній рівень Ландау. За допомогою δ- функції Дірака в виразенні (3.21) знімається інтегрування по частоті ω'

$$d\sigma = \frac{|M_{if}|^2 \varepsilon'\omega'^2 du d\varphi'}{|\varepsilon' - u(p + \omega v - \omega' u)|}. \qquad (3.23)$$

Якщо припустити, що тільки один доданок в сумі за рівнями Ландау n_g в виразенні (3.10) дає основний внесок в переріз (резонанс в діаграмі g рис.3.1), то амплітуду (3.10) можна представити у вигляді

$$M_{if} = \frac{N_{if}}{g_0^2 - \varepsilon_g^2} = \frac{e^2}{4\sqrt{\omega\omega'\varepsilon\varepsilon' m_l m_{l'}}} \frac{Q_g}{g_0^2 - \varepsilon_g^2}, \qquad (3.24)$$

де відкинута несуттєва фаза. В області резонансу

$$g_0^2 - \varepsilon_g^2 = 2\varepsilon_g (g_0 - \varepsilon_g).$$

Для усунення розходження в точці резонансу використовується феноменологічне правило Брейта [113]

$$\varepsilon_g \to \varepsilon_g - i\Gamma/2, \qquad (3.25)$$

де Г - ширина резонансу, яка визначається як повна імовірність розпаду проміжного стану. Тоді диференціальний переріз (3.22) можна представити у вигляді:

$$\frac{d\sigma}{du} = \frac{\pi\omega'^2 |N_{if}|^2}{2m^2[(g_0 - \varepsilon_g)^2 + \Gamma^2/4]}. \qquad (3.26)$$

Якщо резонанс має місце в f діаграмі, в знаменнику перетину (3.26) потрібно замінити g_0-$\varepsilon_g \to f_0$-ε_f.

В ультрарелятивістському наближенні в числі кінцевих станів додається множник dl' і інтегрування по цій величині знімає δ- функцію Дірака, в результаті диференціальний переріз має вигляд:

$$d\sigma = \frac{1}{hm^2} |M_{if}|^2 \varepsilon'\omega'^2 d\omega' du d\varphi'. \qquad (3.27)$$

Сума за рівнями Ландау проміжної частинки n_g в першому доданку амплітуди (3.10) замінюється інтегралом, який легко береться, оскільки містить полюс (g_0-ε_g+$i\Gamma/2$):

$$\sum_{n_g}\frac{Q_g}{g_0^2-\varepsilon_g^2}=-\int\frac{dn_gQ_g}{2\varepsilon_g(\varepsilon_g-g_0-i\Gamma/2)}=\frac{-\pi i}{2hm^2}Q_g\,|_{n_{g0}}$$

і аналогічно в другому доданку амплітуди (3.10). Q_g - це сума доданків (3.15). Номери рівнів Ландау n_g, n_f в одержаній амплітуді потрібно замінити виразами:

$$n_{g0}=\frac{(\varepsilon+\omega)^2-\omega^2v^2}{2hm^2},\quad n_{f0}=\frac{(\varepsilon-\omega')^2-\omega'^2u^2}{2hm^2}. \tag{3.28}$$

Нехтуючи інтерференційним доданком двох амплітуд g і f (див. рис.3.1) диференціальний переріз розсіяння в ультрарелятивістському наближенні можна привести до вигляду:

$$\frac{d\sigma}{d\omega'du}=\frac{\pi^3e^4\varepsilon'[|Q_g|^2+|Q_f|^2]}{32h^3m^6\omega\varepsilon\sqrt{\varepsilon'^2-p'^2}}, \tag{3.29}$$

де енергія і імпульс кінцевого електрона визначаються законами збереження (3.5).

Умови виникнення резонансів в РФЕ. Резонанс в процесі розсіяння фотона на електроні відповідає виходу проміжного стану на масову поверхню. Для реалізації резонансу в g діаграмі (див. рис.3.1) необхідна рівність нулю полюса в першому доданку амплітуди (3.10), тобто виконання рівності

$$\varepsilon_g-\varepsilon-\omega=0\,. \tag{3.30}$$

В загальному випадку, можна покласти поздовжній імпульс початкового електрона рівним нулю:

$$p=0. \tag{3.31}$$

Умова (3.30) задає значення початкового фотона для потрапляння в резонанс на фіксований рівень Ландау n_g:

$$\omega_g=\frac{1}{1-v^2}[\sqrt{\varepsilon^2+2(n_g-l)hm^2(1-v^2)}-\varepsilon], \tag{3.32}$$

звідки видно, що резонансні умови не залежать від параметрів кінцевих частинок і визначаються тільки початковими частинками, при цьому, поляризація початкових частинок не впливає на резонансні умови.

В ультраквантовому наближенні частота початкового фотона в резонансних умовах дорівнює:

$$\omega_g = (n_g - l)hm - h^2 m(n_g - l)(n_g + l - (n_g - l)v^2)/2 . \qquad (3.33)$$

В таких умовах кінцевий фотон випромінюється з частотою (з точністю до h^2)

$$\omega'_g = (n_g - l')hm - h^2 m(n_g - l')[n_g + l' + (n_g - l')u^2 - 2(n_g - l)vu]/2 . \qquad (3.34)$$

Таким чином, з точністю до h резонансні частоти початкового і кінцевого фотонів кратні циклотронної.

Для реалізації резонансу в f діаграмі (див. рис.3.1) необхідно рівність нулю полюса в другому доданку амплітуди (3.10), тобто виконання одного з двох рівностей

$$\varepsilon_f - \varepsilon + \omega' = 0 , \quad \varepsilon_f + \varepsilon - \omega' = 0 . \qquad (3.35)$$

Перша умова (3.35) реалізується, якщо початковий електрон випромінює кінцевий фотон із частотою

$$\omega'_f = \frac{1}{1-u^2}[\varepsilon - \sqrt{\varepsilon^2 - 2(l - n_f)hm^2(1-u^2)}] . \qquad (3.36)$$

Оскільки частота кінцевого фотона в будь-якому випадку повинна бути рівною (3.6), рівність (3.36) визначає частоту початкового фотона в резонансних умовах, яка в цьому випадку дорівнює

$$\omega_f = \frac{1}{a}[-b + \sqrt{b^2 + ac}] , \qquad (3.37)$$

де $a = (1-v^2)(1-u^2)$, $b = k(1-vu) + \varepsilon(vu - u^2)$, $c = 2(l' - n_f)hm^2(1-u^2)$, $k = (\varepsilon^2 - 2(l - n_f)hm^2(1-u^2))^{1/2}$.

В ультраквантовому наближенні резонансні частоти (3.36), (3.37) мають вигляд:

$$\omega'_f = (l-n_f)hm - h^2m(l-n_f)[l+n_f+(l-n_f)u^2]/2, \qquad (3.38)$$

$$\omega_f = (l'-n_f)hm - h^2m(l'-n_f)[l'+n_f-(l'-n_f)v^2+2(l-n_f)vu]/2. \quad (3.39)$$

Відзначимо, з точністю до h^2 частота початкового фотона, резонансна по діаграмі *f*, крім номерів рівнів Ландау частинок *l, l'* ,n_f і полярного кута початкового фотона *v*, також залежить від кута вильоту кінцевого фотона *u*, крім випадку *v*=0. Щоб реалізувати цей резонанс, можна вибрати фіксоване значення частоти початкового фотона, кратне циклотронної із заданою відбудовою $-\delta h^2m(l'-n_f)/2$, а в резонанс потрапляти, підбираючи кут вильоту кінцевого фотона u_n:

$$\omega_f = hm(l'-n_f)(1-h\delta/2), \quad u_f = \frac{\delta+(l'-n_f)v^2-l'-n_f}{2(l-n_f)v}. \qquad (3.40)$$

Друга умова (3.35) появи резонансу в *f* діаграмі визначає частоту кінцевого фотона вигляду

$$\omega'_f = \frac{1}{1-u^2}[\varepsilon+\sqrt{\varepsilon^2-2(l-n_f)hm^2(1-u^2)}]. \qquad (3.41)$$

При попаданні в такий резонанс початковий фотон народжує електрон позитронну пару, а проміжний позитрон згодом анігілює з початковим електроном в кінцевий фотон. Частота початкового фотона визначається виразом (3.37), де потрібно замінити величину *b→-b,* яка дорівнює $b = k(1-vu)-\varepsilon(vu-u^2)$.

В ультраквантовому випадку частоти фотонів в нульовому наближенні мають вигляд:

$$\omega_f = \omega'_f \frac{1+u^2-2vu}{(1-v^2)}, \quad \omega'_f = \frac{2m}{1-u^2}. \qquad (3.42)$$

В частотності, для випадку *v* = *u* = 0 частоти фотонів з точністю до *h* дорівнюють:

$$\omega_f = 2m+(l'+n_f)hm, \quad \omega'_f = 2m+(l+n_f)hm, \qquad (3.43)$$

тобто частота фотона як початкового, так і кінцевого, дорівнює сумі енергій народжених на фіксовані рівні Ландау частинок з нульовими поздовжніми імпульсами.

Інтерференція резонансів за двома діаграмами може мати місце при одночасному виконанні умови (3.30) і першої умови (3.35), які приводять до виразу

$$\varepsilon_g + \varepsilon_f = \varepsilon + \varepsilon', \tag{3.44}$$

який в ультраквантовому наближенні приводить до виконання таких умов:

$$n_g + n_f = l + l', \quad vu = 1, \tag{3.45}$$

тобто початковий і кінцевий фотони рухаються уздовж поля.

<u>Процес РФЕ в ультраквантовому наближенні.</u> Спочатку проаналізуємо спін-поляризаційні ефекти в процесі розсіяння фотона на електроні в резонансних умовах (3.33) (резонанс в g діаграмі рис.3.1). Перерізи процесу з певними значеннями проекцій спінів початкового і кінцевого електронів $\sigma^{\mu\mu'}$ мають вигляд:

$$\frac{d\sigma^{--}_{\xi\xi'}}{du} = \frac{2\pi}{\omega^2}\frac{\dfrac{dW^{--}_{\xi}}{dv}\cdot\dfrac{dW^{--}_{\xi'}}{du}}{[(\omega-\omega_g)^2+\Gamma^2/4]}, \quad \frac{d\sigma^{++}_{\xi\xi'}}{du} = \frac{2\pi}{\omega^2}\frac{\dfrac{dW^{++}_{\xi}}{dv}\cdot\dfrac{dW^{++}_{\xi'}}{du}}{[(\omega-\omega_g)^2+\Gamma^2/4]}, \tag{3.46}$$

$$\frac{d\sigma^{+-}_{\xi\xi'}}{du} = \frac{2\pi}{\omega^2}\frac{\dfrac{dW^{++}_{\xi}}{dv}\cdot\dfrac{dW^{+-}_{\xi'}}{du}}{[(\omega-\omega_g)^2+\Gamma^2/4]}, \quad \frac{d\sigma^{-+}_{\xi\xi'}}{du} = \frac{2\pi}{\omega^2}\frac{\dfrac{dW^{+-}_{\xi}}{dv}\cdot\dfrac{dW^{++}_{\xi'}}{du}}{[(\omega-\omega_g)^2+\Gamma^2/4]}, \tag{3.47}$$

де диференціальні імовірності dW^{++}_{ξ}/dv, dW^{--}_{ξ}/dv, dW^{+-}_{ξ}/dv описуються виразами (2.46) - (2.48), в яких проведені заміни

$$u \to v, \; l \to n_g, \; l' \to l. \tag{3.48}$$

Такі імовірності можна трактувати як диференціальні імовірності випромінювання початкового фотона з поляризацією ξ (тобто з параметрами Стокса ξ_1, ξ_2, ξ_3) проміжним електроном, що знаходиться на певному рівні Ландау n_g і в певному спіновому стані μ_g (перший знак у імовірності W), з переходом електрона в початковий стан на рівень Ландау l. Диференціальні імовірності $dW_{\xi'}^{++}/du$, $dW_{\xi'}^{--}/du$, $dW_{\xi'}^{+-}/du$ в перерізах (3.46, (3.47) описуються тими ж виразами (2.46) - (2.48), в яких проведені заміни

$$l \to n_g, \ \eta \to \eta', \tag{3.49}$$

тобто це імовірності випромінювання кінцевого фотона з поляризацією ξ' проміжним електроном, який також знаходиться на рівні Ландау n_g і в певному спіновому стані, з переходом електрона в кінцевий стан на рівень Ландау l'.

З одержаних перетинів σ^{+-}, σ^{-+}, що відповідають спін-фліп процесам, слідує, що проміжний електрон знаходиться в інверсному спіновому стані. Це пов'язано з відсутністю імовірності W^{-+}, що описується виразом (2.49), що має більш високу степінь малого параметра h. Всі перерізи факторизовані, це означає, що в резонансі поляризація кінцевого фотона не залежить від поляризації початкового.

Диференціальні перерізи (3.46), (3.47), усереднені по поляризаціям початкового фотона і підсумовані по поляризаціям кінцевого (для цього в них потрібно занулити всі параметри Стокса і результат подвоїти), відповідають процесу розсіяння неполяризованого фотона на електроні і збігаються зі знайденими раніше результатами [125].

Аналіз і отримані результати впливу спінових станів електрона на поляризацію кінцевого фотона в процесах з фіксованим значенням спінів частинок збігаються з аналогічними в процесі випромінювання фотона електроном. В процесі без перевороту спіна, поляризація випромінювання в РФЕ визначається параметрами Стокса (2.57). В спін-фліп процесі в основний спіновий стан (σ^{+-}) поляризація кінцевого фотона визначається виразами (2.60), в якому змінено знак лінійної поляризації в порівнянні з (2.57). В спін-фліп процесі в інверсний спіновий стан (σ^{-+}) поляризація кінцевого фотона така ж, як і в процесі без перевороту спіна (2.57). Суттєвою відмінністю "спін-фліпа" РФЕ від СВ є те, що перерізи (3.47) мають однакову степінь h, тобто імовірності перевороту спіна в РФЕ в основний і інверсний стани близькі за величиною, в той час як в процесі СВ переворот в інверсний спіновий стан пригнічений.

Ступінь поляризації спін-фліп процесу СВ електронами, які знаходяться як в основному (μ=-1), так і в інверсному (μ=+1) спінових станах, має вигляд:

$$P_{\xi'} = \max \frac{\sigma^{+-}_{\xi,\xi'} + \sigma^{-+}_{\xi,\xi'} - (\sigma^{+-}_{\xi,-\xi'} + \sigma^{-+}_{\xi,-\xi'})}{\sigma^{+-}_{\xi,\xi'} + \sigma^{-+}_{\xi,\xi'} + \sigma^{+-}_{\xi,-\xi'} + \sigma^{-+}_{\xi,-\xi'}}, \tag{3.50}$$

звідки випливають вирази для параметрів Стокса випроміненого фотона:

$$\xi'_{2CS} = \frac{2u}{1+u^2}, \quad \xi'_{3CS} = \frac{1-u^2}{1+u^2} \cdot \frac{l(n_g - l')^2 \Pi - l'(n_g - l)^2 \tilde{\Pi}}{l(n_g - l')^2 \Pi + l'(n_g - l)^2 \tilde{\Pi}}, \tag{3.51}$$

$$\Pi = 1 - \frac{1-v^2}{1+v^2}\xi_3 + \frac{2v}{1+v^2}\xi_2, \quad \tilde{\Pi} = 1 + \frac{1-v^2}{1+v^2}\xi_3 + \frac{2v}{1+v^2}\xi_2. \tag{3.52}$$

В такому процесі кругова поляризація кінцевого фотона має такий же вигляд, як в процесі без перевороту спина. Лінійна поляризація кінцевого фотона суттєво залежить як від рівнів Ландау електрона, так і від полярного кута і поляризації початкового фотона. Зокрема, для пружного каналу (томсонівське розсіяння l=l') ξ'_{3CS} має вигляд:

$$\xi'_{3CS} = -\frac{1-u^2}{1+u^2} \cdot \frac{1-v^2}{1+v^2+2v\xi_2}\xi_3, \tag{3.53}$$

тобто пропорційний ступеню лінійної поляризації початкового фотона і протилежна за знаком. На рис.3.2 показана залежність ступеня поляризації від a) кута кінцевого фотона, b) кута початкового фотона. При цьому l=2, n_g=4, ξ_2=0.3, ξ_3=0.5; v=0.3 на рис.3.2.*a*; u=0.3 на рис.3.2.*b*. Три криві на рис. 3.2 відповідають випадкам: 1. l'=1 - зворотне комптонівське розсіяння $\omega < \omega'$, 2. l'=3 - томсонівське розсіяння $\omega = \omega'$, 1. l'=3 - пряме комптонівське розсіювання $\omega > \omega'$. З рис.3.2 випливає, що найменший ступінь поляризації кінцевого фотона відповідає зворотному комптонівському розсіянню в напрямку перпендикулярно магнітному полю.

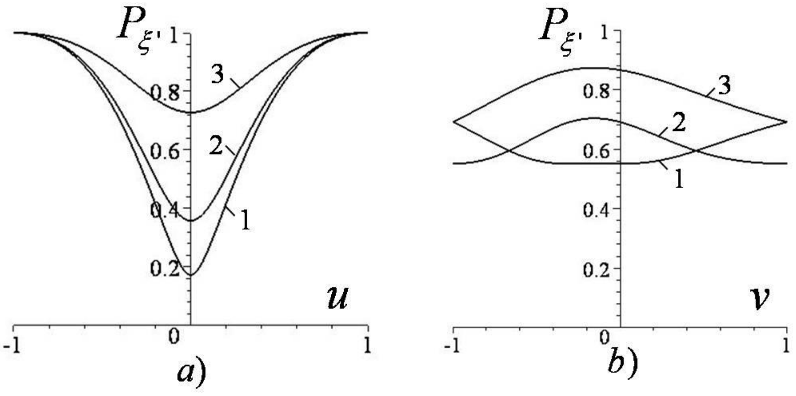


Рис.3.2. Ступінь поляризації випромінювання при спін-фліп процесі РФЕ з основного і інверсного спінових станів як функція a) кута кінцевого фотона, b) кута початкового фотона; 1. l'=1, 2. l'=2, 2. l'=3

Нехай в початковому стані спін електрона має певну орієнтацію, а кінцеві стану підсумовані по спінах. Проаналізуємо вплив врахування спін-фліп процесу на ступінь поляризації випромінювання. Перерізи процесу РФЕ будуть пропорційні величинам:

$$\sigma^-_{\xi\xi'} \sim W^{--}_{\xi} \cdot W^{--}_{\xi'} + W^{+-}_{\xi} \cdot W^{++}_{\xi'}, \quad \sigma^+_{\xi\xi'} \sim W^{++}_{\xi} \cdot W^{++}_{\xi'} + W^{++}_{\xi} \cdot W^{+-}_{\xi'}, \tag{3.54}$$

де σ^- - відповідає процесу з електроном зі спіном, спочатку орієнтованим проти поля, а σ^+ - з електроном зі спіном уздовж поля. Ступінь поляризації кінцевого фотона в цих випадках дорівнює:

$$P^-_{\xi'} = \max \frac{\sigma^-_{\xi,\xi'} - \sigma^-_{\xi,-\xi'}}{\sigma^-_{\xi,\xi'} + \sigma^-_{\xi,-\xi'}} = 1, \tag{3.55}$$

$$P^+_{\xi'} = \max \frac{\sigma^+_{\xi,\xi'} - \sigma^+_{\xi,-\xi'}}{\sigma^+_{\xi,\xi'} + \sigma^+_{\xi,-\xi'}}, \quad P^+_{\xi'}\,|_{l'\neq 0} = 1 - \frac{2h(n_g - l')^2(1-u^2)^2}{l'(1+u^2)^2}, \quad P^+_{\xi'}\,|_{l'=0} = 1. \tag{3.56}$$

Таким чином, електрони зі спінами, спочатку орієнтованими проти поля, в процесі РФЕ випромінюють повністю поляризовані фотони з поляризацією випромінювання як в процесі СВ (2.64). Розсіяні фотони електронами, спочатку орієнтованими по полю, частково поляризовані. Лінійна поляризація кінцевих фотонів частково порушена на величину ~ h і залежить від рівня Ландау кінцевого електрона.

Поляризація кінцевого фотона в процесі з електронами, неполяризованими як в початковому, так і в кінцевому станах, визначається з аналізу суми $\sigma^{-}+\sigma^{+}$ виразів (3.54). Параметри Стокса кінцевого фотона в цьому випадку дорівнюють

$$\xi'_{2CS}=\frac{2u}{1+u^2},\quad \xi'_{3CS}=-\frac{1-u^2}{1+u^2}(1-h\frac{(n_g-l')^2 l}{n^2+ll'})\,. \tag{3.57}$$

Лінійна поляризація випромінювання в процесі РФЕ відрізняється від лінійної поляризації СВ (2.64) на величину ~ h, яка залежить від рівнів Ландау як початкового, так і кінцевого електронів. Поляризація кінцевого фотона не залежить від поляризації початкового.

Тепер розглянемо питання про орієнтування спінів електронів в результаті процесу РФЕ або навпаки деполяризацію спочатку орієнтованих спінів і вплив поляризації початкового фотона на спінові стани кінцевого електрона. Нехай спін початкового електрона спрямований проти поля (основний спіновий стан), тобто пучок початкових електронів повністю поляризований проти поля P = -1. Ступінь поляризації пучка електронів за рахунок спін-фліп процесу в РФЕ відрізняється від -1 і визначається виразом:

$$P^{-}_{e^{-}}=\frac{d\sigma^{-+}_{\xi\xi'}/du-d\sigma^{--}_{\xi\xi'}/du}{d\sigma^{-+}_{\xi\xi'}/du+d\sigma^{--}_{\xi\xi'}/du}, \tag{3.58}$$

який з урахуванням явного вигляду перерізів (3.46), (3.47) дорівнює

$$P^{-}_{e^{-}}=\frac{-\Pi+hl'(n_g-l)^2\tilde{\Pi}/2n_g^2}{\Pi+hl'(n_g-l)^2\tilde{\Pi}/2n_g^2}, \tag{3.59}$$

де величини $\Pi,\tilde{\Pi}$ визначаються виразами (3.52). Якщо $\Pi\neq 1$, тоді з точністю до першої степені h:

$$P^{-}_{e^{-}}=-1+hl'\frac{(n_g-l)^2\tilde{\Pi}}{n_g^2\Pi}\,. \tag{3.60}$$

У випадку, коли початковий фотон спрямований перпендикулярно полю (v=0), $\Pi,\tilde{\Pi}$ дорівнюють:

$$\Pi = 1 - \xi_3, \quad \tilde{\Pi} = 1 + \xi_3. \tag{3.61}$$

Вираз для ступеня поляризації кінцевих електронів (3.60) є аналогічним ступеню поляризації електрона в процесі однофотонного народження e^+e^- пари (2.169). За винятком вузького конуса $\vartheta < \vartheta_c$, де $\xi_3 = 1 - 2\vartheta$ (див. рис.2.18), ступінь поляризації $P \approx -1$ і менше одиниці на величину порядку h. Величина неполярізованості (деполяризації) електронів пропорційна номеру рівня Ландау кінцевого електрона. У вузькому конусі $\vartheta < h$ спіні кінцевих електронів орієнтуються по полю.

У випадку, якщо початковий фотон спрямований уздовж поля (ν=1), $\Pi, \tilde{\Pi}$ мають вигляд:

$$\Pi = \tilde{\Pi} = 1 + \xi_2, \tag{3.62}$$

тобто поляризація початкового фотона не впливає на орієнтування спінів електронів. Відзначимо, що якщо початковий фотон має ліву кругову поляризацію, тоді $\Pi = \tilde{\Pi} = 0$ і процес РФЕ не йде.

Нехай тепер спін початкового електрона спрямований по полю (інверсний спіновий стан), тобто P=+1. Ступінь поляризації пучка електронів за рахунок спін-фліп процесу в РФЕ менша одиниці і дорівнює:

$$P^+_{e^-} = \frac{d\sigma^{++}_{\xi\xi'}/du - d\sigma^{+-}_{\xi\xi'}/du}{d\sigma^{++}_{\xi\xi'}/du + d\sigma^{+-}_{\xi\xi'}/du} = \frac{\Pi' - h(n_g - l')^2 \tilde{\Pi}'/2l'}{\Pi' + h(n_g - l')^2 \tilde{\Pi}'/2l'}, \tag{3.63}$$

$$\Pi' = 1 - \frac{1-u^2}{1+u^2}\xi'_3 + \frac{2u}{1+u^2}\xi'_2, \quad \tilde{\Pi}' = 1 + \frac{1-u^2}{1+u^2}\xi'_3 + \frac{2u}{1+u^2}\xi'_2. \tag{3.64}$$

Якщо поляризацію кінцевого фотона не фіксуємо, тобто вважаємо ξ'_i=0, тоді $\Pi' = \tilde{\Pi}' = 1$. В результаті ступінь поляризації кінцевого електрона залежить тільки від номерів рівнів Ландау і з точністю до h дорівнює:

$$P^+_{e^-} = 1 - h\frac{(n_g - l')^2}{l'}. \tag{3.65}$$

Спіни електронів в спочатку неполяризованому пучку внаслідок ефекту самополяризації набувають переважний напрямок. Ефект самополяризації, вперше відритий А.А. Соколовим, І.М.Терновим в процесі СВ [4], де спіни електронів орієнтуються переважно в основний спіновий стан, в процесі РФЕ приводить до орієнтування спінів електронів як по, так і проти поля, на що також впливає поляризація початкового фотона. Ступінь самополяризації електрона дорівнює:

$$P_{e^-}=\frac{d\sigma_{\xi\xi'}^{+-}/du-d\sigma_{\xi\xi'}^{-+}/du}{d\sigma_{\xi\xi'}^{+-}/du+d\sigma_{\xi\xi'}^{-+}/du}=\frac{\delta-1}{\delta+1},\ \delta=\frac{d\sigma_{\xi\xi'}^{+-}/du}{d\sigma_{\xi\xi'}^{-+}/du}=\frac{(n_g-l')^2 l\Pi\tilde{\Pi}'}{(n_g-l)^2 l'\tilde{\Pi}\Pi'}. \quad (3.66)$$

Якщо початковий фотон неполяризований і не фіксується поляризація кінцевого фотона, то ступінь самополяризації залежить тільки від рівнів Ландау

$$\delta=\frac{(n_g-l')^2 l}{(n_g-l)^2 l'}. \quad (3.67)$$

В "пружному" каналі $l=l'$ (томсонівське розсіяння) $\delta=1$ і $P=0$, тобто самополяризація відсутня. У прямому комптонівському розсіянні $l<l'$ $\delta<1$ $P<0$, тобто спіни електронів переважно орієнтуються проти поля. У зворотному комптонівському розсіянні $l>l'$ $\delta>1$ $P>0$, тобто спіни електронів переважно орієнтуються по полю.

Нехай $l=l'$ (томсонівське розсіяння) і початковий фотон поляризований, тоді ступінь поляризації кінцевого електрона дорівнює:

$$P_{e^-}=-\frac{(1-v^2)\xi_3}{1+v^2+2v\xi_2}\ . \quad (3.68)$$

Якщо початковий фотон направити перпендикулярно полю $v=0$, тоді $P^-=-\xi_3$. Таким чином, обертаючи промінь початкових фотонів відносно своєї осі, тобто змінюючи лінійну поляризацію фотонів від нормальної до аномальної, можна орієнтувати спіни електронів від напрямку проти поля до напрямку по полю. Суттєвою відмінністю цього ефекту в РФЕ від подібного в процесі ОНП є те, що тут зміна ступеня поляризації електронів пропорційна зміні ступеня поляризації фотонів, що робить процес РФЕ більш перспективним для отримання пучків електронів зі змінною поляризацією.

Тепер проаналізуємо спін-поляризаційні ефекти в процесі РФЕ в резонансних умовах (3.39) (резонанс в f діаграмі рис.3.1). Диференціальні перерізи процесу з певними значеннями проекцій спінів початкового і кінцевого електронів $\sigma^{\mu\mu'}$ мають вигляд, аналогічний виразам (3.46), (3.47):

$$\frac{d\sigma_{\xi\xi'}^{--}}{du}=\frac{2\pi}{\omega^2}\frac{\frac{dW_{\xi}^{--}}{dv}\cdot\frac{dW_{\xi'}^{--}}{du}}{[(\omega-\omega_f)^2+\Gamma^2/4]},\quad \frac{d\sigma_{\xi\xi'}^{++}}{du}=\frac{2\pi}{\omega^2}\frac{\frac{dW_{\xi}^{++}}{dv}\cdot\frac{dW_{\xi'}^{++}}{du}}{[(\omega-\omega_f)^2+\Gamma^2/4]},\tag{3.69}$$

$$\frac{d\sigma_{\xi\xi'}^{+-}}{du}=\frac{2\pi}{\omega^2}\frac{\frac{dW_{\xi}^{--}}{dv}\cdot\frac{dW_{\xi'}^{+-}}{du}}{[(\omega-\omega_f)^2+\Gamma^2/4]},\quad \frac{d\sigma_{\xi\xi'}^{-+}}{du}=\frac{2\pi}{\omega^2}\frac{\frac{dW_{\xi}^{+-}}{dv}\cdot\frac{dW_{\xi'}^{--}}{du}}{[(\omega-\omega_f)^2+\Gamma^2/4]},\tag{3.70}$$

де диференціальні імовірності dW_{ξ}^{++}/dv, dW_{ξ}^{--}/dv, dW_{ξ}^{+-}/dv описуються виразами (2.46) - (2.48), в яких проведені заміни:

$$u\to v,\ l\to l',\ l'\to n_f,\tag{3.71}$$

а для здобуття диференціальних імовірностей $dW_{\xi'}^{++}/du$, $dW_{\xi'}^{--}/du$, $dW_{\xi'}^{+-}/du$ у виразах (2.46) - (2.48) проведена така заміна:

$$l'\to n_f,\ \eta\to\eta'.\tag{3.72}$$

У спін-фліп процесах, проміжний електрон знаходиться в основному спіновому стані.

Аналіз спін-поляризаційних ефектів аналогічний аналізу, проробленому для процесу РФЕ в резонансі в g діаграмі. Поляризація кінцевого фотона для процесу без перевороту спіна і спін-фліп процесу в основний стан визначається за формулами (2.57), в спін-фліп процесі в інверсний спіновий стан за формулою (2.60). Параметри Стокса кінцевих фотонів в процесі РФЕ, де електрони перебувають як в основному (μ=-1), так і в інверсному (μ=+1) спінових станах, з переворотом їх спінів, мають вигляд:

$$\xi'_{2CS}=\frac{2u}{1+u^2},\quad \xi'_{3CS}=\frac{1-u^2}{1+u^2}\cdot\frac{l'(l-n_f)^2\Pi-l(l'-n_f)^2\tilde{\Pi}}{l'(l-n_f)^2\Pi+l(l'-n_f)^2\tilde{\Pi}}.\tag{3.73}$$

З порівняння цього виразу з аналогічним (3.51) випливає, що поляризації кінцевих фотонів збігаються в обох каналах (діаграма *g* і *f*) для пружного розсіяння *l*=*l*'.

У випадку, коли електрони мають спіни, спочатку орієнтовані проти поля, кінцеві фотони повністю поляризовані, як в процесі СВ (2.64). Якщо спіни електронів спочатку орієнтовані по полю, ступінь поляризації кінцевих фотонів дорівнює:

$$P^{+}_{\xi'} = 1 - \frac{2h(l-n_f)^2(1-u^2)^2}{n_f(1+u^2)^2}\,, \tag{3.74}$$

що є аналогом виразу (3.56).

Параметри Стокса, що описують поляризації випромінювання кінцевих фотонів, в процесі РФЕ з неполяризованими електронами мають вигляд, подібний виразам (3.57):

$$\xi'_{2CS} = \frac{2u}{1+u^2}\,, \quad \xi'_{3CS} = -\frac{1-u^2}{1+u^2}\left(1-h\frac{(l-n_f)^2 n_f}{n^2+ll'}\right). \tag{3.75}$$

Переходимо тепер до питання про вплив поляризації початкового фотона на спінові стани кінцевого електрона в процесі РФЕ в резонансі в діаграмі *f* (див. рис. 3.1). Спочатку орієнтовані спіни проти поля деполяризується за рахунок спін-фліп процесу і ступінь поляризації кінцевого електрона дорівнює:

$$P^{-}_{e^-} = \frac{d\sigma^{-+}_{\xi\xi'}/du - d\sigma^{--}_{\xi\xi'}/du}{d\sigma^{-+}_{\xi\xi'}/du + d\sigma^{--}_{\xi\xi'}/du} = -\frac{2l'\Pi - h(l'-n_f)^2\tilde{\Pi}}{2l'\Pi + h(l'-n_f)^2\tilde{\Pi}}\,. \tag{3.76}$$

У випадку, якщо початковий фотон рухається перпендикулярно полю (*v*=0) і *l*'П≠0, ступінь поляризації має простий вигляд аналогічний (3.60)

$$P^{-}_{e^-} = -1 + h\frac{(l'-n_f)^2(1+\xi_3)}{l'(1-\xi_3)}\,. \tag{3.77}$$

Якщо електрони в початковому стані мали спіни орієнтовані по полю, то ступінь поляризації кінцевих електронів, що визначається аналогічно (3.63), дорівнює:

$$P_{e^-}^{+} = +1 - h\frac{l'(l-n_f)^2}{n_f^2}. \tag{3.78}$$

Ступінь самополяризації електрона в результаті РФЕ визначається першим виразом в (3.66) і в резонансі в діаграмі *f* дорівнює:

$$P_{e^-} = \frac{\delta - 1}{\delta + 1}, \quad \delta = \frac{l'(l-n_f)^2\Pi}{l(l'-n_f)^2\tilde{\Pi}}. \tag{3.79}$$

Для пружного каналу (*l*=*l*') ступінь самополяризації P_{e^-} визначається виразом (3.68). Таким чином, в процес самополяризації в пружному каналі, який є найбільш імовірним, дві діаграми *f* і *g* дають однаковий внесок. В прямому (*l*<*l*') комптонівське розсіяння електрони орієнтуються проти поля, в зворотному (*l*>*l*') комптонівському розсіянні - за полем.

Розглянемо процес РФЕ, коли реалізуються резонансні умови в обох діаграмах (див. рис.3.1). Оскільки перетини процесу в резонансах в діаграмах *f* і *g* пропорційні добутку імовірностей СВ, тобто пропорційні, відповідно, множникам

$$(1-v^2)^{n_g-l-1}(1-u^2)^{n_g-l'-1}, \; (1-v^2)^{l'-n_f-1}(1-u^2)^{l-n_f-1}, \tag{3.80}$$

тоді з урахуванням умов (3.45), щоб перерізи не були рівні нулю, потрібно занулити степені в виразах (3.80). Це означає, що інтерференція резонансів двох діаграм має місце для пружного каналу (*l*=*l*'), якщо електрон в процесі переходить на сусідній рівень Ландау, при цьому початковий фотон спрямований паралельно магнітному полю:

$$l' = l, \quad n_g = l+1, \quad n_f = l-1, \quad vu = 1. \tag{3.81}$$

Диференціальний переріз процесу без перевороту спіна в цих умовах дорівнює:

$$\frac{d\sigma_{\text{int}}^{\mu\mu}}{du} = \frac{\pi}{2}\alpha^2 h^2 \Pi\Pi' \left| \frac{l+1/2-\mu/2}{\omega-\omega_g+i\Gamma_g/2} + \frac{l-1/2-\mu/2}{\omega_f-\omega+i\Gamma_f/2} \right|^2, \tag{3.82}$$

де ω_g, ω_f - резонансні частоти початкового фотона в резонансних умовах (3.33) і (3.39), відповідно; Γ_g, Γ_f - ширини резонансів в діаграмах *g* і *f*, відповідно. За умови (3.81) частоти ω_g і ω_f. збігаються і з точністю до h рівні циклотронній частоті:

$$\omega_g = \omega_f \approx hm\,. \tag{3.83}$$

Ширини резонансів будемо визначати як повні ймовірності СВ на відповідних рівнях Ландау, усереднені по поляризаціям початкових і підсумовані по поляризаціям кінцевих частинок. В резонансі в діаграмі g ширина дорівнює сумі імовірностей випромінювання проміжним електроном початкового і кінцевого фотонів. В резонансі в діаграмі f ширина дорівнює сумі імовірностей початковим електроном випроменити кінцевий фотон і кінцевим електроном випроменити початковий фотон. В результаті однакова для обох діаграм ширина дорівнює:

$$\Gamma_g = \Gamma_f = \frac{4}{3}\alpha h^2 m(2l+1)\,. \tag{3.84}$$

Диференціальні перерізи спін-фліп процесів в основний і інверсний спінові стани при інтерференції резонансів збігаються і мають вигляд:

$$\frac{d\sigma_{\text{int}}^{+-}}{du} = \frac{d\sigma_{\text{int}}^{-+}}{du} = \frac{\pi}{4}\alpha^2 h^3 \Pi\Pi' \left| \frac{1}{\omega - \omega_g + i\Gamma_g/2} + \frac{1}{\omega_f - \omega + i\Gamma_f/2} \right|^2 . \tag{3.85}$$

В точці резонансу диференціальні перерізи в резонансі в обох діаграмах дорівнюють:

$$\frac{d\sigma_{\text{int}}^{--}}{du} = \frac{9\pi\Pi\Pi'}{8h^2m^2}\,, \quad \frac{d\sigma_{\text{int}}^{++}}{du} = \frac{9\pi\Pi\Pi'}{8h^2m^2}\left(\frac{2l-1}{2l+1}\right)^2 , \tag{3.86}$$

$$\frac{d\sigma_{\text{int}}^{+-}}{du} = \frac{d\sigma_{\text{int}}^{-+}}{du} = \frac{9\pi\Pi\Pi'}{16hm^2}\frac{l}{(2l+1)^2}\,. \tag{3.87}$$

Через рівності перетинів спін-фліп процесу в основний і інверсний спінові стани ефект самополяризації електрона відсутній в розглянутих умовах.

Всі перерізи пропорційні множнику ПП', звідки випливає, що в інтерференції двох резонансів поляризація початкових фотонів не впливає на орієнтування спінів електронів, тобто спін-поляризаційні ефекти відсутні.

При розповсюджені початкового фотона уздовж і проти поля множники ПП' дорівнюють, відповідно:

$$\Pi\Pi' = \begin{cases} (1+\xi_2)(1+\xi'_2), & e.\, v = u = +1 \\ (1-\xi_2)(1-\xi'_2), & e.\, v = u = -1 \end{cases}. \tag{3.88}$$

Це означає, що якщо початковий фотон спрямований уздовж поля, то максимальним переріз буде, коли цей фотом має праву кругову поляризацію. Імовірність процесу РФЕ з початковим фотоном лівої кругової поляризації дорівнює нулю. І навпаки, якщо початковий фотон спрямований проти поля, то переріз максимальний, якщо цей фотон має ліву кругову поляризацію і дорівнює нулю при правій круговій поляризації фотона. Кінцевий фотон циркулярно поляризований, при цьому напрямок поляризації збігається з початковим.

Поляризатор електронів. Ультраквантове наближення в разі малих магнітних полів, порядку лабораторних, переходить в дипольне наближення, при цьому номери рівнів Ландау приймають великі значення *l*>>1. Тому здобуті результати з орієнтування спінів електронів в процесі РФЕ в ультраквантовому наближенні можна використовувати для створення в лабораторних умовах поляризатора електронного пучка. Схема установки зображена на рис.3.3.

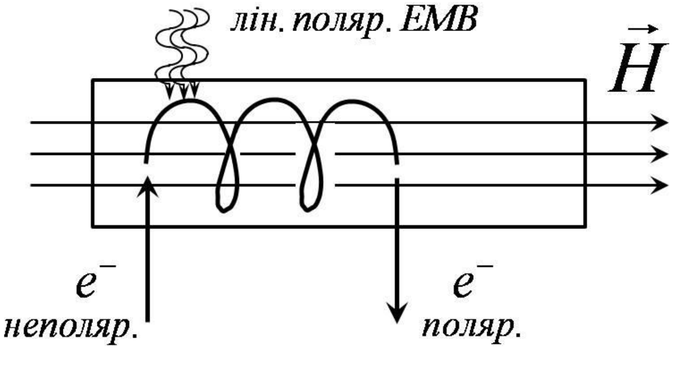


Рис.3.3. Схема поляризації електронного пучка під дією електромагнітної хвилі в магнітному полі

Ця установка поляризує електронний пучок, причому ступінь поляризації змінюється плавно, пропорційно зміні поляризації електромагнітної хвилі у всьому діапазоні. Згідно рис. 3.3 неполяризований пучок електронів вводиться в область з однорідним магнітним полем майже перпендикулярно полю. Також перпендикулярно магнітному полю спрямований промінь поляризованого електромагнітного випромінювання, який опромінює ділянку шляху електронів. У конструкції повинна бути передбачена можливість повороту променя ЕМВ щодо своєї осі на кут 90^0.

В дипольному наближенні, тобто наближенні: $l>>1$, $hl<<1$, $n_g=l+1$, $n_f=l-1$, після інтегрування диференціальних перерізів (3.46), (3.47) і (3.69), (3.70) за кутом вильоту кінцевого фотона в точці резонансу з ширинами (3.84) перерізи процесу РФЕ мають вигляд:

$$\sigma^{--}=\sigma^{++}=\sigma_0(1-\xi_3)\,,\ \sigma^{+-}=\frac{h}{2l}\sigma_0(1-\xi_3)\,,\ \sigma^{-+}=\frac{h}{2l}\sigma_0(1+\xi_3)\,,\ \sigma_0=\frac{3\pi}{2\omega^2}\,. \tag{3.89}$$

Потік початкових фотонів визначається потужністю електромагнітної хвилі W_γ:

$$j=W_\gamma/\omega S\,, \tag{3.90}$$

де S - поперечний переріз променя ЕМВ. Час поляризації пучка електронів дорівнює зворотній імовірності процесу РФЕ:

$$\tau=1/j\sigma^{+-}=\hbar\omega S/W_\gamma\sigma^{+-}\,. \tag{3.91}$$

Потужність опромінення W_γ і поперечний переріз S повинні бути досить великими, щоб час поляризації був меншим пролітного часу області опромінення.

Для прикладу наведемо такі значення фізичних величин в установці: довжина хвилі опромінення λ=2.5*мм*, їй відповідає енергія фотона $\hbar\omega=5\cdot10^{-4}$ *еВ*; для потрапляння в циклотронний резонанс магнітне поле повинно бути рівним $h=10^{-9}$ (H=40*кГс*); нехай номер рівня Ландау $l=2\cdot10^6$ (при цьому виконується $lh<<1$), тоді кінетична енергія електрона ε=1*кеВ*, а швидкість електрона $\upsilon=0.06\cdot c$; потужність генератора електромагнітних хвиль (ЕМВ)

$W_\gamma=10\,кВт$; поперечний переріз променя $S=0.04\,см^2$. Переріз спін-фліп процесу РФЕ відповідно до виразу (3.89) дорівнює $\sigma^{+-}=3.8\cdot10^{-18}\,см^2$. Тоді час поляризація електронів відповідно до (3.91) $\tau=10^{-10}\,с$. За цей час електрон пролетить вздовж напрямку магнітного поля відстань $\upsilon\tau=1.8\,мм$, що порівнянно з поперечними розмірами променя ЕМВ. Відзначимо, що ефект самополяризації Соколова-Тернова [6] дуже малий при заданих параметрах. Час самополяризації $3/\alpha m h^3 \approx 5\cdot10^8\,c$.

3.3. Спін-поляризаційні ефекти в процесі випромінювання двох фотонів електроном

Імовірність двофотонного синхротронного випромінювання (ДСВ). Фейнманівські діаграми процесу ДСВ зображені на рис.3.4.

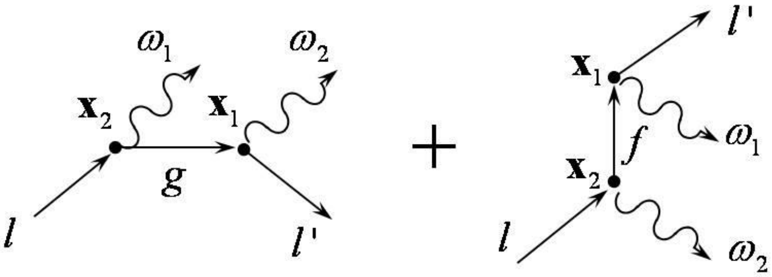


Рис.3.4. Фейнманівські діаграми процесу ДСВ

Оскільки процеси РФЕ і ДСВ є крос каналами, амплітуду процесу ДСВ можна здобути з виразу (3.9) заміною

$$k(\omega,\vec{k})\to -k_1(\omega_1,\vec{k}_1),\quad k'(\omega',\vec{k}')\to k_2(\omega_2,\vec{k}_2). \tag{3.92}$$

Умови резонансного перебігу процесу в ультраквантовому наближенні з урахуванням заміни (3.92) збігаються з резонансними умовами для процесу РФЕ. Так, резонанс в g діаграмі реалізується, якщо частота першого фотона ω_{1g} дорівнює з протилежним знаком виразу (3.33), частота другого фотона ω_{2g} визначається виразом (3.34). Резонанс в f діаграмі реалізується, якщо частота першого фотона ω_{1f} дорівнює з протилежним знаком виразу (3.39), а частота другого фотона ω_{2g} дорівнює виразу (3.38). Прирівнювання частот $\omega_{1g}= \omega_{2g}$ і аналогічно $\omega_{1f}= \omega_{2f}$ приводить до умов

$$n_g = n_f = l - 1 = l' + 1, \;\; vu = 1, \tag{3.93}$$

що виконується в умовах (3.45) і означає інтерференцію резонансів в обох діаграмах, при цьому частоти фотонів дорівнюють циклотронній частоті. Поза інтерференційних умов (3.93) резонанси в g і f діаграмах відбуваються окремо. Однак, з огляду на експериментальну невідмінність фотонів ω_1 і ω_2 (тобто неможливо вказати яка з двох експериментальних частот є саме ω_1) і того факту, що, імовірність процесу ДСВ в f діаграмі виходить з імовірності в g діаграмі заміною $\omega_1 \leftrightarrow \omega_2$, результуюча імовірність процесу в одному з резонансів повинна бути подвоєна.

Диференціальну імовірність ДСВ dW_D можна здобути з диференціального перерізу РФЕ $d\sigma_\mathrm{C}$ прирівнюючи амплітуди і враховуя число кінцевих станів в цих процесах, в результаті

$$\frac{dW_D}{\omega_1^2 d\omega_1 dv} = 2 \cdot \frac{d\sigma_C}{4\pi^2}\,. \tag{3.94}$$

Сума двох диференціальних імовірностей, які відповідають окремим резонансам в g і f діаграмах, для процесу ДСВ без перевороту спіна електрона ($\mu'=\mu$) дорівнює:

$$\frac{dW_D^{\mu\mu}}{d\omega_1 dv du} = \frac{1}{\pi}\frac{\frac{dW_{l\to n_g}^{\mu\mu}}{dv}\cdot\frac{dW_{n_g\to l'}^{\mu\mu}}{du}}{[(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g^2/4]} + \frac{1}{\pi}\frac{\frac{dW_{l\to n_f}^{\mu\mu}}{du}\cdot\frac{dW_{n_f\to l'}^{\mu\mu}}{dv}}{[(\omega_1-\omega_{1f})^2+\Gamma_f^2/4]}, \tag{3.95}$$

де ширини резонансів Γ_g, Γ_f визначаються як суми двох повних імовірностей СВ початкового та проміжного електронів, відповідно, і мають вигляд:

$$\Gamma_g = \frac{4}{3}\alpha h^2 m(l + n_g - 1), \;\; \Gamma_f = \frac{4}{3}\alpha h^2 m(l + n_f - 1), \tag{3.96}$$

які стають однаковими при $n_g = n_f$. Диференціальні імовірності СВ першого і другого фотонів, записані в чисельнику виразу (3.96) визначаються виразами

(2.46), (2.47) з відповідними перепозначеннями. Інтегрування виразу (3.95) по частоті першого фотона і полярним кутках обох фотонів, а також усереднення по початковим спіновим станів і підсумовування по кінцевим поляризаціям частинок дає повну імовірність процесу в резонансних умовах. Найбільш імовірним в процесі ДСВ є випадок переходу електрона на сусідні рівні Ландау $l \rightarrow l$-1$\rightarrow l$-2, для якого повна імовірність має вигляд;

$$W_D = \frac{2W_{l\rightarrow l-1}W_{l-1\rightarrow l-2}}{\Gamma} = \alpha h^2 m \frac{2(2l-1)(2l-3)}{6(l-1)} \,. \qquad (3.97)$$

Для найнижчого можливого рівня початкового електрона l=2 імовірність дорівнює $W_D = \alpha h^2 m$. Процес випромінювання одного фотона електроном з рівня l=2 дорівнює $W_{\text{орп}} = 2\alpha h^2 m$, тобто в резонансі процес другого порядку стає порівняним з процесом першого порядку.

Поляризація випромінювання в процесі ДСВ. Відзначимо, що в диференціальній імовірності ДСВ (3.95) залежність від поляризаційних параметрів фотонів така ж як і в процесі СВ. Таким чином, в процесі без перевороту спіна електрона випромінювання двох фотонів має таку ж поляризацію, як і випромінювання одного фотона.

Розглянемо спін-фліп процес ДСВ в резонансі в g діаграмі, коли електрон переходить в основний спіновий стан. Згідно (3.47) диференціальна імовірність такого процесу має бути пропорційна величині:

$$\frac{dW_D^{+-}}{d\omega_1 dv du} \propto \frac{dW_{l\rightarrow n_g}^{++}}{dv} \cdot \frac{dW_{n_g\rightarrow l'}^{+-}}{du} \,.$$

Однак, є і другий канал реалізації такого процесу, ймовірність якого має таку ж степінь h:

$$\frac{dW_D^{+-}}{d\omega_1 dv du} \propto \frac{dW_{l\rightarrow n_g}^{+-}}{dv} \cdot \frac{dW_{n_g\rightarrow l'}^{--}}{du} \,.$$

Тому потрібно враховувати обидва канали та складати не імовірності, а амплітуди імовірностей. В результаті з урахуванням (2.46) - (2.48) і (2.43) диференціальна імовірність остаточно має вигляд:

$$\frac{dW_D^{+-}}{d\omega_1 dv du} = \frac{1}{\pi} \frac{A_g D_g}{(\omega_1 - \omega_{1g})^2 + \Gamma_g^2/4} \ , \tag{3.98}$$

$$A_g = \frac{1}{8l'} \alpha^2 h^3 \omega_1 \omega_2 R_{1g}^2 R_{2g}^2 \ , \tag{3.99}$$

$$D_g = \frac{(1+v^2)(1+u^2)}{4}\left[a_g^2 \tilde{\Pi}_1 \Pi_2 + b_g^2 \Pi_1 \tilde{\Pi}_2\right] + a_g b_g H \ , \tag{3.100}$$

$$H = 2vu + u(1+v^2)\xi_2 + v(1+u^2)\xi'_2 + (1-v^2)(1-u^2)\xi_1\xi'_1 + (1+v^2)(1+u^2)\xi_2\xi'_2 \, , \tag{3.101}$$

$$a_g = \sqrt{l - n_g}, \quad b_g = \sqrt{n_g - l'} \, , \tag{3.102}$$

де множники R_{1g}^2, R_{2g}^2 визначаються виразом (2.50), при цьому перший множник відноситься до першого фотону і в (2.50) потрібно замінити $l' \to n_g$, а другий множник відноситься до другого фотона і в (2.50) потрібно замінити $l \to n_g$; $\Pi_1, \tilde{\Pi}_1$ визначаються виразом (3.52), а $\Pi_2, \tilde{\Pi}_2$ визначаються виразом (3.64); параметри Стокса ξ_i відносяться до першого фотона, а штриховані до другого.

Відзначимо, що знайдена імовірність (3.98) залежить від параметрів Стокса ξ_1, ξ'_1. Для одного фотона наявність в імовірності параметра ξ_1 означала б, що імовірності випроміненому фотону мати площину поляризації орієнтовану під кутами $+45^0$ і -45^0 відносно площини $(\vec{k}, \vec{H})$ однакові, що неможливо через симетричність цих ситуацій. Якщо вимірюються одночасно два фотона, спрямовані в різні боки, то симетрії щодо зазначених кутів немає, що і пояснює появу параметрів Стокса ξ_1, ξ'_1.

Проаналізуємо поляризацію одного з фотонів (нехай для визначеності ω_1). Якщо не фіксувати другий фотон, то потрібно імовірність (3.98) проінтегрувати по його полярному куту u і підсумувати по поляризаціям. В результаті множник D_g має вигляд (при цьому покладено найбільш імовірний випадок $l' = n_g - 1$):

$$D_g = \frac{4}{3}(1+v^2)(l - n_g + 1)\left[1 + \frac{l - n_g - 1}{l - n_g + 1} \cdot \frac{1-v^2}{1+v^2}\xi_3 + \frac{2v}{1+v^2}\xi_2\right], \tag{3.103}$$

звідки випливає згідно (2.3) вигляд параметрів Стокса випроміненого фотона:

$$\xi_{3DSR} = \frac{l - n_g - 1}{l - n_g + 1} \cdot \frac{1 - v^2}{1 + v^2}, \quad \xi_{2DSR} = \frac{2v}{1 + v^2}. \qquad (3.104)$$

Як випливає з виразів (3.104), параметр Стокса ξ_2, відповідальний за кругову поляризацію випроміненого фотона, має такий вигляд, як і в процесі випромінювання одного фотона. Ступінь лінійної поляризації випроміненого фотона в спін-фліп процесі залежить від величини $l–n_g$, тобто від кратності циклотронної частоти. Для найбільш імовірного випадку переходу електрона на сусідній рівень Ландау $l–n_g$=1, кінцевий фотон не має лінійної поляризації, зокрема, випромінений перпендикулярно полю фотон повністю неполяризований.

Спін-фліп процес ДСВ в резонансі в f діаграмі, коли електрон переходить в основний спіновий стан, описується диференціальною імовірністю (3.98), де індекс g потрібно замінити на f з відповідною заміною номерів рівнів Ландау, при цьому множники a_f, b_f дорівнюють:

$$a_f = \sqrt{n_f - l'}, \quad b_f = \sqrt{l - n_f}. \qquad (3.105)$$

Якщо фіксувати параметри тільки одного з фотонів, то величина D_f має вигляд аналогічний (3.103):

$$D_f = \frac{4}{3}(1+v^2)(n_f - l' + 1)\left[1 + \frac{n_f - l' - 1}{n_f - l' + 1} \cdot \frac{1 - v^2}{1 + v^2}\xi_3 + \frac{2v}{1 + v^2}\xi_2\right], \qquad (3.106)$$

звідки випливає, що поляризація кінцевого фотона така ж як і для процесу в резонансі в діаграмі g. Лінійна поляризація фотона в спін-фліп процесі відсутня при переході електрона на сусідній рівень Ландау.

Імовірність спін-фліп процесу ДСВ з переходом електрона в інверсний спіновий стан W_D^{-+} надзвичайно мала.

3.4. Висновки до розділу 3

Вперше процес розсіювання фотона на електроні (РФЕ) розглянуто в резонансних умовах в ультраквантовому наближенні з урахуванням поляризації всіх частинок. В процесі РФЕ вивчено вплив поляризації початкових фотонів на ступінь орієнтування спінів електронів і поляризацію випромінювання. В процесі резонансного подвійного синхротронного випромінювання (ДСВ) вивчено вплив спін-фліп процесу на поляризацію випромінювання. В результаті було показано:

1. Резонансні умови в процесі РФЕ мають місце, якщо частоти фотонів кратні циклотронній, при цьому поляризація фотонів не впливає на ці умови. Інтерференція двох резонансів в двох діаграмах Фейнмана має місце, якщо обидва фотона мають однакову частоту і спрямовані вздовж магнітного поля.
2. Диференціальний переріз процесу РФЕ в резонансі поза інтерференційної області факторизується і представляється у вигляді формули Брейта-Вігнера. Електрон в проміжному стані має певне значення спіна.
3. Для процесів з фіксованими значеннями проекцій спінів початкового і кінцевого електронів поляризація кінцевого фотона не залежить від поляризації початкового. В процесі без перевороту спіна (з перерізом σ^{--}, σ^{++}) і спін-фліп процесі в інверсний стан (з перерізом σ^{-+}) поляризація випромінювання така ж, як в процесі СВ, а в спін-фліп процесі в основний стан (з перерізом σ^{+-}) випромінювання має аномальну лінійну поляризацію.
4. Для спін-фліп процесу в основний і інверсний стани ступінь лінійної поляризації випромінювання пропорційний ступеню лінійної поляризації початкового фотона і протилежний за знаком. Найменший ступінь загальної поляризації випромінювання відповідає зворотному комптонівському розсіянню в напрямку перпендикулярно полю.
5. Електрони зі спінами орієнтованими спочатку проти поля (в основному стані) випромінюють повністю поляризовані фотони з поляризацією як в

процесі СВ. Якщо початкові фотони мають нормальну лінійну поляризацію $\xi_3=-1$, то порушення ступені поляризації електронів пропорційне h. Якщо початкові фотони аномально лінійно поляризовані $\xi_3=+1$, спіни електронів орієнтуються по полю.

6. Електрони зі спинами орієнтованими по полю (в інверсному стані) випромінюють частково поляризовані фотони, ступінь деполяризації випромінювання пропорційний h і залежить від рівня Ландау кінцевого електрона. Ступінь деполяризації електронного пучка також пропорційний h, залежить від значень рівнів Ландау електрона в початковому, проміжному і кінцевому станах.

7. Ступінь самополяризації спочатку неполяризованого пучка електронів залежить від номерів рівнів Ландау початкового і кінцевого електронів, для томсоновского процесу ($\omega=\omega'$) дорівнює ступеню лінійної поляризації початкового фотона з протилежним знаком: $P^{-}=-\xi_3$. Пропорційність зміни ступеня поляризації електронів зміні ступеня поляризації фотонів є суттєвою відмінністю цього ефекту в процесі РФЕ від подібного ефекту в процесі ОНП. В області інтерференції резонансів в обох фейнманівських діаграмах поляризація початкового фотона не впливає на орієнтування спінів електронів, ефект самополяризації є відсутнім.

8. Запропоновано схему поляризатора пучка електронів, де напрямки спінів електронів змінюються в процесі РФЕ в магнітному полі пропорційно зміні поляризації електромагнітної хвилі. Лінійно поляризована електромагнітна хвиля міліметрового діапазону (λ=2.5*мм*) потужністю 10*кВт* в магнітному полі 40*кГс* повністю поляризує пучок електронів за час $\tau=10^{-10}c$ на ділянці розміром 2*мм*.

9. Імовірність процесу ДСВ без перевороту спіна електрона факторизується в резонансних умовах. Кожен з двох випромenених фотонів має таку ж поляризацію як фотон в процесі СВ.

10. Імовірність спін-фліп процесу ДСВ з переходом електрона в основний спіновий стан не факторизується в резонансних умовах. Ступінь лінійної поляризації випромінювання в такому процесі залежить від кратності циклотронної частоти. Для найбільш імовірного випадку переходу електрона на сусідній рівень Ландау в спін-фліп процесі кінцеві фотони не мають лінійної поляризації, зокрема, випромінювання перпендикулярно полю повністю неполяризоване.

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [314], [315], [338], [341].

РОЗДІЛ 4

НАРОДЖЕННЯ e^+e^- ПАРИ ДВОМА ПОЛЯРИЗОВАНИМИ ФОТОНАМИ В РЕЗОНАНСНИХ УМОВАХ

4.1. Вступ

У розділі вивчено процес двохфотонного народження e^+e^- пари (ДНП) з урахуванням спінів частинок і поляризацій фотонів в області резонансу, коли проміжна частинка виходить на масову поверхню. Аналізується вплив поляризації початкових фотонів на ступінь поляризації пучків кінцевих частинок. Проаналізовано вплив поля циклотронних фотонів на процесс народження e^+e^- пари в умовах магнітосфери рентгенівських пульсарів і враховано поляризацію електронів і позитронів при генерації випромінювання e^+e^- плазми магнітосфери пульсара.

4.2. Переріз процесу ДНП

Амплітуда імовірності двофотонного народження e^+e^- пари. Вираз для амплітуди процесу відповідає фейнманівським діаграмам, зображеним на рис.4.1,

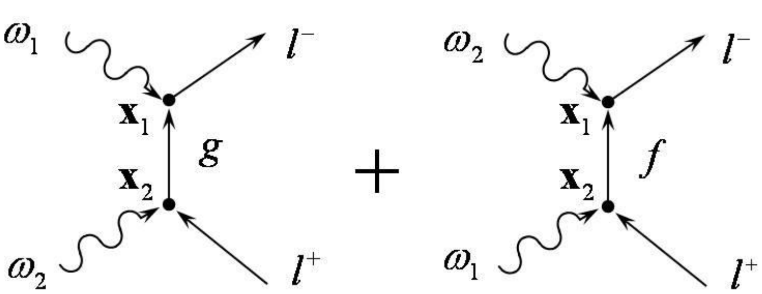


Рис.4.1. Фейнманівські діаграми процесу двофотонного народження e^+e^- пари

і має вигляд:

$$A_{if} = ie^2 \int d^4\mathbf{x}_1 d^4\mathbf{x}_2 \bar{\Psi}^-(\mathbf{x}_1)[\gamma^i A_{1i}(\mathbf{x}_1) G_{H1}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\gamma^j A_{2j}(\mathbf{x}_2) +$$

$$+\gamma^j A_{2j}(\mathbf{x}_1) G_{H2}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\gamma^i A_{1i}(\mathbf{x}_2)]\Psi^+(\mathbf{x}_2)\,, \qquad (4.1)$$

де $\bar{\Psi}^-(\mathbf{x}_1)$, $\Psi^+(\mathbf{x}_2)$ - хвильові функції кінцевих електрона і позитрона; $A_{1i}(\mathbf{x}), A_{2j}(\mathbf{x})$ - хвильові функції початкових фотонів; $G_{H1}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$, $G_{H2}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ - функції Гріна електрона в проміжному стані, відповідні діаграм g і f (див. рис.4.1). Процес ДНП є крос-каналом до процесу РФЕ, відрізняється від останнього заміною кінцевого позитрона на початковий електрон і одного з початкових фотонів на кінцевий.

Закони збереження енергії і поздовжньої компоненти імпульсу мають вигляд аналогічний (3.5):

$$\omega_1 + \omega_2 = \varepsilon^- + \varepsilon^+, \quad \omega_1 v + \omega_2 u = p^- + p^+\,, \qquad (4.2)$$

де v=cosθ_1, u=cosθ_2 - косинуси полярних кутів першого і другого фотонів, відповідно. Якщо ввести сумарну енергію і сумарний поздовжній імпульс фотонів

$$\omega = \omega_1 + \omega_2, \quad k = \omega_1 v + \omega_2 u\,, \qquad (4.3)$$

то закони збереження (4.2) збігаються з законами (2.120) в процесі ОНП.

Вирази для порогових значень сумарної частоти фотонів, енергій і поздовжніх імпульсів електрона і позитрона мають вигляд (2.123), де потрібно провести заміну

$$u \to U = \frac{\omega_1 v + \omega_2 u}{\omega_1 + \omega_2}\,. \qquad (4.4)$$

Порогові значення енергій і імпульсів частинок з фіксованими значеннями рівнів Ландау l^- і l^+ можна привести до вигляду:

$$\varepsilon^\pm = \frac{m^\pm \omega}{m^- + m^+}\,, \quad p^\pm = \frac{m^\pm k}{m^- + m^+}\,, \qquad (4.5)$$

де $m^\pm = m(1 + 2l^\pm h)^{1/2}$, звідки слідує умова на порогові частоти і імпульси початкових фотонів

$$(\omega_1^{th}+\omega_2^{th})^2-(k_1^{th}+k_2^{th})^2=(m^+ + m^-)^2 . \qquad (4.6)$$

Як видно, умова (4.6) не виконується, якщо обидва фотони рухаються паралельно полю в одному напрямку.

Для частоти фотона більше порогової $\omega>\omega_m$ вираження для енергій і імпульсів електрона мають вигляд (2.130) з урахуванням (4.3) і (4.4). Вибором системи відліку без втрати спільності картини можна виключити сумарний поздовжній імпульс фотонів

$$k=k_1+k_2=0 . \qquad (4.7)$$

В цьому випадку енергії і імпульси частинок визначаються виразами (2.132), (2.133). Також для аналізу процесу в резонансних умовах зручно вибрати систему відліку, в якій жорсткий фотон ($\omega>$ m^++m^-) направлений перпендикулярно магнітному полю.

Амплітуду процесу ДНП після взяття інтегралів в (4.1) в загальному випадку можна представити у вигляді:

$$A_{if}=(2\pi)^4\frac{M_{if}}{SV}\delta^3(k_1+k_2-p^- -p^+),\quad M_{if}=M_{if}^{(g)}+M_{if}^{(f)} , \qquad (4.8)$$

де два доданки $M_{if}^{(g)}$ і $M_{if}^{(f)}$ відповідають g і f фейнманівським діаграмам, відповідно (див. рис. 4.1). Величина $M_{if}^{(g)}$ має вигляд:

$$M_{if}^{(g)}=\frac{-ie^2}{4\sqrt{\omega_1\omega_2\varepsilon^-\varepsilon^+m^-m^+}}\sum_{n_g=0}^{\infty}\frac{e^{-i\Phi_g}Q^{(g)}}{g_0^2-\varepsilon_g^2},\ Q^{(g)}=\sum_{a=1}^{10}Q_a . \qquad (4.9)$$

Нульова і поздовжня полю компоненти 4-імпульсів **g** і **f** проміжної частинки, відповідно, дорівнюють:

$$g_0=\varepsilon^- -\omega_1,\ g=p^- -\omega_1 v,\ f_0=\varepsilon^- -\omega_2,\ f=p^- -\omega_2 u . \qquad (4.10)$$

Фаза Φ_g дорівнює:

$$\Phi_g=\frac{k_{1x}(2p_y^- -k_{1y})}{2hm^2}+\frac{k_{2x}(2g_y-k_{2y})}{2hm^2}+(l^- -n_g)\varphi_1+(n_g-l^+)\varphi_2+\frac{\pi}{2}(l^+ -l^-), \qquad (4.11)$$

де k_{1x},k_{1y},k_{2x},k_{2y} - поперечні компоненти імпульсів фотонів, φ_1,φ_2 - їх азимутальні кути, l^+ , l^-, n_g - рівні Ландау кінцевого позитрона, кінцевого електрона, проміжної частинки. Фаза Φ_f в амплітуді, відповідної фейнманівської діаграми *f*, відрізняється від виразу (4.11) знаком і після перепозначення параметрів дорівнює:

$$\Phi_f = -\frac{k_{1x}(2p_y^+ - k_{1y})}{2hm^2} - \frac{k_{2x}(2p_y^- - k_{2y})}{2hm^2} + (n_f - l^+)\varphi_1 + (n_f - l^-)\varphi_2 + \frac{\pi}{2}(l^- - l^+). \quad (4.12)$$

Величини Q_a в амплітуді $M_{if}^{(g)}$ мають вигляд:

$$Q_1 = J_1^{++} J_2^{++}[-m\tilde{C} - g_0 C - gD], \quad Q_2 = J_1^{++} J_2^{-+}[-mD + g_0\tilde{D} + gC],$$

$$Q_3 = J_1^{-+} J_2^{+-}[-mC - g_0\tilde{C} + gD], \quad Q_4 = J_1^{-+} J_2^{--}[mD - g_0\tilde{D} + gC],$$

$$Q_5 = J_1^{+-} J_2^{++}[mD + g_0\tilde{D} - gC], \quad Q_6 = J_1^{+-} J_2^{-+}[-mC + g_0\tilde{C} - gD],$$

$$Q_7 = J_1^{--} J_2^{+-}[-mD - g_0\tilde{D} - gC], \quad Q_8 = J_1^{--} J_2^{--}[-mC + g_0\tilde{C} + gD],$$

$$Q_9 = [-J_1^{-+} J_2^{++} - J_1^{++} J_2^{+-} + J_1^{--} J_2^{-+} + J_1^{+-} J_2^{--}]D\sqrt{2n_g hm},$$

$$Q_{10} = [J_1^{-+} J_2^{-+} - J_1^{++} J_2^{--} + J_1^{--} J_2^{++} - J_1^{+-} J_2^{+-}]C\sqrt{2n_g hm}, \quad (4.13)$$

де функції J_1, мають вигляд, аналогічний (3.16)

$$J_1^{++} = J_1(n_g, l^-)M_m^- e_{1z}, \qquad J_1^{--} = J_1(n_g - 1, l^- - 1)\mu^- M_p^- e_{1z},$$

$$J_1^{+-} = J_1(n_g, l - 1)\mu^- M_p^- H_{1m}, \quad J_1^{-+} = J_1(n_g - 1, l^-)M_m^- H_{1p}, \quad (4.14)$$

і аналогічно J_2:

$$J_2^{++} = J_2(l^+, n_g)M_p^+ e_{2z}, \qquad J_2^{--} = J_2(l^+ - 1, n_g - 1)\mu^+ M_m^+ e_{2z},$$

$$J_2^{+-} = J_2(l^+, n_g - 1)M_p^+ H_{2m}, \quad J_2^{-+} = J_2(l^+ - 1, n_g)\mu^+ M_m^+ H_{2p}, \quad (4.15)$$

де μ^+, μ^- - знаки проекцій спінів позитрона і електрона. Індекси 1, 2 відповідають першому і другому фотонам. Амплітуда $M_{if}^{(f)}$ виходить з $M_{if}^{(g)}$ заміною індексів 1↔2, що відповідає заміні місцями початкових фотонів. Енергії проміжних станів ε_g, ε_f, що знаходяться на фіксованих рівнях Ландау n_g, n_f, з урахуванням (4.10) дорівнюють:

$$\varepsilon_g = \sqrt{m + 2n_g hm^2 + (p^- - \omega_1 v)^2}, \ \varepsilon_f = \sqrt{m + 2n_f hm^2 + (p^+ - \omega_1 v)^2}. \quad (4.16)$$

Умови виникнення резонансів в ДНП. Для виникнення резонансу в g діаграмі (див. рис.4.1) необхідно виконання умови:

$$g_0 = \varepsilon_g \quad \text{èëè} \quad \varepsilon^- - \omega_1 = \sqrt{m + 2n_g hm^2 + (p^- - \omega_1 v)^2}\,. \tag{4.17}$$

Для початку розглянемо випадок розповсюдження початкових фотонів перпендикулярно магнітному полю: $v = 0$, $u = 0$. У цьому випадку енергія і імпульс електрона, виходячи з виразів (2.130) з урахуванням (4.3), дорівнюють:

$$\varepsilon^- = a^- / 2\omega, \quad p^- = b^- / 2\omega\,, \tag{4.18}$$

де $a^- = \omega^2 + (m^-)^2 - (m^+)^2$, $b^- = \sqrt{(a^-)^2 - 4(m^-)^2\omega^2}$. Розвивая в ряд вирази a^- і b^- в ряд по малому параметру h і залишаючи нульовий доданок (по суті, вважаючи $h = 0$) одержимо

$$a^- = \omega^2, \quad b^- = \omega\sqrt{\omega^2 - 4m^2}\,, \tag{4.19}$$

звідки рівність (4.17) переходить до вигляду

$$\omega_2 - \omega_1 = \omega_2 + \omega_1\,. \tag{4.20}$$

Ця рівність має місце, якщо в нульовому наближенні по полю h частота $\omega_1 = 0$, при цьому з урахуванням (4.19) $\omega_2 \geq 2$. Враховуючи першу степінь h, матимемо $\omega_1 \propto h$. Отже, в резонансі (4.17) два початкових фотона грають принципово різну роль. Жорсткий фотон ω_2 народжує e^+e^- пару, при цьому проміжний стан є електронним, а м'який фотон ω_1 поглинається цим проміжним електроном, що можна зобразити фейнманівською діаграмою на рис.4.2. Відзначимо, що для реалізації резонансу крім умов (4.17) також може мати місце рівність: $g_0 = -\varepsilon_g$. Ця умова переходить в (4.17) при взаємній заміні ω_1 на ω_2.

Вибираємо систему відліку, в якій жорсткий фотон ω_2 направлений перпендикулярно полю, при цьому м'який фотон ω_1 направлений довільно

$$u = 0,\ \ \forall v\,. \tag{4.21}$$

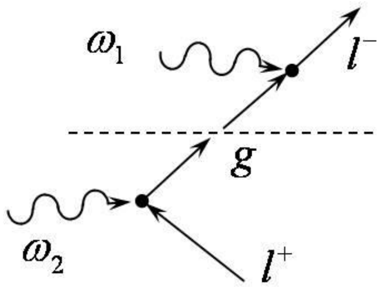


Рис.4.2. Фейнманівська g діаграма резонансного двофотонного народження e$^+$e$^-$ пари

Частота жорсткого фотона ω_2 нехай буде довільною, але достатньою для народження e$^+$e$^-$ пари на рівнях l^+,l^-. Запишемо частоту м'якого фотона у вигляді: $\omega_1 = \beta_1 h$. Розвивая рівняння (4.17) в ряд по h з точністю до першої степені, матимемо вираз для частоти м'якого фотона в резонансі в рамках заданої точності:

$$\omega_{1g} = \frac{2(l^- - n_g)hm^2}{\omega_2 - vR},\ \ R = \sqrt{\omega_2^2 - 4m^2}\,. \tag{4.22}$$

Такій частоті відповідають енергії і імпульси кінцевих частинок, що мають вигляд:

$$\varepsilon^- = \frac{\omega_2}{2} + \frac{hm^2}{\omega_2}[(l^- - n_g)\frac{\omega_2 + vR}{\omega_2 - vR} + l^- - l^+]\,, \tag{4.23}$$

$$p^- = \frac{R}{2} + \frac{hm^2}{R}[(l^- - n_g)\frac{\omega_2 + vR}{\omega_2 - vR} - l^- - l^+]\,, \tag{4.24}$$

$$\varepsilon^+ = \frac{\omega_2}{2} + \frac{hm^2}{\omega_2}(l^+ - n_g)\,,\qquad p^+ = -\frac{R}{2} + \frac{hm^2}{R}(l^+ + n_g)\,. \tag{4.25}$$

Відзначимо, що частота м'якого фотона ω_1 відповідно до виразу (4.22) пропорційна різниці номерів рівнів Ландау проміжного і кінцевого електронів $l^- - n_g$ і не залежить від номера рівня Ландау позитрона.

Підкреслимо, що умова (4.22) лише з точністю до першої степені h визначає потрапляння в резонанс, тобто відбудова від резонансу порядку $\Delta \sim h^2 m$. Ширина резонансу визначається в основному радіаційною шириною (повною імовірністю синхротронного випромінювання), яка по порядку величини дорівнює $\Gamma \sim \alpha h^2 m$, де α - постійна тонкої структури. Відношення імовірності ДНП в умові (4.22) до імовірності в точці максимуму в результаті дорівнює $(\Gamma/\Delta)^2 \sim \alpha^2 \sim 10^{-4}$. З іншого боку відношення імовірності ДНП в умові (4.22) до нерезонансної імовірності має порядок $(m/\Delta)^2 \sim h^{-4}$.

Розвинення рівняння (4.17) в ряд по h з точністю до другої степені, дає вираз для частоти м'якого фотона вигляду:

$$\omega_{1g} = \frac{2(l^- - n_g)hm^2}{\omega_2 - vR} + \beta_g h^2 m, \tag{4.26}$$

де $\beta_g = \dfrac{4(l^- - n_g)m^3[2v\omega_2^2 l^+ + R\omega_2(l^- - l^+ - v^2(l^- + l^+)) + 4vm^2(n_g - l^+)]}{3v\omega_2^2(\omega_2^2 - 4m^2)(\omega_2 - vR) - 8m^2\omega_2 v^3(\omega_2^2 - 2m^2) + \omega_2^4(v^3\omega_2 - R)}$.

Особливим випадком резонансу є випадок поблизу порога. В цьому випадку малим параметром є $\sqrt{h}$. Представимо частоту жорсткого фотона у вигляді:

$$\omega_2 = 2m + (l^+ + n_g + \alpha_g)hm. \tag{4.27}$$

В цьому випадку жорсткий фотон народжує позитрон і проміжний електрон на рівнях l^+ і n_g, відповідно. Мала добавка $\alpha_g hm$ передається поздовжнім імпульсам частинок. Резонансна умова (4.17) визначає частоту м'якого фотона, яка з точністю до h^2 включно має вигляд:

$$\omega_{1g} = (l^- - n_g)hm \; 1 + v\sqrt{\alpha_g h} + \frac{h}{2}\left[v^2(l^- - n_g) - l^- - n_g + \alpha_g(2v^2 - 1)\right] . \tag{4.28}$$

Вибрані частоти (4.27), (4.28) задають значення енергій і імпульсів кінцевих частинок вигляду:

$$\varepsilon^- = m + (l^- + \frac{\alpha_g}{2})hm + (l^- - n_g)v\alpha_g^{1/2}h^{3/2}m +$$

$$+\frac{h^2 m}{4}\left[2v^2(l^- - n_g)^2 + l^{+2} + n_g^2 - 2l^{-2} + \alpha_g(l^+ + n_g - 2l^-) + 4\alpha_g v^2(l^- - n_g)\right], \tag{4.29}$$

$$p^- = \alpha_g^{1/2}h^{1/2} + (l^- - n_g)vhm +$$

$$+\frac{h^{3/2}m}{8}\left[8\alpha_g^{1/2}v^2(l^- - n_g)+2\alpha_g^{1/2}(l^+ + n_g)+2\alpha_g^{-1/2}(l^{+2}+n_g^2)+\alpha_g^{3/2}\right], \qquad (4.30)$$

$$\varepsilon^+ = m+(l^+ + \frac{\alpha_g}{2})hm-\frac{h^2m}{2}\left[\alpha_g(l^+ - n_g)+l^{+2}-n_g^2\right], \qquad (4.31)$$

$$p^+ = -\alpha_g^{1/2}h^{1/2}m-\frac{h^{3/2}m}{8}\left[2\alpha_g^{1/2}(l^+ + n_g)+2\alpha_g^{-1/2}(l^{+2}+n_g^2)+\alpha_g^{3/2}\right]. \qquad (4.32)$$

На закінчення питання про резонансні умови в g діаграмі (див. рис.4.1) проілюструємо точні по h залежності резонансної частоти м'якого фотона ω_1 від його полярного кута θ_1 (v=cosθ_1) і від відбудови від порогового значення частоти жорсткого фотона $\delta\omega=\alpha_g hm$, які зображені на ріс.4.3.*a* і ріс.4.3.*b*, відповідно.

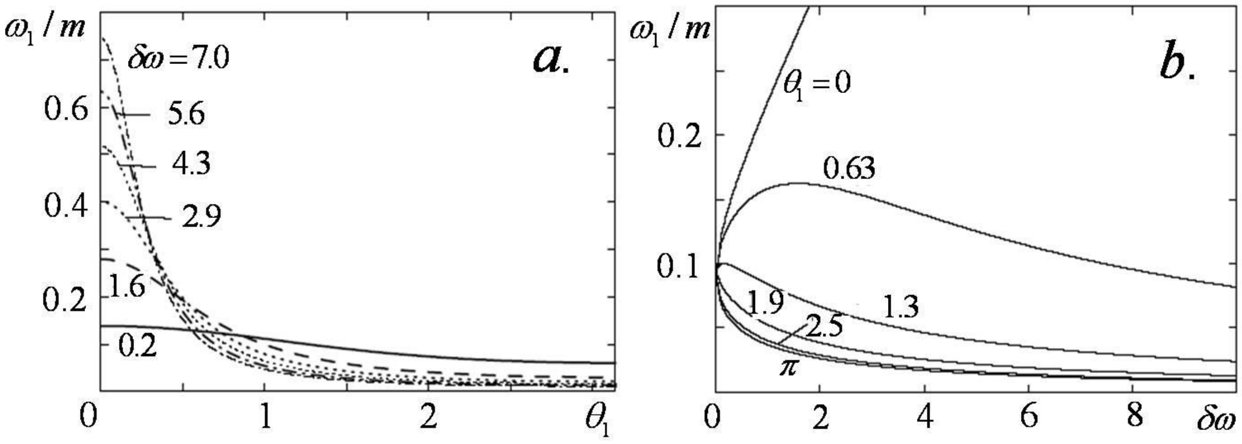


Рис.4.3. Залежність частоти м'якого фотона ω_1 від його полярного кута (*a.*) і від відбудови частоти від порогового значення $\delta\omega$ (*b.*)

При цьому h = 0.1 і номера енергетичних рівнів частинок дорівнюють l^-=1, l^+=0. Як видно з рис.4.3 резонансна частота м'якого фотона поблизу порогу процесу $\delta\omega$ =0 не залежить від полярного кута, а з ростом $\delta\omega$ максимальна, якщо фотон спрямований уздовж поля θ_1=0.

Тепер проаналізуємо умови виникнення резонансу в f діаграмі (див. рис.4.1). Для їх реалізації необхідно виконання умови:

$$f_0 = \varepsilon_f \;\; \text{або} \;\; \varepsilon^+ - \omega_1 = \sqrt{m+2n_f hm^2+(p^+ - \omega_1 v)^2}\,. \qquad (4.33)$$

f діаграма процесу в резонансних умовах зображена на рис.4.4.

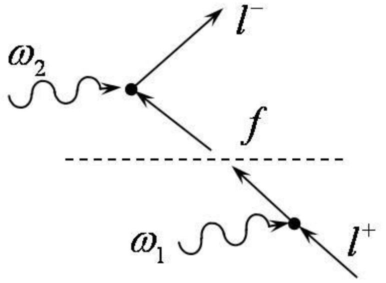


Рис.4.4. Фейнманівська *f* діаграма резонансного двофотонного народження e^+e^- пари

В резонансі жорсткий фотон ω_2 народжує e^+e^- пару з електроном в кінцевому стані, при цьому проміжний стан є позитронним, а м'який фотон ω_1 поглинається цим проміжним позитроном.

Виконуючи розвинення рівняння (4.33) в ряд по *h* з точністю до першої степені, матимемо вираз для частоти м'якого фотона в резонансі:

$$\omega_{1f} = \frac{2(l^+ - n_f)hm^2}{\omega_2 + vR}, \; R = \sqrt{\omega_2^2 - 4m^2}\,, \qquad (4.34)$$

де ω_2 - частота жорсткого фотона, що приймає довільне значення, більше порогового значення. В резонансі енергії і імпульси кінцевих частинок мають такий вигляд:

$$\varepsilon^- = \frac{\omega_2}{2} + \frac{hm^2}{\omega_2}(l^- - n_f)\,, \qquad p^- = \frac{R}{2} - \frac{hm^2}{R}(l^- + n_f)\,, \qquad (4.35)$$

$$\varepsilon^+ = \frac{\omega_2}{2} + \frac{hm^2}{\omega_2}[(l^+ - n_f)\frac{\omega_2 - vR}{\omega_2 + vR} + l^+ - l^-], \qquad (4.36)$$

$$p^+ = -\frac{R}{2} + \frac{hm^2}{R}[(n_f - l^+)\frac{\omega_2 - vR}{\omega_2 + vR} + l^- + l^+]. \qquad (4.37)$$

Як зазначалося раніше величина ширини резонансу $\Gamma \sim \alpha h^2 m$ вимагає виконання резонансного умови (4.17) з точністю до h^2 включно, яке для частоти м'якого фотона дає вираз вигляду, аналогічний виразу (4.26):

$$\omega_{1f} = \frac{2(l^+ - n_f)hm^2}{\omega_2 + vR} + \beta_f h^2 m\,, \qquad (4.38)$$

где $\beta_f = \dfrac{4(l^+ - n_f)m^3[2v\omega_2^2 l^- + R\omega_2(l^- - l^+ + v^2(l^- + l^+)) + 4vm^2(n_f - l^-)]}{3v\omega_2^2(\omega_2^2 - 4m^2)(\omega_2 + vR) - 8m^2\omega_2 v^3(\omega_2^2 - 2m^2) + \omega_2^4(v^3\omega_2 + R)}$.

Поблизу порога частоту жорсткого фотона представляємо у вигляді:

$$\omega_2 = 2m + (l^- + n_f + \alpha_f)hm, \qquad (4.39)$$

яка визначає частоту м'якого фотона з урахуванням (4.17) в резонансі в вигляді:

$$\omega_{1f} = (l^+ - n_f)hm\ 1 - v\sqrt{\alpha_f h} + \frac{h}{2}\left[v^2(l^+ - n_f) - l^+ - n_f + \alpha_f(2v^2 - 1)\right]. \qquad (4.40)$$

Частотах (4.39), (4.40) відповідають такі енергії і імпульси кінцевих частинок:

$$\varepsilon^- = m + (l^- + \frac{\alpha_f}{2})hm - \frac{h^2}{4}\left[\alpha_f(l^- - n_f) + l^{-2} - n_f^2\right], \qquad (4.41)$$

$$p^- = \alpha_f^{1/2}h^{1/2}m + \frac{h^{3/2}m}{8}\left[2\alpha_f^{1/2}(l^- + n_f) + 2\alpha_f^{-1/2}(l^{-2} + n_f^2) + \alpha_f^{3/2}\right], \qquad (4.42)$$

$$\varepsilon^+ = m + (l^+ + \frac{\alpha_f}{2})hm - (l^+ - n_f)v\alpha_f^{1/2}h^{3/2}m +$$

$$+ \frac{h^2 m}{4}\left[2v^2(l^- - n_f)^2 + l^{-2} + n_f^2 - 2l^{+2} + \alpha_f(l^- + n_f - 2l^+) + 4\alpha_f v^2(l^+ - n_f)\right], \qquad (4.43)$$

$$p^+ = \alpha_f^{1/2}h^{1/2}m + (l^+ - n_f)vhm -$$

$$- \frac{h^{3/2}m}{8}\left[8\alpha_f^{1/2}v^2(l^+ - n_f) + 2\alpha_f^{1/2}(l^- + n_f) + 2\alpha_f^{-1/2}(l^{-2} + n_f^2) - \alpha_f^{3/2}\right]. \qquad (4.44)$$

Інтерференція резонансів в обох діаграмах g і f може мати місце, якщо одночасно виконуються умови (4.17) і (4.33). Далеко від порога цьому відповідає рівність частот м'якого фотона (4.26), (4.38), яка задає резонансне значення частоти жорсткого фотона. На рис.4.5 зображено залежність резонансних частот (4.26), (4.38) від частоти ω_2. При цьому вибрано: h=0.1, v=0.6, l^+=5, l^-=4. Криві 1,2,3,6 відповідають виразенню (4.26) з номерами рівнів Ландау n_g=0, 1, 2, 3, відповідно, а криві 4,5,7,8,9 відповідають виразу (4.38) з номерами рівнів Ландау n_f=0, 1, 2, 3, 4, відповідно. Точки A_1-A_8 перетину кривих на рис.4.5 відповідають інтерференції резонансів.

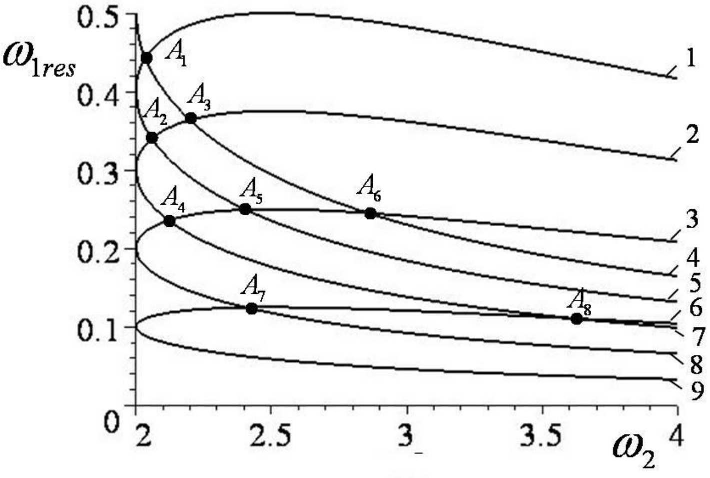


Рис.4.5. Залежність частоти м'якого фотона в резонансних умовах від частоти жорсткого фотона

В окремому випадку v=0 інтерференція має місце, коли рівні Ландау кінцевих частинок однакові і n_g=n_f:

$$v=0,\ l^{+}=l^{-},\ n_g=n_f\,, \tag{4.45}$$

при цьому ω_2 приймає будь-яке надпорогове значення. Для $l^{+}\neq l^{-}$ резонанси g і f можуть тільки наблизитися один до одного на величину:

$$\omega_{1f}-\omega_{1g}=2\beta h^2 m,\quad \beta=\beta_f=-\beta_g=\frac{4(l^{-}-n_g)(l^{-}-l^{+})m^3}{\omega_2^3}\,, \tag{4.46}$$

при виконанні умови:

$$l^{-}-n_g=l^{+}-n_f\,. \tag{4.47}$$

Для реалізації інтерференції резонансів двох діаграм поблизу порогу необхідна рівність виразів (4.27) і (4.39), а також (4.28) і (4.40). Для $v\neq 0$ інтерференція відсутня. Відмінність резонансних частот м'якого фотона за умови (4.47) з додаванням $\alpha_g=\alpha_f$ складає

$$\omega_{1f}-\omega_{1g}=-2(l^{-}-n_g)vh^{3/2}m\,. \tag{4.48}$$

Інтерференція як і раніше має місце, якщо виконується (4.45).

Переріз процесу ДНП в ультраквантовому наближенні. Число кінцевих станів в процесі ДНП таке ж, як і в процесі ОНП (2.148), тому в загальному випадку імовірність даного процесу в одиницю часу визначається подібно до виразу (2.151). Дельта функція, відповідна закону збереження енергії, знімає останній інтеграл по поздовжній компоненті імпульсу, використовуючи правило (2.153), де p_i^- - два значення поздовжнього імпульсу електрона, які визначаються виразом (2.130) з урахуванням (4.3) і (4.4). Як зазначалося раніше, роль двох початкових фотонів різна: один (жорсткий) народжує пару кінцевих частинок, а другий (м'який) поглинається однією з цих частинок, при цьому в загальному випадку частоти фотонів довільні, тобто відбувається розсіяння потоку м'яких фотонів на процесі народження e^+e^- пари жорстким фотоном. Переріз процесу ДНП визначається як відношення імовірності процесу в одиницю часу до потоку початкових фотонів j (j=(1-cosχ)/V, де χ - кут між напрямками руху фотонів) і має вигляд:

$$\sigma = \frac{W}{Tj} = \frac{2\pi h m^2}{(1-\cos\chi)} \,|\, M_{if} \,|^2 \sum_{i=1}^{2} \frac{\varepsilon_i^- \varepsilon_i^+}{\varepsilon_i^+ p_i^- - \varepsilon_i^- p_i^+} \,. \tag{4.49}$$

В ультраквантовому наближенні цей вираз з урахуванням (4.9) записується у вигляді:

$$\sigma = \frac{e^4 \pi h}{8m^2 p^- \omega_1 \omega_2 (1-\cos\chi)} \left| \sum_{n_g} \frac{e^{-i\Phi_g} Q^{(g)}}{g_0^2 - \varepsilon_g^2} + \sum_{n_f} \frac{e^{-i\Phi_f} Q^{(f)}}{f_0^2 - \varepsilon_f^2} \right|^2 . \tag{4.50}$$

В резонансі в діаграмі g з суми за номерами рівнів Ландау проміжної частинки залишається тільки один доданок, в результаті

$$\sigma = \frac{e^4 \pi h \left| Q^{(g)} \right|^2}{32 m^4 p^- \omega_1 \omega_2 (1-\cos\chi) \left[(g_0 - \varepsilon_g)^2 + \Gamma_g^2 / 4 \right]} \,. \tag{4.51}$$

Аналогічно виглядає переріз в резонансі в діаграмі f з амплітудою $Q^{(f)}$.

Випишемо амплітуди $Q^{(g)}$ в ультраквантовому наближенні з фіксованими значеннями проекцій спінів кінцевих частинок:

$$Q^{-+}=4\sqrt{2}\sqrt{\frac{l^{-}h}{n_g}}m^3G_1G_2H_{1m}e_{2z}\,,\tag{4.52}$$

$$Q^{--}=-4\sqrt{\frac{l^{-}l^{+}}{n_g}}hm^3G_1G_2H_{1m}H_{2p}\,,\tag{4.53}$$

$$Q^{++}=\frac{4hm^3}{\sqrt{n_g}}G_1G_2(A_g+B_g),\;\; A_g=(n_g-l^{-})\tilde{H}_{1m}e_{2z},\;\; B_g=n_gH_{1m}H_{2m}\,,\tag{4.54}$$

$$Q^{+-}=2\sqrt{2}(l^{-}-n_g)\sqrt{\frac{l^{+}}{n_g}}h^{3/2}m^3G_1G_2\tilde{H}_{1m}H_{2p}\,,\tag{4.55}$$

де H_m, H_p, e_z - величини, визначені виразами (2.43), (3.18), відповідно, при цьому індекси 1, 2 означають, що ці величини описують перший і другий фотони, відповідно,

$$\tilde{H}_m=\cos\alpha-i\cos\theta\cdot\sin\alpha\cdot e^{i\beta},\quad \tilde{H}_p=\cos\alpha+i\cos\theta\cdot\sin\alpha\cdot e^{i\beta}\,,\tag{4.56}$$

$$G_1=\frac{e^{-\eta_1/2}\eta_1^{\frac{l^{-}-n_g-1}{2}}}{(l^{-}-n_g-1)!}\sqrt{\frac{(l^{-}-1)!}{(n_g-1)!}},\quad G_2=\frac{(-1)^{l^{+}}e^{-\eta_2/2}\eta_2^{\frac{l^{+}+n_g}{2}}}{\sqrt{l^{+}!n_g!}}\,,\tag{4.57}$$

$$\eta_1=\frac{\omega_1^2(1-v^2)}{2hm^2}\,,\quad \eta_2=\frac{\omega_2^2}{2hm^2}\,.\tag{4.58}$$

Знаки + і − при Q в (4.52)-(4.55) означають знак проекцій спінів кінцевих частинок, при цьому перший знак відповідає спіну електрона, другий - спіну позитрона.

Амплітуда (4.52) містить найменшу степінь h і відповідає найбільш імовірному випадку народження частинок в основні спінові стани, коли спін електрона спрямований проти поля, а спін позитрона - по полю. Переріз (4.51) з амплітудою (4.52) має вигляд:

$$\sigma^{-+}=\frac{\pi e^4h^2m^3(l^{-}/n_g)G_1^2G_2^2\,|H_{1m}|^2\,e_{2z}^2}{p^{-}\omega_1\omega_2(1-\cos\chi)\left[(g_0-\varepsilon_g)^2+\Gamma_g/4\right]}\,.\tag{4.59}$$

У перерізі (4.59) ширина резонансу Γ_g дорівнює повної імовірності СВ кінцевим електроном, в якій основний внесок дає перехід електрона на сусідній рівень Ландау:

$$\Gamma_g = W_{\text{СВ}}(l^- \to l^- - 1) = \frac{2}{3}(2l^- - 1)\alpha h^2 m\,, \tag{4.60}$$

також аналогічно (3.52), (3.61) маємо

$$|H_{1m}|^2 = \frac{1}{2}(1+v^2)\Pi_1 = \frac{1}{2}(1+v^2)\left(1 - \frac{1-v^2}{1+v^2}\xi_3^{(1)} + \frac{2v}{1+v^2}\xi_2^{(1)}\right), \tag{4.61}$$

$$e_{2z}^2 = \frac{1}{2}(1+\xi_3^{(2)})\,. \tag{4.62}$$

Переріз (4.59), очевидно, факторизується, що означає незалежність процесів народження e^+e^- пари жорстким фотоном і поглинання м'якого фотона електроном в резонансних умовах та з урахуванням виразів для імовірностей СВ електрона $dW^{--}_{\text{СВ}\,e^-}/dv$ (2.46) і ОНП $W^{-+}_{\text{ОНП}}$ (2.156) може бути приведений до форми Брейта-Вігнера:

$$\sigma^{-+} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)}\,\frac{\dfrac{dW^{--}_{\text{СВ}\,e^-}}{dv}\cdot W^{-+}_{\text{ОНП}}}{(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g^2/4}\,. \tag{4.63}$$

У випадку народження пари на найнижчі можливі рівні Ландау (l^+=0, l^-=1) в магнітному полі h=0.1 неполяризованими фотонами, спрямованими назустріч один одному перпендикулярно полю с частотами жорсткого і м'якого фотонів, відповідно, рівними ω_2=2m+1,25hm, ω_1=hm, оцінка перерізу ДНП дає

$$\sigma_{10}^{-+} = \frac{\pi e^{-2/h}}{h^3 p^- m} = \frac{2\pi e^{-2/h}}{h^4 m^2} \approx 2\cdot 10^{-25} cm^2\,. \tag{4.64}$$

Для процесу ДНП, в якому спіни кінцевих частинок спрямовані проти поля, резонансний переріз σ^{--} має вигляд:

$$\sigma^{--} = \frac{\pi e^4 h^3 m^3 (l^- l^+/n_g) G_1^2 G_2^2 |H_{1m}|^2 |H_{2p}|^2}{2p^-\omega_1\omega_2(1-\cos\chi)\left[(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g/4\right]}\,, \tag{4.65}$$

де
$$|H_{2p}|^2 = \frac{1}{2}(1+u^2)\Pi_2 = \frac{1}{2}(1-\xi_3^{(2)})\,. \tag{4.66}$$

Аналогічно виразу (4.63) з урахуванням виразів для імовірностей СВ $dW_{\text{СВ}}^{--}/dv$ (2.46) і ОНП W_{pp}^{--} (2.157) резонансний переріз може бути приведений до форми Брейта-Вігнера:

$$\sigma^{--} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)} \frac{\dfrac{dW_{\text{СВ}\,e^-}^{--}}{dv}\cdot W_{\text{ОНП}}^{--}}{(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g^2/4}\,. \tag{4.67}$$

Знайдений переріз σ^{--} на порядок величина h менший перерізу σ^{-+}.

Для процесу ДНП, в якому кінцеві частинки знаходяться в інверсних спінових станах (спін електрона спрямований проти поля, а позитрона по полю), резонансний переріз σ^{+-} має вигляд:

$$\sigma^{+-} = \frac{\pi e^4 h^4 m^3 (l^- - n_g)^2 (l^+/n_g) G_1^2 G_2^2\,|\tilde{H}_{1m}|^2 |H_{2p}|^2}{4p^-\omega_1\omega_2(1-\cos\chi)\left[(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g/4\right]}\,, \tag{4.68}$$

де

$$|\tilde{H}_{1m}|^2 = \frac{1}{2}(1+v^2)\tilde{\Pi}_1 = \frac{1}{2}(1+v^2)(1+\frac{1-v^2}{1+v^2}\xi_3^{(1)}+\frac{2v}{1+v^2}\xi_2^{(1)})\,, \tag{4.69}$$

або в формі Брейта-Вігнера:

$$\sigma^{+-} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)} \frac{\dfrac{dW_{\text{СВ}\,e^-}^{+-}}{dv}\cdot W_{\text{ОНП}}^{--}}{(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g^2/4}\,. \tag{4.70}$$

Всі три перерізи (4.63), (4.67), (4.70) можна записати єдиним чином:

$$\sigma^{\mu^-\mu^+} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)} \frac{\dfrac{dW_{\text{СВ}\,e^-}^{\mu^-\mu_g}}{dv}\cdot W_{\text{ОНП}}^{\mu_g\mu^+}}{(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g^2/4}\,, \tag{4.71}$$

де $\mu_g=-1$ - спін проміжного електрона, спрямований проти поля.

Нарешті для процесу ДНП, в якому спіни кінцевих частинок спрямовані по полю, резонансний переріз σ^{++} має вигляд:

$$\sigma^{++}=\frac{\pi e^4h^3m^3(1/n_g)G_1^2G_2^2\,|A_g+B_g|^2}{2p^-\omega_1\omega_2(1-\cos\chi)\left[(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g/4\right]}. \qquad (4.72)$$

Знайдене вираження не факторизується, оскільки складові A_g і B_g мають однакову степінь параметра *h*. Якщо в перерізі (4.72) залишити тільки доданок A_g, тоді переріз факторизується і в формі Брейта-Вігнера матиме вигляд:

$$\sigma_A^{++}=\frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)}\frac{\dfrac{dW_{\text{СВ}\,e^-}^{+-}}{dv}\cdot W_{\text{ОНП}}^{-+}}{(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g^2/4}. \qquad (4.73)$$

Аналогічно, якщо в (4.72) залишити доданок B_g, тоді переріз також факторизується, переходячи до вигляду:

$$\sigma_B^{++}=\frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)}\frac{\dfrac{dW_{\text{СВ}\,e^-}^{++}}{dv}\cdot W_{\text{ОНП}}^{++}}{(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g^2/4}. \qquad (4.74)$$

Таким чином, проміжний електрон в даному процесі народження частинок зі спінами по полю опиняється в змішаному спіновому стані. Два канали процесу з перерізом σ^{++} мають однаковий порядок величини. В каналі *A* жорсткий фотон народжує e^+e^- пару в найвигідніші спінові стани μ^+=+1, μ_g=-1 і далі проміжний електрон поглинає м'який фотон з переворотом спіна, що додає додаткову степінь *h* в порівнянні з процесом поглинання без перевороту спіна, в результаті спін кінцевого електрона спрямований по полю μ_g=-1 → μ^-=+1. В каналі *B* жорсткий фотон відразу народжує e^+e^- пару зі спінами по полю μ^+=+1, μ_g=+1, при цьому імовірність містить додаткову степінь *h* в порівнянні з попереднім випадком, і далі проміжний електрон поглинає м'який фотон без перевороту спина μ_g=+1 → μ^-=+1.

Переріз (4.72) може бути приведений до вигляду:

$$\sigma^{++}=\sigma_A^{++}+\sigma_B^{++}+\sigma_{\text{int}\,AB}^{++}, \qquad (4.75)$$

$$\sigma_{\text{int}\,AB}^{++}=\frac{\pi e^4h^3m^3(l^--n_g)G_1^2G_2^2\Xi_g}{2p^-\omega_1\omega_2(1-\cos\chi)\left[(\omega_1-\omega_{1g})^2+\Gamma_g/4\right]}, \qquad (4.76)$$

$$\Xi_g = v\xi_2^{(2)} - \frac{1}{2}(1-v^2)\xi_1^{(1)}\xi_1^{(2)} + \frac{1}{2}(1+v^2)\xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)} . \qquad (4.77)$$

У випадку неполяризований початкових фотонів Ξ=0 інтерференційний доданок (4.76) відсутній.

На рис.4.6 зображена залежність резонансного перерізу двофотонного народження e^+e^- пари від напруженості магнітного поля для різних проекцій спінив частинок. З ростом *h* відношення перерізу головного процесу σ^{-+} до решти зменшується.

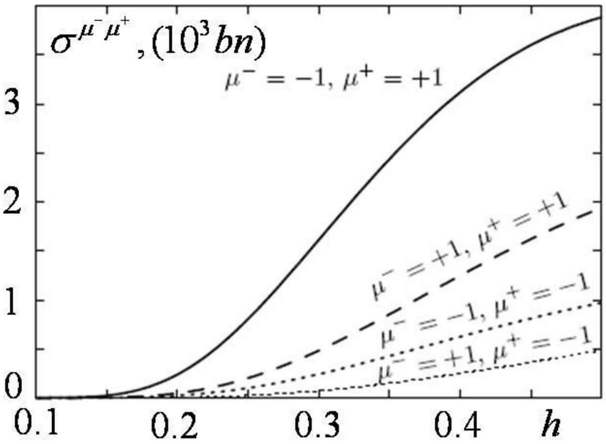


Рис.4.6. Залежність перерізу народження пари неполяризованими фотонами від напруженості поля *h* при $l^-=2$, $l^+=1$, $\omega_1=\delta\omega=hm$

Перейдемо до знаходження перерізу процесу ДНП в резонансних умовах в діаграмі *f*. Переріз визначається виразом аналогічним (4.51):

$$\sigma = \frac{e^4\pi h\left|Q^{(f)}\right|^2}{32m^4 p^- \omega_1\omega_2(1-\cos\chi)\left[(f_0-\varepsilon_f)^2+\Gamma_f/4\right]}, \qquad (4.78)$$

де ширина резонансу (імовірність СВ кінцевого позитрона) задається рівнем Ландау позитрона

$$\Gamma_f = W_{ÑÈ}(l^+ \to l^+ - 1) = \frac{2}{3}(2l^+ - 1)\alpha h^2 m . \qquad (4.79)$$

Амплітуди $Q^{(f)}$ в ультраквантовому наближенні з фіксованими значеннями проекцій спінів кінцевих частинок мають вигляд $Q^{\mu^-\mu^+}$:

$$Q^{-+} = -4\sqrt{2}\sqrt{\frac{l^{+}h}{n_f}}m^3 F_1 F_2 H_{1p} e_{2z}, \tag{4.80}$$

$$Q^{++} = -4\sqrt{\frac{l^{-}l^{+}}{n_f}}hm^3 F_1 F_2 H_{1p} H_{2m}, \tag{4.81}$$

$$Q^{--} = \frac{4hm^3}{\sqrt{n_f}} F_1 F_2 (A_f + B_f),\ \ A_f = (n_f - l^{+})\tilde{H}_{1p} e_{2z},\ \ B_f = n_f H_{1p} H_{2p}, \tag{4.82}$$

$$Q^{+-} = -2\sqrt{2}(l^{+} - n_f)\sqrt{\frac{l^{-}}{n_f}}h^{3/2} m^3 F_1 F_2 \tilde{H}_{1p} H_{2m}, \tag{4.83}$$

де

$$F_1 = \frac{e^{-\eta_1/2}\eta_1^{\frac{l^{+}-n_f-1}{2}}}{(l^{+} - n_f - 1)!}\sqrt{\frac{(l^{+}-1)!}{(n_f - 1)!}},\quad F_2 = \frac{(-1)^{n_f} e^{-\eta_2/2}\eta_2^{\frac{l^{-}+n_f}{2}}}{\sqrt{l^{-}!n_f!}}, \tag{4.84}$$

Переріз (4.79) з фіксованими спінами кінцевих частинок з амплітудами (4.80), (4.81), (4.83) можна привести до вигляду аналогічного виразам (4.63), (4.67), (4.70), відповідно

$$\sigma^{-+} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)} \frac{\frac{dW^{++}_{\text{СВ}\,e^{+}}}{d\nu}\cdot W^{-+}_{\text{ОНП}}}{(\omega_1 - \omega_{1f})^2 + \Gamma_f^2/4}, \tag{4.85}$$

$$\sigma^{++} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)} \frac{\frac{dW^{++}_{\text{СВ}\,e^{+}}}{d\nu}\cdot W^{++}_{\text{ОНП}}}{(\omega_1 - \omega_{1f})^2 + \Gamma_f^2/4}, \tag{4.86}$$

$$\sigma^{+-} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)} \frac{\frac{dW^{-+}_{\text{СВ}\,e^{+}}}{d\nu}\cdot W^{++}_{\text{ОНП}}}{(\omega_1 - \omega_{1f})^2 + \Gamma_f^2/4}. \tag{4.87}$$

Перерізи (4.85) - (4.87) факторизовані, спінові стани проміжного позитрона є чистими, спін спрямований по полю. Дані перерізи об'єднуються в один вираз, який можна здобути з (4.71) заміною $W^{\mu^{-}\mu_g}_{\text{СВ}\,e^{-}} \rightarrow W^{\mu^{+}\mu_f}_{\text{СВ}\,e^{+}}$ і $W^{\mu_g\mu^{+}}_{\text{ОНП}} \rightarrow W^{\mu_f\mu^{-}}_{\text{ОНП}}$, при цьому μ_f =+1. Нарешті, випишемо переріз процесу ДНП зі спінами спрямованими проти поля σ^{--} в резонансі. Цей переріз не факторизується через те, що проміжний позитрон знаходиться в змішаному спіновому стані, аналогічно перерізу (4.75) він може бути представлений к вигляду:

$$\sigma^{--} = \sigma_A^{--} + \sigma_B^{--} + \sigma_{\mathrm{int}\,AB}^{--}, \qquad (4.88)$$

$$\sigma_A^{--} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)} \frac{\frac{dW^{-+}_{\mathrm{CB}\,e^+}}{dv}\cdot W^{-+}_{\mathrm{ОНП}}}{(\omega_1-\omega_{1f})^2+\Gamma_f^2/4}, \quad \sigma_B^{--} = \frac{2\pi}{\omega_1^2(1-\cos\chi)} \frac{\frac{dW^{--}_{\mathrm{CB}\,e^+}}{dv}\cdot W^{--}_{\mathrm{ОНП}}}{(\omega_1-\omega_{1f})^2+\Gamma_f^2/4}, \qquad (4.89)$$

$$\sigma_{\mathrm{int}\,AB}^{--} = \frac{\pi e^4 h^3 m^3 (l^+ - n_f) F_1^2 F_2^2 \Xi_f}{2p^- \omega_1\omega_2(1-\cos\chi)\left[(\omega_1-\omega_{1f})^2+\Gamma_f/4\right]}, \qquad (4.90)$$

$$\Xi_f = -v\xi_2^{(2)} - \frac{1}{2}(1-v^2)\xi_1^{(1)}\xi_1^{(2)} + \frac{1}{2}(1+v^2)\xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)}. \qquad (4.91)$$

Вираз (4.91) лише знаком першого доданка відрізняється від аналогічного (4.77).

4.3. Спін-поляризаційні ефекти в процесі ДНП

Проведемо аналіз спін-поляризаційних ефектів в процесі ДНП в резонансних умовах, використовуючи здобуті вирази для перерізів (4.63), (4.67), (4.70), (4.75), (4.85) - (4.88). Ступінь поляризації кінцевих електронів визначається виразом:

$$P_{e^-} = \frac{\sigma^{++}+\sigma^{+-}-\sigma^{-+}-\sigma^{--}}{\sigma^{++}+\sigma^{+-}+\sigma^{-+}+\sigma^{--}}. \qquad (4.92)$$

В умовах резонансу в g діаграмі з урахуванням (4.63), (4.67), (4.70), (4.75) ступінь поляризації можна привести к вигляду:

$$P_{e^-} = \frac{-2l^-\Pi_1\tilde{\Pi}_2 - l^-l^+h\Pi_1\Pi_2 + hK_g}{2l^-\Pi_1\tilde{\Pi}_2 + l^-l^+h\Pi_1\Pi_2 + hK_g}, \qquad (4.93)$$

$$K_g = (l^- - n_g)^2\tilde{\Pi}_1\tilde{\Pi}_2 + n_g^2\Pi_1\Pi_2 + \frac{4(l^- - n_g)n_g}{1+v^2}\Xi_g. \qquad (4.94)$$

Для порівняння випишемо ступінь поляризації електрона в процесі ОНП $P_{\mathrm{ОНП}e^-}$ з кінцевими частинками в таких же станах (2.167):

$$P_{\text{ОНП}e^-} = -\frac{2\tilde{\Pi}_2 + (l^+ - l^-)h\Pi_2}{2\tilde{\Pi}_2 + (l^+ + l^-)h\Pi_2}. \tag{4.95}$$

Розглянемо кілька окремих випадків. Нехай жорсткий фотон має аномальну лінійну поляризацію $\xi_3^{(2)} = +1$, в цьому випадку маємо

$$\Pi_2 = 0,\ \tilde{\Pi}_2 = 2,\ \xi_1^{(2)} = 0,\ \xi_2^{(2)} = 0,\ \Xi_g = 0,$$

тоді ступінь поляризації кінцевих електронів в процесі ДНП дорівнює:

$$P_{e^-} = -\frac{2l^-\Pi_1 - h(l^- - n_g)\tilde{\Pi}_1}{2l^-\Pi_1 + h(l^- - n_g)\tilde{\Pi}_1}. \tag{4.96}$$

Ступінь поляризації електронів в процесі ОНП в подібних умовах дорівнює $P_{\text{ОНП}e^-} = -1$, тобто у всіх електронів спін спрямований проти поля. З виразу (4.96) випливає, що для всіх $\Pi_1 \neq 0$ ступінь P_{e^-} близька до значення -1 і тільки у вузькому інтервалі $\Pi_1 < h$ ступінь P_{e^-} суттєво залежить як від поляризації м'якого фотона, його кута вльоту, так і від рівня Ландау кінцевого електрона. Якщо вибрати поляризацію м'якого фотона так, щоб $\tilde{\Pi}_1 = 0$, тоді ступінь поляризації електронів дорівнює $P_{e^-} = -1$, аналогічно як в процесі ОНП. Для цього необхідно, відповідно до виразу (4.61), щоб параметри Стокса поляризації м'якого фотона дорівнювали:

$$\xi_1^{(1)} = 0, \quad \xi_2^{(1)} = -\frac{2v}{1+v^2}, \quad \xi_3^{(1)} = -\frac{1-v^2}{1+v^2}. \tag{4.97}$$

Зокрема, для перпендикулярно направленого до поля м'якого фотона $\xi_3^{(1)} = -1$, тобто його поляризація повинна бути цілком нормальною лінійної. Якщо вибрати протилежний випадок $\Pi_1 = 0$, тоді $P_{e^-} = +1$, тобто всі електрони мають інверсну спінову заселеність. Для цього необхідно змінити знак лінійної поляризації $\xi_3^{(1)}$:

$$\xi_1^{(1)} = 0, \quad \xi_2^{(1)} = -\frac{2v}{1+v^2}, \quad \xi_3^{(1)} = +\frac{1-v^2}{1+v^2}. \tag{4.98}$$

Таким чином, змінюючи лінійну поляризацію м'якого фотона, перпендикулярно спрямованого полю, у всьому діапазоні від $\xi_3^{(1)} = -1$ до $\xi_3^{(1)} = +1$ можна змінювати орієнтацію спінив електронів від повністю поляризованого в основному спіновому стані до повністю поляризованого в інверсному.

Тепер нехай жорсткий фотон має нормальну лінійну поляризацію $\xi_3^{(2)} = -1$, в цьому випадку маємо

$$\Pi_2 = 2,\ \tilde{\Pi}_2 = 0,\ \xi_1^{(2)} = 0,\ \xi_2^{(2)} = 0,\ \Xi_g = 0$$

і ступінь поляризації кінцевого електрона дорівнює:

$$P_{e^-} = \frac{n_g^2 - l^- l^+}{n_g^2 + l^- l^+}. \tag{4.99}$$

Для процесу ОНП аналогічна величина згідно (2.170) має вигляд:

$$P_{\text{ОНП}e^-} = \frac{l^- - l^+}{l^- + l^+}. \tag{4.100}$$

У випадку народження частинок на однакові рівні Ландау $l^-=l^+$ ступінь $P_{e^-} < 0$, оскільки завжди $n_g < l^-$, тоді як в процесі ОНП ступінь $P_{\text{ОНП}e^-} = 0$. Найбільш імовірним є процес ДНП, коли жорсткий фотон народжує пари на однакові енергетичні рівні, тобто $n_g = l^+$ і $l^- > l^+$. В цьому випадку

$$P_{e^-} = -P_{\text{ОНП}e^-} < 0,$$

тобто в процесі ДНП з нормально поляризованим фотоном народжуються електрони переважно нормальної спінової заселеністю.

Проаналізуємо залежність ступеня P_{e^-} від кругової поляризації фотонів. Виберемо параметри Стокса фотонів у вигляді:

$$\xi_2^{(1,2)} = \pm 1,\ \xi_1^{(1,2)} = 0,\ \xi_3^{(1,2)} = 0,$$

тобто обидва фотони повністю циркулярно поляризовані. У цьому випадку ступінь поляризації електрона дорівнює

$$P_{e^-} = -1 + \frac{h}{l^-}(l^- - n_g + n_g \xi_2^{(1)} \xi_2^{(2)})^2, \tag{4.101}$$

зокрема, при переході на сусідній рівень Ландау $n_g = l^- - 1$

$$P_{e^-} = -1 + \frac{h}{l^-}(1 + n_g \xi_2^{(1)} \xi_2^{(2)})^2 ,$$

тобто переважно електрони перебувають в основному спіновому стані. Порушення поляризованності електронів пропорційне h і є найбільшим, якщо фотони мають однаковий напрямок кругової поляризації. Відзначимо, що залежність ступеня орієнтування спінів частинок від кругової поляризації фотонів відрізняє процес ДНП від процесу ОНП і є наслідком змішаного проміжного стану процесу ДНП зі спинами кінцевих частинок, спрямованими по полю.

Перейдемо до аналізу ступеня поляризації кінцевих позитронів, який визначається виразом:

$$P_{e^+} = \frac{\sigma^{++} + \sigma^{-+} - \sigma^{+-} - \sigma^{--}}{\sigma^{++} + \sigma^{-+} + \sigma^{+-} + \sigma^{--}} . \qquad (4.102)$$

З урахуванням (4.63), (4.67), (4.70), (4.75) ступінь поляризації можна привести до виду:

$$P_{e^+} = \frac{2l^-\Pi_1\tilde{\Pi}_2 - l^-l^+h\Pi_1\Pi_2 + hK_g}{2l^-\Pi_1\tilde{\Pi}_2 + l^-l^+h\Pi_1\Pi_2 + hK_g} . \qquad (4.103)$$

Якщо початковий жорсткий фотон аномально поляризований $\xi_3^{(2)} = +1$ ($\Pi_2 = 0$), тоді все кінцеві позитрони мають спіни, спрямовані по полю $P_{e^+} = +1$, незалежно від типу поляризації м'якого фотона. Відзначимо, що на ступінь поляризації електрона поляризація м'якого фотона суттєво впливає, змінюючи його на протилежний в вузькому інтервалі поблизу поляризації (4.98).

У випадку нормальної поляризації жорсткого фотона $\xi_3^{(2)} = -1$ ($\tilde{\Pi}_2 = 0$) вираз для ступеня поляризації позитронів збігається з аналогічним для електронів (4.99): $P_{e^+} = P_{e^-}$. Як зазначалося раніше, ця величина в процесі ДНП з найбільш імовірними значеннями рівнів Ландау кінцевих частинок від'ємна, тобто спостерігається переважна заселеність позитронами інверсного спінового стану.

Якщо обидва фотони повністю циркулярно поляризовані $\xi_2^{(1)}\xi_2^{(2)} = \pm 1$, ступінь поляризації позитронів приймає простий вигляд:

$$P_{e^+} = 1 - l^+ h, \tag{4.104}$$

що збігається з аналогічним ступенем поляризації (2.169) в процесі ОНП. Таким чином, циркулярна поляризація початкових фотонів не впливає на ступінь орієнтування спінів кінцевих позитронів.

Перейдемо до аналізу спін-поляризаційних ефектів в процесі ДНП в резонансі в *f* діаграмі з резонансними умовами (4.39), (4.40). У цьому випадку ступінь поляризації кінцевих електронів (4.92) і кінцевих позитронів (4.102) з урахуванням виразів для перерізів (4.85) - (4.88) можна привести до вигляду:

$$P_{e^-} = \frac{-2l^+\Pi_1^+\tilde{\Pi}_2 + l^- l^+ h \Pi_1^+ \Pi_2 - hK_f}{2l^+\Pi_1^+\tilde{\Pi}_2 + l^- l^+ h \Pi_1^+ \Pi_2 + hK_f}, \tag{4.105}$$

$$P_{e^+} = \frac{2l^+\Pi_1^+\tilde{\Pi}_2 + l^- l^+ h \Pi_1^+ \Pi_2 - hK_f}{2l^+\Pi_1^+\tilde{\Pi}_2 + l^- l^+ h \Pi_1^+ \Pi_2 + hK_f}, \tag{4.106}$$

$$K_f = (l^+ - n_f)^2 \tilde{\Pi}_1^+ \tilde{\Pi}_2 + n_g^2 \Pi_1^+ \Pi_2 + \frac{4(l^+ - n_f)n_f}{1+v^2}\Xi_f\,, \tag{4.107}$$

де поляризаційні функції м'якого фотона $\Pi_1^+, \tilde{\Pi}_1^+$ відрізняються від аналогічних $\Pi_1, \tilde{\Pi}_1$ (4.61), (4.69) зміною знака у доданку з $\xi_2^{(\ 1}$, що пов'язано з тим, що зміна знака заряду змінює знак кругової поляризації СВ.

Якщо перші доданки чисельників в (4.105), (4.106) не рівні нулю (точніше >> *h*), ступеня поляризації з точністю до *h* приймають більш простий вигляд:

$$P_{e^-} = -1 + l^- h \frac{\Pi_2}{\tilde{\Pi}_2}, \qquad P_{e^+} = 1 - h \frac{K_f}{l^- \Pi_1^+ \tilde{\Pi}_2}. \tag{4.108}$$

Відзначимо, що ступінь поляризації електрона в процесі ДНП збігається з подібним в процесі ОНП (2.169). Це зрозуміло, оскільки в резонансі в *f* діаграмі жорсткий фотон відразу народжує кінцевий електрон і проміжний позитрон і останній поглинає додатковий м'який фотон. Зокрема, якщо $\Pi_2 = 0$ (аномальна лінійна поляризації жорсткого фотона)

$$P_{e^-} = -1, \quad P_{e^+} = 1 - \frac{(l^+ - n_f)^2 h}{l^+} \cdot \frac{\tilde{\Pi}_1^+}{\Pi_1^+}, \tag{4.109}$$

спіни електронів повністю орієнтовані проти поля, а ступінь поляризації позитрона злегка порушений (на величину ~ h). Спіни позитронів повністю орієнтовані по полю $P_{e^+} = +1$, якщо $\tilde{\Pi}_1^+ = 0$, що реалізується при виконанні умов:

$$\xi_1^{(1)} = 0, \quad \xi_2^{(1)} = \frac{2v}{1+v^2}, \quad \xi_3^{(1)} = -\frac{1-v^2}{1+v^2}. \tag{4.110}$$

При виборі поляризації м'якого фотона, коли $\Pi_1^+ = 0$, що реалізується, якщо

$$\xi_1^{(1)} = 0, \quad \xi_2^{(1)} = \frac{2v}{1+v^2}, \quad \xi_3^{(1)} = \frac{1-v^2}{1+v^2}, \tag{4.111}$$

кінцеві частинки повністю поляризовані

$$P_{e^-} = -1, \; P_{e^+} = -1,$$

причому всі електрони перебувають в основному спіновому стані, а позитрони в інверсному.

У випадку, якщо $\tilde{\Pi}_2 = 0$ (нормальна лінійна поляризації жорсткого фотона), ступеня поляризації частинок однакові і дорівнюють:

$$P_{e^-} = P_{e^+} = \frac{l^- l^+ - n_f^2}{l^- l^+ + n_f^2}. \tag{4.112}$$

Оскільки найбільш імовірними рівнями Ландау кінцевих частинок є $n_f = l^-$ и $l^- < l^+$, тоді $P_{e^-} = P_{e^+} > 0$, тобто в процесі ДНП з нормально поляризованим жорстким фотоном народжуються електрони переважно інверсної спінової заселеності, а позитрони нормальної.

Нарешті, коли обидва фотони повністю циркулярно поляризовані $\xi_2^{(1)} \xi_2^{(2)} = \pm 1$, ступеня поляризації кінцевих частинок дорівнюють:

$$P_{e^-} = -1 + l^- h, \quad P_{e^+} = 1 + \frac{h}{l^+}(l^+ - n_f + n_f \xi_2^{(1)} \xi_2^{(2)})^2 . \qquad (4.113)$$

Перший вираз в (4.113) збігається з аналогічним в процесі ОНП (2.169) з неполяризованим жорстким фотоном. Ступінь поляризації позитрона має вигляд подібний до виразу (4.101) для ступеня поляризації електрона в процесі ДНП в резонансі в g діаграмі.

4.4. Народження e^+e^- пари фотонів в магнітному полі і полі СВ в магнітосфері пульсара

Відомо, що народження e^+e^- пар є важливим елементом моделі рентгенівських пульсарів, оскільки для генерації випромінювання пульсара необхідно існування електрон-позитронної плазми в замагніченій магнітосфері з магнітним поле ~10^{12}*Гс*. На сьогодні вважається, що головним джерелом пар є процес народження e^+e^- пари одним фотоном [134-137]. e^+e^- пари також народжуються в результаті взаємодії двох фотонів з сумарною енергією >2*m*, які з'являються завдяки зворотному комптонівському розсіянню термічного рентгенівського випромінювання з поверхні нейтронної зірки. Оскільки довжина послаблення γ променя фотонів для двофотонного процесу більша, ніж для однофотонного, то традиційно процес народження пари двома фотонами вважають не значним у порівнянні з однофотонним процесом. Винятком є тільки магнетари, де в надкритичних магнітних полях ~10^{15}*Гс* однофотонне народження пари подавлено процесом розщеплення фотона.

Слід підкреслити, що ця думка не є коректною, оскільки вона не враховує впливу сильного магнітного поля на процес двофотонного народження пари. В останньому як показано вище мають місце резонанси, в яких переріз на кілька порядків перевищує переріз процесу без поля, що суттєво збільшує внесок в генерацію плазми.

На першій стадії утворення e^+e^- плазми, коли щільність її не велика, однофотонний процес, дійсно, є найбільш суттєвим. Однак, з часом один жорсткий фотон буде народжувати e^+e^- пару не в голому вакуумі, а в полі фотонів циклотронної частоти і кратної циклотронній, оскільки з'являються електрони і позитрони, які рухаються в сильному магнітному полі, що супроводжується циклотронним випромінюванням. Таким чином, e^+e^- пара може народжуватися одним жорстким фотоном з підхопленням м'якого циклотронного, тобто отримуємо двофотонне народження пари. Як слідує з попереднього параграфа умови резонансного перебігу цього процесу поблизу порогу (4.27), (4.28) автоматично виконуються. Жорсткий фотон повинен мати надпорогову частоту (4.27), щоб утворити пару на задані рівні Ландау. Ця умова необхідна як для процесів другого, так і для процесів першого порядку. М'який фотон згідно (4.28) повинен бути кратним циклотронній частоті, що має місце.

Проведемо оціночне порівняння зазначених процесів, коли частинки народжуються на найнижчі можливі енергетичні рівні в основні спінові стани, за умови, що двофотонний процес перебігає в резонансних умовах в g діаграмі. При цьому номери рівнів Ландау, значення спінових станів частинок і параметрів Стокса поляризацій фотонів дорівнюють:

$$l^- = 1,\ l^+ = n_g = 0,\ \mu^- = -1,\ \mu^+ = 1,\ \xi^{(1)}_{1,2,3} = \xi^{(2)}_{1,2,3} = 0. \tag{4.114}$$

Переріз двофотонного народження пари (4.59) з урахуванням (4.114) дорівнює:

$$\sigma = \frac{\pi e^4 h e^{-2/h}}{2(1-\cos\chi)\Gamma^2}\sqrt{\frac{m}{\delta\omega}}, \tag{4.115}$$

де в якості ширини резонансу взята радіаційна ширина $\Gamma = 2e^2 m h^2/3$.

Імовірність процесу в одиницю часу пов'язана з перерізом співвідношенням

$$W_{2\gamma} = n_\gamma \sigma (1-\cos\chi), \tag{4.116}$$

де n_γ - густина фотонів циклотронної частоти в магнітосфері пульсара. Імовірність в одиницю часу однофотонного народження пари частинок в основні енергетичні стани (2.156) з імпульсами $p=\sqrt{\delta\omega m}$ дорівнює:

$$W_{1\gamma}=\frac{e^2hme^{-2/h}}{4\sqrt{\delta\omega/m}}\,. \tag{4.117}$$

Рівність імовірностей (4.116) і (4.117) дає вираз для критичної густини

$$n_{\gamma c}=2e^2h^4m^3/9\pi\,, \tag{4.118}$$

яка, як бачимо, визначається тільки магнітним полем. Якщо густина циклотронних фотонів перевищує критичне значення (4.118), двофотонний процес домінує над однофотонним. Для поля h = 0.1 маємо $n_{\gamma c}$~10^{24} см$^{-3}$, що на порядок перевищує оціночну характерну густину фотонів в магнітосфері пульсарів [134]. Таким чином, якщо на перших стадіях електрон-позитронна плазма утворюється за рахунок однофотонного народження пари, то на заключному етапі її формування резонансний двофотонний процес домінує.

4.5. Вплив поляризації частинок на інтенсивність синхротронного випромінювання пульсара

У попередньому параграфі розглядалося питання про утворення e^+e^- плазми в магнітосфері рентгенівського пульсара. При утворенні e^+e^- пари жорстким фотоном (одним або з підхопленням м'якого) електрони (позитрони) на збуджених енергетичних рівнях в магнітному полі пульсара генерують синхротронне випромінювання, яке і є об'єктом спостереження. У сучасній моделі пульсара частинки вважаються неполяризованими. Розглянемо питання про вплив поляризації частинок на інтенсивність синхротронного випромінювання. Згідно виразу (2.151) ступінь поляризації частинок сильно залежить від поляризації початкового жорсткого фотона і, як випливає з (2.44), сам суттєво впливає на імовірність випромінювання кінцевих фотонів.

Введемо відношення інтенсивностей R:

$$R = < I >_{pol} / < I >_{therm} , \qquad (4.119)$$

де $< I >_{pol}$ - повна інтенсивність випромінювання фотона електроном, яка усереднюється з ваговими частками електронів, що знаходяться в інверсному і основному спінових станах x_+, x_-, відповідно. $< I >_{therm}$ - повна інтенсивність випромінювання фотона, усереднена по спінах початкового електрона і підсумована по спінах кінцевого. Таким чином, при використанні величини $< I >_{therm}$ покладається загальноприйнята точка зору про термодинамічне приготування частинок плазми, які є неполяризованими, а при використанні $< I >_{pol}$ враховується поляризація частинок, що виникли в процесах ОНП або резонансного ДНП. Дані усереднені інтенсивності СВ визначаються так:

$$< I >_{pol} = (I^- x_- + I^+ x_+)/2, \quad < I >_{therm} = (I^- + I^+)/2 , \qquad (4.120)$$

де I^-, I^+ - повні інтенсивності СВ поляризованого початкового електрона зі спіном проти і по полю, відповідно, взяті з (2.51). Вагові частки x_+, x_- визначаються виразами:

$$x_- = (W^{-+} + W^{--}) / \sum W^{\mu^- \mu^+}, \; x_+ = (W^{++} + W^{+-}) / \sum W^{\mu^- \mu^+} , \qquad (4.121)$$

де $W^{\mu^- \mu^+}$ - повна імовірність народження e^+e^- пари, одержана у загальному випадку з виразу (2.151) після зняття інтегрування поздовжньої компоненті імпульсу кінцевого електрона, при цьому виконується очевидне співвідношення:

$$x_- + x_+ = 1. \qquad (4.122)$$

Ультраквантове наближення. У цьому наближенні відношення (4.119) з фіксованим значенням параметра x_+ виходить після усереднення виразів (2.46) - (2.49) і має вигляд:

$$R = 2(l - x_+(l - l'))/(l + l') . \qquad (4.123)$$

В разі неполяризована частинок $x_+ = x_- = 1/2$ відношення інтенсивностей, очевидно, дорівнює $R = 1$. Якщо початкові електрони повністю поляризовані зі спіном направленим проти поля $x_+ = 0$, відношення дорівнює $R = 2l/(l + l')$, зокрема, при переході електронів в основний енергетичний стан l'=0: R=2, тобто інтенсивність поляризованих електронів вдвоє перевищує інтенсивність неполяризованих.

Імовірність ОНП з фіксованими значеннями проекцій спінів частинок, народжених на задані рівні Ландау, в ультраквантовому наближенні визначаються виразами (2.156) - (2.159). Тоді частка електронів зі спінами уздовж поля x_+ у випадку, коли e^+e^- пари народжуються на однакові рівні Ландау $l^+ = l^- = l$, має вигляд:

$$x_+ = lh(1-\xi_3)/2(1+\xi_3+lh(1-\xi_3)), \qquad (4.124)$$

де ξ_3 - параметр Стокса лінійної поляризації початкового жорсткого фотона. Як випливає з одержаного виразу (4.124), відношення інтенсивностей R (4.123) суттєво залежить від лінійної поляризації початкового фотона. В разі неполяризованого початкового фотона ξ_3 =0 частка x_+=lh/2, тобто мала, спіни електронів переважно спрямовані проти поля. Відношення R не залежить від частоти початкового фотона. На рис.4.7 (a) показана залежність відношення інтенсивностей R від лінійної поляризації початкового фотона і величини магнітного поля у випадку переходу електрона з l=5 до l'=0.

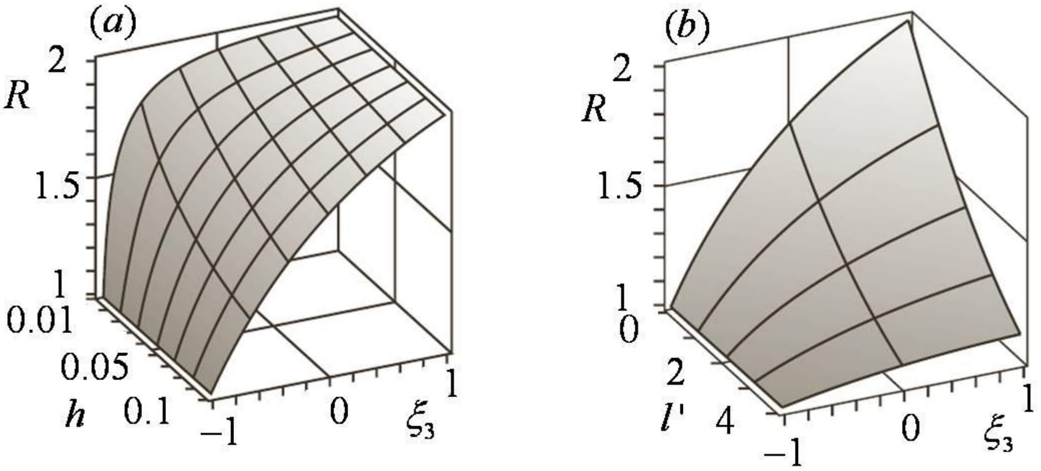


Рис.4.7. Залежність відношення інтенсивностей СВ поляризованих і неполяризованих електронів: (a) від параметра Стокса ξ_3 початкового фотона і магнітного поля h, (b) від номера рівня Ландау кінцевого електрона і параметра Стокса ξ_3

На рис.4.7(*b*) показана залежність R від поляризації фотона і номера рівня Ландау кінцевого електрона, h=0.1. Як видно з рис.4.7, завжди $R > 1$, якщо $\xi_3 \neq -1$ і $R = 1$ при $\xi_3 = -1$. Таким чином, врахування поляризації частинок магнітосфери пульсара приводить до більших значень інтенсивності СВ в ультраквантовому наближенні.

Ультрарелятивістське наближення. У цьому наближенні відношення інтенсивностей R може бути здобуто інтегруванням виразів (2.90), (2.185). На рис.4.8(*a*) показана залежність відношення R від лінійної поляризації початкового фотона ξ_3 і параметра $\Omega = h\omega/m$ (добутку поля на частоту початкового фотона), при цьому покладається $\omega = 100m$, а магнітне поле пробігає значення від h=0.001 до h=0.1. На рис.4.8(*b*) показана залежність R від параметра Стокса ξ_3 і частоти кінцевого фотона $y = \omega/\omega_c$, де h=0.1.

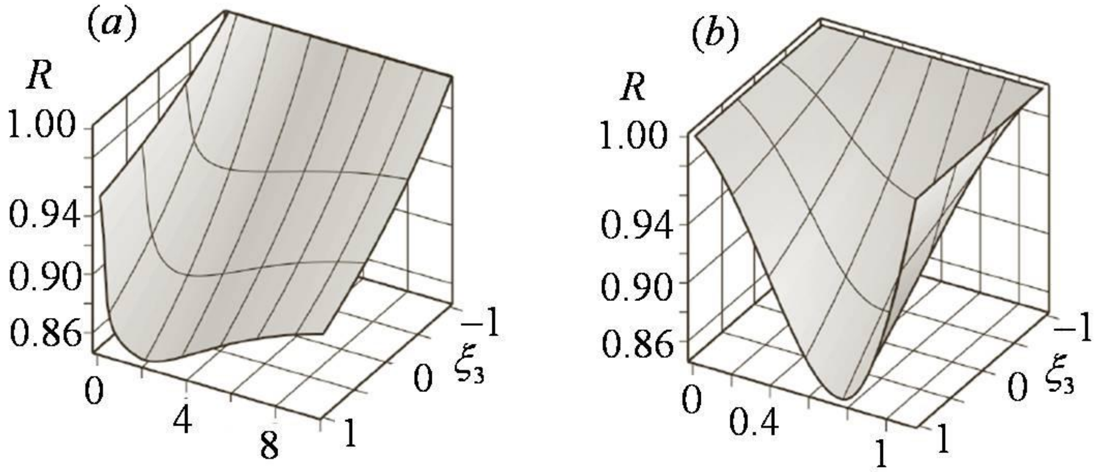


Рис.4.8. Залежність відношення інтенсивностей СВ поляризованих і неполяризованих електронів: (а) від параметра Стокса ξ_3 начального фотона і и параметра $\Omega = h\omega/m$, (b) від параметра Стокса ξ_3 і частоти кінцевого фотона $y = \omega/\omega_c$

Як видно з рис.4.8 в ультрарелятивістському випадку R <1. Мінімальне значення $R = 0.86$ відповідає аномальній лінійній поляризації початкового фотона і монотонно прямує до $R = 1$ при ξ_3=-1.

Таким чином, врахування спінової заселеності e^+e^- плазми приводить до змінення спектру СВ, збільшує низькочастотну частину спектру і зменшує високочастотну.

4.6. Висновки до розділу 4

Процес народження електрон-позитронної пари з урахуванням спіна частинок двома поляризованими фотонами в сильному зовнішньому магнітному полі вперше вивчено в резонансних умовах у випадку, якщо один фотон (жорсткий) народжує пару, а другий (м'який) виводить процес на резонанс. В результаті було показано:

1. В аналізованому процесі двофотонного народження e^+e^- пари (ДНП) резонанс можливий поблизу порога, якщо частота жорсткого фотона перевищує суму енергій пари, а частота м'якого фотона кратна циклотронній. Далеко від порога частота м'якого фотона залежить від його полярного кута і максимальна в разі руху цього фотона уздовж поля. Інтерференція двох резонансів поблизу порогу процесу має місце, якщо обидва фотони спрямовані перпендикулярно полю і виконується співвідношення для рівнів Ландау кінцевих і проміжних частинок $l^- - n_g = l^+ - n_f$.

2. Найбільший переріз процесу відповідає народженню частинок в основні спінові стани σ^{-+}. Він має максимальне значення, якщо м'який фотон нормально поляризований, а жорсткий фотон поляризований аномально. У випадку поля $H = 10^{12}\,Гс$ переріз процесу порядку томсонівського, ширина резонансу $30\,еВ$. Перерізи процесів, в яких частинки мають однаковий напрямок спінів σ^{--}, σ^{++}, має додаткову степінь малого параметра h. Найменшим є переріз з частинками в інверсних спінових станах σ^{+-}. В резонансі з електронним проміжним станом факторизуються перерізи σ^{-+}, σ^{--}, σ^{+-} і можуть бути представлені у формі Брейта-Вігнера. Переріз σ^{++} не факторизується, оскільки проміжний електрон знаходиться в змішаному

стані. Для резонансу з позитронним проміжним станом не факторизується переріз σ^{--}.

3. Спін-поляризаційні ефекти в резонансному процесі ДНП з проміжним електроном виражаються в такому:

a. В процесі з аномально лінійними поляризованими жорсткими фотонами (ξ_3=1) зміна лінійної поляризації м'яких фотонів у всьому діапазоні змінює орієнтування спінів електронів від повністю орієнтованих проти поля до повністю орієнтованих по полю, не змінюючи напрямку спіна позитрона.

b. В процесі з нормально лінійно поляризованими жорсткими фотонами (ξ_3=-1) ступінь орієнтування спінів електронів не залежить від поляризації м'якого фотона і визначається тільки рівнями Ландау проміжної і кінцевих частинок. Для процесу з найнижчими можливими енергетичними рівнями електрони повністю неполяризовані, а першим збудженим рівням відповідає переважно нормальна спінова заселеність.

c. Якщо обидва фотони процесу циркулярно поляризовані, частинки знаходяться переважно в основному спіновому стані. Порушення поляризованості частинок ~ h і максимальне, якщо фотони мають однаковий напрямок кругової поляризації.

4. Врахування поля циклотронних фотонів на процес формування e^+e^- плазми в магнітосфері рентгенівського пульсара показало домінуючу роль резонансів в полі H=$10^{12}$$Гс$ при характерній концентрації фотонів, що спростовує загальноприйняту точку зору про домінуючу роль процесу ОРП у формуванні магнітосфери.

5. Врахування спінової заселеності електронів і позитронів в процесі генерації e^+e^- плазми магнітосфери пульсара приводить до змінення спектру СВ, збільшує низькочастотну частину спектру і зменшує високочастотну.

Основні наукові результати глави опубліковані в роботах [319], [328], [331], [332], [347], [353], [355], [360], [364].

РОЗДІЛ 5

ОДНОФОТОННЕ НАРОДЖЕННЯ e^+e^- ПАРИ З ВИПРОМІНЮВАННЯМ ФОТОНА (ОНПВ)

5.1. Вступ

Вперше вивчається народження e^+e^- пари фотоном з подальшим випромінюванням кінцевого фотона (ОНПВ) в сильному магнітному полі як єдиний процес другого порядку. Аналізується кінематика процесу і умови виникнення резонансів. Проводяться розрахунки імовірностей процесу в резонансному і нерезонансна випадках з урахуванням поляризації частинок в ультраквантовому наближенні. Вивчаються спін-поляризаційні ефекти. Аналізується можливість існування змішаних спінових станів проміжного електрона (позитрона) в резонансних умовах.

5.2. Кінематика процесу ОНПВ

Особливістю досліджуваного процесу на відміну від раніше розглянутих є наявність трьох частинок в кінцевому стані. В результаті збільшення фазового простору кінцевих частинок кінематика процесу ускладнюється і вимагає окремого розгляду. Процеси РФЕ, ДНП і ОНПВ є крос-каналами однією узагальненою реакції. Тому закони збереження енергії і поздовжньої полю компоненті імпульсу будуються з однакових складових для цих процесів. Аналогічно виразами (3.5), (4.2) їх можна записати у вигляді:

$$\omega = \varepsilon^- + \varepsilon^+ + \omega', \quad \omega v = p^- + p^+ + \omega' u \,, \tag{5.1}$$

де $\omega, v = \cos\theta$ і $\omega', u = \cos\theta'$ - частоти і косинуси полярних кутів початкового і кінцевого фотонів; ε^-, p^- и ε^+, p^+ - енергії та поздовжні імпульси електрона і позитрона, відповідно. Як і раніше енергії і імпульси частинок пов'язані співвідношеннями:

$$\varepsilon^{\pm} = ((m^{\pm})^2 + (p^{\pm})^2)^{1/2} = (m^2 + 2l^{\pm}hm^2 + (p^{\pm})^2)^{1/2}. \qquad (5.2)$$

Для фіксованих рівнів Ландау кінцевих частинок l^+, l^-, поздовжнього імпульсу електрона p^- і кута вильоту кінцевого фотона u закони збереження (5.1) задають частоту кінцевого фотона такого вигляду:

$$\omega' = \frac{1}{1-u^2}(\omega_\varepsilon - k_p u - \sqrt{(\omega_\varepsilon - k_p u)^2 - (\varepsilon_\varepsilon^2 - k_p^2 - (m^+)^2)(1-u^2)}), \qquad (5.3)$$

де $\omega_\varepsilon = \omega - \varepsilon^-, k_p = \omega v - p^-$. Частота кінцевого фотона задається в інтервалі:

$$0 \le \omega' \le \omega - (m^- + m^+), \qquad (5.3)$$

верхня межа відповідає умові $p^- = p^+ = 0$.

Для визначення граничних значень енергії і імпульсу електрона зручно аналогічно (2.121) ввести функцію $f(p)$, яка для реального процесу прямує в нуль:

$$f(p) = \omega - \omega' - \sqrt{(m^-)^2 + p^2} - \sqrt{(m^+)^2 + (p + \omega' u - \omega v)^2}. \qquad (5.4)$$

Залежність цієї функції від поздовжнього моменту електрона представлена на рис.5.1.

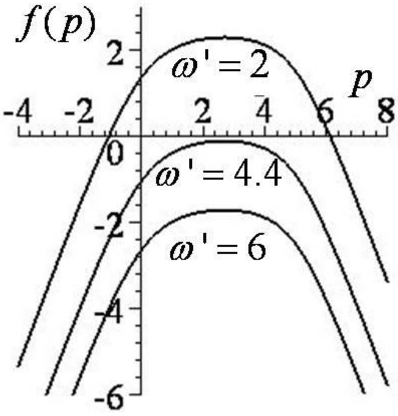


Рис.5.1. Графік функції $f(p)$ для різних значень частоти кінцевого фотона, h=0.3, l^-=2, l^+=1, ω=10, v=0.5, u=0

Як випливає з рис.5.1. граничні значення ε^- і p відповідають нулю максимуму функції $f(p)$, визначаються системою рівнянь $\partial f/\partial p$=0, f=0 і дорівнюють:

$$\varepsilon_m^{\pm} = m^{\pm}W/(m^+ + m^-), \quad p_m^{\pm} = \beta\varepsilon_m^{\pm}, \tag{5.5}$$

де
$$W = \omega - \omega', \quad \beta = (\omega v - \omega' u)/(\omega - \omega'). \tag{5.6}$$

Вирази (5.5) очевидно виходять з (2.123) заміною:

$$\omega \to W, \quad u \to \beta. \tag{5.7}$$

Відзначимо, що з урахуванням законів збереження (5.1)

$$\beta = (p^- + p^+)/(\varepsilon^- + \varepsilon^+), \ |\beta| < 1. \tag{5.8}$$

В загальному випадку значення енергій і імпульсів кінцевого електрона і позитрона виходять з виразів (2.130) заміною (5.7).

Визначимо граничні значення кута вильоту кінцевого фотона, аналізуючи залежність імпульсу електрона $p^-=p(u)$ від косинуса кута вильоту u при фіксованих значеннях рівнів Ландау частинок і частоти кінцевого фотона:

$$p(u) = p_{1,2}^- = (a^-(u)\cdot\beta \pm b^-(u))/2(\omega-\omega')(1-\beta^2), \tag{5.9}$$

де $a^-(u) = W^2(1-\beta^2) + (m^-)^2 - (m^+)^2$, $b^-(u)^2 = a^-(u)^2 - 4(m^-)^2W^2(1-\beta^2)$.

Шуканий інтервал кутів визначається умовою $p_1=p_2$, що еквівалентно рівнянню $b(u)=0$. Залежність $b^2(u)$ представлена на рис.5.2.

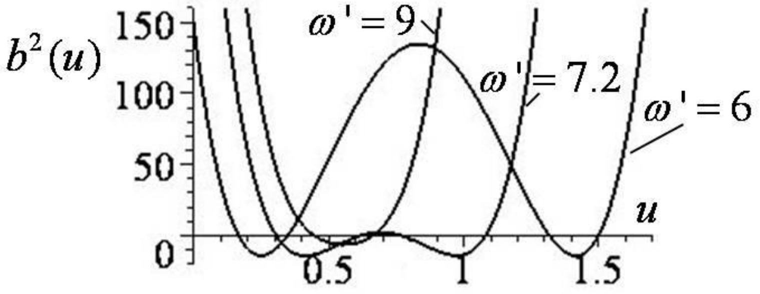


Рис.5.2. Графік функції $b^2(u)$ для різних значень частоти кінцевого фотона, h=0.3, l^-=2, l^+=1, ω=10m, v=0.5

При цьому обрані такі параметри:h=0.3, l^-=2, l^+=1, ω=10m, v=0.5. Трьом кривим відповідають частоти кінцевого фотона ω '/m: 9.0, 7.25, 6.0. В загальному випадку криві $b^2(u)$ мають чотири кореня (точки перетину кривої осі абсцис), і інтервал кутів вильоту фотона визначається двома внутрішніми коренями. Наприклад, крива $\omega'/m = 9.0$ має тільки два перетинання з віссю абсцис - випромінювання відсутнє. Крива $\omega'/m = 7.25$ відповідає порогу процесу, кінцевий фотон випромінюється у вузькому конусі з $u=0.69$. Нарешті для кривої $\omega'/m=6.0$ внутрішні корені рівні: $u_{\min}=0.35$, $u_{\max}=1.32$, відтак, $0.35<u<1$. В загальному випадку межі інтервалу полярних кутів кінцевого фотона визначаються виразами:

$$u_{\min} = \frac{1}{\omega'}(\omega v - \sqrt{W^2 - m_\Sigma^2}), u_{\max} = \frac{1}{\omega'}(\omega v + \sqrt{W^2 - m_\Sigma^2}), m_\Sigma = m^- + m^+, \quad (5.10)$$

далі в разі необхідності виконати перевизначення

$$u_{\min} = \max\{u_{\min}, -1\},\ u_{\max} = \min\{u_{\max}, 1\}. \quad (5.11)$$

На рис.5.3 показана залежність поздовжнього імпульсу електрона від косинуса кута вильоту кінцевого фотона.

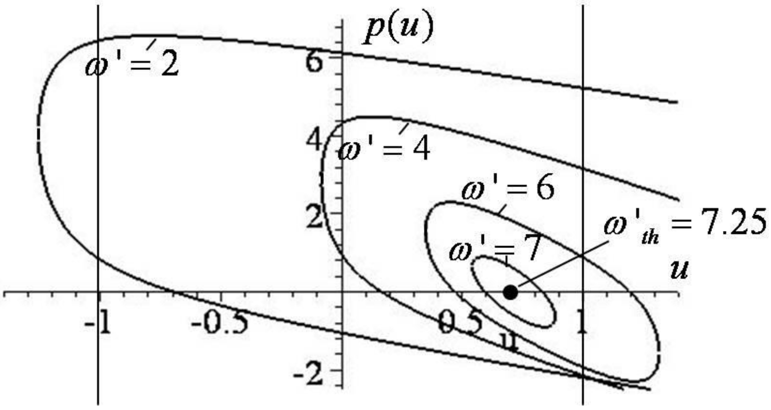


Рис.5.3. Залежність імпульсу електрона від кута вильоту кінцевого фотона, $h=0.3$, $l^-=2$, $l^+=1$, $\omega=10m$, $v=0.5$

Як видно з рис.5.3, у випадку випромінювання фотона малої частоти (крива $\omega'/m=2$ для обраних параметрів $h=0.3$, $l^-=2$, $l^+=1$, $\omega=10m$, $v=0.5$) кінцевий фотон може випромінюватися в будь-якому напрямку, при цьому імпульс електрона слабо залежить від u. На порозі процесу, коли $\omega'_{th}/m = 7.25$, $u_{th}=0.69$, поздовжній імпульс електрона (і позитрона) дорівнює нулю. Тобто частинки на порозі народжуються нерухомими на фіксованих рівнях Ландау.

Принциповою відмінністю порога в процесі ОНПВ від аналогічного в процесі ОНП є те, що він можливий для будь-якої частоти і полярного кута початкового фотона (достатніх для народження пари) і відповідає пороговій максимально можливій частоті кінцевого фотона. Порогова частота і косинус кута вильоту кінцевого фотона визначаються виразами:

$$\omega'_{th} = \omega - m_\Sigma, \quad u_{th} = \omega v / \omega'_{th}. \tag{5.12}$$

Косинус кута вильоту фотона u пропорційний косинусу кута вльоту v. Умова $u \leq 1$ задає обмеження $v \leq 1\text{-}m_\Sigma/\omega$. Запишемо також зворотню співвідношенню (5.9) залежність $u(p)$:

$$u(p) = (\omega v - p \pm \sqrt{(W - \sqrt{(m^-)^2 + p^2})^2 - (m^+)^2}) / \omega'. \tag{5.13}$$

Проаналізуємо властивості характерних граничних значень імпульсу електрона і відповідних їм кутів вильоту кінцевого фотона. В загальному випадку таких величин вісім, вони відповідають зазначеним точкам P_1-P_8 на рис.5.4., де зображена характерна залежність $p(u)$.

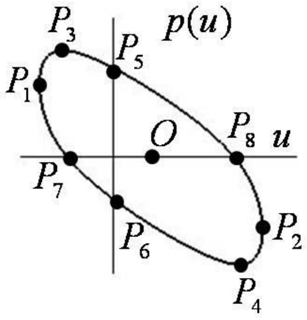


Рис.5.4. Характерні граничні значення імпульсу електрона на кривій $p(u)$

Аналогічна замкнута крива має місце і для залежності імпульсу позитрона від u. Точки P_1, P_2 відповідають граничним значенням косинуса кута кінцевого фотона, які визначаються вирази (5.10): u_1=$u_{\min}$, u_2=$u_{\max}$. Поздовжній імпульс електрона і позитрона в цих точках дорівнює:

$$p_1^- = -p_2^- = m^- \sqrt{W^2 - m_\Sigma^2} / m_\Sigma, \, p_1^+ = -p_2^+ = m^+ \sqrt{W^2 - m_\Sigma^2} / m_\Sigma. \tag{5.14}$$

Точки P_3,P_4 відповідають максимальному і мінімальному значенню електрона, відповідно:

$$p_3^- = -p_4^- = \sqrt{(W-m^+)^2-(m^-)^2},\ p_{3,4}^+ = 0, \qquad (5.15)$$

при цьому поздовжній імпульс позитрона відсутній. Такім чином, надлишок енергії начального фотона над граничним значенням повністю переходить в імпульс електрона. Кут вильоту кінцевого фотона в цих точках визначається виразом:

$$u_{3,4} = (\omega v \mp \sqrt{(W-m^+)^2-(m^-)^2})/\omega'. \qquad (5.16)$$

Точки P_5,P_6 відповідають випадку, коли кінцевий фотон вилітає перпендикулярно напрямку магнітного поля, тобто. u_5=u_6=0. Поздовжній імпульс електрона визначається з (5.9), де $\beta = \omega v / W$. Нарешті точки P_7,P_8 відповідають нульовим значенням поздовжнього імпульсу. Вони аналогічні точкам P_3,P_4, тільки тепер електрон і позитрон міняються місцями. Імпульс позитрона в точках P_7,P_8 максимальний і виражається співвідношенням (5.15), де потрібно замінити $m^+ \leftrightarrow m^-$. Кути вильоту фотона визначаються співвідношенням (5.16) з заміною $m^+ \leftrightarrow m^-$. Як видно з рис.5.4. крива p (u) володіє центральною симетрією відносно точки O з координатами u_0=$\omega v/\omega'$, p_0=0.

Проаналізуємо інтервал кутів вильоту кінцевого фотона поблизу порогу реакції. Нехай для визначеності початковий фотон перпендикулярний полю v = 0. Нехай певні значення мають l^-, l^+, ω'. На порозі W=W_m=m_Σ, поздовжні імпульси частинок відсутні p^-=p^+=0, кінцевий фотон також як початковий перпендикулярний магнітному полю u = 0. Вибираємо близьке до порогового значення частоти початкового фотона, так що

$$W = W_m + \delta W = m_\Sigma + \delta W,\quad \delta W << W\,. \qquad (5.17)$$

В цих умовах граничні значення кутів $u_{1,2}$ і відповідні їм імпульси електрона і позитрона мають вигляд:

$$u_{1,2} = \frac{\mp 1}{\omega'}\sqrt{2m_\Sigma \delta W},\ \ p_{1,2}^- = \pm m^- \sqrt{\frac{2\delta W}{m_\Sigma}},\ \ p_{1,2}^+ = \pm m^+ \sqrt{\frac{2\delta W}{m_\Sigma}}\,. \qquad (5.18)$$

Інтервал кутів дорівнює $\Delta u \equiv u_2 - u_1 = 2\sqrt{2m_\Sigma \delta W}/\omega'$. Для частоти випромінювання, яка дорівнює циклотронній $\omega'=hm$ і найнижчих рівнів Ландау $m^- \approx m^+ \approx m$ інтервал кутів випромінювання $\Delta u = 4\sqrt{\delta W/m}/h$. У випадку степеневій залежності надпорогової добавки δW від малого параметра h, тобто коли $\delta W \sim h^k m$ (k- натуральне число) інтервал кутів порядку: $\Delta u \sim h^{k/2-1}$. Для $k>2$ маємо $\Delta u<<1$, тобто випромінювання відбувається у вузькому конусі вздовж напрямку перпендикулярно полю. Якщо $k=2$, тоді $\Delta u \sim 1$, тобто випромінювання відбувається в широкому діапазоні напрямків. Нарешті, якщо $k<2$, то оцінки дають $\Delta u >> 1$, а фізичним є інтервал $\Delta u = 2$, тобто випромінювання відбувається в усіх напрямках, при цьому поздовжні імпульси частинок слабо залежать від кута випромінювання фотона.

5.3. Амплітуда імовірності і резонансні умови процесу ОНПВ

Амплітуда імовірності ОНПВ. Вираз для амплітуди процесу відповідає фейнманівським діаграмам, зображеним на рис.5.5,

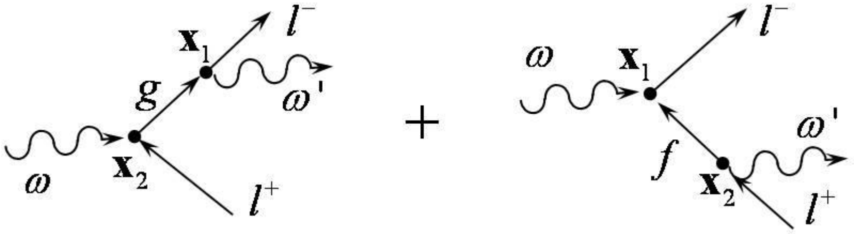


Рис.5.5. Фейнманівські діаграми процесу однофотонного народження e^+e^- пари з випромінюванням фотона

і має вигляд:

$$A_{if} = ie^2 \int d^4\mathbf{x}_1 d^4\mathbf{x}_2 \bar{\Psi}^-(\mathbf{x}_1)[\gamma^i A'_i(\mathbf{x}_1) G_{H1}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\gamma^j A_j(\mathbf{x}_2) +$$

$$+\gamma^j A_j(\mathbf{x}_1) G_{H2}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\gamma^i A'_i(\mathbf{x}_2)]\Psi^+(\mathbf{x}_2), \quad (5.19)$$

де $\bar{\Psi}^-(\mathbf{x}_1)$, $\Psi^+(\mathbf{x}_2)$ - хвильові функції кінцевих електрона і позитрона; $A_j(\mathbf{x}), A'_i(\mathbf{x})$ - хвильові функції початкового і кінцевого фотонів; $G_{H1}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$, $G_{H2}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ - функції Гріна електрона в проміжному стані, відповідні діаграмам g і f (див. рис.5.5). Вираз (5.19) виходить з амплітуди (4.1) заміною $A_{2j}(\mathbf{x}) \to A_j(\mathbf{x})$, $A_{1i}(\mathbf{x}) \to A'_i(\mathbf{x})$.

Аналогічно процесу ДНП після взяття інтегралів в (5.19) амплітуду імовірності ОНПВ в загальному випадку представляємо у вигляді:

$$A_{if} = (2\pi)^4 \frac{M_{if}}{SV} \delta^3(k - k' - p^- - p^+), \quad M_{if} = M_{if}^{(g)} + M_{if}^{(f)}. \qquad (5.20)$$

Величина $M_{if}^{(g)}$ відповідна першої діаграмі рис 5.5 має вигляд:

$$M_{if}^{(g)} = \frac{-ie^2}{4\sqrt{\omega_1\omega_2\varepsilon^-\varepsilon^+m^-m^+}} \sum_{n_g=0}^{\infty} \frac{e^{i\Phi_g} Q^g}{g_0^2 - \varepsilon_g^2}, \quad Q^g = \sum_{a=1}^{10} Q_a^g, \qquad (5.21)$$

де

$$Q_1^g = -J_1^{++} J_2^{++} [m\tilde{C} + g_0 C + gD], \quad Q_2^g = J_1^{-+} J_2^{++} [-mD + g_0\tilde{D} + gC],$$

$$Q_3^g = J_1^{+-} J_2^{+-} [-mC - g_0\tilde{C} + gD], \quad Q_4^g = J_1^{--} J_2^{+-} [mD - g_0\tilde{D} + gC],$$

$$Q_5^g = J_1^{++} J_2^{-+} [mD + g_0\tilde{D} - gC], \quad Q_6^g = -J_1^{-+} J_2^{-+} [mC - g_0\tilde{C} + gD],$$

$$Q_7^g = -J_1^{+-} J_2^{--} [mD + g_0\tilde{D} + gC], \quad Q_8^g = J_1^{--} J_2^{--} [-mC + g_0\tilde{C} + gD],$$

$$Q_9^g = [-J_1^{++} J_2^{+-} - J_1^{+-} J_2^{++} + J_1^{-+} J_2^{--} + J_1^{--} J_2^{-+}] D\sqrt{2n_g hm},$$

$$Q_{10}^g = [J_1^{-+} J_2^{+-} - J_1^{--} J_2^{++} + J_1^{++} J_2^{--} - J_1^{+-} J_2^{-+}] C\sqrt{2n_g hm}, \qquad (5.22)$$

функції J_1, J_2 мають вигляд, аналогічний (4.14), (4.15):

$$J_1^{++} = J_1(l^+, n_g) M_p^+ e_z, \qquad J_2^{++} = J_2(l^-, n_g) M_m^- e'_z,$$

$$J_1^{-+} = J_1(l^+ - 1, n_g) \mu^+ M_m^+ H_p, \qquad J_2^{-+} = J_2(l^- - 1, n_g) \mu^- M_p^- H_p^{'*},$$

$$J_1^{+-} = J_1(l^+, n_g - 1) M_p^+ H_m, \qquad J_2^{+-} = J_2(l^-, n_g - 1) M_m^- H_m^{'*},$$

$$J_1^{--} = J_1(l^+ - 1, n_g - 1) \mu^+ M_m^+ e_z, \qquad J_2^{--} = J_2(l^- - 1, n_g - 1) \mu^- M_p^- e'_z. \quad (5.23)$$

Визначення позначень в (5.22), (5.23) дається в попередніх розділах. Аргументами функцій $J_1(l^+,n_g)$, $J_2(l^-,n_g)$ є параметри η, η', які визначені виразом (3.19). Нульова g_0 і поздовжня g компоненти 4-імпульсу проміжного стану в $\boldsymbol{g}$ діаграмі, а також енергія проміжного стану ε_g, що знаходиться на фіксованому рівні Ландау n_g, відповідно, дорівнюють:

$$g_0=\omega-\varepsilon^+,\ g=\omega v-p^+,\ \varepsilon_g=\sqrt{m^2+2n_g hm^2+g^2}\,. \qquad (5.24)$$

Фаза Φ_g дорівнює:

$$\Phi_g=\frac{k_x k_y-k'_x k'_y}{2hm^2}+\frac{g_y(k'_x-k_x)}{hm^2}+\frac{\pi}{2}(l^- -l^+)-(n_g-l^+)\varphi+(n_g-l^-)\varphi'. \quad (5.25)$$

Амплітуда $M_{if}^{(f)}$ відповідна другій діаграмі рис 5.5 має вигляд (5.21) з заміною $g\rightarrow f$, де

$$Q_1^f=-J_1^{++}J_2^{++}[m\tilde{C}-f_0C-fD],\quad Q_2^f=-J_1^{++}J_2^{+-}[mD+f_0\tilde{D}+fC],$$

$$Q_3^f=-J_1^{-+}J_2^{-+}[mC-f_0\tilde{C}+fD],\quad Q_4^f=J_1^{-+}J_2^{--}[mD+f_0\tilde{D}-fC],$$

$$Q_5^f=J_1^{+-}J_2^{++}[mD-f_0\tilde{D}+fC],\quad Q_6^f=-J_1^{+-}J_2^{+-}[mC+f_0\tilde{C}-fD],$$

$$Q_7^f=-J_1^{--}J_2^{-+}[mD-f_0\tilde{D}-fC],\quad Q_8^f=-J_1^{--}J_2^{--}[mC+f_0\tilde{C}+fD],$$

$$Q_9^f=[-J_1^{-+}J_2^{++}-J_1^{++}J_2^{-+}+J_1^{--}J_2^{+-}+J_1^{+-}J_2^{--}]D\sqrt{2n_f hm}\,,$$

$$Q_{10}^f=[J_1^{-+}J_2^{+-}-J_1^{++}J_2^{--}+J_1^{--}J_2^{++}-J_1^{+-}J_2^{-+}]C\sqrt{2n_f hm}\,, \qquad (5.26)$$

функції J_1, J_2 мають вигляд:

$$J_1^{++}=J_1(n_f,l^-)M_m^-e_z,\qquad J_2^{++}=J_2(n_f,l^+)M_p^+e'_z,$$

$$J_1^{+-}=J_1(n_f,l^- -1)\mu^-M_p^-H_m,\qquad J_2^{+-}=J_2(n_f,l^+ -1)\mu^+M_m^+H_m^{'*},$$

$$J_1^{-+}=J_1(n_f-1,l^-)M_m^-H_p,\qquad J_2^{-+}=J_2(n_f-1,l^+)M_p^+H_p^{'*},$$

$$J_1^{--}=J_1(n_f-1,l^- -1)\mu^-M_p^-e_z,\qquad J_2^{--}=J_2(n_f-1,l^+ -1)\mu^+M_m^-e'_z\,. \quad (5.27)$$

Нульова f_0 і повздовжня f компоненти 4-импульса проміжного стану в f діаграмі, а також енергія проміжного стану ε_f, що знаходиться на фіксованому рівні Ландау n_f, відповідно, дорівнюють:

$$f_0 = \omega - \varepsilon^-, \;\; f = \omega v - p^-, \;\; \varepsilon_f = \sqrt{m^2 + 2n_f hm^2 + f^2}\,. \qquad (5.28)$$

Фаза Φ_f дорівнює:

$$\Phi_f = \frac{k_x k_y - k'_x k'_y}{2hm^2} - \frac{p_y^- k_x + p_y^+ k'_x}{hm^2} + \frac{\pi}{2}(l^- - l^+) - (l^- - n_f)\varphi + (l^+ - n_f)\varphi'. \qquad (5.29)$$

<u>Резонансні умови ОНПВ.</u> Розглянемо питання про реалізацію резонансних умов в ультраквантовому наближенні.

З точністю до першої степені h, нехтуючи поздовжніми імпульсами частинок, енергії частинок можна записати у вигляді:

$$\omega = 2m + \kappa hm, \; \omega' = \kappa' hm, \; \varepsilon^{\pm} = m + l^{\pm} hm, \; \varepsilon_g = m + n_g hm\,. \qquad (5.30)$$

Закон збереження енергії (5.1) для виразів (5.30) дає:

$$\kappa - \kappa' = l^+ + l^-\,. \qquad (5.31)$$

Умова резонансного перебігу процесу з резонансом в першій фейнманівській діаграмі (см.ріс.5.5) аналогічна виразу (4.17):

$$g_0 = \varepsilon_g \qquad (5.32)$$

і визначає вираження для κ, κ':

$$\kappa = n_g + l^+, \;\; \kappa' = n_g - l^-\,. \qquad (5.33)$$

Таким чином, резонанс в першій діаграмі на порозі процесу (без поздовжніх імпульсів частинок) має місце, якщо частота початкового фотона дорівнює сумі енергій проміжного електрона на рівні Ландау n_g і кінцевого позитрона на рівні Ландау l^+, а частота кінцевого фотона дорівнює відстані між рівнями Ландау проміжного і кінцевого електрона.

Аналогічно резонанс у другій діаграмі рис.5.5 на порозі процесу має місце, якщо виконується умова

$$f_0 = \varepsilon_f\,. \qquad (5.34)$$

У цьому випадку частота початкового фотона дорівнює сумі енергій проміжного позитрона на рівні Ландау n_f і кінцевого електрона на рівні Ландау l^-, а частота кінцевого фотона дорівнює відстані між рівнями Ландау проміжного і кінцевого позитрона

$$\kappa = n_f + l^-,\ \kappa' = n_f - l^+. \tag{5.35}$$

Інтерференція двох резонансів визначається одночасним виконанням умов (5.33) і (5.34), що призводить до такого співвідношення між рівнями Ландау

$$n_g - l^- = n_f - l^+. \tag{5.36}$$

Це співвідношення можна проілюструвати рис.5.6.

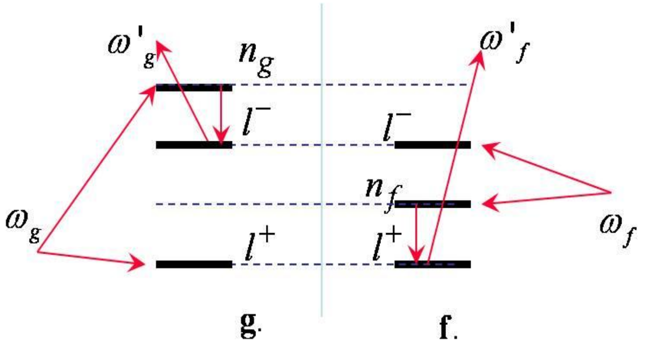


Рис.5.6. Розташування рівнів Ландау частинок при інтерференції резонансів першої і другої фейнманівських діаграм

Таким чином, резонанс можливий для будь-якої надпорогової частоти початкового фотона і з точністю до h не залежить від кута вильоту кінцевого фотона. У резонансі частота кінцевого фотона кратна циклотронній. Резонансні умови з точністю до h в обох діаграмах виконуються одночасно, тобто в резонансі завжди має місце "інтерференція" двох діаграм.

Слід зазначити, що резонансні умови (5.33) і (5.35) здобуті з точністю до першої степені малого параметра h. Однак, ширина резонансів має порядок величини $\Gamma \sim e^2 h^2 m$. Тому аналіз умов (5.32) і (5.34) більш коректно потрібно проводити з точністю до величини h^2 включно. Оскільки імпульси частинок в ультраквантовому наближенні кратні $h^{1/2}$, то фактично малим параметром при цьому буде $h^{1/2}$.

Почнемо з аналізу резонансної умови в першій діаграмі (5.32) з точністю до h^2. Представимо частоти початкового і кінцевого фотонів у вигляді:

$$\omega = 2m + (n_g + l^+)hm + \alpha_g hm\,, \tag{5.37}$$

$$\omega' = (n_g - l^-)hm + \beta_{1g}h^{3/2}m + \beta_{2g}h^2 m\,. \tag{5.38}$$

Випадок $\alpha_g = 0$, $\beta_{1g} = 0$, $\beta_{2g} = 0$ відповідає резонансу на порозі (5.30), (5.33). Відзначимо, що фіксованим значенням частот фотонів і номерів рівнів Ландау кінцевих частинок відповідають два значення імпульсу частинок (5.9). Резонансні умови з урахуванням h^2 відрізняються для двох цих значень імпульсів. Для визначеності позначимо через $\alpha_{ga}, \beta_{1ga}, \beta_{2ga}$ коефіцієнти в (5.37), (5.58) відповідні верхньому знаку в (5.9), а $\alpha_{gb}, \beta_{1gb}, \beta_{2gb}$ - нижньому. Після підстановки частот фотонів вигляду (5.37), (5.58) в вираз для поздовжнього імпульсу кінцевого електрона (5.9) і аналогічно для позитрона, нескладно знайти вирази для g_0 і ε_g з (5.24) у вигляді розвинення по $h^{1/2}$ до h^2 включно. Вимога в рівнянні $g_0 = \varepsilon_g$ рівності множників при кожній степені h визначає шукані коефіцієнти. Для випадку а) вони дорівнюють:

$$\beta_{1ga} = \sqrt{\alpha_{ga}}(n_g - l^-)u\,, \tag{5.39}$$

$$\beta_{2ga} = -(n_g - l^-)[u^2(n_g - l^- - 2\alpha_{ga}) + n_g + l^- + \alpha_{ga}]/2\,. \tag{5.40}$$

Таким чином, надпорогове значення частоти початкового фотона $\alpha_{ga}hm$ не впливає на появу резонансу, а лише змінює параметри (5.39), (5.40). Таким параметрам відповідають імпульси електрона і позитрона у вигляді розвинення:

$$p_a^- = \sqrt{\alpha_{ga}h}m - (n_g - l^-)uh +$$

$$+h^{3/2}[-8\alpha_{ga}u^2(n_g - l^-) + 2\alpha_{ga}(n_g + l^+) + 2(n_g^2 + l^{+2}) + \alpha_{ga}^2]/8\sqrt{\alpha_{ga}}\,, \tag{5.41}$$

$$p_a^+ = -\sqrt{\alpha_{ga}h}m - h^{3/2}[\alpha_{ga}(n_g + l^+) + (n_g^2 + l^{+2}) + \alpha_{ga}^2/2]/4\sqrt{\alpha_{ga}}\,, \tag{5.42}$$

а також енергії цих частинок

$$\varepsilon_a^- = m + (l^- + \alpha_{ga}/2)hm - \sqrt{\alpha_{ga}}(n_g - l^-)uh^{3/2}m +$$

$$+\frac{h^2m}{4}[(n_g^2 + l^{+2} - 2l^{-2}) + \alpha_{ga}(n_g + l^+ - 2l^-) + u^2(4\alpha_{ga}(l^- - n_g) + 2(l^- - n_g)^2)], \quad (5.43)$$

$$\varepsilon_a^+ = m + (l^+ + \alpha_{ga}/2)hm + h^2m(n_g - l^+)(n_g + l^+ + \alpha_{ga})/4. \quad (5.44)$$

Для випадку b), тобто нижнього знака в (5.9) параметри β_{1gb}, β_{2gb} дорівнюють попереднім значенням:

$$\beta_{1gb} = \beta_{1ga}, \ \beta_{2gb} = \beta_{2ga}, \quad (5.45)$$

де потрібно провести заміну

$$\alpha_{ga} \to \alpha_{gb}, \ u \to -u. \quad (5.46)$$

Для здобуття виразів для енергій і імпульсів кінцевих частинок можна скористатися співвідношеннями (5.41) - (5.44), а саме

$$p_b^- = -p_a^-, \ p_b^+ = -p_a^+, \varepsilon_b^- = \varepsilon_a^-, \ \varepsilon_b^+ = \varepsilon_a^+ \quad (5.47)$$

с заміною (5.46).

При виборі частот фотонів (5.37), (5.38) з коефіцієнтами (5.39), (5.40) і відборі електронів і позитронів з енергіями і імпульсами (5.41) - (5.44) (випадок a)) знаменник функції Гріна в межах заданої точності дорівнює нулю, а при відборі частинок з енергіями і імпульсами (5.47) пропорційний $h^{3/2}$:

$$(g_0 - \varepsilon_g)\big|_a = 0(h^2), \ (g_0 - \varepsilon_g)\big|_b = 2\sqrt{\alpha_g}(n_g - l^-)uh^{3/2}. \quad (5.48)$$

Аналогічний аналіз резонансних умов має місце для другої фейнманівської діаграми (див. рис.5.5) з використанням рівняння (5.34). Частоти початкового і кінцевого фотонів задаємо у вигляді:

$$\omega = 2m + (n_f + l^-)hm + \alpha_f hm, \quad (5.49)$$

$$\omega' = (n_f - l^+)hm + \beta_{1f}h^{3/2}m + \beta_{2f}h^2m. \quad (5.50)$$

Для випадку a), тобто верхнього знака в (5.9) рівняння (5.34) реалізується з точністю до h^2 включно, якщо коефіцієнти β_{1fa}, β_{2fa} дорівнюють:

$$\beta_{1fa} = -\sqrt{\alpha_{fa}}(n_f - l^+)u\,, \qquad (5.51)$$

$$\beta_{2fa} = -(n_f - l^+)[u^2(n_f - l^+ - 2\alpha_{fa}) + n_f + l^+ + \alpha_{fa}]/2\,. \qquad (5.52)$$

Відзначимо, що формули (5.49) - (5.52) виходять з аналогічних виразів попереднього аналізу першої фейнманівські діаграми при такій заміні параметрів:

$$\alpha_{ga} \to \alpha_{fa},\ n_g \to n_f,\ l^+ \rightleftarrows l^-,\ u \to -u\,. \qquad (5.53)$$

Поздовжні імпульси і енергії електрона і позитрона виходять з виразів (5.41) - (5.44) за правилом

$$p_a^- \to -p_a^+,\ p_a^+ \to -p_a^-,\ \varepsilon_a^- \to \varepsilon_a^+,\ \varepsilon_a^+ \to \varepsilon_a^- \qquad (5.54)$$

з подальшою заміною (5.53).

При реалізації резонансу в випадку нижнього знака в (5.9) (випадок b)) коефіцієнти β_{1fb}, β_{2fb} відрізняються від виразів (5.51), (5.52) знаком косинуса кута *u*, тобто дорівнюють

$$\beta_{1fb} = \beta_{1fa},\ \beta_{2fb} = \beta_{2fa}\,, \qquad (5.55)$$

с заміною $\alpha_{ga} \to \alpha_{gb},\ u \to -u$. З урахуванням такої ж заміни енергії і імпульси частинок можна знайти за правилом (5.47).

Інтерференція резонансів в першій і другій фейнманівських діаграмах має місце, якщо енергії і імпульси всіх відповідних частинок збігаються. Для рівності частот фотонів, які визначаються виразами (5.37), (5.38) і (5.49), (5.50), необхідна рівність відповідних коефіцієнтів:

$$\alpha_g = \alpha_f,\ \beta_{1ga} = \beta_{1fa},\ \beta_{2ga} = \beta_{2fa}\,. \qquad (5.56)$$

Тут для визначеності записаний випадок а), тобто верхній знак у виразі (5.9). З рівнянь (5.56) випливають умови інтерференції резонансів:

$$l^- = l^+,\ n_g = n_f,\ u = 0, \qquad (5.57)$$

які значно жорсткіші, ніж умови (5.36), необхідні для інтерференції резонансів лише з точністю до *h*.

Відзначимо, що народження кінцевих електрона і позитрона на однакові енергетичні рівні не є найбільш імовірним, оскільки в резонансі процес є двох етапним. На першому етапі частинки народжуються на однакових рівнях, а на другому етапі одна з частинок, випромінюючи кінцевий фотон, переходить на більш низькі рівні Ландау.

Випадок рівності $\omega'_{ga} = \omega'_{fb}$ має місце, якщо виконуються два перших рівняння (5.57) при довільному u. У цьому випадку поздовжні імпульси електрона (позитрона) в резонансі першої і другої діаграм відрізняються знаком. Тобто це не є інтерференція двох резонансів, хоча самі резонанси на графіку залежності імовірності процесу від частоти випромінювання кінцевого фотона будуть збігатися.

В якості ілюстрації на рис.5.7. зображено залежність знаменників функцій Гріна від частоти випромінювання (ріс.5.7.a.) і схематичне розташування резонансів (рис.5.7. b.). Для побудови залежностей g_0-ε_g і f_0-ε_f від частоти випромінювання (x=ω'/hm) (див. рис.5.7.a.) було обрано:l^{-}=2, l^{+}=1, n_f=n, n_g=n+1(n=0..4), ω=2m+(4+α), α=1/20, u=1/20, h=0.2.

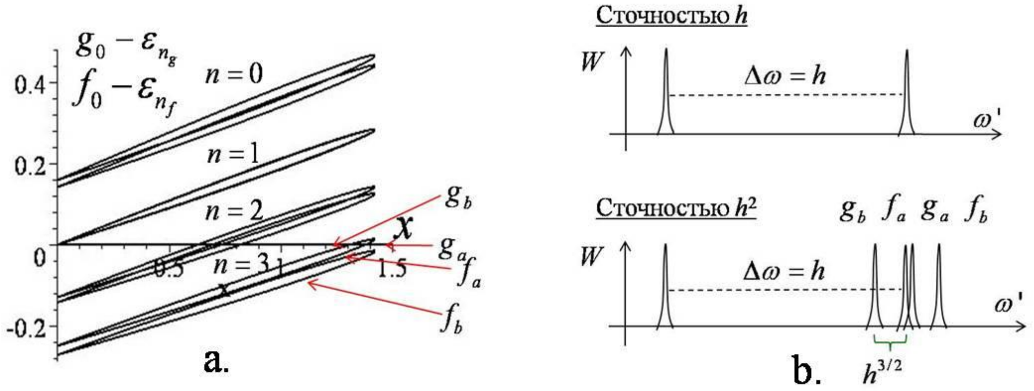


Рис.5.7. a. Залежність величин g_0-ε_g і f_0-ε_f від частоти випромінювання (x=ω'/hm) b. Розташування резонансів на графіку залежності імовірності процесу ОНПВ від частоти випромінювання

На рис.5.7.a. представлено 4 групи кривих (випадки n = 0..4). У кожній групі є чотири монотонно зростаючих гілки (g_a, g_b, f_a, f_b). В наближенні h в першій степені криві однієї групи зливаються в одну пряму. Перетин нуля відповідає резонансу. Тому з точністю до h^1 є тільки один резонанс. С точністю до h^2 вже є чотири (дві діаграми для випадків a і b). Згадані нулі відповідають резонансним пікам, схематично зображеним на рис.5.7.b. Дві пари резонансів відповідають двом різним кінематичним областям (випадки a і b). Одна пара - зовнішні піки (випадок b), для якої відстань між піками ~ $h^{3/2}$. Друга пара - внутрішні піки (випадок a), для яких відстань між ними може бути << $h^{3/2}$.

Таким чином, врахування більш високої степені малого параметра h в аналізі резонансних умов приводить до появи парних резонансів, відстань між якими багато менша відстані між сусідніми рівнями Ландау. Парні резонанси є явним доказом наявності двох фейнманівських діаграм, що описують процес ОНПВ. Увесь інтервал можливих значень частоти випромінювання умовно можна розділити на три ділянки (рис.5.7.b.): 1) вузька область окремого резонансу, її ширина $\Gamma \sim e^2 h^2 m$, 2) область парних резонансів шириною $\sim h^{3/2} m$, 3) нерезонансна область шириною $\sim hm$.

5.4. Імовірність процесу ОНПВ

Випишемо амплітуди $Q^{(g)}$ (5.21) процесу ОНПВ в ультраквантовому наближенні з фіксованими значеннями проекцій спінів електрона і позитрона і частотами фотонів близькими до значень (5.37), (5.38):

$$Q_{\text{ОНВП}}^{-+(g)} = 4\sqrt{2}\sqrt{\frac{n_g h}{l^-}} m^3 G_p G_s e_z H_m^{'*} \operatorname{sgn}(p^-), \tag{5.58}$$

$$Q_{\text{ОНПВ}}^{--(g)} = -4\sqrt{\frac{n_g l^+}{l^-}} h m^3 G_p G_s H_p H_m^{'*}, \tag{5.59}$$

$$Q_{\text{ОНПВ}}^{++(g)} = 4\sqrt{n_g} h m^3 G_p G_s H_m H_m^{'*}, \tag{5.60}$$

$$Q_{\text{ОНПВ}}^{+-(g)} \sim h^2, \tag{5.61}$$

де позначення аналогічні як у виразах (4.52) - (4.55). Функції G_p, G_s аналогічні (4.57):

$$G_p = \frac{(-1)^{l^+} \eta^{\frac{n_g + l^+}{2}} e^{-\eta/2}}{\sqrt{(l^+)! \cdot (n_g)!}}, \; G_s = e^{-\eta'/2} \eta'^{\frac{n_g - l^- - 1}{2}} \sqrt{\frac{(n_g - 1)!}{(l^- - 1)!}} \frac{1}{(n_g - l^- - 1)!} \qquad (5.62)$$

і залежать від змінних η , η', відповідно

$$\eta = \frac{\omega^2}{2hm^2}, \quad \eta' = \frac{\omega'^2 (1 - u^2)}{2hm^2}. \qquad (5.63)$$

Для встановлення зв'язку між амплітудами процесів ОНПВ і ОНП-СВ випишемо останні в ультраквантовому наближенні. Для процесу СВ з переходом електрона з рівня n_g на l^- величини $Q_{\text{СВ}}$ в амплітуді (2.39) з однаковими фіксованими спінами електрона дорівнюють:

$$Q_{\text{СВ}}^{--} = -2\sqrt{2}\sqrt{\frac{n_g h}{l^-}} m^2 G_s H_m'^{*}, \quad Q_{\text{СВ}}^{++} = -2\sqrt{2}\sqrt{h} m^2 G_s H_m'^{*}. \qquad (5.64)$$

Для процесу ОНП електрона на рівень n_g і позитрона на рівень l^+ з фіксованими спінами частинок величини $Q_{\text{ОНП}}$ в амплітуді (2.142) дорівнюють:

$$Q_{\text{ОНП}}^{-+} = 4m^2 e_z G_p \operatorname{sgn}(p^-), Q_{\text{ОНП}}^{--} = -2\sqrt{2} m^2 \sqrt{l^+ h} G_p H_p, Q_{\text{ОНП}}^{++} = +2\sqrt{2} m^2 \sqrt{l^- h} G_p H_m. \quad (5.65)$$

Амплітуди (5.58) - (5.60) виражаються через (5.64), (5.65) простими співвідношеннями:

$$Q_{\text{ОНПВ}}^{-+(g)} = \frac{-1}{2m} Q_{\text{ОНП}}^{-+} Q_{\text{СВ}}^{--}, \;\; Q_{\text{ОНПВ}}^{--(g)} = \frac{-1}{2m} Q_{\text{ОНП}}^{--} Q_{\text{СВ}}^{--}, \;\; Q_{\text{ОНПВ}}^{++(g)} = \frac{-1}{2m} Q_{\text{ОНВ}}^{++} Q_{\text{СВ}}^{++}. \quad (5.66)$$

Фаза (5.25) процесу ОНПВ, очевидно, дорівнює сумі фаз (2.36) і (2.146) процесів першого порядку

$$\Phi_{\text{ОНПВ}} = \Phi_{\text{ОНП}} + \Phi_{\text{СВ}}. \qquad (5.67)$$

В результаті шуканий зв'язок амплітуд для першої g діаграми має вигляд:

$$A_{\text{ОНПВ}}^{\mu^- \mu^+ (g)} = \frac{-i2mS}{(2\pi)^3} \int d^3 g \sum_{n_g} \frac{A_{\text{ОНП}}^{\mu_{n_g} \mu^+} A_{\text{СВ}}^{\mu_{n_g} \mu^-}}{g_0^2 - \varepsilon_g^2}, \qquad (5.68)$$

при цьому спін проміжного електрона

$$\mu_{n_g} = \mu^- . \tag{5.69}$$

Відзначимо, що в процесі ОНПВ в ультраквантовому наближенні проміжний електрон випромінює кінцевий фотон без перевороту спіна (спін-фліп мав місце в процесі ДНП).

Аналогічно виразу (5.68) має місце зв'язок амплітуд для другої f діаграми

$$A_{\text{ОНПВ}}^{\mu^-\mu^+(f)} = \frac{-i2mS}{(2\pi)^3} \int d^3 f \sum_{n_f} \frac{A_{\text{ОНП}}^{\mu^-\mu_{n_f}} A_{\text{СВ}}^{\mu_{n_f}\mu^+}}{f_0^2 - \varepsilon_f^2} , \tag{5.70}$$

де $\mu_{n_f} = \mu^+$; $A_{\text{ОНП}}^{\mu^-\mu_{n_f}}$ - амплітуда процесу однофотонного народження e$^+$e$^-$ пари з кінцевим електроном і проміжним позитроном на рівнях Ландау l^- і n_f, відповідно. Величини $Q_{\text{ОРП}}$, що входять до амплітуди, мають вигляд:

$$Q_{\text{ОНП}}^{-+} = 4m^2 e_z F_p \,\text{sgn}(p^-) , Q_{\text{ОНП}}^{--} = -2\sqrt{2} m^2 \sqrt{n_f h} F_p H_p , Q_{\text{ОНП}}^{++} = +2\sqrt{2} m^2 \sqrt{l^- h} F_p H_m . \tag{5.71}$$

$A_{\text{СВ}}^{\mu_{n_f}\mu^+}$ - амплітуда процесу синхротронного випромінювання позитрона з величинами $Q_{\text{СВ}}$ вигляду

$$Q_{\text{СВ}}^{++} = 2\sqrt{2} \sqrt{\frac{n_f h}{l^+}} m^2 F_s H_p^{'*} , \quad Q_{\text{СВ}}^{--} = 2\sqrt{2} \sqrt{h} m^2 F_s H_p^{'*} . \tag{5.72}$$

Функції F_p, F_s мають вигляд:

$$F_p = \frac{(-1)^{n_f} \eta^{\frac{n_f + l^-}{2}} e^{-\eta/2}}{\sqrt{(l^-)! \cdot (n_f)!}} , \; F_s = e^{-\eta'/2} \eta'^{\frac{n_f - l^+ - 1}{2}} \sqrt{\frac{(n_f - 1)!}{(l^+ - 1)!}} \frac{1}{(n_f - l^+ - 1)!} . \tag{5.73}$$

Відзначимо, фази амплітуд пов'язані співвідношенням

$$\Phi_{\text{ОНПВ}} = \Phi_{\text{ОНП}} + \Phi_{\text{СВ}} + \pi(n_f - l^+) . \tag{5.74}$$

Величини $Q^{(f)}$ аналогічно (5.66) можна записати у вигляді:

$$Q_{\text{ОНПВ}}^{-+(f)} = \frac{-1}{2m} Q_{\text{ОНП}}^{-+} Q_{\text{СВ}}^{++} , \; Q_{\text{ОНПВ}}^{--(f)} = \frac{-1}{2m} Q_{\text{ОНП}}^{--} Q_{\text{СВ}}^{--} , \; Q_{\text{ОНПВ}}^{++(f)} = \frac{-1}{2m} Q_{\text{ОНП}}^{++} Q_{\text{СВ}}^{++} . \tag{5.75}$$

Таким чином, загальний вираз для амплітуди процесу ОНПВ в ультраквантовому наближенні є сума двох величин (5.68) і (5.70).

Випишемо явний вигляд амплітуди ОНПВ поблизу резонансу (5.36) з частинками в основних спінових станах (μ^-=-1, μ^+=+1), опускаючи несуттєву загальну фазу

$$A^{-+}_{\text{ОНПВ}} = N_1 e_z \Upsilon', \quad N_1 = \frac{(2\pi)^4 e^2 h^{1/2} R\cdot\delta^3(k-k'-p^- - p^+)}{2VS\sqrt{m\omega'}}, \tag{5.76}$$

$$\Upsilon' = \left[\frac{H'^*_m e^{i\kappa'\chi}}{(\omega'-\varepsilon_g+\varepsilon^-)+i\dfrac{n_g\Gamma}{2}} - \frac{H'^*_p e^{-i\kappa'\chi}}{(\omega'-\varepsilon_f+\varepsilon^+)+i\dfrac{n_f\Gamma}{2}}\right], \tag{5.77}$$

де ширина $\Gamma = 4e^2h^2m/3$, $R=(n_g/l^-)^{1/2}|G_p|G_s$, величина χ вигляду:

$$\chi = (\varphi'-\varphi) - \sin\theta'\cdot\sin(\varphi'-\varphi). \tag{5.78}$$

Вираз для амплітуди спрощується в разі народження частинок на однакові рівні Ландау ($l^+ = l^- = l, n_g = n_f = n$):

$$\Upsilon' = \frac{2i(u\cos\alpha'\cdot\sin\kappa'\chi + \sin\alpha'\cdot\cos\kappa'\chi\cdot e^{-i\beta'})}{(\omega'-\omega_{res})+i\dfrac{n\Gamma}{2}}, \tag{5.79}$$

Подібний простий вигляд мають амплітуди процесу з частинками в інших спінових станах:

$$A^{--}_{\text{ОНПВ}} = N_1\sqrt{\frac{l^+h}{2}}H_p\Upsilon', \quad A^{++}_{\text{ОНПВ}} = N_1\sqrt{\frac{l^-h}{2}}H_m\Upsilon'. \tag{5.80}$$

Резонансна імовірність ОНПВ. Випишемо вираз для імовірності процесу ОНПВ в точці поблизу резонансу першої g діаграми з точністю до h^2 (вузька область окремого резонансу), коли виконуються умови (5.39), (5.40), і частинки народжуються в основні спінові стани W^{-+}. Імовірності з іншими спіновими станами W^{--}, W^{++} не складно здобути, замінюючи вираз для амплітуди (5.76) на (5.80). Другим доданком в (5.77) можна знехтувати. Диференціальна імовірність ОНПВ дорівнює добутку квадрата модуля амплітуди (5.76) на число кінцевих станів dN,

$$dN = \frac{VS^2}{(2\pi)^7}d^3k'\cdot d^2p^+\cdot d^2p\ , \tag{5.81}$$

і може бути приведена до вигляду:

$$dW_{\text{ОНПВ}}^{-+(g)}=\frac{e^4}{64(2\pi)^2\omega\omega' m^6}\left|\frac{Q_{\text{ОНПВ}}^{-+(g)}}{g_0-\varepsilon_g+i\frac{n_g\Gamma}{2}}\right|^2\delta(\omega-\omega'-\varepsilon^+-\varepsilon^-)d^3k'\cdot dp_z\frac{p_yT}{L_x}. \quad (5.82)$$

Множник p_yT/L_y традиційно інтерпретується як hm^2. Дельта функція Дірака з енергій частинок знімає інтеграл по подовжньому імпульсу електрона, $p\equiv|p_z|=(\alpha_g h)^{1/2}m$. В даному випадку імовірність не залежить від азимутальних кутів фотонів і дорівнює:

$$\frac{dW_{\text{ОНПВ}}^{-+(g)}}{d\omega' du}=\frac{e^4h\omega'|Q_{\text{ОНПВ}}^{-+(g)}|^2}{2^8(2\pi)m^4p}\left[\frac{1}{(g_0-\varepsilon_g)_a^2+\frac{n_g^2\Gamma^2}{4}}+\frac{1}{(g_0-\varepsilon_g)_b^2+\frac{n_g^2\Gamma^2}{4}}\right]. \quad (5.83)$$

Нижні індекси *a* і *b* біля дужок в знаменнику доданків в квадратних дужках виразу (5.83) відповідають кінематиці процесу, що описується виразом (5.9) з верхнім і нижнім знаками, відповідно. Відзначимо, що в резонансі з точністю до h^2 в квадратних дужках виразу (5.83) суттєвим залишається тільки один з двох доданків. З точністю порядку h^1 зазначені доданки можна вважати рівними. З урахуванням зв'язку між амплітудами (5.66), а також виразів для імовірностей СВ електрона $dW_{\text{СВ}\,e^-}^{--}/du$ (2.46) і ОНП $W_{\text{ОНП}}^{-+}$ (2.156), вираз для імовірності може бути приведений до форми Брейта-Вігнера (для визначеності залишено перший доданок (випадок а)):

$$\left.\frac{dW_{\text{ОНПВ}}^{-+(g)}}{d\omega' du}\right|_a=\frac{1}{4\pi}\frac{W_{\text{ОНП}}^{-+}\cdot\frac{dW_{\text{СВ}\,e^-}^{--}}{du}}{(\omega'-(\varepsilon_g-\varepsilon^-))_a^2+\frac{n_g^2\Gamma^2}{4}}, \quad (5.84)$$

що означає незалежність процесів народження e^+e^- пари початковим фотоном і випромінювання кінцевого фотона проміжним електроном. Аналогічні співвідношення справедливі і для інших спінових станів частинок:

$$\left.\frac{dW^{\mu^-\mu^+(g)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du}\right|_a = \frac{1}{4\pi}\frac{W^{\mu_{n_g}\mu^+}_{\text{ОНП}}\cdot\dfrac{dW^{\mu_{n_g}\mu^-}_{\text{СВ}\,e^-}}{du}}{(\omega'-(\varepsilon_g-\varepsilon^-))^2_a+\dfrac{n_g^2\Gamma^2}{4}}, \tag{5.85}$$

де μ_{n_g} визначається з (5.69).

Оцінимо інтегральну імовірність процесу ОНПВ в області резонансів а) і b), де виконуються умови (5.39), (5.40) з точністю h^2. З урахуванням

$$\int_\Gamma \frac{Adx}{(x-x_0)^2+\Gamma^2/4} \approx A\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{(x-x_0)^2+\Gamma^2/4}=\frac{2\pi A}{\Gamma} \tag{5.86}$$

інтегрування виразу (5.83) по частоті ω' в межах ширини $n_g\Gamma$ і по полярному куту вильоту фотона (по u від -1 до 1) дає

$$\Delta W^{-+(g)}_{\text{ОНПВ}} = \frac{W^{-+}_{\text{ОНП}}\cdot W^{--}_{\text{СВ}\,e^-}}{n_g\Gamma}, \tag{5.87}$$

де повна імовірність СВ електрона в основному спіновому стані $W^{--}_{\text{СВ}\,e^-}$ визначається інтегралом від виразу (2.46) за кутом вильоту фотона з подальшим підсумовуванням по поляризаціям кінцевого фотона. Найбільша інтегральна імовірність ОНПВ (5.87) відповідає переходу електрона на сусідній рівень Ландау $W^{--}_{\text{СВ}\,e^-}=4n_ge^2h^2m/3=n_g\Gamma$, тоді

$$\Delta W^{-+(g)}_{\text{ОНПВ}} = W^{-+}_{\text{ОНП}}, \tag{5.88}$$

тобто здобули, що процес другого порядку ОНПВ в області резонансу рівноімовірний з процесом першого порядку ОНП. У разі народження e^+e^- пари в основні енергетичні стани $l^-=l^+=0$ ($n_g=1$) в магнітному полі величиною $h=0.1$ ($H=4.4\cdot10^{12}$*Гс*) імовірності ОНП і СВ по порядку величини дорівнюють, відповідно:

$$W^{-+}_{\text{ОНП}}\sim 10^{10}[1/c],\ \ W^{--}_{\text{СВ}\,e^-}\sim 10^{17}[1/c]. \tag{5.89}$$

Поблизу резонансу другий фейнманівській діаграми (діаграми *f* рис.5.5), коли виконуються умови (5.39), (5.40), імовірність ОНПВ дорівнює виразу (5.83) з заміною $g \rightarrow f$, $g_0 - \varepsilon_g \rightarrow f_0 - \varepsilon_f = \omega' - (\varepsilon_f - \varepsilon^+)$. Аналіз, виконаний для першої діаграми, справедливий і в цьому випадку. Імовірність процесу в резонансі факторизується, інтегральна імовірність ОНПВ дорівнює імовірності ОНП (5.89), тобто врахування обох діаграм дає подвійний результат (5.89). Відмінністю є те, що проміжна частинка для другої діаграми - це позитрон.

СВ позитрона. Оскільки в другій фейнманівській діаграмі проміжний стан є позитронним, має сенс навести деякі вирази для імовірності СВ позитрона. Амплітуда імовірності СВ позитрона дорівнює (2.39), де

$$Q_1 = J(l',l) M_p^+ M_p{}' De'_z\,,\ Q_2 = J(l'-1,l-1)\mu^+ M_m^+ \mu^+{}' M_m{}' De'_z\,,$$

$$Q_3 = J(l',l-1)\mu^+ M_m^+ M_p^+{}' CH'^*_p\,,\ Q_4 = J(l'-1,l) M_p^+ \mu^+{}' M_m^+{}' CH'^*_m\,,$$

фаза $\Phi^+ = -\dfrac{k_x{}'(2p_y^+ + k_y{}')}{2hm^2} - (l-l')(\varphi' + \dfrac{\pi}{2})$. Знак плюс зліва зверху позначає позитрон, штрих означає, що частинка в кінцевому стані.

Диференціальна імовірність процесу в одиницю часу визначається виразом (2.44), який в ультраквантовому наближенні дорівнює

$$\frac{dW}{du} = \frac{\alpha\omega'}{16m^3}\left|\sum Q\right|^2,$$

аналогами виразів (2.46)-(2.48) є

$$\frac{dW^{++}_{\text{CB}\,e^+}}{du} = e^2\omega' h \frac{l}{2l'} R^2_{ll'} \,|\, H'_p \,|^2, \quad Q^{++} = -2\sqrt{\frac{2lh}{l'}} m^2 R_{ll'} H'^*_p\,, \qquad (5.90)$$

$$\frac{dW^{--}_{\text{CB}\,e^+}}{du} = e^2\omega' h \frac{1}{2} R^2_{ll'} \,|\, H'_p \,|^2, \quad Q^{--} = 2\sqrt{2h} m^2 R_{ll'} H'^*_p\,, \qquad (5.91)$$

$$\frac{dW^{-+}_{\text{CB}\,e^+}}{du} = e^2\omega' h^2 \frac{(l-l')^2}{4l'} R^2_{ll'} \,|\, \tilde{H}'_p \,|^2, Q^{-+} = \frac{2(l-l')h}{\sqrt{l'}} m^2 R_{ll'} \tilde{H}'^*_p\,. \qquad (5.92)$$

Відзначимо, з огляду на вид поляризаційних функцій (2.43), (4.56), що СВ позитрона відрізняється від СВ електрона лише протилежним знаком кругової поляризації.

Імовірність ОНПВ в області парних резонансів. Як було показано вище, для будь-якої надпорогої частоти початкового фотона імовірність випромінювання фотона частоти, яка кратна циклотронній, має резонансний характер. При цьому, умови (5.36) визначають енергетичні рівні проміжних частинок n_g, n_f . В цих умовах потрапляння в резонанс має точність h, що відповідає області парних резонансів (см.рис.5.7.b), виключаючи самі вузькі піки. Має місце інтерференція двох фейнманівських діаграм, тобто необхідно враховувати внесок від обох діаграм. Для визначеності виберемо однакові енергетичні рівні частинок ($l^+ = l^- = l, n_g = n_f = n$),що спрощує аналітичні вирази, але не применшує спільності розгляду. квадрат модуля Υ' (5.79) дорівнює:

$$|\Upsilon'|^2 = \frac{\mathrm{K}(\xi',\Omega')}{(\omega-\omega_{res})^2 + n^2\Gamma^2/4}, \qquad (5.93)$$

$$\mathrm{K}(\xi',\Omega') = 2[u^2\sin^2\kappa'\chi + \cos^2\kappa'\chi + \xi_3'(u^2\sin^2\kappa'\chi - \cos^2\kappa'\chi) + \xi_1' u\sin 2\kappa'\chi]. \qquad (5.94)$$

Другий доданок в знаменнику (5.93) з шириною Γ, в принципі, слід відкинути, оскільки в даній області він дуже малий. Диференціальна імовірність ОНПВ має вигляд:

$$\left.\frac{dW^{-+}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du}\right|_a = \frac{B\cdot\mathrm{K}(\xi',\Omega')}{(\omega'-\omega_{res})_a^2 + \dfrac{n^2\Gamma^2}{4}}, \quad B = \frac{(e^2 Rhme_z)\omega'}{2(4\pi)^2 p}, \qquad (5.95)$$

де нижній індекс a відповідає подовжньому імпульсу електрона, спрямованому вздовж поля (верхній знак (5.9)). В загальному випадку диференціальна ймовірність складається з двох доданків (верхній і нижній знаки в (5.9)).

Кутова залежність імовірності ОНПВ характеризується функцією $\mathrm{K}(\xi',\Omega')$, яка зображена на рис.5.8. Функція $\mathrm{K}(\xi',\Omega')$ з параметрами $l=l'$, $\xi_1' = \xi_3' = 2^{-1/2}$, $\kappa' = 1$ має максимуми при $u=1$ і $\varphi' - \varphi = n\pi/2$. Відмінністю області парних резонансів від вузької області окремого резонансу є суттєва залежність імовірності процесу в першому випадку від різниці азимутальних кутів початкового і кінцевого фотонів.

Диференціальна імовірність процесу ОНПВ (5.95), підсумувавши по поляризаціям кінцевого фотона, пропорційна величині

$$\sum_{\xi'} \mathrm{K}(\xi',\Omega') = 2[u^2 \sin^2 \kappa'\chi + \cos^2 \kappa'\chi]. \qquad (5.96)$$

Величина (5.96) максимальна, якщо випромінювання направлено вздовж магнітного поля, вона не залежить від азимутальних кутів фотонів ΣK=4. У випадку випромінювання перпендикулярно полю величина (5.96) максимальна, якщо різниця азимутальних кутів $\Delta\varphi = \{0, \pi\}$ і дорівнює нулю, коли $\Delta\varphi = 3\pi/4$.

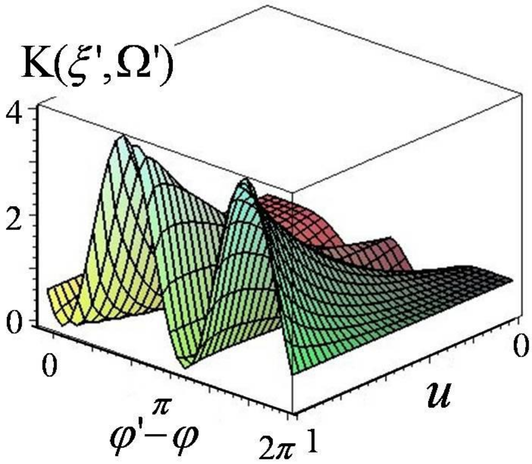


Рис.5.8. Кутова залежність імовірності ОНПВ в області парних резонансів, $l=l'$, $\xi_1'=\xi_3'=2^{-1/2}$, $\kappa'=1$

Таким чином, при розповсюджені жорстких фотонів ⊥ *H*, випромінювання в площині перпендикулярно полю з області парних резонансів максимально в напрямку (паралельно і антипаралельно) початкових фотонів і відсутнє під кутом $\Delta\varphi = 3\pi/4$. В області індивідуального резонансу випромінювання не залежить від азимутального кута.

Імовірність ОНПВ в нерезонансній області. Розглянемо процес поблизу порога, коли частинки народжуються в основні енергетичні стани:

$$\omega = 2m + amh^2, \quad l^+ = l^- = 0, \quad \mu^+ = -\mu^- = 1, \tag{5.97}$$

де a ~ 1. У цьому випадку частота кінцевого фотона і імпульс кінцевого електрона можуть бути записані у вигляді:

$$\omega' = \kappa' mh^2, \quad p = \sqrt{a - \kappa'} hm, \quad 0 < \kappa' < a\,. \tag{5.98}$$

В амплітуді (5.20), (5.21) в сумах по енергетичним рівням проміжної частинки залишаються тільки два доданки n_g = 0, 1 (n_f = 0, 1). Амплітуду можна привести до вигляду

$$A_{if} = \frac{-ie^2(2\pi)^4\delta^3(k - k' - p^+ - p^-)}{4VS\sqrt{\omega\omega' m^+ m^- \varepsilon^+ \varepsilon^-}}\sum, \quad \sum = 4m\frac{1}{h}e^{-1/h}e_z e^{-i\Lambda/2}\Upsilon\,, \tag{5.99}$$

$$\Upsilon = \left[\Delta e'_z\frac{\sqrt{a - \kappa'}}{\kappa'} - H'^{*}_{m}e^{i\Delta\varphi} + H'^{*}_{p}e^{i\Lambda - i\Delta\varphi}\right], \tag{5.100}$$

$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi, \;\; \Lambda = 2\kappa h\cdot\sin\theta'\cdot\sin\Delta\varphi\,. \tag{5.101}$$

Диференціальна імовірність процесу в одиницю часу, стандартно, дорівнює квадрату модуля (5.99), помноженому на число кінцевих станів:

$$dW = \frac{\pi\alpha^2h^2e^{-2/h}}{\sqrt{a - \kappa'}}\kappa' |e_z|^2 \cdot |\Upsilon|^2\, d\omega' d\Omega'\,, \tag{5.102}$$

де
$$|\Upsilon|^2 = \frac{a - \kappa'}{\kappa'^2}\cdot K + \frac{\Delta\sqrt{a - \kappa'}}{\kappa'}\cdot L + M\,, \tag{5.103}$$

$$K = (1 + \xi'_3)(1 - u^2)/2\,, \tag{5.104}$$

$$L = (1 + \xi'_3)\sin 2\theta'(\cos\Delta\varphi - \cos(\Delta\varphi - \Lambda))/2 + ,$$

$$+\xi'_2\sin\theta'(\cos\Delta\varphi - \cos(\Delta\varphi - \Lambda)) - \xi'_1\sin\theta'(\sin\Delta\varphi - \sin(\Delta\varphi - \Lambda))\,, \tag{5.105}$$

$$M = (1 + u^2) - \xi'_3(1 - u^2) + ((1 - u^2) - \xi'_3(1 + u^2))\cos(2\Delta\varphi - \Lambda) + 2\xi'_2 u\sin(2\Delta\varphi - \Lambda)\,. \tag{5.106}$$

Кутова залежність диференціальної імовірності процесу ОНПВ (залежність величини $|\Upsilon|^2$ від кутів θ ' і φ ') зображена на рис.5.9. Для отримання графіків рис.5.9. обрано параметри h=0.1, a=1, κ'=2/3.

Після інтегрування виразу (5.102) по полярному і азимутальної кутах кінцевого фотона диференціальна імовірність набуває вигляду:

$$\frac{dW}{d\omega'}=\frac{2\pi^2}{3}e^4h^2e^{-2/h}(1+\xi_3)Z,\; Z=\left\{\frac{\sqrt{a-\kappa'}}{\kappa'}(1+\xi'_3)+\frac{2\kappa'}{\sqrt{a-\kappa'}}(2-\xi'_3)\right\}. \quad (5.107)$$

На рis.5.10 показано спектральну залежність імовірності процесу ОНПВ при різних значеннях параметра Стокса ξ'_3. При цьому h=0.1, a=1.

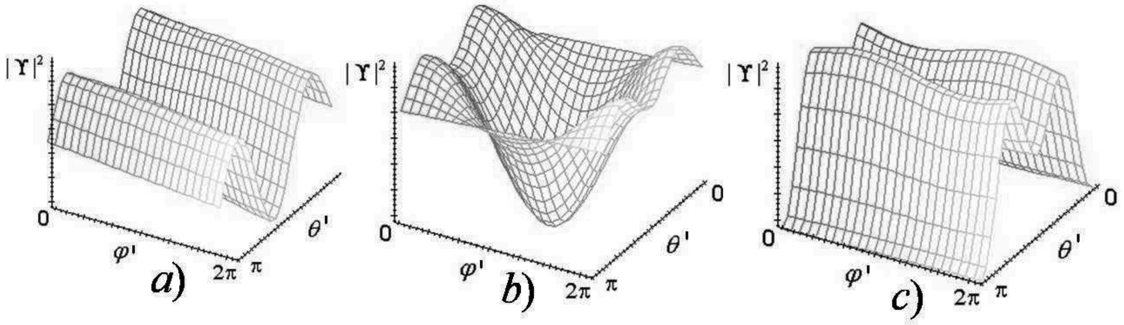


Рис.5.9. Кутова залежність імовірності ОНПВ в нерезонансній області *a*) $\xi'_1=1$, *b*) $\xi'_2=1$, *c*) $\xi'_3=1$

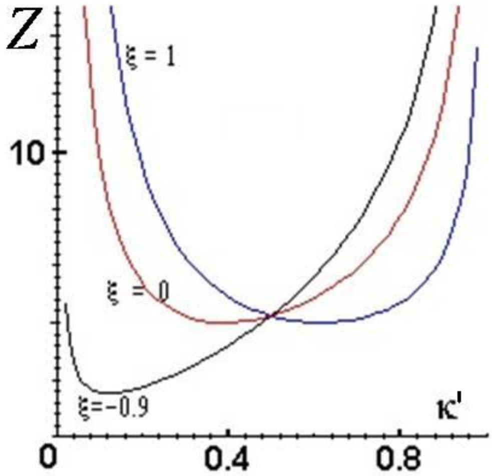


Рис.5.10. Спектральний розподіл імовірності ОНПВ при різних значеннях параметра Стокса ξ'_3

Імовірність процесу ОНПВ в одиницю часу, підсумувавши по поляризаціям кінцевого фотона і усереднена по поляризаціям початкового має вигляд:

$$\frac{dW}{d\kappa'} = \frac{4\pi^2}{3} e^4 m h^4 e^{-2/h} \left\{ \frac{\sqrt{a-\kappa'}}{\kappa'} + \frac{4\kappa'}{\sqrt{a-\kappa'}} \right\}. \qquad (5.108)$$

Повна імовірність

$$W = \int_0^a \frac{dW}{d\kappa'} d\kappa'$$

логарифмічно розбігається на нижній межі інтегрування. Причина цієї, так званої, інфрачервоної розбіжності - не врахування випромінювання м'яких фотонів в рамках квантової теорії розсіяння [190]. Усуваємо розбіжність заміною на нижній межі $0 \to \kappa_{\min} = \omega_{\min} / h^2 m$, що дає вираз для повної імовірності в одиницю часу процесу ОНПВ:

$$W = \frac{4\pi^2}{3} e^4 m h^4 e^{-2/h} \sqrt{a} \left\{ \ln \frac{a}{\kappa_{\min}} + \frac{16a}{3} \right\}. \qquad (5.109)$$

Оцінка імовірності W у випадку, коли h=0.1, a=1, ln=10, дає

$$W \approx 10^6 s^{-1}. \qquad (5.110)$$

Інтегральна імовірність процесу у межах ізольованого резонансу дорівнює повної імовірності ОНП (5.88) і для параметрів як в оцінці (5.110) дорівнює $10^{10} s^{-1}$ (5.89), тобто на 4 порядки більше здобутої оцінки для нерезонансного процесу (5.109).

5.5. Спін-поляризаційні ефекти процесу ОНПВ

Для аналізу спін-поляризаційних властивостей частинок беруть участь в процесі ОНПВ зручно виписати імовірності процесу з явно виділеними поляризаційними функціями. Для диференціальних імовірностей ОНПВ в області індивідуального резонансу першої фейнманівської g діаграми вирази мають вигляд:

$$\frac{dW^{-+(g)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_g \frac{n_g}{l^-} \tilde{\Pi}\Pi', \quad \frac{dW^{--(g)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_g \frac{h l^+ n_g}{2 l^-} \Pi\Pi', \quad \frac{dW^{++(g)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_g \frac{h n_g}{2} \Pi\Pi', \qquad (5.111)$$

де поляризаційні функції $\Pi, \tilde{\Pi}, \Pi'$ задані виразами (3.52), (3.64), при цьому u=0, множник C_g - загальний множник для трьох виразів (5.111), який не містить поляризаційних параметрів і визначається виразом для імовірності (5.85). Аналогічні вирази для імовірностей в області індивідуального резонансу другій фейнманівській f діаграми мають вигляд:

$$\frac{dW^{-+(f)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_f \frac{n_f}{l^+} \tilde{\Pi} \hat{\Pi}', \quad \frac{dW^{++(f)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_f \frac{h l^- n_f}{2 l^+} \Pi \hat{\Pi}', \quad \frac{dW^{--(f)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_f \frac{h n_f}{2} \Pi \hat{\Pi}', \qquad (5.112)$$

де $\hat{\Pi}'$ визначається як функція Π', в якій проведена заміна $\xi'_2 \to -\xi'_2$. Нарешті вираження для імовірностей ОНПВ в інтерференційній області і області парних резонансів у випадку $l^- = l^+$ можна привести до вигляд:

$$\frac{dW^{-+(pair)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_p \tilde{\Pi} \mathrm{K}', \quad \frac{dW^{--(pair)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_p \frac{h l^+}{2} \hat{\Pi} \mathrm{K}', \quad \frac{dW^{++(pair)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_p \frac{h l^-}{2} \Pi \mathrm{K}', \qquad (5.113)$$

де K' визначається виразом (5.94) і більш компактно записується так:

$$\mathrm{K}' = 2(u^2 S_\chi^2 + C_\chi^2) \left[1 + \frac{u^2 S_\chi^2 - C_\chi^2}{u^2 S_\chi^2 + C_\chi^2} \xi'_3 + \frac{2 u S_\chi C_\chi}{u^2 S_\chi^2 + C_\chi^2} \xi'_1 \right], \qquad (5.114)$$

де $S_\chi = \sin \kappa' \chi$, $C_\chi = \cos \kappa' \chi$.

Слід звернути увагу, що у всіх трьох випадках (5.111) - (5.113) залежність ймовірностей від параметрів Стокса кінцевого фотона однакова для будь-яких спінових станів електрона і позитрона. Тобто поляризація випромінювання не залежить від спінових станів частинок.

Імовірності, підсумовані по спінах частинок, в трьох зазначених областях, відповідно, дорівнюють:

$$\sum_{\mu^- \mu^+} \frac{dW^{\mu^- \mu^+ (g)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_g \frac{n_g}{l^-} \left[\tilde{\Pi} + \frac{h}{2} (l^+ + l^-) \Pi \right] \Pi', \qquad (5.115)$$

$$\sum_{\mu^- \mu^+} \frac{dW^{\mu^- \mu^+ (f)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_f \frac{n_f}{l^+} \left[\tilde{\Pi} + \frac{h}{2} (l^+ + l^-) \Pi \right] \hat{\Pi}', \qquad (5.116)$$

$$\sum_{\mu^- \mu^+} \frac{dW^{\mu^- \mu^+ (pair)}_{\text{ОНПВ}}}{d\omega' du} = C_p \left[\tilde{\Pi} + \frac{h}{2} (l^+ + l^-) \Pi \right] \mathrm{K}'. \qquad (5.117)$$

З виписаних виразів випливає, що поляризація кінцевого фотона визначається тільки функціями $\Pi',\hat{\Pi}',K'$, відповідно і не залежить від поляризації початкового. В області індивідуального резонансу першої фейнманівської діаграми поляризація кінцевого фотона збігається з поляризацією класичного СВ електрона. А в області індивідуального резонансу другий фейнманівської діаграми поляризація кінцевого фотона збігається з поляризацією класичного СВ позитрона. В області парних резонансів у випадку $l^{-}=l^{+}$ параметри Стокса випроміненого фотона випливають з виразу (5.114) і дорівнюють:

$$\xi'_1=\frac{2uS_\chi C_\chi}{u^2S_\chi^2+C_\chi^2},\ \xi'_2=0,\ \xi'_3=\frac{u^2S_\chi^2-C_\chi^2}{u^2S_\chi^2+C_\chi^2}. \tag{5.118}$$

Кутова залежність поляризації випромінювання (ξ'_1,ξ'_3залежність від φ',θ') зображена на рис.5.11. Як випливає з рис.5.11 поляризація випромінювання в області парних резонансів суттєво залежить не тільки від полярного кута випромінювання θ', але і від різниці полярних кутів початкового і кінцевого фотонів.

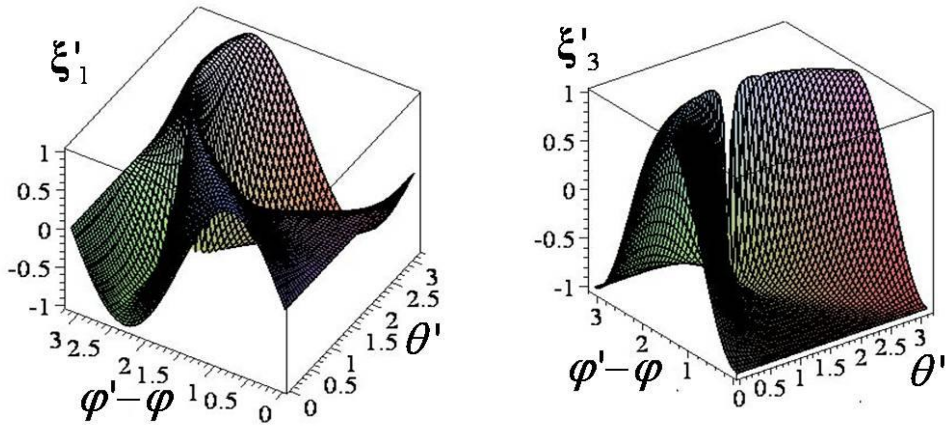


Рис.5.11. Кутова залежність параметрів Стокса випромінювання

Ступінь поляризації випромінювання, як випливає з (5.118), дорівнює одиниці

$$P'^2_{\xi} = \xi'^2_1 + \xi'^2_2 + \xi'^2_3 = 1,$$

тобто випромінювання повністю поляризоване для всіх напрямків. Зокрема, в інтерференційній області (u = 0) випромінювання нормально лінійно поляризоване: $\xi'_1 = 0,\ \xi'_2 = 0,\ \xi'_3 = -1$. Відзначимо, що в області парних резонансів у всіх напрямках відсутня кругова поляризація випромінювання. Це пов'язано з тим, що в зазначеній області дві фейнманівські діаграми дають однаковий внесок, а кругова поляризація випромінювання від цих діаграм відрізняється знаком.

Ступінь орієнтування спінів кінцевих частинок визначається співвідношеннями (2.167), (2.168). Для всіх трьох випадків (область індивідуальних резонансів першої і другої діаграми, область парних резонансів), для яких імовірності задаються співвідношеннями (5.111) - (5.113), ступеня орієнтування спінів електронів (позитронів) задаються однаковими виразами, які мають вигляд:

$$P_{e^-} = -\frac{2\tilde{\Pi} + h(l^+ - l^-)\Pi}{2\tilde{\Pi} + h(l^+ + l^-)\Pi},\quad P_{e^+} = \frac{2\tilde{\Pi} + h(l^- - l^+)\Pi}{2\tilde{\Pi} + h(l^+ + l^-)\Pi}, \tag{5.119}$$

при цьому стосовно до області парних резонансів в (5.119) потрібно покласти $l^+ = l^-$.

Вирази (5.119) збігаються з аналогічними, відповідними процесу ОНП (4.95). Таким чином, додавання кінцевого фотона в процесі ОНП (тобто процес ОНПВ) в резонансній кінематиці не впливає на ступінь орієнтування спінів кінцевих частинок і її залежність від поляризації початкового фотона, в той час як додавання початкового фотона в процесі ОНП (процес ДНП) суттєво змінює орієнтування спінів. Це пов'язано з тим, що в процесі ОНПВ в умовах резонансу спінові стани проміжних частинок є чистими, а для процесу ДНП вони змішані.

5.6. Змішані спінові стану проміжного електрона (позитрона) в резонансних умовах

У розділах 3-5 розглянуто процеси КЕД другого порядку, які є крос каналами одного узагальненого процесу з наявністю проміжного електрона (позитрона). У процесах ДСВ і ДНП в резонансних умовах з певними значеннями спінових станів початкових і кінцевих частинок були виявлені змішані спінові стану проміжних частинок. У таких випадках резонансні імовірності не факторизуються.

Проаналізуємо всі можливі ситуації виникнення змішаних спінових станів проміжних частинок в резонансних умовах процесу. Всього існує десять КЕД процесів другого порядку з одним проміжним лептонним станом (проміжним електроном або позитроном). Фейнманівські діаграми цих процесів зображені на рис.5.12. Цим діаграмам відповідають такі процеси: рис.5.12.a - подвійне синхротронне випромінювання електрона (ДСВ), рис.5.12.b - поглинання двох фотонів електроном (ПДФ), рис.5.12.c - розсіяння фотона на електроні (РФЕ), рис.5.12.d - двофотонне народження e^+e^- пари (ДНП), рис.5.12.e – анігіляція e^+e^- пари в два фотони (АПДФ), рис.5.12.f - однофотонне народження e^+e^- пари з випромінюванням фотона (ОНПВ), рис.5.12.g – анігіляція e^+e^- пари в один фотон з поглинанням фотона (АПФП). Також відзначимо, що три КЕД процеси з позитроном, які описуються фейнманівськими діаграмами на рис.5.12.a, рис.5.12.b, рис.5.12.c з заміною напрямку стрілок суцільних ліній.

Кожен КЕД процес, який відображається на рис.5.12., в резонансних умовах можна уявити як каскад двох процесів першого порядку, кожен з яких є одним з шести: випромінювання фотона електроном, випромінювання фотона позитроном, поглинання фотона електроном, поглинання фотона позитроном, народження e^+e^- пари фотоном, анігіляція e^+e^- пари в один фотон, з амплітудами $A_{rad\,\bar{e}}$, $A_{rad\,\overset{+}{e}}$, $A_{abs\,\bar{e}}$, $A_{abs\,\overset{+}{e}}$, A_{pr}, A_{ann}, відповідно. У процесах випромінювання, поглинання фотона найбільш імовірними є процеси без зміни напрямку спіна частинок, а в процесах народження, анігіляції e^+e^- пари найбільш імовірно частинки знаходяться в основних спінових станах (μ^+=+1, μ^-=-1).

Випишемо степені малого параметра *h* амплітуд процесу випромінювання електрона щодо найбільш імовірного випадку ($\mu^-=\mu'^-$) для всіх спінових станів частинок:

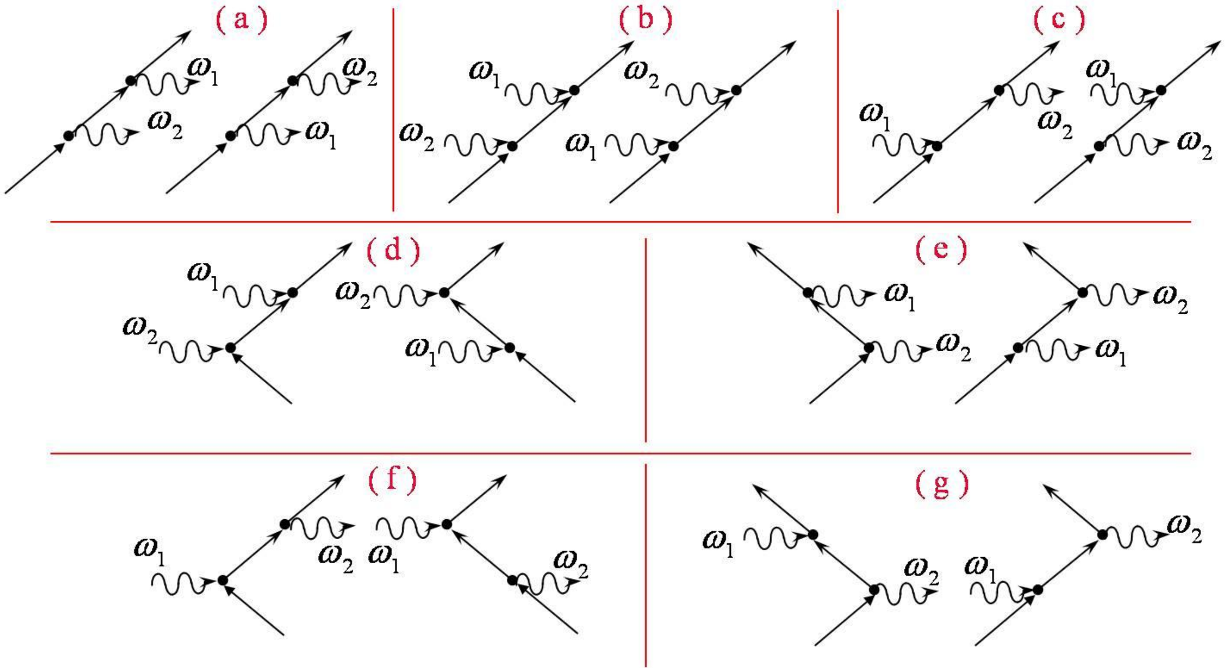


Рис.5.12. Фейнманівські діаграми КЕД процесів другого порядку з одним проміжним лептонним станом

$$A^{--}_{rad\,e^-} \sim A^{++}_{rad\,e^-} \sim 1,\ \ A^{+-}_{rad\,e^-} \sim \sqrt{h},\ \ A^{-+}_{rad\,e^-} \sim h\sqrt{h}, \qquad (5.120)$$

де перший і другий надрядкові знаки (+,˜) відповідають проекціям спінів початкового і кінцевого електрона, відповідно. Степені параметра *h* амплітуд процесу випромінювання позитрона визначаються виразами (5.120) з заміною спінових станів $+\rightleftarrows-$. Степені *h* амплітуд процесів народження і анігіляції e^+e^- пари щодо найбільш імовірного випадку (μ^-=-1 , μ^+=+1) дорівнюють:

$$A_{pr}^{-+} \sim 1,\ A_{pr}^{--} \sim A_{pr}^{++} \sim \sqrt{h},\ A_{pr}^{+-} \sim h\sqrt{h},\ A_{ann}^{\mu^-\mu^+} \sim A_{pr}^{\mu^-\mu^+}. \qquad (5.121)$$

Степені параметра *h* амплітуд процесу поглинання електрона (позитрона) визначаються з (5.120) взаємною заміною початкових частинок на кінцеві

$$A_{abs\,e^-}^{\mu^-\mu'^-} \sim A_{rad\,e^-}^{\mu'^-\mu^-},\ A_{abs\,e^+}^{\mu^+\mu'^+} \sim A_{rad\,e^+}^{\mu'^+\mu^+}. \qquad (5.122)$$

Відзначимо, що проміжний стан в розглянутих процесах 2-го порядку описується функцією Гріна електрона, в якій проведено підсумовування по спіновим станам частинки. Таким чином, в загальному випадку спінові стани проміжного електрона (позитрона) є змішаними. Амплітуда КЕД процесу другого порядку в резонансних умовах пропорційна сумі (з двох доданків) добутку двох амплітуд, що визначаються виразами (5.120) - (5.122). Останні, в свою чергу, мають різну степінь параметра *h*. В результаті можливі випадки, коли найменшу степінь *h* має тільки один доданок. Це відповідає чистому проміжного стану. Імовірність процесу в таких ситуаціях факторизується і має форму формули Брейта-Вігнера. Якщо обидва доданки згаданої суми мають однакову степінь *h*, має місце змішаний спіновий стан.

Перейдемо до аналізу амплітуд окремих процесів, зображених на рис.5.12. Амплітуди процесу ДСВ електрона $A_{\text{ДСВ}\,e^-}^{\mu\mu'}$, відносні до найбільш імовірних випадків, враховуючи (5.120), мають такі степені параметра *h* для першої діаграми рис.5.12.а

$$A_{\text{ДСВ}\,e^-}^{--} \sim A_{rad1\,e^-}^{--} A_{rad2\,e^-}^{--} + \cancel{A_{rad1\,e^-}^{+-} A_{rad2\,e^-}^{-+}} \sim 1, (-), \qquad (5.123)$$

$$A_{\text{ДСВ}\,e^-}^{++} \sim \cancel{A_{rad1\,e^-}^{-+} A_{rad2\,e^-}^{+-}} + A_{rad1\,e^-}^{++} A_{rad2\,e^-}^{++} \sim 1, (+), \qquad (5.124)$$

$$A_{\text{ДСВ}\,e^-}^{+-} \sim A_{rad1\,e^-}^{+-} A_{rad2\,e^-}^{++} + A_{rad1\,e^-}^{--} A_{rad2\,e^-}^{+-} \sim \sqrt{h}, (\pm), \qquad (5.125)$$

$$A_{\text{ДСВ}\,e^-}^{-+} \sim A_{rad1\,e^-}^{++} A_{rad2\,e^-}^{-+} + A_{rad1\,e^-}^{-+} A_{rad2\,e^-}^{--} \sim h\sqrt{h}, (\pm), \qquad (5.126)$$

де підрядкові цифри 1,2 позначають перший і другий фотони, відповідно, доданки з більшою степеню *h* перекреслені, в кінці виразів в дужках вказано знак проекції спіна проміжного електрона. Таким чином, в процесах ДСВ без перевороту спіна електрона (5.123), (5.124) спіновий проміжний стан чистий, а в спін-фліп процесах він є змішаним. Результат збігається з прямими обчисленнями амплітуди ДСВ, проробленими в розділі 3. Друга фейнманівська діаграма цього процесу рис.5.12.a виходить з першої заміною фотонів місцями, що не змінює спінових станів частинок, тобто попередній результат буде справедливий і для неї.

Амплітуди процесу ПДФ електроном $A^{\mu\mu'}_{\text{ПДФ}\,e^-}$, відносні до найбільш імовірних випадків, мають степені параметра *h* для першої і другої діаграм рис.5.12.b, які визначаються виразами (5.123) - (5.126) з урахуванням правила (5.122). В результаті чисті спінові стани мають місце для процесу без перевороту спіна, а змішані для спін-фліп процесу.

Процес розсіяння фотона на електроні описуваний першою фейнманівською діаграмою ріс.5.12.c (прямій діаграмою, в якій початкові частинки зустрічаються в одній точці) має відносні амплітуди (віднесені до величини амплітуди в найбільш імовірній спіновій конфігурації), які пропорційні таким степеням *h*:

$$A^{--}_{\text{РФЕ}} \sim A^{--}_{rad1e^-} A^{--}_{rad2e^-} + \cancel{A^{+-}_{rad1e^-} A^{+-}_{rad2e^-}} \sim 1, (-)\,, \tag{5.127}$$

$$A^{++}_{\text{РФЕ}} \sim \cancel{A^{-+}_{rad1e^-} A^{-+}_{rad2e^-}} + A^{++}_{rad1e^-} A^{++}_{rad2e^-} \sim 1, (+)\,, \tag{5.128}$$

$$A^{+-}_{\text{РФЕ}} \sim A^{++}_{rad1e^-} A^{+-}_{rad2e^-} + \cancel{A^{-+}_{rad1e^-} A^{--}_{rad2e^-}} \sim \sqrt{h}, (+)\,, \tag{5.129}$$

$$A^{-+}_{\text{РФЕ}} \sim A^{+-}_{rad1e^-} A^{++}_{rad2e^-} + \cancel{A^{--}_{rad1e^-} A^{-+}_{rad2e^-}} \sim \sqrt{h}, (+)\,. \tag{5.130}$$

Для другої діаграми ріс.5.12.c (обмінна діаграма) амплітуди процесу без зміни спіна електрона аналогічні виразам (5.127), (5.128). Відносні амплітуди для спін-фліп процесу мають такі степені *h*:

$$A^{+-}_{\text{РФЕ}} \sim A^{+-}_{rad1e^-} A^{--}_{rad2e^-} + \cancel{A^{++}_{rad1e^-} A^{-+}_{rad2e^-}} \sim \sqrt{h}, (-)\,, \tag{5.131}$$

$$A^{-+}_{\text{РФЕ}} \sim A^{--}_{rad1e^-} A^{+-}_{rad2e^-} + \cancel{A^{-+}_{rad1e^-} A^{++}_{rad2e^-}} \sim \sqrt{h}, (-)\,. \tag{5.132}$$

Таким чином, для всіх спінових конфігурацій проміжні спінові стани в процесі РФЕ чисті, що збігається з прямими обчисленнями глави 3. Для спін-фліп процесу по прямій фейнманівській діаграмі спін проміжного електрона спрямований по полю (інверсний стан), а по обмінній діаграмі спін проміжного електрона спрямований проти поля (основний стан). Саме наявність в загальному випадку двох доданків в амплітудах пояснює однакову степінь амплітуд спін-фліп процесів з переворотом спінів по і проти поля $A^{-+}_{\text{РФЕ}} \sim A^{+-}_{\text{РФЕ}}$, що суттєво відрізняється від спін-фліп процесу СВ.

Аналіз амплітуд процесів ДСВ позитронів, поглинання двох фотонів позитроном, розсіяння фотона на позитроні дає ті ж відповідні вирази (5.127) - (5.132) з взаємної заміною спінових станів $+ \rightleftarrows -$.

Відносні амплітуди процесу ДНП, що відповідають першій діаграмі рис.5.12.d, містять такі степені *h*:

$$A^{-+}_{\text{ДНП}} \sim A^{-+}_{pr2} A^{--}_{rad1e^-} + \cancel{A^{++}_{pr2} A^{-+}_{rad1e^-}} \sim 1, (-), \tag{5.133}$$

$$A^{+-}_{\text{ДНП}} \sim A^{--}_{pr2} A^{+-}_{rad1e^-} + \cancel{A^{+-}_{pr2} A^{++}_{rad1e^-}} \sim h, (-), \tag{5.134}$$

$$A^{--}_{\text{ДНП}} \sim A^{--}_{pr2} A^{--}_{rad1e^-} + \cancel{A^{+-}_{pr2} A^{-+}_{rad1e^-}} \sim \sqrt{h}, (-), \tag{5.135}$$

$$A^{++}_{\text{ДНП}} \sim A^{-+}_{pr2} A^{+-}_{rad1e^-} + A^{++}_{pr2} A^{++}_{rad1e^-} \sim \sqrt{h}, (\pm) \tag{5.136}$$

і аналогічно для другої діаграми рис.5.12.d

$$A^{-+}_{\text{ДНП}} \sim A^{-+}_{pr2} A^{++}_{rad1e^+} + \cancel{A^{--}_{pr2} A^{+-}_{rad1e^+}} \sim 1, (+), \tag{5.137}$$

$$A^{+-}_{\text{ДНП}} \sim A^{++}_{pr2} A^{-+}_{rad1e^+} + \cancel{A^{+-}_{pr2} A^{--}_{rad1e^+}} \sim h, (+), \tag{5.138}$$

$$A^{++}_{\text{ДНП}} \sim A^{++}_{pr2} A^{++}_{rad1e^+} + \cancel{A^{+-}_{pr2} A^{+-}_{rad1e^+}} \sim \sqrt{h}, (+), \tag{5.139}$$

$$A^{--}_{\text{ДНП}} \sim A^{-+}_{pr2} A^{-+}_{rad1e^+} + A^{--}_{pr2} A^{--}_{rad1e^+} \sim \sqrt{h}, (\pm). \tag{5.140}$$

В результаті, в обох діаграмах три з чотирьох варіантів містять чисті спінові стани проміжних частинок і один змішаний. Змішаний спіновий стан матиме місце, коли частинки народжуються з однаково спрямованими спінами, при цьому спін проміжного електрона (позитрона) спрямований по полю (проти поля), тобто знаходиться в інверсному стані. Чисті стани є основними спіновими станами. Результат збігається з прямим обчисленнями розділу 4.

Для процесу анігіляції e^+e^- пари в два фотони (рис.5.12.e) будуть придатні ті самі вирази (5.133) - (5.140) з огляду на властивості (5.121). Тобто попередні висновки справедливі і в цьому випадку.

Нарешті приведемо оцінки степенів h для відносних амплітуд процесу ОНПВ, що перебігає у відповідність з першою діаграмою ріс.5.12.f, при цьому перший фотон народжує пару, а другий випромінюється

$$A^{-+}_{\text{ОНПВ}} \sim A^{-+}_{pr1} A^{--}_{rad\,2\,e^-} + \cancel{A^{++}_{pr1} A^{+-}_{rad\,2\,e^-}} \sim 1, (-), \tag{5.141}$$

$$A^{+-}_{\text{ОНПВ}} \sim A^{+-}_{pr1} A^{++}_{rad\,2\,e^-} + \cancel{A^{--}_{pr1} A^{-+}_{rad\,2\,e^-}} \sim h\sqrt{h}, (+), \tag{5.142}$$

$$A^{--}_{\text{ОНПВ}} \sim A^{--}_{pr1} A^{--}_{rad\,2\,e^-} + \cancel{A^{+-}_{pr1} A^{+-}_{rad\,2\,e^-}} \sim \sqrt{h}, (-), \tag{5.143}$$

$$A^{++}_{\text{ОНПВ}} \sim A^{++}_{pr1} A^{++}_{rad\,2\,e^-} + \cancel{A^{-+}_{pr1} A^{-+}_{rad\,2\,e^-}} \sim \sqrt{h}, (+) \tag{5.144}$$

і для другої фейнманівської діаграми рис.5.12.f

$$A^{-+}_{\text{ОНПВ}} \sim A^{-+}_{pr1} A^{++}_{rad\,2\,e^+} + \cancel{A^{--}_{pr1} A^{-+}_{rad\,2\,e^+}} \sim 1, (+), \tag{5.145}$$

$$A^{+-}_{\text{ОНПВ}} \sim A^{+-}_{pr1} A^{--}_{rad\,2\,e^+} + \cancel{A^{++}_{pr1} A^{+-}_{rad\,2\,e^+}} \sim h\sqrt{h}, (-), \tag{5.146}$$

$$A^{--}_{\text{ОНПВ}} \sim A^{--}_{pr1} A^{--}_{rad\,2\,e^+} + \cancel{A^{-+}_{pr1} A^{+-}_{rad\,2\,e^+}} \sim \sqrt{h}, (-), \tag{5.147}$$

$$A^{++}_{\text{ОНПВ}} \sim A^{++}_{pr1} A^{++}_{rad\,2\,e^+} + \cancel{A^{+-}_{pr1} A^{-+}_{rad\,2\,e^+}} \sim \sqrt{h}, (+). \tag{5.148}$$

Таким чином, у всіх варіантах спінові стани проміжних частинок чисті. Спін-фліп процес при випромінюванні другого фотона пригнічений, в результаті напрямок спіна проміжної частинки збігається з напрямком спина електрона для першої діаграми і позитрона для другої. Результат збігається з прямим обчисленням, проробленим в параграфі 5.4.

Для процесу анігіляції e^+e^- пари в один фотон з поглинанням фотона (рис.5.12.g) справедливі ті ж висновки, що і для процесу ОНПВ.

Таким чином, проведений аналіз спінових станів проміжної частинки в десяти КЕД процесах в резонансних умовах показав, що змішані спінові стани мають місце в процесах, де в початковому або кінцевому стані бере участь два фотона, тобто в процесах: двофотонне випромінювання електрона (позитрона), двофотонне поглинання електрона (позитрона), двофотонне народження e^+e^- пари, анігіляція e^+e^- пари в два фотони.

5.7. Висновки до розділу 5

Вперше побудована теорія процесу однофотонного народження електрон-позитронної пари з випромінюванням фотона (ОНПВ) з урахуванням спіна частинок в сильному зовнішньому магнітному полі в резонансних і нерезонансних умовах. В результаті було показано:

1. Принциповою відмінністю порога в процесі ОНПВ від аналогічного в процесі ОНП є те, що він можливий для будь-якої частоти і полярного кута початкового фотона (достатніх для народження пари) і відповідає пороговій максимально можливій частоті кінцевого фотона.
2. В процесі мають місце парні резонанси (наслідок наявності двох фейнманівських діаграм), відстань між якими багато менша відстані між сусідніми рівнями Ландау. Резонанс реалізується для будь-якої надпорогової частоти початкового фотона. В області парних резонансів частота кінцевого фотона дорівнює відстані між рівнями Ландау проміжного і кінцевого електрона (позитрона), при цьому має місце "інтерференція" двох діаграм. Для попадання в область індивідуального резонансу необхідно виділення частоти кінцевого фотона з точністю до h^2. Парні резонанси зливаються в один при народженні частинок на однакові енергетичні рівні і випромінюванні фотона перпендикулярно полю.

3. Диференціальна імовірність процесу ОНПВ в одиницю часу з фіксованим значенням частоти і кута вильоту фотона в резонансі факторизується і зводиться до форми Брейта-Вігнера для будь-яких значень проекцій спіна частинок. Інтегральна імовірність процесу ОНПВ (процесу другого порядку) в області резонансів збігається з імовірністю однофотонного народження пари (процесу першого порядку). У разі народження e^+e^- пари в основні енергетичні стани $l^-=l^+=0$ в магнітному полі величиною $h=0.1$ ($H=4.4\cdot10^{12}$ *Гс*) імовірності ОНП і СВ по порядку величини дорівнюють, відповідно $W_{\text{ОНП}}^{-+}\sim10^{10}[1/c]$, $W_{\text{СВ}\,e^-}^{--}\sim10^{17}[1/c]$.

4. Відмінністю області парних резонансів від вузької області окремого резонансу є суттєва залежність імовірності процесу в першому випадку від різниці азимутальних кутів $\Delta\varphi$ початкового і кінцевого фотонів. При розповсюджені початкового фотона $\perp$ H, випромінювання в площині перпендикулярно полю з області парних резонансів максимально в напрямку (паралельно і антипаралельно) початкових фотонів і відсутнє під кутом $\Delta\varphi=3\pi/4$.

Оцінка імовірності W в нерезонансній області поблизу порогу, коли частинки народжуються в основні енергетичні стани, для $h=0.1$ дає величину $W\approx10^6s^{-1}$, що на 4-и порядки менше імовірності процесу в межах окремого резонансу.

5. В області індивідуального резонансу першої фейнманівської діаграми поляризація кінцевого фотона збігається з поляризацією класичного СВ електрона. А в області індивідуального резонансу другий фейнманівської діаграми поляризація кінцевого фотона збігається з поляризацією класичного СВ позитрона. В області парних резонансів при народженні e^+e^- пари на однакові рівні Ландау ($l^-=l^+$) поляризація випромінювання залежить як від полярного кута, так і азимутального і є чисто лінійної в будь-якому напрямку. Поляризація початкового фотона не впливає на поляризацію кінцевого. Ступінь орієнтування спінів електрона і позитрона такий же, як в

процесі ОНП, тобто додавання кінцевого фотона в процесі ОНП в резонансній кінематиці не впливає на спіни кінцевих частинок.

6. Аналіз виникнення чистих і змішаних спінових станів проміжної частинки в резонансних умовах у всіх КЕД процесах другого порядку з одним проміжним лептонним станом (проміжним електроном або позитроном) показав:

- змішані спінові стани мають місце в процесах, де в початковому або кінцевому станах бере участь два фотони, тобто в процесах: двофотонне випромінювання електрона (позитрона), двофотонне поглинання електрона (позитрона), двофотонне народження e^+e^- пари, анігіляція e^+e^- пари в два фотони;
- в процесі ДСВ без перевороту спіна електрона спіновий проміжний стан чистий, а в спін-фліп процесі він є змішаним;
- змішаний спіновий стан в процесі ДНП матиме місце, коли частинки народжуються з однаково спрямованими спінами, при цьому спін проміжного електрона (позитрона) спрямований по полю (проти поля), тобто знаходиться в інверсному стані. Чисті стану є основними спіновими станами.

Основні наукові результати глави опубліковані в роботах [316], [317], [321], [339], [340], [342], [343], [346], [350].

РОЗДІЛ 6

ПРОЦЕС КАСКАДНОГО ОДНОФОТОННОГО НАРОДЖЕННЯ e^+e^- ПАРИ З ПОДАЛЬШОЮ АНІГІЛЯЦІЄЮ В ОДИН ФОТОН

6.1. Вступ

У розділі вперше розглядається процес каскадного народження e^+e^- пари фотоном з подальшою анігіляцією пари (КНПАП) в сильному магнітному полі. Поляризаційний оператор фотона в магнітному полі знайдено прямим методом теорії розсіяння КТП. Аналізуються резонансні умови процесу КНПАП. Проводиться порівняння амплітуди КНПАП з ймовірністю ОНП (оптична теорема), а також оцінка відношення імовірностей КНПАП в нерезонансному і резонансному випадках в ультраквантовому наближенні. Вивчається вплив поляризації початкового фотона на поляризацію кінцевого. Аналізується ефект вакуумного подвійного променезаломлення в сильному магнітному полі.

6.2. Амплітуда імовірності і резонансні умови процесу КНПАП

Амплітуда імовірності КНПАП. Вираз для амплітуди процесу відповідає фейнманівській діаграмі, зображеній на рис.6.1

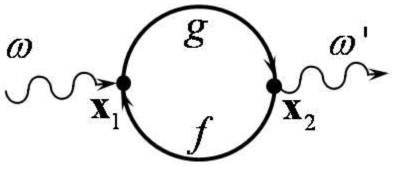


Рис.6.1. Фейнманівська діаграма процесу однофотонного народження e^+e^- з подальшою анігіляцією в один фотон

і має вигляд:

$$A_{if} = -e^2 \int d^4\mathbf{x}_1 d^4\mathbf{x}_2 A'(\mathbf{x}_2)^* G_{H\mathbf{g}}(\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_1) A(\mathbf{x}_1) G_{H\mathbf{f}}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)\,, \qquad (6.1)$$

де $A(\mathbf{x}_1), A'(\mathbf{x}_2)^*$ - хвильові функції початкового і кінцевого фотонів; $G_{H\mathbf{g}}(\mathbf{x}_2,\mathbf{x}_1)$, $G_{H\mathbf{f}}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ - функції Гріна електрона в проміжному стані в зовнішньому магнітному полі. Амплітуду процесу КНПАП після взяття інтегралів в (6.1) в загальному випадку можна представити у вигляді:

$$A_{if} = \frac{-8\pi^2 e^2 hm^2}{\omega V}\delta^4(k-k')\sum_{n_g=0}^{\infty}\sum_{n_f=0}^{\infty}\int dg_0 dg_z \frac{\sum_{j=1}^{5} Q_j}{(g_0^2-\varepsilon_g^2)(f_0^2-\varepsilon_f^2)}, \qquad (6.2)$$

де $f_0 = \omega - g_0$, $f_z = k_z - g_z$. Енергії проміжних станів ε_g, ε_f, що знаходяться на фіксованих рівнях Ландау n_g, n_f, дорівнюють:

$$\varepsilon_g = \sqrt{m + 2n_g hm^2 + g_z^2}\,,\ \varepsilon_f = \sqrt{m + 2n_f hm^2 + f_z^2}\,. \qquad (6.3)$$

Відзначимо, що амплітуда (6.2) містить множник $\delta^4(k-k')$, що означає, що в даному процесі виконуються як закон збереження енергії, так і закон збереження імпульсу, не дивлячись на наявність зовнішнього магнітного поля. Для всіх процесів, розглянутих раніше в цій роботі, амплітуда містила тільки три дельта функції Дірака ($\delta(k_x - k_x')$ відсутня в амплітудах процесів для потенціалу зовнішнього поля, обраного в калібруванні Ландау). Однак, з огляду на те, що для початкового і кінцевого фотонів виконуються закони дисперсії $k^2 = 0$, $k'^2 = 0$ і, беручи до уваги, що завжди для процесів КЕД в зовнішньому полі амплітуда містить $\delta^3(k-k')$, нескладно одержати $k_x' = \pm k_x$. Випадок $k_x' = -k_x$ необхідно відкинути як нефізичний, оскільки він відповідає випадку відбиття фотона незалежно від величини від магнітного поля і частоти фотона.

Величини Q_j в амплітуді (6.2) мають вигляд:

$$Q_1 = (m^2 + gf)[J^{++}J'^{++} + J^{--}J'^{--}],\ Q_2 = (m^2 + g\tilde{f})[J^{-+}J'^{-+} + J^{+-}J'^{+-}],$$

$$Q_3 = 2\sqrt{n_g n_f}\,hm^2[J^{++}J'^{--} + J^{--}J'^{++} - J^{-+}J'^{+-} - J^{+-}J'^{-+}],$$

$$Q_4 = -2\sqrt{2n_f h}mg_z[J^{-+}J'^{++} + J^{++}J'^{-+} + J^{+-}J'^{--} + J^{--}J'^{+-}],$$

$$Q_5 = 2\sqrt{2n_g h} m f_z [J^{+-} J'^{++} + J^{++} J'^{+-} + J^{-+} J'^{--} + J^{--} J'^{-+}], \qquad (6.4)$$

де $gf = g_0 f_0 - g_z f_z$, $\tilde{gf} = g_0 f_0 + g_z f_z$. Функції J містять параметри початкового фотона і визначаються так:

$$J^{++} = J(n_f, n_g) e_z,\ J^{--} = J(n_f - 1, n_g - 1) e_z,$$

$$J^{-+} = J(n_f - 1, n_g) H_p,\ J^{+-} = J(n_f, n_g - 1) H_m. \qquad (6.5)$$

Спецфункції $J(n_f, n_g)$ визначаються виразом (2.37), а поляризаційні функції e_z, H_p , H_m виразами (2.43). Функції J' містять параметри кінцевого фотона і можуть бути одержані з (6.5) відповідною заміною і комплексним спряженням H_p , H_m. При цьому, з огляду на наявність в амплітуді множника $\delta^4(k - k')$, маємо

$$J'(n_f, n_g) = J(n_f, n_g).$$

Відзначимо, що інтеграл в амплітуді (6.2) логарифмічно розбігається на верхній межі змінних g_0, g_z:

$$\int dg_0 dg_z \frac{\sum_{j=1}^{5} Q_j}{(g_0^2 - \varepsilon_g^2)(f_0^2 - \varepsilon_f^2)} \xrightarrow{g \to \infty} \int \frac{dg}{g},$$

тому необхідно провести процедуру регуляризації амплітуди. Будемо використовувати метод регуляризації Боголюбова [368], згідно з яким слід провести таку заміну знаменника функції Гріна проміжного лептона:

$$(g_0^2 - \varepsilon_g^2)^{-1} \to (g_0^2 - \varepsilon_g^2 + im\Gamma)^{-1} - (g_0^2 - \varepsilon_g^2 + m^2 - M^2 + im\Gamma)^{-1}, \qquad (6.6)$$

де вводиться додаткова маса M. При спрямуванні $M \to \infty$ вираз (6.6) переходить в початковий. У вираженні (6.6) також введена за правилом Брейта-Вігнера мала уявна добавка $im\Gamma$ для правильного обходу полюсів, при цьому величина Γ має сенс ширини проміжного стану. Аналогічна заміна застосована для знаменника $(f_0^2 - \varepsilon_f^2)$. Далі знайдені знаменники перетворюються за методом власного часу Швінгера за правилом:

$$\frac{1}{g_0^2-\varepsilon_g^2+im\Gamma}=\frac{1}{i}\int\limits_0^{\infty}d\tau_1 e^{i\tau_1(g_0^2-\varepsilon_g^2+im\Gamma)}\;,\quad \frac{1}{f_0^2-\varepsilon_f^2+im\Gamma}=\frac{1}{i}\int\limits_0^{\infty}d\tau_2 e^{i\tau_2(g_0^2-\varepsilon_g^2+im\Gamma)} \qquad (6.7)$$

Після виконаних замін інтеграли по змінним g_0, g_z в амплітуді (6.2) легко беруться з використанням рівності:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} dt e^{\pm i\alpha t^2+2i\beta t}=\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}e^{\pm\frac{\pi i}{4}\mp\frac{\beta^2 i}{\alpha}}\,;\alpha,\beta>0\,.$$

Далі, згідно з методом Боголюбова, в інтегралах за власними часами τ_1,τ_2 проводиться заміна змінних

$$\tau_1,\tau_2\to\zeta,\lambda:\quad \zeta=\frac{\tau_1}{\tau_1+\tau_2},\,\lambda=\tau_1+\tau_2\,.$$

Надалі будемо розглядати розповсюдження фотона перпендикулярно магнітному полю, тобто k_z=0, що не применшує спільності розгляду задачі.

Елементарне інтегрування по λ приводить до виду амплітуди з одним інтегралом по ζ. Спрямовуючи $M\to\infty$ і відкидаючи доданки в одержаній амплітуді, що містять множник $\ln(M)$, регулярну частину амплітуди можна привести до вигляду

$$A_{if}=\frac{i8\pi^3e^2hm^2}{\omega V}\delta^4(k-k')\sum_{n_g=0}^{\infty}\sum_{n_f=0}^{\infty}\int\limits_0^1 d\zeta\times$$

$$\times\left(a-\frac{b}{2}\ln\left|\frac{m^2\zeta(1-\zeta)}{\omega^2(\zeta-\zeta_1)(\zeta-\zeta_2)}\right|-\frac{m^2}{\omega^2}\frac{c(\zeta)}{(\zeta-\zeta_1)(\zeta-\zeta_2)-im\Gamma/\omega^2}\right), \qquad (6.8)$$

де

$$a=J^{++}J'^{++}+J^{--}J'^{--}+J^{-+}J'^{-+}+J^{+-}J'^{+-},\; b=2J^{-+}J'^{-+}+2J^{+-}J'^{+-}\,,$$

$$c(\zeta)=2a(1+n_f h)+4\sqrt{n_f n_g}hJ^{++}J'^{--}+2(n_f-n_g)ha\zeta\,.$$

Полюса ζ_1,ζ_2 мають вигляд:

$$\zeta_{1,2}=\frac{1}{2}-\frac{m^2}{\omega^2}hN_-\pm\sqrt{\frac{\omega^2}{m^2}(\frac{\omega^2}{m^2}-4(1+N_+h))+4h^2N_-^2}\,, \qquad (6.9)$$

де $N_\pm=n_g\pm n_f$.

Вираз для амплітуди (6.8) одержано в загальному релятивістському випадку. Надалі він буде аналізуватися в ультраквантовому наближенні. Відзначимо, що в ультраквантовому наближенні поблизу порогу процесу $\omega \approx 2m$ обидва полюси $\zeta_{1,2} \approx 1/2$ знаходяться всередині інтервалу інтегрування.

Умови виникнення резонансів. Підінтегральний вираз амплітуди (6.8) містить в загальному випадку два простих полюсb, у випадку $\zeta_1 \neq \zeta_2$, при цьому шириною можна знехтувати. В разі, коли

$$\zeta_1 = \zeta_2, \tag{6.10}$$

два простих полюси зливаються в один полюс другого порядку. Амплітуда має розбіжність (без урахування Г). Це і є резонанс в процесі КНПАП. Умова (6.10) визначає резонансну частоту початкового фотона

$$\omega_{res} = m\sqrt{1+2n_g h} + m\sqrt{1+2n_f h}\ . \tag{6.11}$$

Відзначимо, що знайдений вираз для ω_{res} є точним. У попередніх розділах резонансні частоти вдавалося здобути тільки у вигляді розвинення по h з точністю до h^2.

Фізичний зміст резонансної умови (6.11) очевидний: в резонансі частота початкового фотона дорівнює сумі енергій проміжних електрона і позитрона, які знаходяться на фіксованих рівнях Ландау з нульовими поздовжніми імпульсами:

$$\omega_{res} = (\varepsilon^- + \varepsilon^+)\,|_{p^-=p^+=0}\ . \tag{6.12}$$

При безперервному збільшенні частоти фотона резонанси будуть з'являтися через проміжки рівні циклотронній частоті. Якщо номер рівня Ландау електрона збільшити на фіксовану величину l, а позитрона на таку ж зменшити, резонансна частота (6.11) злегка змінитися. З точністю до h^2 ця зміна дорівнює

$$\Delta\omega = \omega_{res}(n_g, n_f) - \omega_{res}(n_g + l, n_f - l) = l(n_g + l - n_f)h^2\ . \tag{6.13}$$

Тобто на відстанях кратних циклотронній частоті розташовані непоодинокі резонанси, а серія резонансів, для яких відстань між сусідніми піками ~h^2. В окремому випадку для $n_g \neq n_f$, якщо вибрати $l = n_f - n_g$, одержимо $\Delta\omega = 0$, тобто в однакових резонансних умовах перебувають два ці різних резонанси і амплітуда процесу повинна містити обидва доданки їм відповідних. Цей результат зрозумілий і з міркування симетрії.

6.3. Імовірність КНПАП в резонансних і нерезонансних умовах

Резонансні амплітуда та імовірність КНПАП. Представимо частоту початкового фотона поблизу резонансу у вигляді

$$\omega = \omega_{res} + \delta,\ \ \delta << \Gamma\,. \tag{6.14}$$

При виконанні резонансних умов (6.10) у виражені для амплітуди (6.8) основним є останній доданок в дужках. Інтегрування по ζ з подальшим розвиненням по малому параметру δ і утриманням лінійних доданків дає

$$A_{if} = -i\frac{16\pi^4 e^2 h m^5}{V\omega^3\sqrt{\Gamma m}}\delta^4(k-k')c(\zeta_{res})(1+i\frac{2^5\delta}{\Gamma})\,. \tag{6.15}$$

Переводячи параметр в знаменник δ (знаменник Брейта-Вігнера)

$$(1+i\frac{2^5\delta}{\Gamma}) = \frac{i\Gamma}{2^5}\cdot\frac{1}{\omega-\omega_{res}-i\Gamma/2^5}$$

амплітуду імовірності процесу КНПАП в ультраквантовому наближенні остаточно можна привести до виду

$$A_{if} = \frac{\pi^4 e^2 h m^5\sqrt{\Gamma/m}}{2V\omega^3(\omega-\omega_{res}+\frac{i\Gamma}{2^5})}\delta^4(k-k')\times$$

$$\times J^2\left[e_z e'_z(2+h(N_+-2n_g n_f))+hN_+ H_m H_m^{'*}\right], \tag{6.16}$$

де $J^2 = e^{-\eta}\eta^{N_+}/(n_g!n_f!)$.

Згадуючи вид імовірності однофотонного народження e$^+$e$^-$ пари $W_{\text{Î Í Ï}}$ (2.156) можна переконатися, що він виражається через уявну частину амплітуди (6.16) таким чином:

$$W_{\text{ОНП}} = -\sqrt{\frac{4\Gamma}{\delta\omega}}\,\mathrm{Im}\,A_{if}(0), \tag{6.17}$$

де $\delta\omega$ - відбудова частоти початкового фотона від порогового значення, при цьому, відзначимо, що саме на порозі процесу ОНП частота початкового фотона задовольняє резонансним умовам (6.12); $A_{if}(0)$ - амплітуда процесу КНПАП без зміни параметрів початкового фотона (з нульовими змінами), зокрема, при цьому мається на увазі

$$e'_z = e_z,\ \ \delta^4(k-k') = VT/(2\pi)^4 .$$

Вираз (6.17) є математичним записом оптичної теореми. Таким чином, оптична теорема справедлива в резонансних умовах.

Квадрат модуля амплітуди (6.16) помножений на число кінцевих станів $Vd^3k/(2\pi)^3$ після зняття інтегралів визначає повну імовірність процесу КНПАП в резонансних умовах, яку (нехтуючи малими поправка ~ h) можна привести до вигляду формули Брейта-Вігнера:

$$W_{res} = \frac{\Gamma\delta\omega}{2^{12}} \cdot \frac{W_{\text{ОНП}}W_{\text{АП}}}{[(\omega-\omega_{res}) + \frac{\Gamma^2}{2^{10}}]}, \tag{6.18}$$

де $W_{\text{АП}}$ - імовірність анігіляції e$^+$e$^-$ пари в один фотон, яка відрізняється від $W_{\text{ОНП}}$ лише заміною початкового фотона на кінцевий і наявністю дельта функції Дірака $\delta(\omega-\omega')$ замість множника $T/2\pi$. Здобутий вираз факторизований, що означає розпад процесу КНПАП в резонансних умовах на два незалежних послідовних процеси першого порядку: процес ОНП і подальшу анігіляцію e$^+$e$^-$ пари.

У точці резонансу вираз (6.18) має простий вигляд:

$$W_{res} = \frac{\delta\omega}{4\Gamma} \cdot W_{\text{ОНП}}W_{\text{АП}} . \tag{6.19}$$

Випишемо, також, явний вигляд резонансної імовірності

$$W_{res} = \frac{\pi h^2 e^4}{2^5 \Gamma} J^4 m^3 T \delta(\omega - \omega')\times$$

$$\times\left[(1+\xi_3)(1+\xi'_3)(1+(N_- - 2n_g n_f)h) + N_+ h(\xi_1\xi'_1 + \xi_2\xi'_2)\right]. \qquad (6.20)$$

На рис.6.2. представлена залежність імовірності КНПАП (в відносних одиницях) від величини магнітного поля при різних значеннях поляризації початкового фотона (n_g=2, n_f=1).

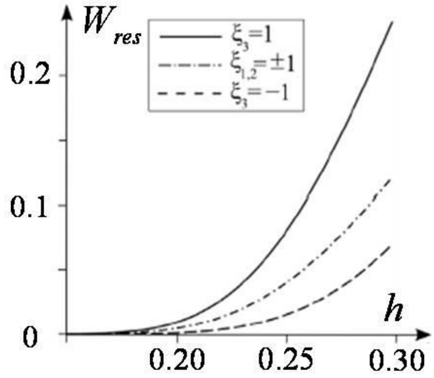


Рис.6.2. Залежність ймовірності КНПАП від величини магнітного поля

Як випливає з рис.6.2 імовірність КНПАП експоненціально зростає із зростанням магнітного поля, при цьому найбільша імовірність каскаду відбувається з фотонами аномально лінійної поляризації (ξ_3=1).

Якщо початковий фотон задати нормально лінійно поляризованим (ξ_3=-1), то вираз для імовірності (6.20) задане з точністю до нульового і лінійного доданків по параметру h дає нуль, тобто процес пригнічений. Це є повторенням ситуації, яка має місце для процесу ОНП (див. розділ 2). Облік більш високого ступеня h дає нульове значення ймовірності в розглядаємо випадку

$$W_{res}^{\xi_3=-1} = \frac{\pi h^4 e^4}{2^6 \Gamma} J^4 m^3 T \delta(\omega - \omega') N_+^2 (1 - \xi'_3)\,. \qquad (6.21)$$

У другому розділі було показано, що імовірність однофотонного народження e^+e^- пари містить розбіжність

$$W_{\text{ОНП}} \sim \sqrt{\frac{1}{\delta\omega}}$$

у випадках, коли пара народжується з нульовими поздовжніми імпульсами на фіксовані рівні Ландау $\delta\omega \to 0$, тобто саме в резонансних умовах. Проте, оскільки рівні Ландау мають кінцеву ширину Г, частота початкового фотона може бути задана лише з точністю до ширини Г. Іншими словами, в резонансі відбудова частоти $\delta\omega \approx \Gamma$.

Підкреслимо, що параметри $\delta\omega, \Gamma$ в задачі резонансного процесу КНПАП є феноменологічними і строге виведення співвідношення між ними виходить за рамки розглянутих підходів. Покладемо відбудову частоти фотона в резонансі як почетверену ширину

$$\delta\omega = 4\Gamma. \tag{6.22}$$

Це можна аргументувати наявністю двох частинок в проміжному стані на фіксованих рівнях Ландау, при цьому згадуючи, що кожен рівень двоціразово виродженний за спіном. Тоді імовірність КНПАП в резонансі (6.19), а також і оптична теорема (6.17) набувають простий вигляд

$$W_{res} = W_{\text{ОНП}} W_{\text{АП}}, \quad W_{\text{ОНП}} = -\operatorname{Im} A_{if}(0). \tag{6.23}$$

Відзначимо, що імовірність КНПАП відповідно до виразу (6.23) пропорційна квадрату пройденої променем відстані W_{res}~L^2, на що вперше було зазначено в роботі [13] для процесу народження e^+e^- пари електроном (аналіз цього процесу буде виконано в наступному розділі).

<u>Нерезонансний процес КНПАП.</u> В області між резонансами частоту початкового фотона можна представити у вигляді

$$\omega = \omega_{res} + \delta\omega, \ \delta\omega = \kappa hm, \tag{6.24}$$

тобто вона складається з резонансної частоти (6.11) і добавки $\delta\omega$, яка становить частку циклотронної частоти, при цьому $0 < \kappa < 1$. В цьому випадку в ульраквантовому наближенні амплітуду імовірності (6.8) можна привести до виду:

$$A_{if} = \frac{-i\pi^4 e^2 hm^2}{V\omega\sqrt{\kappa h}} \delta^4(k-k')J^2(s_1 e_z e'_z + s_2 H_m H_m^{'*}) , \qquad (6.25)$$

де $s_1 = 1 + \frac{24i}{\pi}\sqrt{\kappa h} - h(\frac{13}{8}\kappa + \frac{5}{4}N_+ + n_g n_f)$, $s_2 = \frac{N_+ h}{2}$.

Для вираження для амплітуди (6.25), очевидно, виконується оптична теорема: $W_{\text{ОНП}} = -\operatorname{Im} A_{if}(0)$.

Імовірність процесу КНПАП в нерезонансних умовах, відповідна амплітуді (6.25), де s_1=1, s_2=0 , має вигляд:

$$W_{nonres} = \frac{\pi e^4 h}{2^{11}\kappa} J^4 m^2 T\delta(\omega-\omega')(1+\xi_3)(1+\xi'_3) . \qquad (6.26)$$

Відзначимо, що знайдена імовірність (6.26) з точністю до постійного множника збігається з резонансною імовірністю (6.20), де відкинуті малі складові ~ h. Відношення нерезонансна імовірності до резонансної дорівнює:

$$\frac{W_{nonres}}{W_{res}} = \frac{\Gamma}{2^6 \kappa hm} . \qquad (6.27)$$

Для випадку h=0.1, κ=0.5, це відношення дорівнює $W_{nonres}/W_{res}=3\cdot 10^{-5}$.

6.4. Поляризаційні ефекти

Змінення поляризації фотона в КНПАП. Розглянемо, як змінюється поляризація початкового фотона після народження і анігіляції пари в магнітному полі. Відзначимо, що в виразах для імовірностей КНПАП в резонансних (6.20) і нерезонансних умовах (6.26) в найбільших доданках (доданках з найменшій степеню h) однакова залежність від параметрів Стокса початкового і кінцевого фотона. Таким чином, вихід в резонанс практично не змінює поляризацію фотона.

Проведемо аналіз поляризації фотона в резонансних умовах. Ступінь поляризації кінцевого фотона, визначений як (2.4), з використанням виразів (6.20) у випадку $\xi_3 \neq -1$ дає

$$P = \xi'_3 + N_+ h \frac{\xi_1 \xi'_1 + \xi_2 \xi'_2}{1+\xi_3}, \qquad (6.28)$$

звідки випливають вирази для параметрів Стокса кінцевого фотона

$$\xi'_3 = 1, \quad \xi'_1 = N_+ h \frac{\xi_1}{1+\xi_3}, \quad \xi'_2 = N_+ h \frac{\xi_2}{1+\xi_3}. \qquad (6.29)$$

Таким чином, поляризація кінцевого фотона (нехтуючи малими h) є аномальною лінійної $\xi'_3 = 1$ і практично не залежить від поляризації початкового фотона, при цьому випромінювання кінцевих фотонів є повністю поляризованим $P = 1$.

У випадку, коли початковий фотон нормально лінійно поляризований $\xi_3 = -1$, процес пригнічений (імовірність містить додатковий множник h^2), при цьому, як випливає з виразу (6.21), кінцевий фотон також нормально поляризований $\xi'_3 = -1$, тобто нормальна лінійна поляризація фотона не змінюється в процесі КНПАП.

Відзначимо, що якщо фотон поляризований як власна мода поляризації (нормальна мода з $\xi_3 = -1$ і аномальна з $\xi_3 = 1$), його поляризація не змінюється при розповсюджені в магнітному полі, що є відомим результатом [171].

Вакуумне подвійне променезаломлення (ВПП). Як випливає з аналізу зробленого вище, процес КНПАП фотоном в магнітному полі є, по суті, «аномальним променем» в процесі подвійного променезаломлення при поширенні променя через активне середовище. Активним середовищем є область сильного магнітного поля. «Нормальним променем» при цьому слід вважати процес розповсюдження фотона без народження і анігіляції e^+e^- пари, який описується діагональними елементами матриці розсіяння. Процес ВПП в магнітному полі описується фейнманівськими діаграмами, зображеними на рис.6.3. Як зазначено вище, аномальний промінь (рис.6.3.b)) практично завжди має аномальну лінійну поляризацію ξ'_3=1. Нормальний промінь має поляризацію, яка збігається з поляризацією початкового фотона

$\vec{\xi}\,'=\vec{\xi}$, оскільки цьому променю відповідають діагональні елементами S матриці розсіяння.

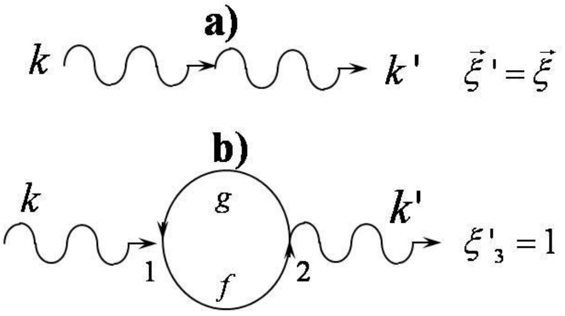


Рис.6.3. Фейнманівські діаграми нормального а) і аномального b) променів для процесу вакуумного подвійного променезаломлення в магнітному полі

Амплітуда процесу ВПП, відповідна фейнманівським діаграмам рис.6.3 складається з двох доданків:

$$A_{if}=A_{if}^{(0)}+A_{if}^{(2)}, \tag{6.30}$$

де $A_{if}^{(2)}$ - амплітуда процесу КНПАП в загальному випадку має вигляд (6.8), $A_{if}^{(0)}$ - діагональні елементи матриці розсіяння, для одного фотона з фіксованими 4-імпульсом і поляризацією, які мають вигляд:

$$A_{if}^{(0)}=\frac{(2\pi)^4}{VT}\delta^4(k-k')(\vec{e}\vec{e}\,'), \tag{6.31}$$

тут $(\vec{e}\vec{e}\,')$ - згортка двох векторів поляризації початкового і кінцевого фотонів. Випишемо вираз для квадрата модуля цієї згортки

$$|\vec{e}\vec{e}\,'|^2=\frac{1}{2}(1+\vec{\xi}\vec{\xi}\,'). \tag{6.32}$$

З виразу (6.32) випливають очевидні властивості: 1) поляризація кінцевого фотона дорівнює поляризації початкового, 2) для векторів $\vec{e}$ і $\vec{e}\,'$ виконується

$$\frac{1}{2}\sum_{ïîëÿð}|\vec{e}\vec{e}\,'|^2=1, \tag{6.33}$$

де $1/2\sum_{\text{ïîëÿð}}$ означає усереднення за початковими і підсумовування по кінцевим поляризаціям. Імовірність, відповідна амплітуді (6.31), має вигляд:

$$W^{(0)} = \frac{\pi}{T}(1+\vec{\xi}\vec{\xi}\,')\delta(\omega-\omega') \qquad (6.34)$$

і дорівнює:

$$W^{(0)} = 1, \quad e.\,\omega' = \omega, \ \vec{\xi}\,' = \vec{\xi}\,. \qquad (6.35)$$

Імовірність ВПП в магнітному полі, відповідна амплітуді (6.30), в ультраквантовому наближенні в резонансних умовах (6.12) можна привести до вигляду:

$$W = \frac{2\pi}{T}\delta(\omega-\omega')M_{\xi\xi'} \qquad (6.36)$$

де $M_{\xi\xi'} = \frac{1}{2}(1+\frac{B^2}{2}(1+\xi_3))\left[1+\vec{b}\vec{\xi}\,'\right]$, $B = \frac{e^2he^{-2/h}}{4\sqrt{\Gamma/m}}mT$. Величини $\vec{b}$ визначають поляризацію кінцевого фотона і мають вигляд:

$$b_1 = \frac{\xi_1 - B\xi_2}{1+\frac{B^2}{2}(1+\xi_3)},\ b_2 = \frac{\xi_2 + B\xi_1}{1+\frac{B^2}{2}(1+\xi_3)},\ b_3 = \frac{2\xi_3 + B^2(1+\xi_3)}{2+B^2(1+\xi_3)}\,. \qquad (6.37)$$

Відзначимо, якщо для початкового фотона задати $\xi_3 = \pm 1,\ \xi_1 = \xi_2 = 0$ (тобто фотон спочатку аномально або нормально лінійно поляризований), тоді з (6.37) слідує $b_3 = \pm 1,\ b_1 = b_2 = 0$, тобто поляризація не змінюється, що означає добре відомий згаданий вище результат - нормальна і аномальна лінійні поляризації є власними модами поляризації.

Квадрат ступеня поляризації кінцевого фотона дорівнює:

$$P'^2 = 1 - \frac{(1+B^2)(1-P^2)}{(1+B^2(1+\xi_3)/2)^2}\,, \qquad (6.38)$$

де $P^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$ - квадрат ступеня поляризації початкового фотона. Якщо початковий фотон повністю поляризований *P*=1, тоді кінцевий фотон також повністю поляризований незалежно від величини магнітного поля *h* і розміру області розповсюдження фотона в магнітному полі *L*=*cT*.

Як видно з (6.37) на поляризацію кінцевого фотона суттєво впливають *L* і *h*, однак тільки у вигляді одного параметра *B*. Розглянемо кілька граничних випадків.

Нехай *B* << 1 (слабке магнітне поля і невеликі розміри області). Тоді параметри Стокса кінцевого фотона $\vec{b}$ слабо відрізняються від параметрів Стокса початкового фотона $\vec{\xi}$. Зміну поляризації можна характеризувати зміною цих параметрів $\Delta\vec{\xi} = \vec{b} - \vec{\xi}$, яка дорівнює:

$$b_1 - \xi_1 = -B\xi_2, \quad b_2 - \xi_2 = B\xi_1, \quad b_3 - \xi_3 = 0. \tag{6.39}$$

Якщо $\xi_1 = \pm 1$ (лінійна поляризація під кутом $\pm 45^0$), тоді

$$b_1 - \xi_1 = 0, \quad b_2 - \xi_2 = \pm B, \quad b_3 - \xi_3 = 0,$$

тобто ефект появи еліптичності в цьому випадку максимальний і пропорційний величині *B*. Площина лінійної поляризації не змінює орієнтації. Якщо $\xi_2 = \pm 1$ (кругова поляризація), тоді

$$b_1 - \xi_1 = \mp B, \quad b_2 - \xi_2 = 0, \quad b_3 - \xi_3 = 0,$$

тобто з точністю до лінійної степені *B* кругова поляризація не змінюється, але з'являється лінійна поляризація під кутом $\mp 45^0$ до магнітного поля. Якщо $\xi_3 = \pm 1$ (аномальна, нормальна поляризації), тоді

$$b_1 - \xi_1 = 0, \quad b_2 - \xi_2 = 0, \quad b_3 - \xi_3 = 0,$$

тобто, як було зазначено раніше, поляризації не змінюється. Здобуті результати добре узгоджуються з раніше відомими результатами ефекту Коттона-Мутона в рамках класичної електродинаміки [369].

Нехай тепер *B* >> 1 (сильне магнітне поля і великі розміри області). Тоді для всіх $\xi_3 \neq -1$ маємо:

$$b_1 = -\frac{2\xi_2}{(1+\xi_3)B}, \quad b_2 = \frac{2\xi_1}{(1+\xi_3)B}, \quad b_3 = 1. \tag{6.40}$$

Таким чином, на великій відстані і в сильному магнітному полі кінцевий фотон має переважно аномальну лінійну поляризацію, яка слабо залежить від поляризації початкового фотона.

Якщо початковий фотон неполяризований $\vec{\xi} = 0$, тоді після проходження області з магнітним полем він придбає поляризацію з такими параметрами Стокса:

$$b_1 = 0, \quad b_2 = 0, \quad b_3 = \frac{B^2}{2 + B^2} > 0, \tag{6.41}$$

тобто кінцевий фотон буде аномально лінійно поляризований зі ступенем поляризації $P' = b_3$, який можна привести к вигляду:

$$P' = \frac{e^4 h^2 e^{-4/h}}{32\Gamma} m^3 L^2, \tag{6.42}$$

где ширина $\Gamma = 4e^2 h^2 m / 3$. У випадку, коли лінійний розмір *L* і величина магнітного поля *H* мають значення характерні для лабораторних умов (*L* ~ 1*м*, *H* <10^6*Гс*), ступінь *P*' мізерно малий, тобто спочатку неполяризований промінь після проходження такої області залишається неполяризованим, що є відомим фактом. Характерною величиною магнітного поля для ізольованих рентгенівських пульсарів є *H*=10^{13}*Гс* або *h*=0.2. Для такого поля ступінь поляризації дорівнює:

$$P' \approx 4 \cdot 10^{-13} (L / R_c)^2,$$

де R_c - комптонівська довжина хвилі електрона. Луч фотонів стає повністю поляризованим $P' = 1$ на відстані *L*=1*мкм*. Також, легко бачити з виразу (6.42), що для повної поляризації випромінювання після проходження області ~10*км* (характерний розмір нейтронних зірок) необхідно поле величиною *H*=$3 \cdot 10^{11}$*Гс* (така величина була передбачена ще Гайзенберг і Елейром [177]).

6.5. Висновки до розділу 6

Побудована теорія процесу каскадного однофотонного народження електрон-позитронної пари з подальшою анігіляцією пари в фотон (КНПАП) з урахуванням поляризації фотонів в сильному зовнішньому магнітному полі в резонансних і нерезонансних умовах. В результаті було показано:

1. В ультраквантовому наближенні в процесі КНПАП мають місце резонанси, якщо частота початкового фотона дорівнює сумі енергій проміжних електрона і позитрона, які знаходяться на фіксованих рівнях Ландау з нульовими поздовжніми імпульсами. На інтервалах кратних циклотронній частоті розташовані непоодинокі резонанси, а серія резонансів, для яких відстань між сусідніми піками ~h^2.

2. Для амплітуди імовірності КНПАП виконується оптична теорема (уявна частина амплітуди без зміни параметрів початкового фотона дорівнює з протилежним знаком повній ймовірності ОНП), як в резонансних, так і в нерезонансних умовах.

3. Вираз для імовірності КНПАП поблизу резонансу зводиться до форми Брейта-Вігнера. В точці резонансу імовірність КНПАП дорівнює добутку імовірностей ОНП і анігіляції e^+e^- пари в фотон. Найбільша імовірність каскаду відбувається з фотонами аномально лінійної поляризації (ξ_3=1). Імовірність нерезонансного процесу КНПАП (між резонансами) для поля h = 0.1 на 5 порядків менше резонансного процесу.

4. Якщо початковий фотон не є нормально лінійно поляризованим $\xi_3 \neq -1$, тоді в процесі КНПАП поляризація кінцевого фотона є аномальною лінійної $\xi'_3 = 1$ і практично не залежить від поляризації початкового фотона. У випадку, коли початковий фотон нормально лінійно поляризований $\xi_3 = -1$, процес пригнічений (імовірність містить додатковий множник h^2), при цьому кінцевий фотон також нормально поляризований $\xi'_3 = -1$. В обох випадках випромінювання кінцевих фотонів є повністю поляризованим $P = 1$.

5. Фотони, що проходять область з магнітним полем, як без взаємодії з вакуумом, так і за участю в процесі КНПАП, складають два променя вакуумного подвійного променезаломлення (ВПП). Нормально і аномально лінійно поляризовані фотони не змінюють поляризації при ВПП. Після проходження області невеликих розмірів (коли зміна поляризації фотонів слабка), ефект ВПП збігається з відомим квазікласичним результатом для подвійного променезаломлення в анізотропному середовищі в магнітному полі. Якщо первинний промінь фотонів неполяризований, тоді після проходження області з магнітним полем через ВПП він придбає часткову аномальну лінійну поляризацію $\xi'_3 \neq 0$. Ступінь поляризації експоненціально залежить від величини магнітного поля. В резонансних умовах в магнітному полі H=10^{13}*Гс* фотони повністю поляризуються після проходження області розміром L=1*мкм*.

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [333], [344], [362], [366].

РОЗДІЛ 7

НАРОДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЇ ПАРИ ЕЛЕКТРОНОМ

7.1. Вступ

У розділі вивчено процес народження e^+e^- пари електроном (НПЕ), тридент процес, поблизу порога в резонансних умовах. Проводяться розрахунки імовірності процесу в резонансному випадку і аналіз впливу напрямку спіна початкового електрона на процес. Використовуючи теорему Нікішова-Рітуса про еквівалентність впливу різних конфігурацій зовнішнього електромагнітного поля на імовірності процесів КЕД з ультрарелятивістськими частинками проведено розрахунок числа подій SLAC експерименту [236].

7.2. Імовірність процесу НПЕ

Амплітуда імовірності НПЕ. Вираз для амплітуди процесу відповідає фейнманівським діаграмам, зображеним на рис.7.1,

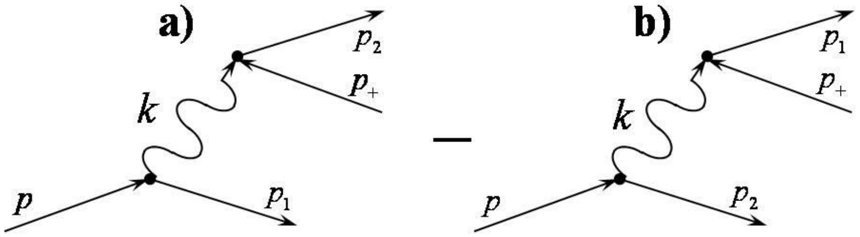


Рис.7.1. фейнманівські діаграми процесу народження e^+e^- пари електроном

і має вигляд:

$$A_{if} = A_1 - A_2, \tag{7.1}$$

$$A_1 = ie^2 \iint d^4x d^4x' (\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \Psi) D_{\mu\nu} (\bar{\Psi}'_2 \gamma^\nu \Psi'_+), \tag{7.2}$$

$$A_2 = ie^2 \iint d^4x d^4x' (\bar{\Psi}_2 \gamma^\mu \Psi) D_{\mu\nu} (\bar{\Psi}'_1 \gamma^\nu \Psi'_+), \tag{7.3}$$

де A_1, A_2 - амплітуди, відповідні першій та другій діаграмам, $\Psi, \bar{\Psi}_1, \bar{\Psi}_2, \Psi_+$ - хвильові функції початкового, кінцевих електронів і кінцевого позитрона, відповідно. Їх явний вигляд представлений в розділі 2, при цьому, хвильові функції без штриха залежать від 4-вектора *x*, а функції зі штрихом залежать від *x*'; $D_{\mu\nu}$ - функція Гріна проміжного фотона вигляду [191]:

$$D_{\mu\nu} = \frac{g_{\mu\nu}}{(2\pi)^4} \int d^4 k e^{-ik(x-x')} D(k), \quad D(k) = \frac{2\pi}{k^2}. \tag{7.4}$$

Відзначимо, що якщо кінематика процесу приводить до прямування в нуль знаменника функції Гріна фотона $k^2 = 0$ (виходу проміжного фотона на масову поверхню), то це відповідає резонансному перебігу. Для усунення резонансної розбіжності використовується стандартне правило Брейта-Вігнера введення малої уявної добавки до частоти фотона:

$$\omega \to \omega - i\Delta/2, \tag{7.5}$$

де Δ - розкид по частоті фотона (ширина), викликаний ненульовими значеннями ширини енергетичних рівнів початкової і кінцевих частинок.

Магнітне поле направлено вздовж осі *z*. Залежність підінтегральних виразів (7.2), (7.3) від часу і координат (*y*, *z*), аналогічна як в раніше розглянутих процесах, така ж, як у плоских хвиль, тому інтегрування по цих координатах, дає δ функції, що виражають закони збереження енергії і імпульсу:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_+, \quad p = p_1 + p_2 + p_+, \tag{7.6}$$

де ε_l, p - енергія і поздовжній імпульс початкового електрона, що знаходиться на рівні Ландау *l*, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_+$ - енергії кінцевих електронів і позитрона, p_1, p_2, p_+ - поздовжні імпульси кінцевих частинок.

Оскільки магнітне поле не змінюється при переході в систему відліку, яка рухається вздовж осі *z*, тому без втрати спільності розгляду поздовжній імпульс початкового електрона покладемо рівним нулю:

$$p=0,\quad \varepsilon_l=m_l=m\sqrt{1+2lh}\,. \tag{7.7}$$

Будемо розглядати процес РПЕ поблизу порогу реакції, тобто коли кінцеві частинки знаходяться в основних енергетичних станах

$$l_1=l_2=l_+=0\,. \tag{7.8}$$

Після інтегрування в (7.2) з урахуванням визначення спецфункцій (2.33) амплітуду для першої діаграми (ріс.7.1.а) можна привести до виду:

$$A_1=\frac{ie^2\pi^2M_m}{S^2m_l\sqrt{2\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_+}}B_1^{\mu}\int dk_xD(k)I'^*(l_1,l)I(l_2,l_+)\cdot\delta^3(p-p_1-p_2-p_+)\,, \tag{7.9}$$

де множник B_1^{μ} має вигляд:

$$B_1^{\mu}=\frac{E_m^2p_1+E_{1m}^2p}{E_mE_{1m}}\frac{E_{2m}^2p_++E_{+m}^2p_2}{E_{2m}E_{+m}}-\frac{E_m^2E_{1m}^2+pp_1}{E_mE_{1m}}\frac{E_{2m}^2E_{+m}^2+p_2p_+}{E_{2m}E_{+m}}\,, \tag{7.10}$$

E_m, M_m - величини, визначені виразами (2.40), (2.42); S - нормувальна площа в площині y,z ; три δ функції визначають закони збереження для нульової, y і z компонент 4-імпульсів частинок; незалежними змінними спецфункцій $I(l_2,l_+),\, I'(l_1,l)$, відповідно, є η,η', які дорівнюють:

$$\eta=\frac{\kappa_y^2+k_y^2}{2hm^2},\quad \eta'=\frac{\kappa'^2_y+k_y^2}{2hm^2}\,, \tag{7.11}$$

де
$$\kappa_y=p_{2y}+p_{+y},\quad \kappa'_y=p_y-p_{+y}\,. \tag{7.12}$$

З урахуванням наявності δ функцій в (7.9) маємо: $\eta=\eta',\kappa_y=\kappa'_y$, а через умови (7.8) величини B_1^{μ} мають простий вигляд:

$$B_1^+=4m\sqrt{mm_l}\,\mathrm{sgn}(p_{+z}),\;\; B_1^-=4p_{1z}\sqrt{mm_l}\,\mathrm{sgn}(p_{+z})\,. \tag{7.13}$$

Амплітуду (7.8) поблизу порогу реакції (7.7) після заміни змінних

$$q=\frac{k_x}{m\sqrt{2h}},\;\; s=\frac{p_y-p_{1y}}{m\sqrt{2h}},\;\; u=\frac{p_y-p_{2y}}{m\sqrt{2h}} \tag{7.14}$$

остаточно можна привести до вигляду:

$$A_1 = \frac{i2\pi^3 e^2 M_m}{S^2\sqrt{m_l\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_+}\, m\sqrt{l!h}} e^{-a^2} B_1^\mu X_1 \delta^3(p - p_1 - p_2 - p_+)\,, \tag{7.15}$$

де X_1- функція, яка має вигляд:

$$X_1 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dq \frac{(s+iq)^l}{2/h - s^2 - q^2} e^{-q^2 - 2iuq}\,. \tag{7.16}$$

Амплітуда A_2, відповідна другій діаграмі Фейнмана на рис.7.1, також визначаться виразом (7.15), де проведена заміна

$$e^{-s^2} B_1^\mu X_1 \to e^{-u^2} B_2^\mu X_2\,,$$

де B_2^μ і X_2 визначаються як (7.13) і (7.15) з заміною індексів $1 \leftrightarrow 2, s \leftrightarrow u$.

<u>Кінематика процесу.</u> Кінематика процесу НПЕ визначається законами збереження (7.6). Процес можливий, якщо $\varepsilon_l \geq 3m$. Із загальних міркувань випливає, що поріг процесу відповідає кінцевим частинкам на фіксованих рівнях Ландау з нульовими поздовжніми імпульсами, що з урахуванням (7.6) дає порогові умови:

$$p_{1z} = p_{2z} = p_{+z} = 0, \quad m_l = m_{l_1} + m_{l_2} + m_{l_+}\,. \tag{7.17}$$

Однак в загальному випадку ця умова не виконується, оскільки ефективні маси частинок, що залежать від номерів рівнів Ландау, є дискретними величинами. Таким чином, на порозі процесу кінцеві частинки можуть мати ненульові поздовжні імпульси, що відрізняє процес НПЕ від розглянутого в розділі 2 процесу ОНП.

Розвинення другого рівняння в (7.17) в ряд по малим імпульсам дає рівняння тривісного еліпсоїда в просторі поздовжніх імпульсів трьох кінцевих частинок:

$$\frac{p_{1z}^2}{b_1^2} + \frac{p_{2z}^2}{b_2^2} + \frac{p_{+z}^2}{b_+^2} = 1\,, \tag{7.18}$$

де $b_1^2 = 2m_{l_1}\delta\varepsilon$, $b_2^2 = 2m_{l_2}\delta\varepsilon$, $b_+^2 = 2m_{l_+}\delta\varepsilon$, $\quad \delta\varepsilon = m_l - m_{l_1} - m_{l_2} - m_{l_+}$. Можливі значення імпульсів відповідають точкам λ еліпса, утвореного перетином еліпсоїда (7.18) і площини, яка задається законом збереження імпульсу (7.17) (див. рис.7.2). Точки a і b - це точки перетину еліпса λ з площиною (p_{+z}, p_{1z}), c і d - точки перетину еліпса λ з площиною (p_{2z}, p_{+z}).

На порозі процесу в основні енергетичні стани кінцевих частинок (7.8) виконуються такі умови:

$$\delta\varepsilon \le hm, \quad p_{1z} \sim p_{2z} \sim p_{+z} \le \sqrt{h}m\,. \tag{7.19}$$

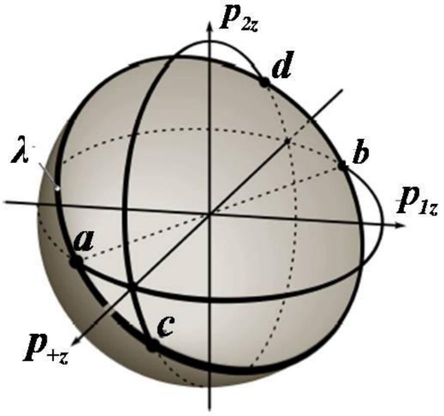


Рис.7.2. Представлення порогових імпульсів частинок (крива λ) в просторі p_{1z}, p_{2z}, p_{+z}

Порогове значення рівня Ландау початкового електрона дорівнює:

$$l_{th} = [4/h] + 1\,, \tag{7.20}$$

де квадратні дужки означають цілу частину числа.

Імовірність процесу. Імовірність процесу дорівнює добутку квадрата модуля амплітуди на число кінцевих станів:

$$dN = \frac{S^2 d^2 p_1}{(2\pi)^2} \frac{S^2 d^2 p_2}{(2\pi)^2} \frac{S^2 d^2 p_+}{(2\pi)^2}\,. \tag{7.21}$$

Диференціальну імовірність НПЕ в одиницю часу можна записати у вигляді:

$$dW^{\mu} = C_0 \,|\, e^{-s^2} X_1 B_1^{\mu} - e^{-u^2} X_2 B_2^{\mu} \,|^2\, \delta^3(p - p_1 - p_2 - p_+) d^2 p_1 d^2 p_2 d^2 p_+\,, \tag{7.22}$$

де $\mu = \pm 1$ - напрямок спіна початкового електрона; C_0 - постійний множник:

$$C_0 = \frac{e^4 M_m}{2^7 \pi^3 m^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_+ m_l^2 l!h}\,. \tag{7.23}$$

Інтегрування по $d^2 p_+$ знімається за допомогою двох δ функцій Дірака и з урахуванням заміни $dp_{1y}dp_{2y} = 2m^2 ldsdu$ імовірність (7.22) має вигляд:

$$dW^{\mu} = 2m^2 lC_0\left[B_1^{\mu 2}Y + B_2^{\mu 2}Y - 2B_1^{\mu}B_2^{\mu}Y'\right]\delta(m_l - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_+)dp_1dp_2, \quad (7.24)$$

де введені позначення:

$$Y = \iint dsdue^{-2s^2} \mid X_1 \mid^2 = \iint dsdue^{-2u^2} \mid X_2 \mid^2, \quad (7.25)$$

$$Y' = \iint dsdue^{-s^2-u^2} \operatorname{Re}(X_1X_2^*). \quad (7.26)$$

Відзначимо, що величина Y' визначає інтерференційний доданок в імовірності процесу.

Поблизу порога, в нерелятивістському наближенні по відношенню до кінцевих частинок, що знаходяться на основних рівнях Ландау, тобто коли

$$p_1, p_2, p_+ << m,$$

повна імовірність процесу НПЕ може бути приведена до вигляду:

$$W^+ = \frac{e^4(m_l - m)}{2\pi^3 m_l l!}(Y - Y')\iint\delta(m_l - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_+)dp_1dp_2, \quad (7.27)$$

$$W^- = \frac{e^4(m_l + m)}{4\pi^3 m^2 m_l l!}(2Y + Y')\iint\delta(m_l - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_+)dp_1p_2^2dp_2, \quad (7.28)$$

Інтеграл по dp_1 в імовірностях (7.27) - (7.28) знімається за допомогою δ функції Дірака від енергій частинок, яку попередньо можна представити у вигляді:

$$\delta(f(p_1)) = \frac{\delta(p_1 - g_+)}{\left|\frac{df}{dp_1}\right|_{g_+}} + \frac{\delta(p_1 - g_-)}{\left|\frac{df}{dp_1}\right|_{g_-}}, \quad (7.29)$$

де функція $f(p_1) = m_l - \varepsilon_1(p_1) - \varepsilon_2 - \varepsilon_+(p_1 + p_2)$; g_+, g_- - нулі цієї функції. Поблизу порога реакції дана функція і її похідна дорівнюють:

$$f(p_1) = \delta\varepsilon - \frac{p_1^2 + (p_1 + p_2)^2}{2m}, \quad \frac{df}{dp_1} = -\frac{2p_1 + p_2}{m}, \quad \delta\varepsilon = m_l - 3m. \quad (7.30)$$

Нулі функції $f(p_1)$ мають вигляд:

$$g_{\pm} = \frac{1}{2}(-p_2 \pm \sqrt{4m\delta\varepsilon - 3p_2^2}). \tag{7.31}$$

З (7.31) випливає, що граничними значеннями імпульсу p_2 є:

$$-p_{\max} \le p_2 \le p_{\max}, \quad p_{\max} = \sqrt{4m\delta\varepsilon / 3}. \tag{7.32}$$

Інтеграли по dp_2 у виразах (7.27) - (7.28) елементарні і подвійні інтеграли дорівнюють:

$$\iint \delta(m_l - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_+) dp_1 dp_2 = 2m\pi / \sqrt{3}, \tag{7.33}$$

$$\iint \delta(m_l - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_+) dp_1 p_2^2 dp_2 = 4\pi m^2 \delta\varepsilon / 3\sqrt{3}. \tag{7.34}$$

В результаті, повна імовірність процесу НПЕ (з урахуванням множника 1/2! через тотожності частинок) дорівнює:

$$W^+ = \frac{e^4 m}{3\sqrt{3}\pi^2 l!}(Y - Y'), \quad W^- = \frac{2e^4 \delta\varepsilon}{9\sqrt{3}\pi^2 l!}(2Y + Y'). \tag{7.35}$$

Обчислимо величини X_1, X_2, а потім і Y, Y'. Інтеграл X_1 (7.16) легко представить у вигляді:

$$X_1 = \sum_{k=0}^{l} C_k^l s^{(l-k)} i^k D_k, \quad C_k^l = \frac{l!}{k!(l-k)!}, \tag{7.36}$$

де C_k^l - біноміальні коефіцієнти, D_k - інтеграли вигляду:

$$D_k = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{q^k e^{-q^2 - 2iuq}}{r^2 - q^2} dq, \quad r^2 = \frac{2}{h} - s^2. \tag{7.37}$$

Відзначимо, що інтеграл (7.37) має сингулярність, коли виконується умова $r^2 > 0$, внаслідок цього значення X_1 мало, якщо $r^2 < 0$. Це накладає такі обмеження на змінну s:

$$-\sqrt{2/h} \le s \le \sqrt{2/h}. \tag{7.38}$$

Сингулярність усувається введенням ширини проміжного стану Δ по правилу Брейта-Вігнера (7.5):

$$r^2 \to \rho^2 = r^2 + ig, \quad g = \Delta / mh. \tag{7.39}$$

Для обчислення інтеграла D_0, що визначається виразом (7.37) з k=0, зручно використовувати таке співвідношення:

$$\frac{e^{\rho^2-q^2}}{\rho^2-q^2}=\int_0^1 dte^{t(\rho^2-q^2)}+\frac{1}{\rho^2-q^2},$$

підставляючи яке в (7.37) маємо:

$$D_0=e^{-\rho^2}(I_1+I_2),\ I_1=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-2iuq}dq}{\rho^2-q^2},\ I_2=\int_0^1\sqrt{\frac{\pi}{t}}e^{t\rho^2-u^2/t}dt\,. \tag{7.40}$$

Перший інтеграл I_1 в (7.40) з урахуванням правила обходу (7.39) дорівнює:

$$I_1=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-2iuq}dq}{\rho^2-q^2}=\frac{-\pi i}{\rho}e^{2i|u|q}\,. \tag{7.41}$$

Для взяття інтеграла I_2 врахуємо таке:

$$\int^t\frac{e^{z-\frac{1}{z}}dz}{\sqrt{z}}=-i\int^t\left(\frac{i}{2\sqrt{z}}+\frac{1}{2z^{3/2}}\right)e^{z-\frac{1}{z}}dz-i\int^t\left(\frac{i}{2\sqrt{z}}-\frac{1}{2z^{3/2}}\right)e^{z-\frac{1}{z}}dz\,.$$

Після заміни змінних

$$y=\sqrt{z}i-\frac{1}{\sqrt{z}},\ \ y=\sqrt{z}i+\frac{1}{\sqrt{z}}$$

в першому і другому доданках, відповідно, маємо:

$$\int^t\frac{e^{z-\frac{1}{z}}dz}{\sqrt{z}}=-i\frac{\sqrt{\pi}}{2}[e^{-2i}erf(\sqrt{t}i-\frac{1}{\sqrt{t}})+e^{2i}erf(\sqrt{t}i+\frac{1}{\sqrt{t}})],$$

де $erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x dye^{-y^2}$ - інтеграл помилок. Визначений інтеграл в межах [0,1] дорівнює:

$$\int_0^1\frac{e^{z-\frac{1}{z}}dz}{\sqrt{z}}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}[-2\sin 2+ie^{-2i}erf(1-i)-ie^{2i}erf(1+i)], \tag{7.42}$$

що дає значення для шуканого інтеграла I_2:

$$I_2=\frac{-\pi i}{2\rho}[e^{-2i\rho|u|}erfc(|u|-i\rho)-e^{2i\rho|u|}erfc(|u|+i\rho)], \tag{7.43}$$

де $erfc(x)=1-erf(x)$. В результаті, підставляючи (7.41) і (7.43) в (7.40), вираз для D_0 можна привести до виду:

$$D_0=\frac{-i\pi e^{-\rho^2}}{2\rho}[e^{-2i\rho u}erfc(u-i\rho)+e^{2i\rho u}erfc(-u-i\rho)], \tag{7.44}$$

який справедливий як для $u>0$, так і $u<0$.

Інтеграл D_k (7.37) можна виразити через похідну від D_0 по параметру u:

$$D_k=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{q^k e^{-q^2-2iuq}}{\rho^2-q^2}dq=\frac{1}{(-2i)^k}\frac{\partial^k}{\partial u^k}D_0, \tag{7.45}$$

З огляду на визначення полінома Ерміта $H_n(x)$:

$$H_n(x)=(-1)^n e^{x^2}\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2}, \tag{7.46}$$

остаточно вираз для D_k можна привести до вигляду:

$$D_k=\frac{-i\pi e^{-\rho^2}}{2\rho^{1-k}}[e^{-2i\rho u}erfc(u-i\rho)+(-1)^k e^{2i\rho u}erfc(-u-i\rho)]+,$$

$$+\frac{\sqrt{\pi}e^{-u^2}}{i(2i)^k\rho}\sum_{m=1}^{k}C_m^k(2i\rho)^{k-m}[H_{m-1}(u-i\rho)+(-1)^k H_{m-1}(-u-i\rho)]. \tag{7.47}$$

Як випливає з виразу (7.44), D_0 має розбіжність в точці ρ=0 або $s=\sqrt{2/h}$. У той же час вираз (7.47) для D_k у випадку $k\geq 1$ в точці ρ=0 є обмеженим, оскільки він містить множники ρ^{k-1}, ρ^{k-m-1} і не розходиться як для $m<k$ (що очевидно), так і для $m=k$, ρ=0 внаслідок тотожності:

$$[H_{k-1}(u)+(-1)^k H_{k-1}(-u)]=0.$$

В результаті головний внесок в вираз (7.36) для X_1 дає перший доданок з k=0, тобто:

$$X_1=s^l D_0. \tag{7.48}$$

Перейдемо до обчислення величини Y (7.25). З огляду на парність X_1, інтеграл по u можна представити у вигляді:

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}du\,|\,e^{-s^2}X_1|^2=\frac{\pi^2 s^{2l}e^{-4/h}}{2|\rho|^2}(J_1+J_2), \tag{7.49}$$

$$J_1=\int\limits_{-\infty}^{\infty}du\,|e^{-2iu\rho}erfc(u-i\rho)|^2\,,\quad J_2=\int\limits_{-\infty}^{\infty}due^{-4iur}erfc(u-ir)\cdot erfc(-u+ir)\,. \quad (7.50)$$

Інтеграл J_1 нескладно записати як

$$J_1=\frac{1}{4\,\mathrm{Im}(\rho)}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d(e^{4u\,\mathrm{Im}(\rho)})\cdot erfc(u-i\rho)\cdot erfc(u+i\rho^*)$$

і після взяття частинами привести до вигляду:

$$J_1=\frac{1}{\sqrt{\pi}\,\mathrm{Im}(\rho)}\mathrm{Re}(e^{-2ig}j(\rho))\,,\quad j(\rho)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}due^{-(u+i\rho)^2}erfc(u-i\rho)\,. \quad (7.51)$$

Похідна від $j(\rho)$ по ρ (після заміни $t=u+i\rho$) зводиться до інтеграла Пуассона і має вигляд:

$$dj(\rho)/d\rho=2\sqrt{2}ie^{2\rho^2}\,. \quad (7.52)$$

З урахуванням початкової умови $j(\rho)\xrightarrow{\rho\to+0}\sqrt{\pi}$ рішення рівняння (7.52) має вигляд:

$$j(\rho)=\sqrt{\pi}+\sqrt{\pi}erf(i\sqrt{2}\rho)\,. \quad (7.53)$$

В результаті величина J_1 з урахуванням $\mathrm{Re}(e^{-2ig})\approx 1$ дорівнює:

$$J_1=\frac{1}{\mathrm{Im}(\rho)}[1+\mathrm{Re}(e^{-2ig}erf(i\sqrt{2}\rho))]\,. \quad (7.54)$$

Аналогічним чином обчислюється інтеграл J_2 (7.50):

$$J_2=-i\cdot erf(i\sqrt{2}\rho)/r\,. \quad (7.55)$$

Підставляючи знайдені величини (7.54), (7.55) в (7.49) і (7.25) вираз для шуканої величини Y запишемо у вигляді:

$$Y=\frac{\pi^2e^{\frac{-4}{h}}}{2}\int\limits_{-\sqrt{2/h}}^{\sqrt{2/h}}ds\frac{s^{2l}}{|\rho|^2}\left(\frac{1}{\mathrm{Im}\,\rho}+\frac{\mathrm{Re}(e^{-2ig}erf(i\sqrt{2}\rho))}{\mathrm{Im}\,\rho}+\frac{erf(i\sqrt{2}\rho)}{ir}\right). \quad (7.56)$$

Основний внесок в інтеграл по змінній s (7.56) дає область поблизу точок $s=\pm\sqrt{2/h}$ через наявність множника s^{2l}. В цих точках перший доданок в дужках під інтегралом (7.56) дорівнює $\sqrt{2}/\rho$, в той час як другий і третій доданки дорівнюють $\pm\sqrt{8/\pi}$, тобто ними можна знехтувати. Уявну частину ρ можна представити у вигляді:

$$\operatorname{Im}\rho = \sqrt{\sqrt{\rho^4 + g^2} - \rho^2} / \sqrt{2} \qquad (7.57)$$

і після введення нової змінної $x = s/\sqrt{2/h}$ величину Y можна надати так:

$$Y = \frac{\sqrt{2}\pi^2 2^l e^{\frac{-4}{h}}}{gh^l}\int_0^1 dx \cdot x^{2l} \sqrt{\frac{\sqrt{(1-x^2)^2 + \delta^2} + (1-x^2)}{(1-x^2)^2 + \delta^2}}\,, \qquad (7.58)$$

де $\delta = g^2/\sqrt{2/h}$. Якщо δ прямує до нуля, інтеграл по x в виразенні (7.58) прямує до величини

$$\frac{\Gamma(1/2)\Gamma(l+1/2)}{\sqrt{2}\Gamma(l+1)}.$$

В результаті остаточно Y має вигляд:

$$Y = \frac{\pi^2\sqrt{\pi}\,2^l e^{\frac{-4}{h}}\Gamma(l+1/2)}{gh^l l!}. \qquad (7.59)$$

Аналогічним чином обчислюється інтеграл Y'(7.26), який поблизу порогу процесу, коли $2/h >> 1$, значно менший за Y:

$$Y' << Y. \qquad (7.60)$$

Остаточно імовірність процесу НПЕ в одиницю часу поблизу порогу з кінцевими частинками в основних енергетичних станах можна записати у вигляді:

$$W^+ = \frac{\sqrt{\pi}}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{e^4 mh(2/h)^l e^{-4/h}\Gamma(l+\frac{1}{2})}{l!^2\,\Delta/m}\,,\quad W^- = \frac{2\sqrt{\pi}}{9\sqrt{3}} \cdot \frac{e^4 \delta\varepsilon h(2/h)^l e^{-4/h}\Gamma(l+\frac{1}{2})}{l!^2\,\Delta/m}. \qquad (7.61)$$

Відношення цих імовірностей дорівнює:

$$W^-/W^+ = 4\delta\varepsilon/3m\,, \qquad (7.62)$$

звідки випливає з урахуванням (7.19), що поблизу порогу реакції найбільш імовірним є процес НПЕ, коли початковий електрон знаходиться в інверсному спіновому стані (μ=+1). В окремому випадку, коли магнітне поле в точності дорівнює h=4/l, процес НПЕ, якщо початковий електроном знаходиться в основному спіновому стані, неможливий W^{-}=0, оскільки $\delta\varepsilon$=0.

В імовірності НПЕ в одиницю часу, усередненої по спінах початкового електрона, яка описується виразами (7.61), головний внесок дає резонансна мода, коли проміжний фотон виходить на масову поверхню У цьому випадку повна імовірність НПЕ факторизується і може бути виражена через добуток імовірностей процесів першого порядку : СВ і ОНП. З урахуванням граничної умови $\varepsilon_l = 3m$ (звідки слідує hl=4 і l>>1) для імовірності НПЕ можна написати:

$$W = \frac{\sqrt{\delta\varepsilon / m}}{3\sqrt{6}\Delta} \cdot W_{e \to \gamma e} \cdot W_{\gamma \to ee^{+}}\,, \tag{7.63}$$

де $W_{e \to \gamma e}$ - імовірність в одиницю часу процесу СВ, коли початковий електрон з високозбудженого рівня l>>1 переходить в основний енергетичний стан l'=0, $W_{\gamma \to ee^{+}}$ - імовірність в одиницю часу процесу ОНП на основні енергетичні рівні кінцевого електрона і позитрона. $W_{e \to \gamma e}$, $W_{\gamma \to ee^{+}}$ при порогових умовах з урахуванням (2.44), (2.156) мають вигляд:

$$W_{e \to \gamma e} = \sqrt{\pi} e^2 m \frac{(2/h)^l e^{-2/h}}{\Gamma(l+1/2) l}\,, \quad W_{\gamma \to ee^{+}} = \frac{e^2 m h e^{-2/h}}{2\sqrt{2\delta\varepsilon / m}}\,. \tag{7.64}$$

Для здобуття співвідношення (7.63), також враховувалися вираз для гамма функції від напівцілого аргументу і формула Стірлінга:

$$\Gamma(l+1/2) = \sqrt{\pi}(2l)!/4^l l!\,, \quad l! = \sqrt{2\pi l}(l/e)^l\,.$$

Відзначимо, що вираз для $W_{\gamma \to ee^{+}}$ в (7.64) не враховує ширини енергетичного рівня електрона і тому розходиться, коли $\delta\varepsilon = \varepsilon_l - 3m$ прямує до нуля. Врахування ширини дає мінімальне значення $\delta\varepsilon$ порядку $\Delta \sim e^2 h^2 m$. З іншого боку, щоб не дозволити кінцевим частинкам зайняти збуджені енергетичні рівні, умова $\delta\varepsilon < hm$ має виконуватися. Якщо вибрати $\delta\varepsilon = khm$ з постійним коефіцієнтом і представити зовнішнє поле у вигляді $h = h_0 + \delta h$, де h_0 визначається умовами порога $kh_0 = \sqrt{1+2lh_0} - 3$, тоді величина $\delta h = 3kh_0 / l$, яка, очевидно, багато менша за h_0.

Оцінки імовірностей. Величина Δ у виразах (7.61), як зазначалося раніше, трактується як ширина проміжного стану. Головний внесок в цю ширину дає радіаційна ширина, тобто повна імовірність в одиницю СВ початкового електрона.

Виберемо в якості прикладу такі початкові параметри:

$$l = 40,\ h_0 = 0.1 \ \to\ \delta\varepsilon \approx 0.05m,\ \delta h = 0.00375. \qquad (7.65)$$

Оцінка ширини і імовірностей НПЕ дає:

$$\Delta = 4 \cdot 10^{17} c^{-1},\ W^{+} = 1.2 \cdot 10^{4} c^{-1},\ \ W^{-} = 0. \qquad (7.66)$$

Імовірності процесів першого порядку, відповідно до виразів (7.64), дорівнюють

$$W_{e\to\gamma e} = 2.1 \cdot 10^{13} c^{-1},\ W_{\gamma\to ee^{+}} = 7.9 \cdot 10^{9} c^{-1}. \qquad (7.67)$$

Відзначимо, що в роботі [13] резонансне народження e^+e^- пари електроном розглядалося як каскад процесів СВ і ОНП, тобто вважалося $W = W_{e\to\gamma e} \cdot W_{\gamma\to ee^{+}}$ і використовувалося високоенергетичне наближення, що припускало ультрарелятивістськими як початкові, так і кінцеві стани. Таке наближення не є придатним для даного процесу, що перебігає поблизу порога, коли кінцеві частинки займають основні рівні Ландау. Також в роботі [13] не враховується резонансна ширина, а час розпаду проміжного стану прирівнюється половині часу спостереження. В результаті наближення [13] дає завищену оцінку для ймовірностей поблизу порога. Зокрема, для параметрів (7.65) для ймовірності маємо $4.7 \cdot 10^{7} c^{-1}$, що на три порядки перевищує (7.66).

На рис.7.3. представлена залежність імовірності процесу НПЕ *a*) від номера рівня Ландау початкового електрона, *b*) від величини магнітного поля за умов (7.65).

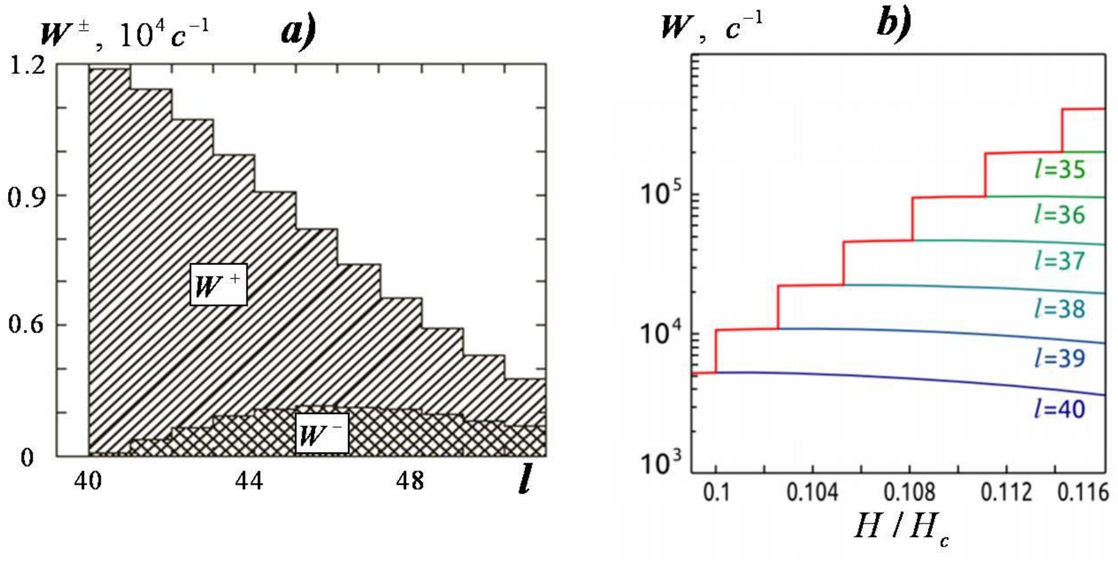


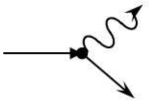
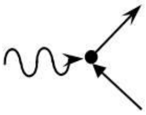
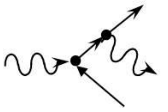
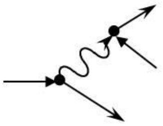
Рис.7.3. Залежність повної імовірності НПЕ *a*) від величини магнітного поля, *b*) від номера рівня Ландау початкового електрона

Як видно з рис.7.3.*a*), імовірність W^+ максимальна на порозі процесу і монотонно убуває з ростом *l*, в той час як імовірність W^- досягає максимуму через кілька енергетичних рівнів, відраховуючи від порога, далі з ростом *l* убуває. Відзначимо, однак, що при досить великих значеннях *l* імовірність W^- починає перевищувати W^+. Рис. 7.3.*b*) показує невелике спадання імовірності з ростом поля при фіксованому *l* і в той же час сильне зростання порогового значення при одночасному зменшенні значення рівня Ландау початкового електрона.

Порівняємо імовірність процесу НПЕ з імовірностями інших елементарних КЕД процесів в магнітному полі, розглянутих в попередніх розділах. У таблиці 1 наведено значення імовірностей процесів (в одиницю часу) СВ, ОНП, ДСВ, ОНПВ, КНПАП і НПЕ в магнітному полі h = 0.1 в ультраквантовому наближенні. У таблиці 1 в першому рядку перелічені назви процесів, у другому - відповідні їм фейнманівські діаграми, в третьому - початкові умови і нарешті, у четвертому - оцінка імовірностей процесів.

Для оцінки імовірності СВ використовуються вирази (2.46) - (2.49), проінтегровані по куту вильоту фотона, підсумовані по кінцевим і усереднені по початкових поляризаціям частинок, а також (7.67). Енергію початкового електрона обрано рівною $3m$, в результаті імовірність СВ дорівнює $W_{e\to\gamma e}^{total} = 2.8\cdot 10^{17} c^{-1}$.

Таблиця 1. Порівняння імовірностей (в одиницю часу, c^{-1}) КЕД процесів в магнітному полі h=0.1

1	СВ	ОНП	ДСВ	ОНПВ	КНПАП	НПЭ
2						
3	l=40, l'=0	ω=2m, l_+=l_-=0	найнижчі рівні	найнижчі рівні	найнижчі рівні	l=40, $\varepsilon_l = 2m$, l_+=l_2= l_1=0
4	$W_{e\to\gamma e}^{total} \sim 10^{17}$ $W_{e\to\gamma e}^{\omega>2m} \sim 10^{13}$ $W_{e\to\gamma e}^{1\to 0} \sim 10^{16}$	$W_{\gamma\to e^- e^+} \sim 10^{10}$	$W_{e\to e\gamma\gamma}^{res} \sim W_{e\to e\gamma}$	$W_{\gamma\to\gamma ee^+}^{nonres} \sim 10^{6}$ $W_{\gamma\to\gamma ee^+}^{res} \sim W_{\gamma\to ee^+}$	$W_{\gamma\to\gamma}^{res} = W_{\gamma\to ee^+} W_{ee^+\to\gamma}$	$W_{e\to eee^+} \sim 10^{4}$

Після виключення процесу випромінювання фотона з енергією, недостатньою для народження e$^+$e$^-$ пари, можна одержати оцінку імовірності (7.67): $W_{e\to\gamma e}^{\omega>2m} = 2.1\cdot 10^{13} c^{-1}$. Для повноти картини також наведемо оцінку імовірності СВ при переході електрона з першого на основний енергетичний рівень: $W_{e\to\gamma e}^{1\to 0} = 3\cdot 10^{16} c^{-1}$. Для оцінки імовірності ОНП використовуємо вираз (7.67). Як було показано в главах 3 та 5, імовірності ДСВ і ОНПВ в резонансних умовах мають такий же порядок величини, що і імовірності СВ і ОНП, відповідно. Тобто додавання до процесів СВ і ОНП кінцевого фотона не змінює імовірностей цих процесів при попаданні в резонанс. Процес народження e$^+$e$^-$ пари фотоном з подальшою анігіляцією в резонансних умовах має чисто каскадний характер, тобто його імовірність дорівнює добутку імовірностей відповідних процесів першого порядку. Відзначимо, що для опису процесу КНПАП використовуються чисті імовірності, а не імовірності в одиницю часу, як для всіх інших процесів.

7.3. Народження e^+e^- пар в SLAC експериментах

Спостерігати процеси КЕД у зовнішньому магнітному полі порядку критичного поки не представляється можливим в повному обсязі. З іншого боку процеси КЕД в поле інтенсивного лазера, як згадується у розділі 1, вже спостерігалися в SLAC експериментах [235-237]. В роботі [236] вивчався процес народження e^+e^- пар електроном в імпульсному лазерному полі. Схема експерименту зображена на рис.1.6. Було зафіксовано близько 100 позитронів в 21962 подіях при зіткненні пучка електронів з енергією 46.6 *ГеВ* з променем тераватного імпульсного лазера з довжиною хвилі λ=527*нм*. Для такого лазера класичний релятивістськи-інваріантний параметр поля $\eta = e\sqrt{A^{\mu}A_{\mu}}\,/\,mc^2$ (A_μ- 4- вимірний потенціал поля), тобто робота поля на довжині хвилі в одиницях mc^2, дорівнює η=0.36.

Поява позитронів інтерпретується в [236] як наслідок двох послідовних процесів. В процесі зворотного комптонівського зіткнення ГеВних електронів з лазером, спрямованих один на одного, утворюються жорсткі фотони. Ці жорсткі фотони з фотонами лазерної хвилі утворюють електрон позитронні пари в процесі многофотонної реакції Брейта-Уілера. Схеми цих процесом мають вигляд:

$$e^- + n\omega_0 \to e^- + \omega\,, \qquad (7.68)$$

$$\omega + n'\omega_0 \to e^- + e^+\,, \qquad (7.69)$$

де ω_0 - фотон лазерного променя. Відзначимо, що в [236] двокроковий процес за схемами (7.68), (7.69) відрізняють від менш імовірної трident (тризуб) реакції, тобто процесу НПЕ в лазерному полі:

$$e^- + n''\omega_0 \to e^- + e^-e^+\,. \qquad (7.70)$$

Розглянемо більш докладно питання про відміну процесів утворення e^+e^- пар за одним сценарієм в результаті послідовності зворотного комптонівського розсіяння і процесу Брейта-Уілера і за другим сценарієм в результаті тризуб-процесу. У першому випадку процес описується двома послідовними фейнманівськими діаграмами (див.рис.7.4.). Суцільні лінії на діаграмах - це хвильові функції вільних електронів (позитронів).

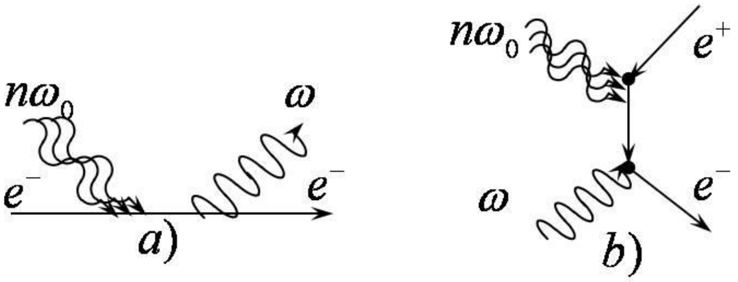


Рис.7.4. Фейнманівські діаграми: *а*) зворотне комптонівське розсіяння *n* фотонів лазерної хвилі на електроні, *b*) процес Брейта-Уілера, двофотонне народження e^+e^- пари, де роль одного з початкових фотонів відіграють *n* фотонів лазерного хвилі

На рис.7.4. зображений тільки один з варіантів фейнманівської діаграми. Для розрахунків амплітуди ймовірності процесу потрібно підсумовувати всі можливі еквівалентні діаграми, де враховуються різні варіанти розташування початкових фотонів лазерного хвилі.

Слід зазначити, що опис процесу випромінювання жорсткого фотона $>2m_ec^2$ при зіткненні лазерного променя з пучком електронів ГеВ-них енергій як зворотне комптонівське розсіяння за схемою (7.68) і за фейнманівською діаграмою рис.7.4. *а*) є не точним. Більш правильним описом є подання цього процесу як процесу першого порядку - процесу випромінювання спонтанного фотона електроном в поле лазерної хвилі, де хвильові функції початкового і кінцевого електронів - це волківські функції, які враховують зовнішнє лазерне поле (див.рис.7.5.).

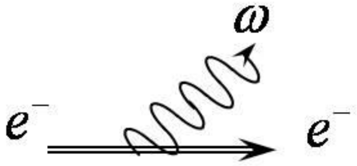


Рис.7.5. Фейнманівська діаграма спонтанного випромінювання фотона електроном в полі лазерної хвилі

На рис.7.5. суцільні лінії - це волківські функції електрона. Нікішовим А.І. і Рітусом В.І. [202, 203] було показано, що якщо в виразенні для імовірності спонтанного випромінювання фотона електроном при малої інтенсивності хвилі залишити тільки один доданок, який відповідає поглинанню з хвилі тільки одного фотона, то такий вираз в точності перейде в вираз для перерізу комптонівського розсіяння. Таким чином, процес за схемою (7.68) цілком міститься в даному процесі спонтанного випромінювання фотона.

Аналогічним чином наближена схема (7.69), процес Брейта-Уілера повинен бути замінений на процес однофотонного народження e^+e^- пари в полі лазерної хвилі (див. рис.7.6.).

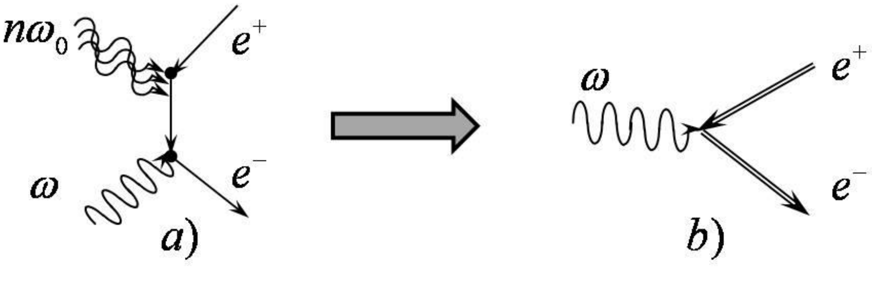


Рис.7.6. Фейнманівські діаграми: *a*) процесу Брейта-Уілера і *b*) процесу народження e^+e^- пари одним фотоном в полі лазерної хвилі

Тепер двокрокова схема народження e^+e^- пар в SLAC експериментах виглядає наступним чином: початковий електрон в зовнішньому лазерному полі народжує жорсткий фотон, а останній, поширюючись в цьому лазерному полі, народжує e^+e^- пару.

Варто звернути увагу на те, що розглядуваний в даній задачі жорсткий фотон ω не можна в експерименті зафіксувати детектором. Він в якийсь момент часу народжується і в певний момент часу народжує пару. Тобто цей фотон не є зовнішнім і може бути описаний тільки за допомогою пропогатора фотона. Але тоді цей фотон може бути як реальним, тобто перебувати на масової поверхні, так і віртуальним. Зокрема, для віртуального фотона можлива ситуація, коли спочатку проміжний жорсткий фотон народжує e^+e^- пару, а потім він випромінюється початковим електроном. Таким чином, народження e^+e^- пар в SLAC експерименті повністю описується фейнманівською діаграмою подібно зображеній на рис.7.1., тобто ми прийшли до другого сценарію через тризуб-процес, вказаного в роботі [236]. В резонансних умовах імовірність тридент процесу факторизується і стає рівною добутку імовірностей згаданих вище процесів першого порядку з деяким додатковим постійним множником, який може бути здобутий тільки в рамках повної теорії.

Побудована в цьому розділі теорія народження e^+e^- пари електроном в магнітному полі (тридент в магнітному полі) може бути використана для опису SLAC експерименту [236] з використанням теореми Нікішова-Рітуса. Нікішов і Рітус [202,203] довели аналітично, що вигляд виразів для імовірностей процесів КЕД в зовнішньому електромагнітному полі, виражених через калібрувальні інваріанти, для випадку ультрарелятивістських початкових частинок однаковий для будь-якої конфігурації зовнішнього електромагнітного поля. В роботах [202,203] були здобуті імовірності процесів КЕД першого порядку в полі лазерної хвилі, зокрема процес спонтанного випромінювання фотона електроном. Якщо змінність лазерного поля є несуттєвою, знайдені вирази можна застосувати для опису імовірностей цих процесів в схрещених електричному і магнітному полях, коли $\vec{E} \perp \vec{H}$ і $|\vec{E}|=|\vec{H}|$. Повна імовірність таких процесів залежить від єдиного інваріантного параметра $e^2(F_{\mu\nu}p^\nu)^2/m^6$, $F_{\mu\nu}$ - тензор електромагнітного поля, p^{ν} - 4-импульс. Це дозволяє перейти до розгляду загального випадку довільного постійного зовнішнього поля. У загальному випадку імовірності процесів залежать також від двох додаткових параметрів $e^2(F_{\mu\nu})^2/m^4$ і $ie^2\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F^{\mu\nu}F^{\rho\sigma}$ (в даному випадку $\vec{E}\perp\vec{H}$, $|\vec{E}|=|\vec{H}|$ вони дорівнюють нулю). Для досяжних в лабораторних умовах електромагнітних полів, які багато менше критичних, два додаткові параметри багато менше одиниці. Також, якщо енергія частинки досить велика, інваріант $e^2(F_{\mu\nu}p^{\nu})^2/m^6$ значно більше цих параметрів і ними можна знехтувати. Зокрема, розглядаючи $F^{\mu\nu}$ як магнітне поле, Нікішов і Рітус в роботах [202, 203] здобули результати роботи Клепікова [8] для інтенсивності випромінювання фотонів і ймовірності народження e^+e^- пар в магнітному полі. Теорема Нікішова-Рітуса має простий фізичний зміст: внаслідок властивостей перетворень Лоренца для електромагнітних полів поля будь-якої конфігурації перетворюються в майже рівні і майже перпендикулярні електричне та магнітне поля при переході в систему відліку спокою ультрарелятивістської частинки.

Якщо ультрарелятивістський електрон направлений назустріч до електромагнітної хвилі з напруженістю поля E_L, тоді в системі спокою електрона він буде відчувати дію поля з напруженістю $E_0 = 2\gamma E_L$, де γ - гама фактор. З іншого боку, якщо електрон рухається перпендикулярно магнітному полю H_{eq}, напруженість електричного поля в системі спокою електрона дорівнює $E_{0eq} = \gamma H_{eq}$. Порівнюючи E_0 і E_{0eq} можна бачити, що напруженість еквівалентного магнітного поля в лабораторній системі відліку дорівнює:

$$H_{eq} = 2E_L . \tag{7.71}$$

Множник 2 в (7.71) виникає тому, що еквівалентне магнітне поле повинно замінювати і електричну і магнітну компоненти електромагнітної хвилі.

Щоб перейти до випадку змінного поля електромагнітної хвилі, потрібно одержані вирази для імовірності процесу НПЕ в магнітному полі (7.61) $W(H)$ усереднити по періоду хвилі. Це і дасть імовірність еквівалентного процесу НПЕ в полі лазерної хвилі W_{eq} [205]:

$$W_{eq}(E_L) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} W(H_{eq} \sin\varphi) d\varphi \,. \tag{7.72}$$

Вираз (7.72) дозволяє порівнювати імовірності процесів КЕД в магнітному полі і полі інтенсивної лазерної хвилі.

Відзначимо, що вирази (7.61) знайдені на порозі процесу, коли виконується умова $\varepsilon_l \approx 3m$. Тому необхідно проводити обчислення імовірності в рухомій «пороговій» системі відліку, де енергія електрона також дорівнює $\varepsilon \approx 3m$ (не в системі спокою, де $\varepsilon = m$). Значення еквівалентного магнітного поля в пороговій системі відліку дорівнює:

$$H_{eq} = 6.1 \cdot 10^{12}\, Гс \;\; або \;\; h = 0.14 \,. \tag{7.73}$$

У SLAC експериментах народження e^+e^- пар спостерігалося також близько порога [236]. Не дивлячись на те, що енергія пучка електронів була рівною 46.6 *ГеВ*, велика частина цієї енергії йшла на енергію прямолінійного руху центру мас. Для оцінки часу взаємодії електронів з лазером в лабораторній системі Δt_L і числа електронів в області взаємодії N_{int} використовуємо дані з [236]: розмір пучка електронів $\sim 25 \times 40\, мкм^2$, число електронів в банчі $\sim 7 \cdot 10^9$, фокальна площа лазерного променя $\sim 30\, мкм^2$, кут перетину пучка електронів і лазерного променя $\sim 17^0$. В результаті для шуканих величин $\Delta t_L, N_{int}$ маємо:

$$\Delta t_L = 50 фс, \quad N_{int} = 2.8 \cdot 10^8 \,. \tag{7.74}$$

Відзначимо, що в виражені для імовірності (7.61) в якості ширини проміжного стану Δ потрібно використовувати суму радіаційної ширини Δ_{rad} і величини $1/\Delta t_T$:

$$\Delta = \Delta_{rad} + 1/\Delta t_T = \Delta_{rad} + \gamma/\Delta t_L\,, \tag{7.75}$$

де Δt_T - час лазер-електронної взаємодії в пороговій системі відліку. Число народжених e^+e^- пар визначається виразом:

$$N_{e^+e^-} = k \cdot N_{int}(1 - e^{-W_{eq}\Delta t_T})\,, \tag{7.76}$$

де k=21962 - число зіткнень в лазер-електронній взаємодії [236]. Відзначимо, що число народжених пар (7.76) визначено в пороговій системі відліку, але оскільки є інваріантом, справедливо в лабораторній системі. Чисельна оцінка (7.76) з вищезаданимі параметрами дає величину:

$$N_{e^+e^-} = 80\,. \tag{7.77}$$

Одержаний результат задовільно узгоджується з експериментальними даними 106 ± 14 подій і з чисельними оцінками [239]. Відзначимо, що автори [236] вказали, що в число отриманих подій може бути включений залишковий фон $\sim 2 \cdot 10^{-3}$ позитронів на лазерний спалах внаслідок взаємодії обернено розсіяних комптонівських фотонів з газовим пучком. Якщо експериментальні дані обмежити подіями з $\eta >$ 0.216, можна здобути 69±9 позитронів, що покращує збіжність експериментальних даних з одержаною теоретичною оцінкою (7.77).

7.4. Висновки до розділу 7

Вперше побудована загальна релятивістська теорія процесу народження елеткрон-позитронної пари електроном (НПЕ) в сильному зовнішньому магнітному полі. В результаті було показано:

1. На порозі процесу в ультраквантовому наближенні кінцеві частинки в загальному випадку народжуються на фіксовані рівні Ландау і мають ненульові кінцеві поздовжні імпульси величиною порядку $p_{1z} \sim p_{2z} \sim p_{+z} \le \sqrt{h}m$.

2. В імовірність НПЕ в одиницю часу поблизу порога головний внесок дає резонансна мода, коли проміжний фотон виходить на масову поверхню. У цьому випадку повна імовірність НПЕ факторизується і може бути виражена через добуток імовірностей процесів першого порядку: СВ і ОНП.

3. Найбільшу імовірність має випадок, якщо спін початкового електрона спрямований уздовж поля (інверсний спіновий стан). Імовірність процесу НПЕ зі спіном початкового електрона проти поля (основний спіновий стан) має меншу величину на порядок малого параметра h.

4. Імовірність НПЕ обернено пропорційна енергетичної ширині проміжного фотона. Зокрема, на порозі реакції, коли магнітне поле дорівнює $h = 0.1$, номер рівня Ландау початкового електрона $l = 40$, для імовірності НПЕ і ширини маємо оцінку $W = 1.2 \cdot 10^4 c^{-1}$, $\Delta = 4 \cdot 10^{17} c^{-1}$.

5. Число e^+e^- пар, народжених в SLAC експериментах з зіткнення пучка ультрарелятивістських електронів з лазерним променем, оцінено, використовуючи теорему Нікішова-Рітуса. Здобуте значення 80 пар задовільно узгоджується з експериментальними результатами (106 ± 14 подій).

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [320], [322], [323], [348], [349], [351].

РОЗДІЛ 8

РУХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК У ЗАМАГНІЧЕНОМУ ЕЛЕКТРОННОМУ ГАЗІ З АНІЗОТРОПНОЮ ТЕМПЕРАТУРОЮ

8.1. Вступ

Методами квантової теорії поля (КТП) вивчається процес руху важкої зарядженої частинки в електронному газі в сильному зовнішньому магнітному полі, зокрема для застосування в задачі електронного охолодження пучків важких заряджених частинок. Знайдено загальні вирази для втрат енергії зарядженої частинки при проходженні через електронний газ з урахуванням впливу, як зовнішнього магнітного поля, так і анізотропного розподілу електронів газу за швидкостями (анізотропної температури). Прості аналітичні формули здобуті для діелектричної сприйнятливості електронного газу і для втрат енергії зарядженої частинки в низькотемпературному (лінійному по анізотропній температурі) наближенні в слабкому і сильному зовнішніх магнітних полях. Аналізується поява ефекту швидкого електронного охолодження зі збільшенням магнітного поля. Аналізується ефект повного квантового пригнічення поперечного руху в сильному магнітному полі. Проводиться чисельний аналіз впливу анізотропії температури електронного газу на швидкість руху важкої зарядженої частинки відповідну максимальній силі тертя з параметрами характерними в задачі електронного охолодження. Розглядається задача розсіяння від’ємно і додатньо зарядженої частинки на електроні в гранично сильному магнітному полі. Аналізуються солітоноподібні рішення. Побудовано теорію руху від’ємно і додатньо заряджених частинок в електронному газі з урахуванням другого борнівського наближення. Проводиться аналіз залежності втрат енергії заряджених частинок від знака заряду при русі в електронному газі.

8.2. Методи КТП в задачі електронного охолодження

Задача про рух важкої зарядженої частинки в плазмі і розв'язана методами КТП Ларкіним [305] і в присутності магнітного поля Ахієзером [306]. Розглядалося низькотемпературне наближення $T = 0$. Були знайдені аналітичні вирази для втрат енергії зарядженої частинки. Формалізм, розроблений в цих роботах, можна застосувати до задачі електронного охолодження пучка важких заряджених частинок, якщо врахувати вплив температури електронного пучка. При цьому потрібно враховувати, що температура електронного пучка, тобто розподіл швидкостей електронів в пучку, істотно анізотропна.

Відповідно до стандартної схеми квантової теорії розсіяння Гамільтоніан системи електронів, що взаємодіють з рухомої зарядженої частинкою, має вигляд:

$$H = H_0 + H'(t)\,, \tag{8.1}$$

де H_0 - гамільтоніан системи невзаємодіючих частинок, $H'(t)$ - гамільтоніан взаємодії, який описує збурення в електронному газі, викликане налітаючою частинкою:

$$H'(t) = \int J_0(\vec{r},t)\varphi_0(\vec{r},t)d\vec{r}\,, \quad \varphi_0(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi}\int \frac{j_0(\vec{r}\,',t)}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}d\vec{r}\,'\,, \tag{8.2}$$

де φ_0іj_0- скалярний потенціал і густина заряду електронного газу, відповідно, J_0 - густина заряду налітаючої частинки. Матриця розсіяння в загальному вигляді дорівнює:

$$S = T\exp[-i\int_{-\infty}^{\infty} H'(t)dt]. \tag{8.3}$$

Нехай система електронний газ плюс налітаюча частинка характеризується набором квантових чисел (a, n), де a - квантові числа налітаючої частинки, саме $a{=}\nu{,}p{,}q$ - номера рівнів Ландау, поздовжній імпульс, y-компонента імпульсу, відповідно, n- набір квантових чисел, що описують електронний газ в стані з енергією E_nі числом частинок N_n. Енергія налітаючої частинки дорівнює:

$$\varepsilon_a \equiv \varepsilon_{\nu,p} = \omega_H (\nu + \frac{1}{2}) \frac{qm}{eM} + \frac{p^2}{2M}, \tag{8.4}$$

де q,M - заряд и маса налітаючої частинки, $\omega_H = e|\vec{H}|/mc$, $p \equiv p_z$ - поздовжня магнітному полю компонента імпульсу (поле направлено вздовж осі z). Імовірність в одиницю часу переходу системи зі стану (a, n) в стан (a',n') в першому борнівському наближенні дорівнює:

$$W_{if} = 2\pi\delta(E_f - E_i)|H'|^2 = 2\pi\delta(E_{n'} + \varepsilon_{a'} - E_n - \varepsilon_a)\int d^3r d^3r' \times$$

$$\times < a'|\hat{J}_0(\vec{r})|a >< a|\hat{J}_0(\vec{r}')|a' >< n'|\hat{\varphi}_0(\vec{r})|n >< n|\hat{\varphi}_0(\vec{r}')|n' >. \tag{8.5}$$

Імовірність переходу налітаючої частинки зі стану a в стан a' виходить з (8.5) його усередненням з вагою $\exp[\beta(\Omega + \mu N_n - E_n)]$ і підсумовуванням по станам середовища n,n', а також підсумовуванням по змінним q,q':

$$W_{aa'} = \sum_n e^{\beta(\Omega + \mu N_n - E_n)} \sum_{n',q,q'} W_{if}, \tag{8.6}$$

де β=1/T - зворотна температура, Ω- термодинамічний потенціал, N_n- оператор числа частинок, μ - хімпотенціал. Нарешті, втрати енергії в одиницю часу налітаючої частинки визначаються очевидним співвідношенням:

$$-\frac{dE}{dt} = \sum_{a'} (\varepsilon_a - \varepsilon_{a'}) W_{aa'}. \tag{8.7}$$

Вираз для імовірності (8.6) зручно переписати у вигляді:

$$W_{aa'} = 2\pi \int d\vec{r} d\vec{r}' U(\vec{r} - \vec{r}') \Phi(\vec{r} - \vec{r}', \varepsilon_a - \varepsilon_{a'}), \tag{8.8}$$

$$U(\vec{r} - \vec{r}') = \sum_{qq'} < a'|\hat{J}_0(\vec{r})|a >< a|\hat{J}_0(\vec{r}')|a' >, \tag{8.9}$$

$$\Phi(\vec{r} - \vec{r}', \omega) = \sum_{nn'} e^{\beta(\Omega + \mu N_n - E_n)} < n'|\hat{\varphi}_0(\vec{r})|n >< n|\hat{\varphi}_0(\vec{r}')|n' > \tag{8.10}$$

і виконати перетворення Фур'є:

$$W_{aa'} = 2\pi \int d\vec{k} U(\vec{k}) \Phi(\vec{k}, \omega), \;\; \omega = \varepsilon_a - \varepsilon_{a'}, \tag{8.11}$$

де Фур'є образ функції $U(\vec{r})$ (8.9) має вигляд [306]:

$$U(\vec{k}) = \frac{q^2}{(2\pi)^2} \delta(p - p' - k_z) \Lambda_{\nu\nu'}(\sigma), \;\; \sigma = \frac{k_x^2 + k_y^2}{2m\omega_H}, \tag{8.12}$$

$$\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma) = \int_0^\infty ds e^{-s} L_\nu(s) L_{\nu'}(s) I_0(2\sqrt{\sigma s}), \tag{8.13}$$

де $L_\nu(s)$ - поліном Лагера, $I_0(x)$ - функція Беселя. Фур'є образ функції $\Phi(\vec{r}, \omega)$ (8.10) має вигляд:

$$\Phi(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{\pi k^2 (1 - e^{-\beta\omega})} \operatorname{Im} \frac{\kappa(\vec{k}, \omega)}{1 + \kappa(\vec{k}, \omega)}, \tag{8.14}$$

де $\kappa(\vec{k}, \omega)$ - діелектрична сприйнятливість електронного газу в магнітному полі, яка виражається через аналітичне продовження температурного поляризаційного оператора

$$\kappa(\vec{k}, \omega) = -k^2 P(\vec{k}, i\omega), \tag{8.15}$$

при цьому $\varepsilon(\vec{k}, \omega) = 1 + \kappa(\vec{k}, \omega)$ - діелектрична проникність. Поляризаційний оператор $P(\vec{k}, k_0)$ можна здобути в рамках діаграмної техніки, в однопетльовому наближенні (наближенні квадратичному по e^2) йому відповідає фейнманівська діаграма, зображена на рис.8.1,

Рис.8.1. Фейнманівська діаграма поляризаційного оператора в однопетльовому наближенні

де суцільні лінії - функції Гріна електрона в магнітному полі. В результаті $P(\vec{k}, k_0)$ має вигляд:

$$P(\vec{k},k_0)=\frac{2e^2 m\omega_H}{(2\pi)^2}\sum_{\nu,\nu'=0}^{\infty}\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)\int_{-\infty}^{\infty}dp\,\frac{n_{\nu p}-n_{\nu',p-k_z}}{\varepsilon^e_{\nu p}-\varepsilon^e_{\nu',p-k_z}+ik_0}\,. \tag{8.16}$$

де $\varepsilon^e_{\nu p}$ - енергія електрона в магнітному полі, $n_{\nu p}$ - функція розподілу Фермі-Дірака електронів:

$$\varepsilon^e_{\nu p}=\omega_H(\nu+\frac{1}{2})+\frac{p^2}{2m}\,,\quad n_{\nu p}=\frac{1}{e^{\beta\varepsilon^e_{\nu p}}+1}\,. \tag{8.17}$$

Остаточно, втрати енергії зарядженої частинки, що рухається в електронному газі в магнітному полі, можна привести до виду:

$$-\frac{dE}{dt}=\frac{q^2}{2\pi^2}\sum_{\nu'=0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\omega d\omega}{1-e^{-\beta\omega}}\int\frac{d^3k}{k^2}\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)\,\mathrm{Im}\frac{\kappa(\vec{k},\omega)}{1+\kappa(\vec{k},\omega)}\delta(\varepsilon_{\nu p}-\varepsilon_{\nu' p-k_z}-\omega)\,. \tag{8.18}$$

Відзначимо, що в вираженні (8.18) температура електронного газу входить у вигляді комбінацій $\beta\varepsilon_{\nu p}$, $\beta\varepsilon^e_{\nu p}$:

$$\beta\varepsilon_{\nu p}=\beta\varepsilon_{\nu p\perp}+\beta\varepsilon_{\nu p\|}=\omega_H(\nu+\frac{1}{2})\frac{qm}{eMT}+\frac{p^2}{2MT}\,, \tag{8.19}$$

$$\beta\varepsilon^e_{\nu p}=\beta\varepsilon^e_{\nu p\perp}+\beta\varepsilon^e_{\nu p\|}=\omega_H(\nu+\frac{1}{2})\frac{1}{T}+\frac{p^2}{2mT}\,. \tag{8.20}$$

У методі електронного охолодження електронний пучок зазвичай отримують шляхом прискорення в електростатичному полі [277] з різницею потенціалів *U*, що приводить до суттєвої анізотропії розподілу електронів за швидкостями (анізотропної температурі). Розкид за швидкостями в поздовжньому напрямку стає значно меншим, ніж в поперечному. Характерними значеннями є $T_\perp \approx T_{катод} \sim 10^4 K$, *U*~10*кВ*, $T_\perp \approx T^2_{катод}/\varepsilon_a \sim 1K$. Врахувати анізотропію температури електронного газу можна простою заміною виразів (8.19), (8.20) у втратах енергії (8.18):

$$\beta\varepsilon_{\nu p}=\beta_\perp\varepsilon_{\nu p\perp}+\beta_\|\varepsilon_{\nu p\|}=\omega_H(\nu+\frac{1}{2})\frac{qm}{eMT_\perp}+\frac{p^2}{2MT_\|}\,, \tag{8.21}$$

$$\beta\varepsilon^e_{\nu p}=\beta_\perp\varepsilon^e_{\nu p\perp}+\beta_\|\varepsilon^e_{\nu p\|}=\omega_H(\nu+\frac{1}{2})\frac{1}{T_\perp}+\frac{p^2}{2mT_\|}\,. \tag{8.22}$$

Загальний розгляд з використанням розподілу Фермі-Дірака (8.17) для електронів в газі необхідно, якщо температура електронного газу порядку температури виродження T_0 і нижче. В пучках електронів, які використовуються для електронного охолодження, характерною густиною є $N \approx 3 \cdot 10^7 см^{-3}$, для якої температура виродження дорівнює:

$$T_0 = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 N)^{2/3} \sim 10^{-10} eB . \qquad (8.23)$$

Таким чином, для практичного застосування достатньо використовувати в якості функції розподілу електронів за швидкостями класичний розподіл Максвелла

$$n_{\nu p} = e^{-\beta\varepsilon^e_{\nu p}} , \qquad (8.24)$$

в якому для врахування анізотропії температури використовується вираз (8.22).

8.3. Діелектрична сприйнятливість електронного газу з анізотропною температурою в магнітному полі

Спецфункція $\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)$. Квантовий безрозмірний параметра σ (8.12) - це відношення поперечної енергії $(\hbar k_\perp)^2 / 2m$ до відстані між сусідніми рівнями Ландау $\hbar\omega_H$.

У випадку сильного магнітного поля σ<<1 функцію $\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)$ (8.13) доцільно представити у вигляді ряду, де обмежиться першими кількома доданками. Для цього функція Беселя $I_0(2\sqrt{\sigma s})$ розвивається в ряд Тейлора по σ:

$$I_0(2\sqrt{\sigma s}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^2} \sigma^k s^k , \qquad (8.25)$$

в результаті:

$$\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(k!)^2}\lambda_{\nu\nu'}^{(k)}\sigma^k,\qquad \lambda_{\nu\nu'}^{(k)}=\int_0^{\infty}dss^kL_\nu(s)L_{\nu'}(s)e^{-s}\,. \tag{8.26}$$

Для врахування температури електронного газу в низькотемпературному наближенні, лінійному по *T*, в ряду (8.26) досить залишити перші три доданків, тобто:

$$\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)=\lambda_{\nu\nu'}^{(0)}-\sigma\lambda_{\nu\nu'}^{(1)}+\sigma^2\lambda_{\nu\nu'}^{(2)}/4\,. \tag{8.27}$$

Відзначимо, що в роботі [306] використовувалося наближення $T=0$, для чого в виражені (8.27) були залишені тільки перші два доданків. Коефіцієнти $\lambda_{\nu\nu'}^{(k)}$ з k=1,2,3 у відповідності з (8.26) і використанням рекурентних співвідношень для поліномів Лагера дорівнюють:

$$\lambda_{\nu\nu'}^{(0)}=\delta_{\nu\nu'},\quad \lambda_{\nu\nu'}^{(1)}=-(\nu+1)^2\delta_{\nu+1,\nu'}+(2\nu+1)\delta_{\nu,\nu'}-\nu\delta_{\nu-1,\nu'}\,, \tag{8.28}$$

$$\lambda_{\nu\nu'}^{(2)}=(\nu+1)(\nu+2)\delta_{\nu+2,\nu'}-4(\nu+1)^2\delta_{\nu+1,\nu'}+2(3\nu^2+3\nu+1)\delta_{\nu,\nu'}-$$

$$-4\nu^2\delta_{\nu-1,\nu'}+\nu(\nu-1)\delta_{\nu-2,\nu'}\,. \tag{8.29}$$

У випадку слабкого магнітного поля σ<<1 функція $\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)$ дорівнює:

$$\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)=m\omega_H/\pi\Delta\,, \tag{8.30}$$

де Δ - площа трикутника, який побудований зі сторонами $k_\perp, p_\perp, p'_\perp$, де $p_\perp=2m\omega_H(\nu+1/2)$, $p'_\perp=2m\omega_H(\nu'+1/2)$.

На рис.8.2. зображена залежність функції $\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)$, яка визначається виразом (8.13), а також її асимптотики (8.27), (8.30) для сильних і слабких магнітних полів а) для номерів рівнів Ландау $\nu=3$, $\nu'=2$, b) $\nu=30$, $\nu'=20$. Зі збільшенням номерів рівнів Ландау ν значення функції зменшується, збільшується область σ, при цьому число осциляцій порядку max(ν,ν').

<u>Діелектрична сприйнятливість в лінійному по *T* наближенні.</u> У лінійному наближенні по температурі вдається здобути прості аналітичні формули для втрат енергії частинки, що рухається в електронному газі. При цьому досить в (8.18) врахувати внесок в інтеграл тільки від полюсів, тобто досить

використовувати в обчисленнях тільки дійсну частину електричної сприйнятливості. Діелектрична сприйнятливість електронного газу з анізотропною температурою в магнітному полі в загальному випадку визначається виразами (8.15) (8.16).

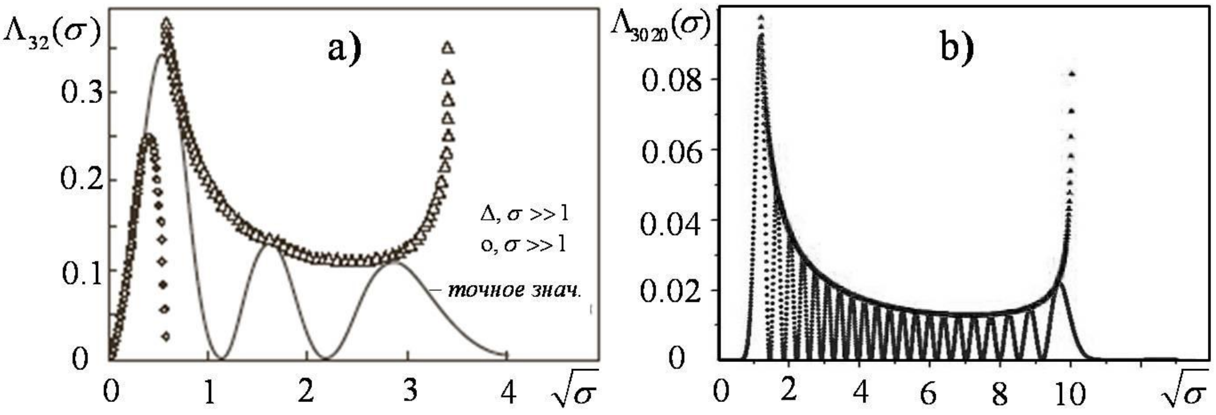


Рис.8.2. Функція $\Lambda_{\nu\nu'}(\sigma)$ і її асимптотики для сильних и слабких магнітних полів a) для номерів рівнів Ландау $\nu = 3$, $\nu' = 2$, b) $\nu = 30$, $\nu' = 20$

Дійсна частина сприйнятливості визначається головним значенням інтеграла по подовжньому імпульсу в (8.16). Розподіл електронів за швидкостями в виразенні (8.16) має вигляд:

$$n_{\nu p} = e^{-\frac{\omega_H}{T_\perp}(\nu+\frac{1}{2})} e^{-\frac{p^2}{2mT_\parallel}}, \quad n_{\nu' p-k_z} = e^{-\frac{\omega_H}{T_\perp}(\nu'+\frac{1}{2})} e^{-\frac{(p-k_z)^2}{2mT_\parallel}}. \qquad (8.31)$$

Інтеграл по подовжньому імпульсу в (8.16) можна записати у вигляді:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{n_{\nu p} - n_{\nu', p-k_z}}{\varepsilon_{\nu p} - \varepsilon_{\nu', p-k_z} - \omega} = \frac{\sqrt{2\pi m T_\parallel} e^{-\frac{\omega_H}{T_\perp}(\nu'+\frac{1}{2})}}{\omega_H(\nu - \nu') - \omega} (I_1 - e^{\frac{\omega_H}{T_\perp}(\nu-\nu')} I_2), \qquad (8.32)$$

де $$I_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi m T_\parallel}} \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{e^{-\frac{p^2}{2mT}}}{1 - \zeta_{1,2}(p)}, \quad \zeta_{1,2} = \frac{2k_z p \mp k_z^2}{2m(\omega - \omega_H(\nu - \nu'))}. \qquad (8.33)$$

У випадку сильного магнітного поля ($\sigma << 1$), малим параметром також є $\zeta_{1,2} << 1$. Розвивая в ряд по $\zeta_{1,2}$ з точністю по $\zeta_{1,2}^3$ підінтегральний вираз в

$I_{1,2}$ і взяв інтеграли по подовжньому імпульсу в сенсі головного значення, величини $I_{1,2}$ можна привести до вигляду:

$$I_{1,2} = 1 \mp \frac{k_z^2}{2m(\omega - \omega_H(\nu - \nu'))} + \frac{4mk_z^2 T_\| + k_z^4}{4m^2(\omega - \omega_H(\nu - \nu'))^2} \mp \frac{12mk_z^4 T_\| + k_z^6}{8m^3(\omega - \omega_H(\nu - \nu'))^3} \,. \qquad (8.34)$$

Відзначимо, що в здобутому виразі температура входить лінійно. Врахування в розвиненні по $\zeta_{1,2}$ більш високих степенів виводить розгляд за рамки лінійного наближення за температурою.

З урахуванням виразу (8.32) діелектрична сприйнятливість має вигляд:

$$\kappa(\vec{k},\omega) = -\frac{2e^2 m\omega_H \sqrt{2\pi m T_\|}}{(2\pi)^2 k^2} \sum_{\nu,\nu'} \Lambda_{\nu,\nu'}(\sigma) e^{-\delta_\perp (2\nu+1)} H_{\nu-\nu'}, \; H_{\nu-\nu'} = \frac{I_1 - e^{\frac{\omega_H}{T_\perp}(\nu-\nu')} I_2}{\omega - \omega_H(\nu - \nu')}, \qquad (8.35)$$

де $\delta_\perp = \omega_H / 2T_\perp$ - відношення відстані між сусідніми рівнями Ландау до енергії поперечного теплового руху. Оскільки величина $H_{\nu-\nu'}$ в вираженні (8.35) залежить тільки від різниці рівнів Ландау (ν-ν') її можна винести за знак суми по ν. У лінійному наближенні по температурі ряд, що залишився, з урахуванням розвинення (8.27) можна привести до виду:

$$\sum_\nu e^{-\delta_\perp(2\nu+1)} = \frac{1}{2\mathrm{sh}\delta_\perp} \;\delta_{\nu\nu'} + \frac{\sigma}{2\mathrm{sh}\delta_\perp}\left[\delta_{\nu+1,\nu'} e^{\delta_\perp} - 2\delta_{\nu\nu'}\mathrm{ch}\delta_\perp + \delta_{\nu-1,\nu'} e^{-\delta_\perp}\right] +$$

$$+\frac{\sigma^2}{4\mathrm{sh}^2\delta_\perp}\Big[\delta_{\nu+2,\nu'} e^{\delta_\perp}/2 - 2\delta_{\nu+1,\nu'} e^{\delta_\perp}\mathrm{ch}\delta_\perp + \delta_{\nu\nu'}(3 + 2\mathrm{sh}^2\delta_\perp) -$$

$$-2\delta_{\nu-1,\nu'} e^{-\delta_\perp}\mathrm{ch}\delta_\perp + \delta_{\nu-2,\nu'} e^{-2\delta_\perp}/2\Big] \,. \qquad (8.36)$$

В сумі по ν' завдяки наявності символів Кронекера залишається тільки п'ять доданків. Після елементарного перегрупування доданків і підстановки в (8.35) в якості $I_{1,2}$ вираз (8.34) дійсну частину електричної сприйнятливості електронного газу з анізотропної температурою в магнітному полі в лінійному по температурі наближенні можна привести до такого остаточного вигляду (з явним виділенням сталій $\hbar$):

$$\mathrm{Re}\,\kappa(\vec{k},\omega) \equiv \kappa(\vec{k},\omega,T) = \kappa(\vec{k},\omega,0) + AT_\| + BT_\perp + C\,, \qquad (8.37)$$

$$\kappa(\vec{k},\omega,0)=-\frac{\omega_p^2}{k^2}\left(\frac{k_z^2}{\omega^2}+\frac{k_\perp^2}{\omega^2-\omega_H^2}\right), \tag{8.38}$$

$$A=-\frac{\omega_p^2k_z^2}{k^2m}\left(\frac{3k_z^2}{\omega^4}+k_\perp^2\frac{3\omega^2+\omega_H^2}{(\omega^2-\omega_H^2)^3}\right), \tag{8.39}$$

$$B=-\frac{\omega_p^2k_\perp^2}{k^2m}\left(\frac{3k_\perp^2}{(\omega^2-4\omega_H^2)(\omega^2-\omega_H^2)}+\frac{k_z^2}{\omega^2}\frac{3\omega^2-\omega_H^2}{(\omega^2-\omega_H^2)^2}\right), \tag{8.40}$$

$$C=-\frac{\hbar\omega_p^2}{k^2}\left(\frac{3k_\perp^4k_z^2T_\perp}{8m^2\omega^2\omega_H^3}+\frac{\hbar k_\perp^4k_z^2}{8m^2\omega^2\omega_H^2}+\frac{\hbar k_z^6}{4m^2\omega^4}+\frac{\hbar k_\perp^2k_z^4}{4m^2}\frac{3\omega^2+\omega_H^2}{(\omega^2-\omega_H^2)^3}\right), \tag{8.41}$$

де $\omega_p=(4\pi e^2n_e/m)$ - плазмова частота. Останній доданок C в виражені (8.37) пропорційний сталій Планка в першій та другій степені і є квантової поправкою. Для характерних параметрів електронного охолодження $V_i=10^6 см/с,\ \omega_p=3\cdot10^8c^{-1},\ \omega_H=3\cdot10^{10}c^{-1},\ T=1еВ$ оцінка дає:

$$C\sim\frac{\hbar\omega_p}{3}\left(\frac{\omega_p}{\omega_H}\right)^3\frac{T}{m^2V_i^4}\sim10^{-7}.$$

На межі ($\hbar\to0$) у випадку ізотропної електронної плазми ($T_\parallel=T_\perp=T$) в магнітному полі діелектрична сприйнятливість переходить до вигляду:

$$\kappa(\vec{k},\omega,T)=\kappa(\vec{k},\omega,0)+(A+B)T, \tag{8.42}$$

$$A+B=-\frac{\omega_p^2}{k^2m}\left(\frac{3k_z^4}{\omega^4}+k_\perp^2k_z^2\frac{6\omega^4-3\omega^2\omega_H^2+\omega_H^4}{\omega^2(\omega^2-\omega_H^2)^3}+\frac{3k_\perp^4}{(\omega^2-4\omega_H^2)(\omega^2-\omega_H^2)}\right). \tag{8.43}$$

Порівняємо одержаний вираз з поздовжньою діелектричної сприйнятливістю магнітоактивної електронної плазми з класичної електродинаміки [370]:

$$\kappa(\vec{k},\omega)=\frac{\omega_p^2}{k^2\upsilon_T^2}\left(1-\sum_n\frac{\omega}{\omega-n\omega_H}A_n(z)F(\beta_n)\right), \tag{8.44}$$

де $\upsilon_T=\sqrt{T/m}$ - теплова швидкість електронів, $A_n(z)=e^{-z}I_n(z)$, $z=k_\perp^2\upsilon_T^2/\omega_H^2$, $\beta_n=(\omega-\omega_H)/\sqrt{2}k_z\upsilon_T$, $I_n(z)$ - функція Беселя уявного аргументу, $F(\beta_n)=F_1(\beta_n)-iF_2(\beta_n)$ - дисперсійна функція плазми,

$F_1(x) = 2xe^{-x^2}\int_0^x dte t^2$, $F_2(x) = \sqrt{\pi}xe^{-x^2}$. У випадку холодної плазми виконуються співвідношення:

$$\frac{k_\perp \upsilon_T}{\omega_H} << 1, \quad \frac{\omega - n\omega_H}{k_z \upsilon_T} >> 1 \ .$$

З використанням цих нерівностей, проводячи розвинення уявної частини виразу (8.44) в ряд Тейлора, де залишаються доданки, що враховують температуру в степені не вище першої, нескладно перейти до вираження (8.42).

В окремому випадку холодної електронної плазми (T=0, $\hbar \to 0$) в однорідному магнітному полі вираз (8.37) переходить до відомого в гідродинамічному наближенні виразу:

$$\operatorname{Re}\kappa(\vec{k},\omega) = \kappa(\vec{k},\omega,0) = -\frac{\omega_p^2}{k^2}\left(\frac{k_z^2}{\omega^2} + \frac{k_\perp^2}{\omega^2 - \omega_H^2}\right). \qquad (8.45)$$

Для анізотропної плазми без магнітного поля (H=0, $\hbar \to 0$) дійсна частина сприйнятливості описується відомою формулою [370]:

$$\operatorname{Re}\kappa(\vec{k},\omega) = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{3T^* k^2}{m\omega^2}\right), \qquad (8.46)$$

де $T^* = (T_\| k_z + T_\perp k_\perp)/k$.

Вирази для дійсної та уявної частини електричної сприйнятливості електронного газу з анізотропної температурою і електронного газу з ізотропної температурою в магнітному полі, які застосовуються для чисельного розрахунку, буде дано нижче.

8.4. Втрати енергії частинки в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі в лінійному по *T* наближенні

Формула Ахієзера. І.А.Ахієзер здобув аналітичний вираз в квадратурі для втрат енергії зарядженої частинки в електронній плазмі в магнітному полі в низькотемпературному наближенні T=0 [306]. Частинка з зарядом q і масою M рухається в плазмі зі швидкістю V під довільним фіксованим кутом α до магнітного поля:

$$-dE/dt = B[\Lambda - f(\alpha,u)]\,, \tag{8.47}$$

де $f(\alpha,u)$ - функція від кута α і параметра $u=\omega_p/\omega_H$, зображена на рис.8.3. B і Λ, відповідно, дорівнюють:

$$B=\frac{q^2\omega_p^2}{V}\,, \tag{8.48}$$

$$\Lambda = \ln\frac{2mMV^2}{\hbar\omega_p(m+M)}\,. \tag{8.49}$$

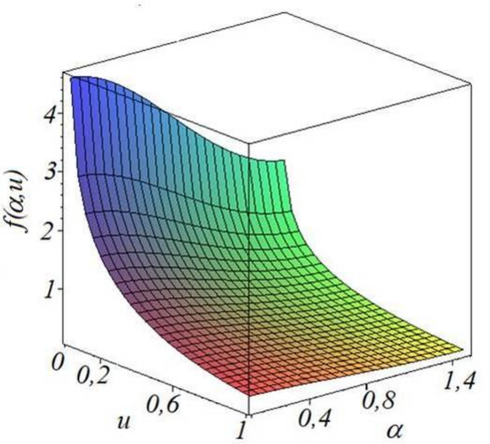


Рис.8.3. Графік функції $f(\alpha,u)$

Вираз для втрат енергії частки в плазмі за відсутності магнітного поля

$$-dE/dt = B\Lambda \tag{8.50}$$

знайдено Ларкіним [305]. У випадку $\alpha=0$:

$$f(0,u)=\ln(\sqrt{1+u^2}/u)\,. \tag{8.51}$$

Дві асимптотики $f(\alpha,u)$ для великих і малих значень параметра u мають вигляд:

$$f(\alpha,u)\big|_{u>>1} = (2-\sin^2\alpha)/4u^2\,, \tag{8.52}$$

$$f(\alpha,u)\big|_{u<<1} = \sin^2\alpha\cdot[1/4+2\ln(u\sin\alpha/2)]/4-\ln u\,. \tag{8.53}$$

Діелектрична модель. Будемо розглядати випадок, коли зовнішнє магнітне поле слабо впливає на рух налітаючої важкої частинки. Також припускаємо, що втрати енергії частинки набагато менші її енергії $\Delta\varepsilon<<\varepsilon$. Тобто рух частинки є практично прямолінійним і рівномірним. У цьому наближенні можна записати:

$$\omega = \varepsilon_{\nu,p}-\varepsilon_{\nu',p'} \approx \frac{(\vec{p})^2}{2M}-\frac{(\vec{p}-\vec{k})^2}{2M}=\frac{(\vec{p}\vec{k})}{M}-\frac{(\vec{k})^2}{2M}\approx\frac{(\vec{p}\vec{k})}{M}=\vec{V}\vec{k}\,.$$

В загальному виражені для втрат енергії (8.18) в розглянутому наближенні від номера рівня Ландау ν' залежить тільки спецфункція $\Lambda_{\nu\nu'}$, яка має властивість: $\sum_{\nu'}\Lambda_{\nu\nu'}=1$. У низькотемпературному наближенні в (8.18), також можна знехтувати величиною $\exp(-\beta\omega)$. В результаті вираз для втрат енергії налітаючої частки переходить до вигляду:

$$-\frac{dE}{dt}=-\frac{q^2}{2\pi^2}\operatorname{Im}\int\frac{d^3k\cdot\omega}{k^2\varepsilon(\vec{k},\omega)},\ \omega=\vec{V}\vec{k}\,, \qquad (8.54)$$

відомому з діелектричної моделі класичної фізики плазми [371]. Проте роль діелектричної проникності електронного газу в магнітному полі $\varepsilon(\vec{k},\omega)=1+\kappa(\vec{k},\omega)$ в загальному квантовому випадку грає величина описувана виразом (8.15).

Прості аналітичні вирази для втрат енергії частинки в електронному газі в низькотемпературному наближенні можна здобути, використовуючи принцип відповідності: вимикання поля *H* і температури *T* повинно приводити до вираження (8.50). В цьому випадку для обчислення інтеграла (8.54) досить обмежиться логарифмічним наближенням і використовувати класичні вирази для діелектричної проникності електронної плазми $\varepsilon(\vec{k},\omega)$. Поклавши $\varepsilon(\vec{k},\omega)=\varepsilon_1+i\varepsilon_2$ вираз (8.54) легко привести до вигляду:

$$-\frac{dE}{dt}=-\frac{q^2}{2\pi^2}\operatorname{Im}\left[\int\frac{d^3k\omega\varepsilon_1}{k^2(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2)}-i\int\frac{d^3k\omega\varepsilon_2}{k^2(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2)}\right],\ \omega=\vec{V}\vec{k}\,. \qquad (8.55)$$

У першому інтегралі (8.55) уявну частину числа дає тільки полюс, в той час як у другому інтегралі через наявність *i* - тільки інтеграл в сенсі головного значення. У низькотемпературному наближенні $|\varepsilon_1|>>|\varepsilon_2|$ і втрати енергії остаточно можна записати так:

$$-\frac{dE}{dt}=-\frac{q^2}{2\pi^2}\operatorname{Im}\int\frac{d^3k\omega}{k^2\operatorname{Re}\varepsilon(\vec{k},\omega)},\ \omega=\vec{V}\vec{k}\,, \qquad (8.56)$$

при цьому обхід полюсів потрібно узгодити з принципом причинності (втрати енергії повинні бути додатними). Зручно ввести безрозмірний хвильовий вектор

$$\vec{W} = \vec{k}V / \omega_p , \tag{8.57}$$

тоді
$$-\frac{dE}{dt} = \frac{B}{2\pi^2}\tilde{S}, \; \tilde{S} = -\operatorname{Im}\int \frac{d^3W \cdot \vec{W}\vec{n}}{W^2 \operatorname{Re}\varepsilon(\vec{W}, \vec{W}\vec{n})}, \; \vec{n} = \vec{V} / V . \tag{8.58}$$

За відсутності магнітного поля в гідродинамічному наближенні

$$\operatorname{Re}\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{(\vec{W}\vec{n})^2 - 1}{(\vec{W}\vec{n})^2} , \tag{8.59}$$

підставляючи $\operatorname{Re}\varepsilon$ в (8.58) дістанемо:

$$\tilde{S} = -\operatorname{Im}\int \frac{d^3W (\vec{W}\vec{n})^3}{W^2((\vec{W}\vec{n})^2 - 1)} = -2\pi \operatorname{Im}\int_1^{\infty} \frac{dW}{W} \int_{-W}^{W} \frac{t^3 dt}{t^2 - 1} = 2\pi^2 \int_1^{\infty} \frac{dW}{W} , \tag{8.60}$$

де $t = (\vec{W}\vec{n})$, межі інтегрування в (8.60) визначаються нерівністю $|t| \leq W$, тоді втрати енергії дорівнюють:

$$-dE / dt = B \int_1^{\infty} dW / W . \tag{8.61}$$

Одержаний результат з точністю до логарифма збігається з виразом (8.50) і виходячи з принципу відповідності логарифм в (8.61) потрібно ототожнити з величиною Λ (кулонівським логарифмом):

$$\int_1^{\infty} dW / W \to \int_1^{W_{\max}} dW / W = \ln W_{\max} \to \Lambda . \tag{8.62}$$

Порівняння з формулою Ахієзера. Продемонструємо одержаний метод для втрат енергії частки в електронному газі в магнітному полі при *T*=0.

У випадку, коли частинка рухається уздовж магнітного поля (нехай вектор $\vec{H}$ паралельний осі z) мають місце так звані поздовжні втрати. У цьому випадку величина $\vec{W}\vec{n}$ дорівнює $\vec{W}\vec{n} = W_z = Wx$, де $x = \cos\theta$ - косинус кута між векторами $\vec{W}$ і $\vec{H}$, діелектрична проникність плазми, виходячи з (8.45), в безрозмірних величинах має вигляд:

$$\mathrm{Re}\,\varepsilon(\vec{k},\omega)=1+\mathrm{Re}\,\kappa(\vec{k},\omega)=1-\frac{1-x^2}{W^2x^2-h^2}-\frac{1}{W^2}, \tag{8.63}$$

$$h=1/u=\omega_H/\omega_p\,. \tag{8.64}$$

Підставляючи $\mathrm{Re}\,\varepsilon(\vec{k},\omega)$ (8.63) в вираз (8.58) маємо:

$$\tilde{S}=-2\pi\,\mathrm{Im}\int_0^\infty\frac{W}{W}\int_{-1}^{1}\frac{x(W^2x^2-h^2)dx}{x^2-x_0^2},\qquad x_0^2=\frac{W^2+h^2(W^2-1)}{W^4}.\tag{8.65}$$

Межі інтегрування по W визначаються умовою $|x_0|\le 1$ і відповідають розташуванню полюсів на площині (W^2,x), зображених на рис.8.4 а), при цьому $h^2=1.5$. В результаті поздовжні втрати енергії дорівнюють:

$$\frac{-dE}{dt}=\frac{q^2\omega_p^2}{V}\left(\int_1^\infty\frac{dW}{W}-\ln(\sqrt{1+h^2})\right). \tag{8.66}$$

За принципом відповідності при $h\to 0$ здобутий вираз має перейти в (8.50), тобто логарифмічна розбіжність усувається як і раніше за правилом (8.62), а одержаний результат збігається з формулою Ахієзера (8.47) з урахуванням (8.51).

У випадку, коли частинка рухається перпендикулярно магнітному полю (нехай для визначеності уздовж осі x), діелектрична проникність дорівнює:

$$W^2\,\mathrm{Re}\,\varepsilon(\vec{k},\omega)=W^2-\frac{W_\perp^2}{W_x^2-h^2}-\frac{W_z^2}{W_x^2}, \tag{8.67}$$

Вираз для $\tilde{S}$ (8.58) можна привести до вигляду:

$$\tilde{S}=-\mathrm{Im}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^\infty\frac{W}{W}\int_{-W}^{W}\frac{t^3(t^2-h^2)dt}{t^4-t^2(1+h^2)+h^2(1-t^2/W^2)\sin^2\varphi}, \tag{8.68}$$

де $t=W\cdot x=W\cos\theta$. Розташування полюсів на площині (W^2,t^2), зображено на рис.8.4 b).

Після взяття інтеграла по dW в полюсах, інтеграл по $d\varphi$ легко береться в двох граничних випадках h<<1 і h>>1. В результаті з урахуванням принципу відповідності втрати енергії частинки в плазмі дорівнюють

1) для випадку $h<<1$:

$$-dE/dt = q^2\omega_p^2 \ \ \Lambda - h^2/2 \ \ /V \ , \tag{8.69}$$

2) для випадку $h>>1$:

$$\frac{-dE}{dt} = \frac{q^2\omega_p^2}{V}\left(\Lambda + \frac{\ln 4 - 1/4}{4} - \frac{1}{2}\ln h\right). \tag{8.70}$$

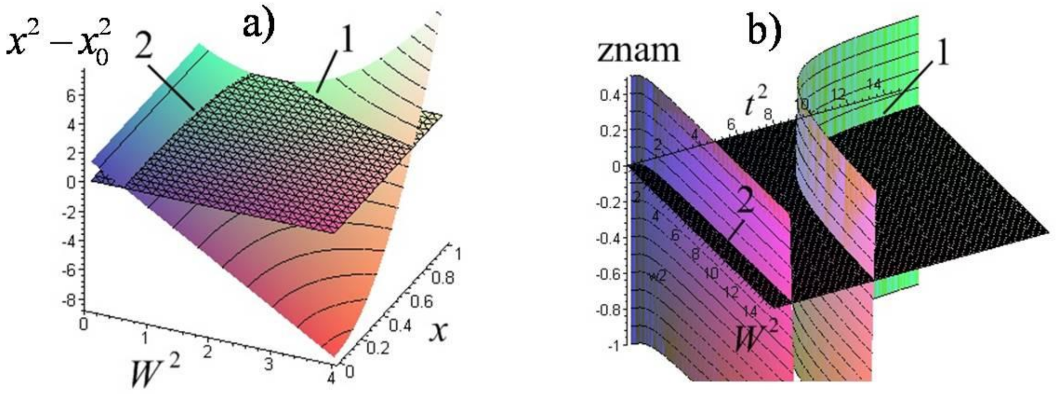


Рис.8.4. Залежність знаменника підінтегрального виразу а) (8.65) для випадку α=0 і b) (8.68) для випадку $\alpha=\pi/2$ від параметрів W^2 і x.

Одержані вирази збігаються з формулою Ахиезера (8.47) в розглянутому наближенні (8.52) і (8.53), відповідно для $\alpha=\pi/2$.

Лінійне по *T* наближення. Припустимо, що швидкість налітаючої частки *V* багато більше розкиду швидкостей електронів, як уздовж $\upsilon_{||}$, так і поперек $\upsilon_{\perp}$ пучка електронів, тобто температура електронного газу мала в порівнянні з величиною mV^2:

$$V >> \upsilon_{||},\ V >> \upsilon_{\perp} \text{ або } \ T_{||} \equiv m\upsilon_{||}^2 << mV^2,\ T_{\perp} \equiv m\upsilon_{\perp}^2 << mV^2 . \tag{8.71}$$

Дістанемо вирази для втрат енергії з точністю до членів, що містять анізотропну температуру в першій степені в двох випадках: слабкого і сильного магнітного поля, тобто коли $h<<1$ і $h>>1$.

Будемо розглядати випадок руху частинки уздовж пучка електронів паралельно напрямку магнітного поля α=0 (поздовжні втрати). У цьому випадку втрати енергії (8.58) можна подати у вигляді:

$$\frac{-dE}{dt}=\frac{-2q^2\omega_p^2}{\pi V}\operatorname{Im}\int\limits_W dW\cdot W\int\limits_0^1\frac{xdx}{\operatorname{Re}\varepsilon}, \tag{8.72}$$

де $x=\cos\theta$, інтеграл по *x* береться в єдиному полюсі в інтервалі [0,1], при цьому умова $x_0\le 1, \varepsilon(x_0)=0$ визначає межі інтегрування по *W*.

Діелектрична проникність електронного газу з низькою анізотропною температурою в слабкому магнітному полі з точністю до лінійних доданків за температурою $T_\parallel, T_\perp$ і по циклотронній частоті ω_H^2 з урахуванням (8.37) - (8.40) має вигляд:

$$\operatorname{Re}\varepsilon=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-\frac{k_\perp^2\omega_p^2\omega_H^2}{k^2\omega^4}-\frac{3\omega_p^2k_z^2T_\parallel}{m\omega^4}-\frac{3\omega_p^2k_\perp^2T_\perp}{m\omega^4} \tag{8.73}$$

або в безрозмірних величинах

$$\operatorname{Re}\varepsilon=1-\frac{1}{W^2x^2}-h^2\frac{1-x^2}{W^4x^4}+\frac{\tau_\perp-\tau_\parallel}{W^2x^2}-\frac{\tau_\perp}{W^2x^4}, \tag{8.74}$$

де $\tau_\parallel, \tau_\perp$ - безрозмірні поздовжня і поперечна температури:

$$\tau_\parallel=3T_\parallel/mV^2, \quad \tau_\perp=3T_\perp/mV^2. \tag{8.75}$$

Нулі функції діелектричної проникності (8.74) визначаються рівнянням $\operatorname{Re}\varepsilon(x_0)=0$ і в лінійному наближенні по малим параметрам $h^2, \tau_\parallel, \tau_\perp$ мають вигляд:

$$x_0^2=\frac{1}{W^2}+\frac{h^2}{W^2}(1-\frac{1}{W^2})+\frac{\tau_\parallel}{W^2}+\tau_\perp(1-\frac{1}{W^2}). \tag{8.76}$$

Нижня межа інтегрування по *W* в виражені (8.72) визначається з умови $x_0^2=0$ і дорівнює

$$W_{\min}=1-\tau_\parallel/2. \tag{8.77}$$

Виділення нуля в лінійному наближенні приводить до такого вигляду зворотної величини до діелектричної проникності:

$$(\mathrm{Re}\,\varepsilon)^{-1} = x^2(1-h^2/x^2W^2-\tau_\perp/x^2)/(x^2-x_0^2)\,. \tag{8.78}$$

Елементарне інтегрування в (8.72) приводить до остаточного вигляду для втрат енергії частинки в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі в лінійному наближенні по $h^2, \tau_{||}, \tau_\perp$:

$$-dE/dt = q^2\omega_p^2\left[(1+\tau_{||}-\tau_\perp)\Lambda+(\tau_{||}-h^2)/2\right]/V\,. \tag{8.79}$$

При вимкненні температури $\tau_{||}=\tau_\perp=0$ знайдений вираз переходить в одержаний раніше (8.69). Вираз (8.79) показує, що вплив температури на втрати найбільший у випадку її суттєвої анізотропії (Λ~10, тому головним є множник перед Λ). Врахування поздовжньої температури електронного газу приводить до збільшення втрат енергії, а поперечної температури до їх зменшення. Таким чином, поперечна температура погіршує процес електронного охолодження. Саме тому замагнічування поперечного руху (виключення поперечного руху в сильному магнітному полі) приводитиме до поліпшення процесу охолодження. У випадку ізотропної температури $\tau_{||}=\tau_\perp=\tau$ втрати мають вигляд:

$$-dE/dt = q^2\omega_p^2\ \ \Lambda+\tau/2-h^2/2\ \ /V\,. \tag{8.80}$$

Врахування впливу ізотропної температури приводить до невеликого збільшення втрат енергії.

Перейдемо до розгляду випадку сильного магнітного поля $h \gg 1$. При цьому зручно провести перепозначення:

$$u = 1/h = \omega_p/\omega_H,\quad F = uW\,. \tag{8.81}$$

Тоді втрати енергії частинки (8.72) матимуть вигляд:

$$\frac{-dE}{dt} = \frac{-2q^2\omega_H^2}{\pi V}\,\mathrm{Im}\int_F dF\cdot F\int_0^1 \frac{x\,dx}{\mathrm{Re}\,\varepsilon}\,. \tag{8.82}$$

Діелектрична проникність при нульовій температурі електронного газу в нових позначеннях має вигляд:

$$\mathrm{Re}\,\varepsilon_0 = F^2(x^2 - x_{00}^2)/(F^2x^2 - 1)\,, \tag{8.83}$$

де x_{00} - нулі виразу (8.83), які з точністю до несуттєвих доданків дорівнюють:

$$x_{00}^2 = (1+u^2)/F^2\,. \tag{8.84}$$

Умова x_{00}=1 задає нижню межу інтегрування по F в вираженні (8.82): $F_{\min} = \sqrt{1+u^2}$.

Оскільки поздовжня і поперечна температури покладаються малими, то в лінійному наближенні їх внесок на втрати енергії адитивний, тобто можна окремо врахувати їх вплив, а після результати додати. Як випливає з виразів (8.37) - (8.40) діелектричну проникність з урахуванням поздовжньої (поперечної) температури $\tau_{\|,\perp}$ в загальному вигляді можна представити так:

$$\mathrm{Re}\,\varepsilon = \mathrm{Re}\,\varepsilon_0 - \tau_{\|,\perp}u^2 f(F,x^2) = \frac{F^2}{F^2x^2-1}\left[x^2 - x_{00}^2 - \tau_{\|,\perp}u^2 g(F,x^2)\right], \tag{8.85}$$

де $g(F,x^2) = u^2(F^2x^2-1)f(F,x^2)/F^2$, $f(F,x^2)$ - функція, яка задається виразами (8.39), (8.40) для поздовжнього і поперечного випадків, відповідно. Нулі функції $\mathrm{Re}\,\varepsilon$ в лінійному наближенні дорівнюють:

$$x_0^2 = x_{00}^2 + u^4 f(F,x_{00}^2)/F^2\,. \tag{8.86}$$

Виділення нулів виразу (8.85) приводить до такого:

$$\mathrm{Re}\,\varepsilon = (x^2 - x_0^2)F^2(1 - \tau_{\|,\perp}g'(F,x_{00}^2))/(F^2x^2 - 1)\,, \tag{8.87}$$

де $g'(F,x_{00}^2)$ - похідна за величиною x_{00}^2. В результаті втрати енергії (8.82) можна привести до вигляду:

$$\frac{-dE}{dt} = \frac{q^2\omega_H^2}{V}\int\limits_{\sqrt{1+u^2}}^{uW_m}\frac{dF}{F}[1+\tau_{\|,\perp}g'(F,x_{00}^2)](F^2x_0^2 - 1)\,. \tag{8.88}$$

У випадку наявності тільки поздовжньої температури електронного газу функція $f(F,x^2)$ згідно з виразом (8.39) має вигляд:

$$f(F,x^2)=\frac{1}{F^2}+\frac{Fx^2(1-x^2)(Fx^2+1/3)}{(Fx^2-1)^3}, \tag{8.89}$$

з якої випливає (залишаючи найбільші доданки з $1/u^4$):

$$f(F,x_{00}^2)=4(1-x_{00}^2)/3u^6,\ g'(F,x_{00}^2)=-8(1-x_{00}^2)/3u^4. \tag{8.90}$$

Підставляючи (8.90), (8.86) в вираз (8.88) і проводячи елементарне інтегрування для втрат енергії частинки в електронному газі з поздовжньою температурою маємо вираз:

$$\frac{-dE}{dt}=\frac{q^2\omega_p^2}{V}\left[(1-\frac{4\tau_{\|}}{3u^4})(\Lambda+\ln\frac{u}{\sqrt{1+u^2}})+\frac{2\tau_{\|}}{3u^4}\right]. \tag{8.91}$$

При вимкненні температури $\tau_{\|}=0$ вираз (8.91) переходить в формулу Ахієзера (8.47) з урахуванням (8.51).

У випадку наявності тільки поперечної температури електронного газу функція $f(F,x^2)$ згідно з виразом (8.40) має вигляд:

$$f(F,x^2)=\frac{(1-x^2)F^2}{(Fx^2-1)(Fx^2-4)}+\frac{(1-x^2)(Fx^2-1/3)}{(Fx^2-1)^2}. \tag{8.92}$$

Проводячи аналогічні викладки як в попередньому випадку приходимо до такого вигляду для втрат енергії:

$$\frac{-dE}{dt}=\frac{q^2\omega_p^2}{V}\left[(1-\frac{2\tau_{\perp}}{3u^2})(\Lambda+\ln\frac{u}{\sqrt{1+u^2}})+\frac{\tau_{\perp}}{3u^2}\right]. \tag{8.93}$$

Об'єднуючи обидва вирази (8.91), (8.93) остаточно одержимо вираз для втрат енергії зарядженої частинки, що рухається в сильному магнітному полі в електронному газі з анізотропною температурою в лінійному по температурі наближенні:

$$\frac{-dE}{dt}=\frac{q^2\omega_p^2}{V}\left[(1-\frac{4\tau_{\|}}{3u^4}-\frac{2\tau_{\perp}}{3u^2})(\Lambda+\ln\frac{u}{\sqrt{1+u^2}})+\frac{2\tau_{\|}}{3u^4}+\frac{\tau_{\perp}}{3u^2}\right]. \tag{8.94}$$

У формулі (8.94) найбільший вплив температури на втрати виражений множником перед логарифмом, тобто

$$-dE/dt\sim(1-4\tau_{\|}/3u^4-2\tau_{\perp}/3u^2). \tag{8.95}$$

Відношення другого до третього доданків в (8.95) дає оцінку конкуренції впливу поздовжньої і поперечної температури на втрати енергії:

$$\delta_\tau = {(4\tau_\parallel / 3u^4)}\Big/{(2\tau_\perp / 3u^2)} = 2\frac{T_\parallel}{T_\perp}\left(\frac{\omega_H}{\omega_p}\right)^2 . \tag{8.96}$$

В перших експериментах на електронну охолодження [277] з параметрами $T_\parallel = 2\cdot 10^{-4} eB$, $T_\perp = 5\cdot 10^{-1} eB$, $\omega_p = 10^9 c^{-1}$, $\omega_H = 2\cdot 10^{10} c^{-1}$ відношення (8.96) дорівнює $\delta_\tau = 0.3$. На накопичувальному кільці антипротонів HESR проекту FAIR планується використовувати систему електронного охолодження з параметрами $T_\parallel = 5\cdot 10^{-4} eB$, $T_\perp = 1\, eB$, $\omega_p = 3\cdot 10^8 c^{-1}$, $\omega_H = 3\cdot 10^{10} c^{-1}$ [299]. В цьому випадку розглядуване відношення дорівнює $\delta_\tau = 10$, тобто головну роль в процесі втрат енергії відіграє поздовжня температура. Поперечний рух «виморожується» магнітним полем і не бере участі в процесі охолодження, а поздовжня температура електронного пучка на кілька порядків нижче поперечній. Це підтверджує ефект швидкого електронного охолодження [277], коли наявність анізотропної температурі в електронному пучку і сильне магнітне поля приводить до сильнішого ефекту охолодження.

8.5. Чисельні розрахунки втрат енергії частинки в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі

У попередньому параграфі цього розділу знайдено аналітичні формули для втрат енергії частинки в електронному газі в лінійному по температурі наближенні. Тобто вони можуть бути застосовані, коли швидкість налітаючої частинки багато більша середньоквадратичної швидкості електронів (8.71). Однак це наближення не є придатним для опису методу електронного охолодження пучків заряджених частинок. В електронному охолодженні найбільша сила тертя має місце, коли швидкість налітаючої частки порядку середньоквадратичної швидкості електронів. На жаль, в цьому випадку можливий тільки чисельні розрахунки. Нижче наводяться результати чисельних розрахунків втрат енергії і гальмівної здатності електронного газу, здобутих в рамках квантової теорії поля. В цьому розділі стала Планка $\hbar$ виписана в явному вигляді.

<u>Вплив анізотропії електронного газу на його гальмівну здатність</u>. Для аналізу впливу анізотропії температури будемо розглядати випадок без зовнішнього магнітного поля. В рамках КТП загальний вираз для втрат енергії має вигляд [305]:

$$-\frac{dE}{dt}=\frac{q^2}{2\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\omega d\omega}{1-e^{-\beta\hbar\omega}}\int\frac{d^3k}{k^2}\operatorname{Im}\frac{\kappa(\vec{k},\omega)}{1+\kappa(\vec{k},\omega)}\delta(\varepsilon_{\vec{p}}-\varepsilon_{\vec{p}-\hbar\vec{k}}-\hbar\omega)\,. \qquad (8.97)$$

Цей вираз легко одержати з (8.18), де потрібно вимкнути магнітне поле. Анізотропія температури враховується за правилами (8.21), (8.22).

Вираз для гальмівної здатності електронного газу з анізотропною температурою (сили в'язкого тертя) можна записати у вигляді:

$$-\frac{dE}{dl}\equiv-\frac{dE}{Vdt}=\frac{2m\omega_p^2q^2}{(2\pi)^{3/2}\hbar V\upsilon_\perp}\int_{-\infty}^{\infty}\omega d\omega\times$$

$$\times\int\frac{d^3k}{k^4k^*}\frac{\delta(\varepsilon_{\vec{p}}-\varepsilon_{\vec{p}-\hbar\vec{k}}-\hbar\omega)}{(1+\operatorname{Re}\kappa)^2+(\operatorname{Im}\kappa)^2}\exp\left(\frac{-m(\omega-\hbar k^2/2m)^2}{2T_\perp(k^*)^2}\right), \qquad (8.98)$$

де k^* - модифіковане хвильове число:

$$k^*=\sqrt{k_x^2+k_y^2+k_z^2T_\parallel/T_\perp}\,. \qquad (8.99)$$

Дійсна і уявна частини електронної сприйнятливості електронного газу мають вигляд:

$$\operatorname{Re}\kappa(\vec{k},\omega)=\sqrt{\frac{\pi m}{2T_\perp}}\frac{m\omega_p^2}{\hbar k^*k^2}\sum_{j=1}^{2}(-1)^{j+1}e^{-\xi_j^2}erfi(\xi_j)\,, \qquad (8.100)$$

$$\operatorname{Im}\kappa(\vec{k},\omega)=\sqrt{\frac{\pi m}{2T_\perp}}\frac{m\omega_p^2}{\hbar k^*k^2}\sum_{j=1}^{2}(-1)^{j+1}e^{-\xi_j^2}\,, \qquad (8.101)$$

де
$$\xi_j = \sqrt{\frac{m}{2T_\perp}}\left(\frac{\omega}{k^*} + (-1)^{j-1}\frac{\hbar k^2}{2mk^*}\right). \qquad (8.102)$$

Нехай задана заряджена частинка (для визначеності протон), яка рухається вздовж осі пучка електронів. Її швидкість вимірюється в одиницях V_0 = 10^6*см/с* - характерних величинах для електронного охолодження. Пучок електронів має плазмову частоту ω_p=$3\cdot10^8 c^{-1}$ (характерну для HESR). На рис.8.5. зображено результат чисельного рахунку: залежність гальмівної здатності електронного газу (пучка електронів) від швидкості налітаючого протона при різних значеннях поздовжньої і поперечної температур електронного газу. На рис.8.5.a) представлена серія з п'яти кривих для e^- газу з фіксованим значенням поперечної температури $T_\perp = 1\,eB$ і поздовжніми температурами від 10^{-3}*eB* до 10*eB*. На рис.8.5.b) представлена серія з п'яти кривих для e^- газу з фіксованим значенням поздовжньої температури $T_\parallel = 1\,eB$ и поперечними температурами від 10^{-3}*eB* до 10*eB*.

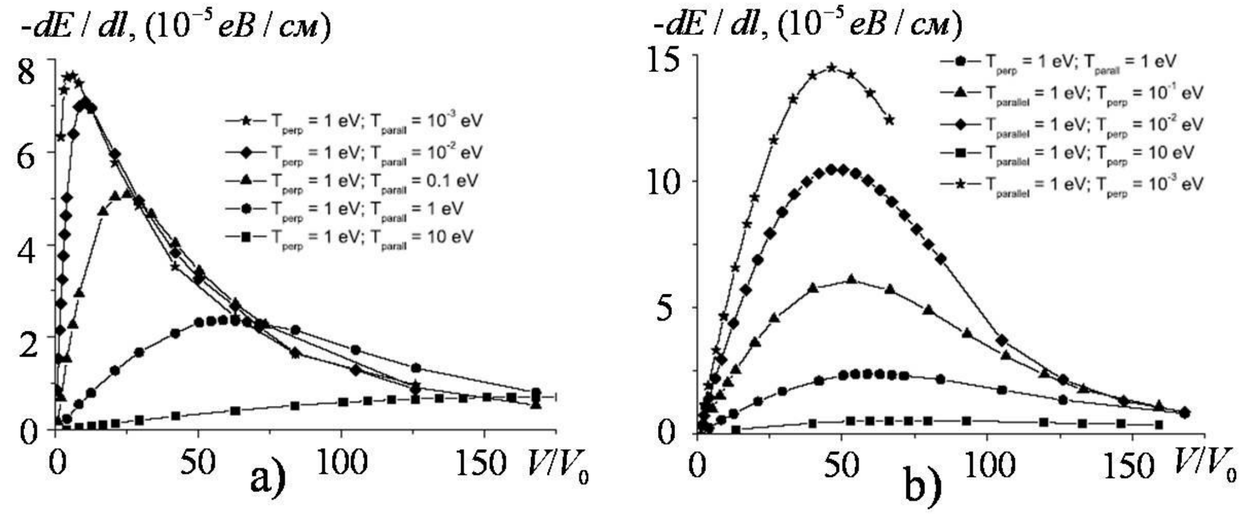


Рис.8.5. Залежність гальмівної здатності електронного газу від швидкості протона (V_0=10^6см/с), а) поперечна температура дорівнює 1*eB*, поздовжня змінюється від 10^{-3}*eB* до 10*eB*, b) поздовжня температура дорівнює 1*eB*, поперечна змінюється від 10^{-3}*eB* до 10*eB*

З рис.8.5. випливає, що зміна поперечної і поздовжньої температур по різному впливає на гальмівну здатність. На рис.8.5.а) точка максимуму $2.4\cdot10^{-5}eB/см$ на кривій з ізотропною температурою $T_\perp = T_\| = 1\,eB$ (крива з кружками) відповідає значенням швидкості V/V_0=62. Область менших швидкостей відповідає нормальній силі в'язкого тертя (збільшення швидкості приводить до збільшення сили тертя). Область великих швидкостей відповідає аномальному випадку (збільшення швидкості приводить до зменшення сили тертя). Зменшення поздовжньої температури (криві з трикутниками $T_\| = 10^{-1}\,eB$, ромбами $T_\| = 10^{-2}\,eB$ і зірочками $T_\| = 10^{-3}\,eB$) для даної швидкості V/V_0=62 не приводить до зміни сили тертя. Проте значення гальмівної здатності (сили тертя) в максимумі збільшується і зміщується в бік менших швидкостей протона. Наприклад, зменшення поздовжньої температури на три порядки зменшує швидкість відповідну максимуму в 6 разів, а силу тертя в максимумі збільшує в три рази. Таким чином, зменшення поздовжньої температури (поздовжнього розкиду швидкостей) електронного пучка приводить до більш низьких швидкостей протона, які можна досягти при електронному охолодженні. Тепер перейдемо до рис.8.5.b), на якому точка максимуму кривої з ізотропною температурою також має значення V/V_0=62 і $-dE/dl = 2.4\cdot10^{-5}eB/см$. Поздовжня температура фіксована на рівні $T_\| = 1\,eB$. Зменшення поперечної температури приводить до збільшення сили тертя, проте практично не змінює положення максимуму. При зменшенні поперечної температури на три порядки положення максимуму змістилося до V/V_0=49, а сила тертя в максимумі збільшилася в 6 разів.

На рис.8.6. представлена кутова залежність гальмівної здатності електронного газу. Для обчислень обрано такі параметри: густина електронів $n = 10^8 см^{-3}$, нормовочна швидкість $V_0 = 1.4\cdot10^7 см/с$, для якої $mV_0^2 = 0.1eB$. Для рис.8.6.а) температури дорівнюють $T_\perp = 1.5\cdot10^{-1}eB$ і

$T_{\|} = 1.5 \cdot 10^{-3} eB$, тобто $T_{\perp} / T_{\|} = 10^{2}$. Для рис.8.6.b) температури дорівнюють $T_{\perp} = 2.9 \cdot 10^{-3} eB$ і $T_{\|} = 2.9 \cdot 10^{-1} eB$, тобто $T_{\perp} / T_{\|} = 10^{-2}$.

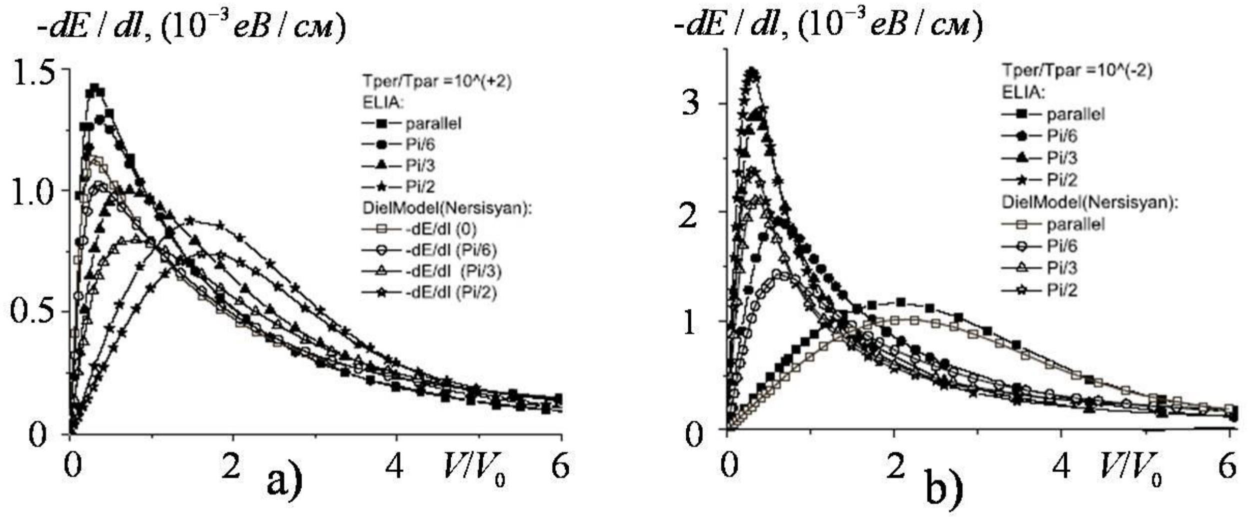


Рис.8.6. Залежність гальмівної здатності від швидкості протона з кутом вльоту протона, якій дорівнює 0, 30^{0}, 60^{0}, 90^{0}. а) $T_{\perp} / T_{\|} = 10^{2}$ b) $T_{\perp} / T_{\|} = 10^{-2}$

Відзначимо, що для обраних температур в обох випадках середня температура однакова: $< T >= 2/3 \cdot T_{\perp} + 1/3 \cdot T_{\|} = 0.1 eB$. В обох випадках а) і b) на малюнках приведено чотири криві з чорними фігурами - результат нашого чисельного рахунку і чотири криві з сірими фігурами - чисельний рахунок наведений в [297]. Фігури на кривих відповідають таким кутам вльоту протона: 0^{0} (крива з квадратами), 30^{0} (крива з кружками), 60^{0} (крива з трикутниками), 90^{0} (крива із зірочками).

Як слідує з рис.8.6.а) поява відхилення напрямку руху зарядженої частинки від напрямку осі пучка електронів призводить до зменшення сили тертя і збільшення швидкості $V_{\max}$, яка відповідає максимуму кривої. Так, при зміні кута від величини 0^{0} (крива з квадратами) до величини 90^{0} (крива із зірочками) гальмівна здатність падає в два рази, а $V_{\max}$ збільшується в 5 разів, при цьому подовжня температура пучка електронів на два порядки менше поперечної. Таким чином, облік кутового розкиду заряджених частинок зменшує швидкість електронного охолодження.

Як видно з рис.8.6. криві за даними роботи [297] на ~ 20% нижче, при цьому положення максимумів кривих збігаються. Невелика розбіжність у величині сили тертя пов'язана з тим, що наші дані засновані на КТП підході, який об'єднує обидва класичні методи: парних зіткнень і діелектричну модель, в той час як в роботі [297] розрахунки проводилися в рамках класичної теорії плазми. В цілому, пророблені розрахунки задовільно узгоджуються з виконаними в попередніх роботах. Також відзначимо, що значення кривих на рис.8.5 в разі великих швидкостей *V* («хвости» кривих справа відповідні низькотемпературному наближенню) асимптотично збігаються з аналітичними результатами, визначеними за формулою (8.79) з *h*=0.

Вплив сильного зовнішнього магнітного поля на втрати енергії частинки в електронному газі. Будемо розглядати випадок магнітного поля такої величини, що електрони газу буду замагнічені (ларморівський радіус електрона менший за відстань між сусідніми електронами). З іншого боку ларморівський радіус протонів, припускаємо, перевищує характерні розміри задачі, тобто впливом магнітного поля на налітаючий протон можна знехтувати. У цьому випадку для визначення втрат енергії налітаючої частинки в електронному газі можна використовувати вираз (8.97). Діелектрична сприйнятливість електронного газу в загальному випадку визначається виразами (8.15), (8.16). Для того, щоб виявити вплив саме зовнішнього сильного магнітного поля, будемо розглядати ізотропний випадок температури електронного газу: $T_{\perp} = T_{\|} = T$. Будемо розглядати поздовжні втрати. Для чисельного рахунку реальну і уявну частини сприйнятливості зручно представити в такому вигляді:

$$\operatorname{Re}\kappa(\vec{k},\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2\tau}\delta_0\tilde{k}^2\tilde{k}_z}\exp\left(-a_t^2\frac{1+e^{-\beta_0}}{1-e^{-\beta_0}}\right)\sum_{s=0}^{\infty} I_s\left(\frac{2a_t^2 e^{-\beta_0/2}}{1-e^{-\beta_0}}\right)\times$$

$$\times\ e^{-s\beta_0/2}\left[e^{-(\xi_1-\xi_{hs})^2}erfi(\xi_1-\xi_{hs})-e^{-(\xi_2+\xi_{hs})^2}erfi(\xi_2+\xi_{hs})\right]+$$

$$+e^{s\beta_0/2}\left[e^{-(\xi_1+\xi_{hs})^2}erfi(\xi_1+\xi_{hs})-e^{-(\xi_2-\xi_{hs})^2}erfi(\xi_2-\xi_{hs})\right]\ , \qquad (8.103)$$

$$\operatorname{Im}\kappa(\vec{k},\omega)=\frac{\sqrt{\pi}e^{-\xi_2^2}(1-e^{-\frac{2\tilde{\omega}\delta_0}{\tau}})}{2\sqrt{2\tau}\delta_0\tilde{k}^2\tilde{k}_z}\exp\left(-a_t^2\frac{1+e^{-\beta_0}}{1-e^{-\beta_0}}\right)\times$$

$$\times\sum_{s=0}^{\infty}I_s\left(\frac{2a_t^2e^{-\beta_0/2}}{1-e^{-\beta_0}}\right)\cdot e^{-\xi_{hs}^2}\cosh(\frac{sh\tilde{\omega}}{\tilde{k}_z^2\tau}), \qquad (8.104)$$

де введені позначення:

$$\xi_{1,2}=\frac{\tilde{\omega}\pm\delta_0\tilde{k}_z^2}{\tilde{k}_z\sqrt{2\tau}}\ ,\ \xi_{hs}=\frac{hs}{\tilde{k}_z\sqrt{2\tau}}\ , \qquad (8.105)$$

а також обезрозмірені параметри:

$$\tilde{\omega}=\frac{\omega}{\omega_p},\ \tilde{k}=\frac{kV_0}{\omega_p},\ \tau=\frac{T}{mV_0^2},\ \delta_0=\frac{\hbar\omega_p}{2mV_0^2},\ \beta_0=\frac{2h\delta_0}{\tau},\ a_t^2=\tilde{k}_\perp^2\delta_0/h. \qquad (8.106)$$

У виразах (8.103), (8.104) залишається єдине підсумовування по індексу $s=\nu-\nu'$, який дорівнює різниці рівнів Ландау початкового і кінцевого станів електрона. Квантовий параметр β_0 є пропорційним магнітному полю H і визначає ступінь замикання поперечного руху. У випадку β_0>>1 поперечні параметри електронів не міняються в результаті руху налітаючої частинки і основний внесок дає доданок s=0.

На рис.8.7 представлена залежність втрат енергії протона від його швидкості в разі замагніченого електронного газу. Були обрані такі параметри: $\omega_p=3\cdot10^8c^{-1}$, $T=10^{-3}eB$, нормовочна швидкість $V_0=10^6 см/с$. Безрозмірні параметри (8.106) в цьому випадку рівні: $\delta_0=1.8\cdot10^{-4}$, $\tau=1.8$, $\beta_0=2$ (при $h=10^4$). Втрати енергії визначаються в одиницях $q^2\omega_p^2/V_0=1.3\cdot10^4 eB/c$. На ріс.8.7.а) криві відповідають магнітному полю H=17 *Тс* або в безрозмірних одиницях $h=10^4$. Квадрати, трикутники, кола, ромби, зірочки відповідають сумі з нульового (s = 0), нульового і першого (s

= 1), нульового, першого і другого (s = 2), від нульового до третього (s = 3) і, нарешті, від нульового до четвертого (s = 4) доданків, відповідно, в виразах для діелектричної сприйнятливості (8.103), (8.104).

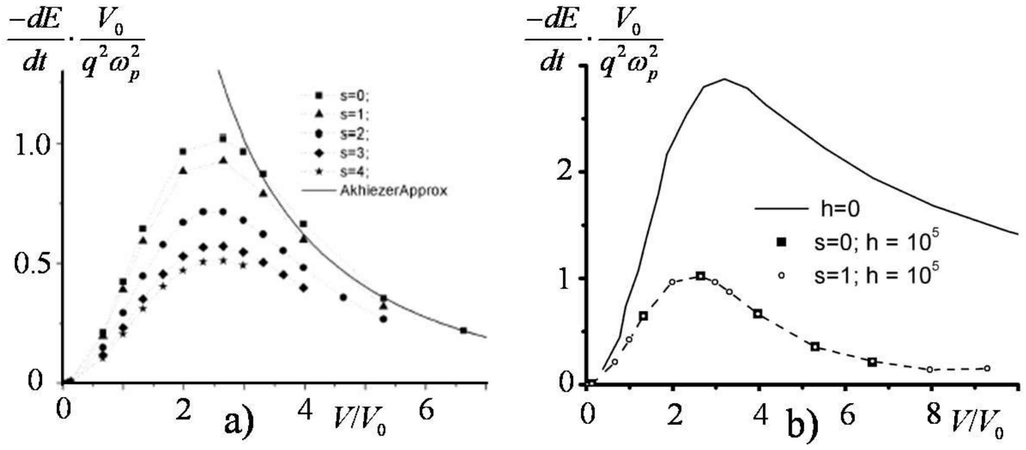


Рис.8.7. Залежність втрат енергії протона в електронному газі в сильному магнітному полі, a) h=10^4, b) h=10^5

Подальші збільшення числа доданків не змінює значень втрат енергії. Суцільна крива на рис.8.7.a) розрахована в низькотемпературній межі за формулою Ахієзера (8.47) і збігається асимптотично з розрахунковими кривими при великих швидкостях V. Таким чином, рух протона в електронному газі з плазмовою частотою $\omega_p = 3\cdot10^8 c^{-1}$ і температурою $T = 10^{-3} eB$ в магнітному полі H=$1.7\cdot10^5$*Гс* приводить до зміни станів електронів газу лише з переходами на найближчі рівні Ландау. Проте, поперечний рух ще не пригнічений. На рис.8.7.b) криві відповідають магнітному полю H=$1.7\cdot10^6$*Гс* (h=10^5). Параметр пригнічення поперечного руху $\beta_0 = 20$. Квадрати і ромби відповідають сумі з одного (s = 0) і двох доданків (s = 1), відповідно. При цьому їх значення збігаються. На рис. 8.7.b) також наведені втрати енергії протона в електронному газі за відсутності магнітного поля. Магнітне поле практично не змінює положення максимуму кривої, але зменшує втричі значення втрат енергії. Таким чином, зовнішнє магнітне поле $1.7\cdot10^6$*Гс* в електронному газі з плазмовою частотою

$\omega_p = 3\cdot 10^8 c^{-1}$ і температурою $T = 10^{-3} eB$ приводить до режиму повного пригнічення поперечного руху, коли рухомий в газі вздовж напрямку поля протон не змінює квантових поперечних параметрів електронів газу.

8.6. Солітоноподібні рішення в розсіянні електронів іонами в замагніченій плазмі

У 1989 році на установці MOSOL [280,304] було знайдено, що сила тертя, що діє в електронному газі на від'ємно заряджені іони водню H^-, в кілька разів (3-4 рази) перевищує силу тертя, що діє на додатньо заряджені іони водню H^+. Різниця в силі тертя виникає через наявність сильного магнітного поля. У разі замагніченого електронного газу магнітне поле пригнічує поперечне рух. Електрони розсіюються на додатньо заряджених частинках без зміни напрямку руху і не змінюють свого імпульсу. З іншого боку, розсіюючись на від'ємно заряджених частинках, електрони відбиваються назад, якщо прицільний параметр менший за $\rho_{\min} = 2e^2 / m\upsilon^2$. В результаті переданий імпульс $2m\upsilon$ дає додаткову добавку до сили тертя.

Проведемо моделювання класичного руху електрона на струні в присутності важкої зарядженої частинки. Нехай магнітне поле буде настільки сильним, що поперечний рух електрона відсутній, тобто маємо одновимірний рух електрона вздовж певної осі (вісь x). Проте, ми вважаємо, що магнітне поле не діє на важку заряджену частинку.

Рівняння руху частинок мають вигляд:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_e = eq(x_e - x_i)/r^3 \\ M\ddot{x}_i = -eq(x_e - x_i)/r^3 \\ M\ddot{x}_i = eq(\rho - y_i)/r^3 \end{cases}, \tag{8.107}$$

де ρ - прицільний параметр; r - відстань між частинками; m,M, e<0, q - маси і заряди електрона і важкої частинки, відповідно. Характерною відстанню ρ_0 є відстань максимального наближення однойменно заряджених частинок в лобовому зіткненні

$$\rho_0 = \frac{1}{E_0}(1+\mu)eq\,, \tag{8.108}$$

де μ - відношення мас налітаючої частинки і частинки мішені, E_0 - початкова енергія налітаючої частинки. Будемо розглядати задачу в двох системах відліку - системах відліку спокою електрона і іона в $t=-\infty$, які будемо називати лабораторної та супутньої, відповідно.

Сума енергій і x-компонент імпульсів частинок зберігається:

$$E_e + E_i = const, \quad p_{ex} + p_{ix} = const\,. \tag{8.109}$$

Нехай $E_e(-\infty) = E_0$, $E_i(-\infty) = 0$, тоді з (8.109) слідує:

$$\frac{E_T}{E_0} = \frac{4\mu\cos^2\theta}{(\mu+\cos^2\theta)^2}\,, \tag{8.110}$$

де θ - кут віддачі іона в супутньої системі відліку, E_T - передана енергія, $\mu = m/M$. Відзначимо, що електрон втратить всю енергію, $E_T = E_0$, коли

$$\cos\theta_{\max} = \sqrt{\mu}\,. \tag{8.111}$$

Нехай тепер в лабораторній системі відліку $E_e(-\infty) = 0$, $E_i(-\infty) = E_0$, тоді зв'язок між переданої енергією і кутом розсіювання іона має вигляд:

$$\frac{E_T}{E_0} = \frac{(\sqrt{\mu} \pm \sqrt{\mu - (\mu+u^2)s^2}\,)^2}{(\mu+u^2)^2}\,, \tag{8.112}$$

де $u=\cos\theta$, $s=\sin\theta$. Передана енергія є двозначною функцією кута розсіяння, як і повинно бути при розсіянні важкої частинки на легкої мішені. Максимальний кут розсіяння дорівнює:

$$\sin\theta_{\max} = \sqrt{\mu}\,, \tag{8.113}$$

в той час як відоме значення для вільних частинок $\sin\theta_{\max} = \mu$. Залежність переданої енергії від кута віддачі іона зображена на рис.8.8. Заряд іона від'ємний. Пунктирною лінією зображена крива з підвищеним значенням відношення мас $\mu = m / M$ для більшій наочності. Криві на рис.8.8 мають максимум, більш гострий для меншого значення μ, при цьому кут в точці максимуму визначається виразом (8.111). Точка максимуму відокремлює область параметрів, де електрон відбивається від від'ємно зарядженого іона $\theta < \theta_{\max}$, і область, де електрон не змінює напрямку руху $\theta > \theta_{\max}$.

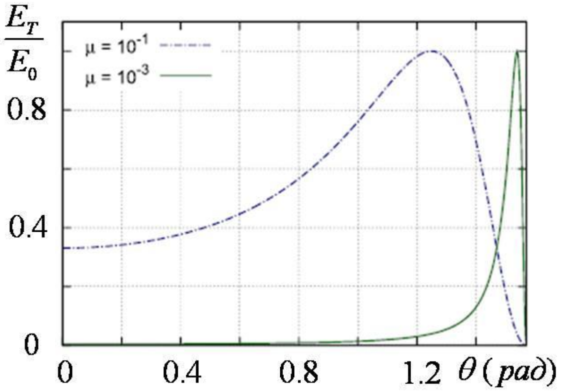


Рис.8.8. Залежність переданої енергії від кута віддачі іона в супутній системі відліку

Залежність переданої енергії від прицільного параметра визначається чисельно інтегруванням рівнянь руху (8.107) і зображена на рис.8.9.

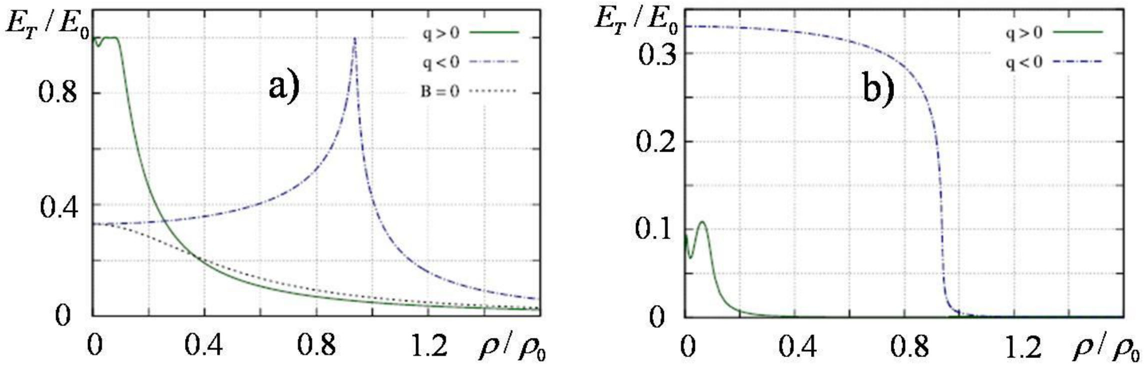


Рис.8.9. Залежність переданої енергії від прицільного параметра a) в супутній системі відліку, b) в лабораторній системі відліку

Рис.8.9.a) відповідає супутній системі відліку, ріс.8.9.b) відповідає лабораторній системі відліку. В обох випадках μ=0.1.

У супутній системі відліку (рис.8.9.а)) крива, яка відповідає зіткненню від'ємно зарядженого іона q <0 на електроні має гострий пік в області $\rho \approx \rho_0$. Це пов'язано з тим, що електрон зупиниться над від'ємно зарядженою частинкою, якщо початкова енергія електрона дорівнює потенційній енергії на найближчій відстані між частинками. Сильне магнітне поле не дозволяє електрону рухатися в поперечному напрямку. В результаті час взаємодії між частинками на близькій відстані одна від одної збільшується, що і приводить до появи максимуму в переданій енергії. Ефект віддачі важкого іона приводить до деякого зсуву положення максимуму в область $\rho < \rho_0$, при цьому кут віддачі визначається виразом (8.111). Залежність переданої енергії від прицільного параметра для розсіяння електрона на додатньо зарядженому іоні на відстанях $\rho > \mu$ має монотонно спадаючий характер. На рис.8.9.а) також приведена крива переданої енергії для вільних частинок.

В лабораторній системі відліку передана енергія як функція прицільної відстані при розсіянні електрона на від'ємно зарядженому іоні не містить гострих піків і має форму згладженої сходинки Хевисайда, при цьому положення сходинки відповідає піку на попередній картинки. Така поведінка описано в роботах [280] і називається «бульдозер» ефектом. У той же час передана енергія при розсіянні електрона на додатньо зарядженій частинки в області $\rho > \mu$ мізерно мала.

Відзначимо, що взявши в якості початкових криві на рис.8.9.а) можна одержати криві на ріс.8.9.b) і навпаки, використовуючи перетворення Галілея, які для переданої енергії (кінцевої енергії частинки мішені) мають вигляд:

$$\frac{E_T'}{E_{i0}'} = \mu\left(\frac{p_{ef}}{p_{e0}} - 1\right)^2, \quad \frac{E_T}{E_{e0}} = \frac{1}{\mu}\left[\left(\frac{p_{ifx}'}{p_{i0}'} - 1\right)^2 + \left(\frac{p_{ify}'}{p_{i0}'}\right)^2\right], \qquad (8.114)$$

де штриховані величини відповідають лабораторній системі відліку, індекси *0* і *f* позначають початкове і кінцеве значення енергії і імпульсу.

Рівняння руху електрона, який рухається вздовж прямої поблизу від'ємно зарядженої важкої частинки має солітоноподобні рішення, коли прицільний параметр $\rho \approx \rho_0$, тобто як раз в області вузького піку (рис.8.9.а)). У цьому випадку рівняння руху електрона можна записати у вигляді:

$$m\ddot{x} = eq\frac{x}{(x^2+\rho^2)^{3/2}}\,. \tag{8.115}$$

Тут нехтується віддача важкої частинки. Пік передачі енергії відповідає прицільному параметру $\rho_0 = eq / E_0$, де $E_0 = m\dot{x}_0^2 / 2$ - початкова кінетична енергія електрона. У тій частині траєкторії електрона, де $x << \rho$, в рівнянні (8.115) можна провести розвинення по малому параметру x / ρ, в результаті, утримуючи другу поправку по *x*, маємо:

$$\ddot{x} = \frac{eq}{m\rho^3}x(1-\frac{3x^2}{2\rho^2})\,. \tag{8.116}$$

Одержане рівняння є відомим рівнянням Дюфінга для осцилятора з кубічною нелінійністю [372]. У разі руху вздовж сепаратриси $\rho = \rho_0$ рішення рівняння (8.116) має вигляд:

$$x(t) = \pm\rho_0\sqrt{\frac{3}{2}}\tanh(\frac{t}{2t_0}), \quad eq < 0, \tag{8.117}$$

$$x(t) = \pm\rho_0\sqrt{3}\frac{1}{\cosh(\frac{t}{\sqrt{2}t_0})}, \quad eq > 0, \tag{8.118}$$

де $t_0 = \rho_0 / \dot{x}_0$. Рішення (8.118) є солітоноподібні рішення рівняння (8.115). Воно відповідає розсіянню електрона в сильному магнітному полі на від'ємно зарядженій частинці за умови $\rho = \rho_0$.

Час релаксації в пучку частинок з анізотропним розподілом швидкостей. Слід зазначити окреме питання в задачі електронного охолодження - процес релаксації температури (процес вирівнювання поздовжньої і поперечної температур) в пучку електронів з анізотропним розподілом температур. Очевидно, що час взаємодії важких частинок з електронним газом повинен бути меншим за час релаксації. Виконане чисельне моделювання в рамках методів молекулярної динаміки (event-driven molecular dynamics EDMD) показує, що достатньо всього кілька зіткнень на частинку, щоб температури в напрямку розповсюдженя пучка і поперечному напрямку вирівнялися, що узгоджується з загальними термодинамічними уявленнями.

8.7. Втрати енергії додатньо і від’ємно заряджених частинок в електронному газі

В цьому розділі використовується комбінація нерелятивістської квантової механіки і методу функції Гріна для вивчення задачі руху важкої зарядженої частинки в електронному газі з максвелівським розподілом швидкостей. Вплив знака заряду на силу тертя враховується через врахування другого борнівського наближення, використовуючи при цьому тричастинкову функцію Гріна. Тут використовується атомна система одиниць $m = \hbar = e = 1$.

Наближення великих хвильових чисел (ВХЧ). Як випливає з роботи [280] в рамках класичного розгляду задачі відмінність в силі тертя, що діє на додатньо і від’ємно заряджені частинки в сильному магнітному полі, суттєва на малих прицільних відстанях, менших ніж $\rho_0 = eq / E_0$. Це відповідає умові, яка накладається на хвильові числа коливальних мод, які розповсюджуються в електронному газі при русі частинок, $k > k_{tr}$. Допоміжний параметр k_{tr} задовольняє нерівності: $1/\beta >> k_{tr}^2 >> r_D^{-2}$, де r_D - радіус Дебая.

В рамках борнівського наближення перехід електронної системи зі стану з енергією E_n в стан з енергією E_m під дією зовнішньої частинки, яка при цьому переходить зі стану $\mathbf{p}_1$ в стан $\mathbf{p}_1$-$\mathbf{k}$, описується виразом аналогічним (8.5):

$$W_{\mathbf{k}} = 2\pi \,|< m, \mathbf{p}_1 - \mathbf{k} \,|\, H_i \,|\, n, \mathbf{p}_1 >|^2 \; \delta(E_m - E_n - \omega), \qquad (8.119)$$

з двочастинковим гамільтоніаном взаємодії

$$H_i = \sum_{\mathbf{p},\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}} a^+_{\mathbf{p}} \alpha^+_{\mathbf{p}_1-\mathbf{k}} \alpha_{\mathbf{p}_1} a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} \;, \qquad (8.120)$$

де $\omega = \varepsilon_{\mathbf{p}_1} - \varepsilon_{\mathbf{p}_1-\mathbf{k}}$ - різниця початкової і кінцевої енергій налітаючої частинки, $a^+_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}}$ - оператори народження і знищення електрона з імпульсом $\mathbf{p}$, $\alpha^+_{\mathbf{p}_1}, \alpha_{\mathbf{p}_1}$ - оператори народження і знищення налітаючої частки з імпульсом $\mathbf{p}_1$, $V_{\mathbf{k}}$ - Фур'є компонента потенціалу взаємодії. Повну імовірність процесу в одиницю часу після усереднення по початковим станам електронної системи і підсумовування по кінцевим в ВХЧ наближенні можна записати у вигляді:

$$W^{(0)}_{\mathbf{k}} = 2\pi V^2_{\mathbf{k}} \Phi_0(\mathbf{k}, \omega), \quad \Phi_0(\mathbf{k}, \omega) = \operatorname{Im} K_0(\mathbf{k}, \omega) / \pi(1 - e^{-\beta\omega}), \quad (8.121)$$

де $K_0(\mathbf{k}, \omega)$ - Фур'є компоненти функції Гріна системи електронів. У ВХЧ наближенні можна застосувати двочастинкову функцію Гріна системи невзаємодіючих електронів K_0 вигляду:

$$K_0(1,2) = i\Theta(t) \left\langle \psi_1^+ \psi_1 \psi_2^+ \psi_2 - \psi_2^+ \psi_2 \psi_1^+ \psi_1 \right\rangle_0, \qquad (8.122)$$

де $\Theta(t)$ - функція Хевісайда, $t = t_1 - t_2$., $\psi_{1,2}$ - польові оператори зі змінними ($\mathbf{r}_1$,t_1) і ($\mathbf{r}_2$,t_2), відповідно, вигляду:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{iHt} \sum_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{pr}} e^{-iHt} \;, \; \psi^+(\mathbf{r}, t) = e^{iHt} \sum_{\mathbf{p}} a^+_{\mathbf{p}} e^{-i\mathbf{pr}} e^{-iHt} \;. \quad (8.123)$$

Відзначимо, що внаслідок однорідності простору і часу функція $K_0(1,2)$ залежить тільки від різниці координат і часів $K_0(1-2)$. Кутові дужки в (8.122) позначають усереднення по системі електронів з гамільтоніаном $\sum_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} a^+_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}}$. Для обчислення K_0(1,2) використовуються стандартні комутаційні співвідношення для операторів народження знищення Фермі частинок:

$$\{a^+_{\mathbf{p}_1}, a^+_{\mathbf{p}_2}\} = 0,\ \{a_{\mathbf{p}_1}, a_{\mathbf{p}_2}\} = 0,\ \{a_{\mathbf{p}_1}, a^+_{\mathbf{p}_2}\} = \delta_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2}\,. \qquad (8.124)$$

Наприклад, використовуючи ці співвідношення можна записати:

$$\left\langle a^+_{\mathbf{p}_1} a_{\mathbf{p}_2} a^+_{\mathbf{p}_3} a_{\mathbf{p}_4} \right\rangle_0 = \delta_{\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_4}\delta_{\mathbf{p}_2,\mathbf{p}_3}(1-n_{\mathbf{p}_3})n_{\mathbf{p}_1}\,. \qquad (8.125)$$

Проводячи Фур'є перетворення функції Гріна (8.122) і використовуючи операції (8.124), (8.125) спектральну функцію Гріна можна записати у вигляді:

$$K_0(\mathbf{k},\omega) = (2\pi)^{-3}\int d^3p\cdot(n_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} - n_{\mathbf{p}})(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{k}} - \omega - i0)^{-1}\,, \qquad (8.126)$$

що збігається з поляризаційним оператором [305], тобто

$$K_0(\mathbf{k},\omega) = \Pi(\mathbf{k},\omega)\,. \qquad (8.127)$$

Співвідношення (8.127) можна представити у вигляді фейнманівської діаграми зображеної на рис.8.10.

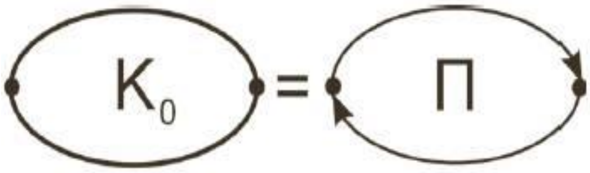


Рис.8.10. Фейнманівська діаграма двочастинкової функції Гріна

В результаті імовірність процесу в одиницю часу (8.121) можна записати так:

$$W^{(0)}_{\mathbf{k}} = \frac{2V^2_{\mathbf{k}}}{1-e^{-\beta\omega}}\operatorname{Im}\Pi(\mathbf{k},\omega)\,. \qquad (8.128)$$

Якщо врахувати, що процес розповсюдження зарядженої частинки в електронному газі інтерпретується як процес збудження коливальних мод, які поглинаються електронами газу, то одержаний вираз фактично є оптичною теоремою: імовірність процесу поглинання збурень електронами з точністю до множника дорівнює уявній частині поляризаційного оператора. На рис.8.11. приведена ілюстрація одержаної оптичної теореми.

Відзначимо, що співвідношення подібні виразу (8.128) є типовими для КЕД процесів у зовнішніх електромагнітних полях, зокрема, в магнітному полі. Наприклад, для розглянутого в розділі 6 процесу каскадного народження і анігіляції електрон-позитронної пари була продемонстрована оптична теорема, описувана виразом (6.17).

Замість двочастинкової функції Гріна (8.122) зручно ввести модифіковану двочастинкову функцію Гріна вигляду:

$$\tilde{K}(1,2) = i\Theta(t)Sp\left[\rho\psi_1^+\psi_1\psi_2^+\psi_2\right], \tag{8.129}$$

де матриця густини $\rho = \exp[\beta(\Omega + \mu N - H)]$. Імовірність процесу має вигляд, аналогічний (8.121):

$$W_{\mathbf{k}} = 2\pi V_{\mathbf{k}}^2 \Phi(\mathbf{k},\omega), \quad \Phi(\mathbf{k},\omega) = \frac{1}{\pi}\operatorname{Im}\tilde{K}(\mathbf{k},\omega). \tag{8.130}$$

Для системи невзаємодіючих електронів Фур'є образ вираження (8.129) можна привести до вигляду:

$$\tilde{K}_0(\mathbf{k},\omega) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p\cdot(n_{\mathbf{p}}-1)n_{\mathbf{p-k}}}{\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p-k}} - \omega - i0} = \frac{\Pi(\mathbf{k},\omega)}{1-e^{-\beta\omega}}. \tag{8.131}$$

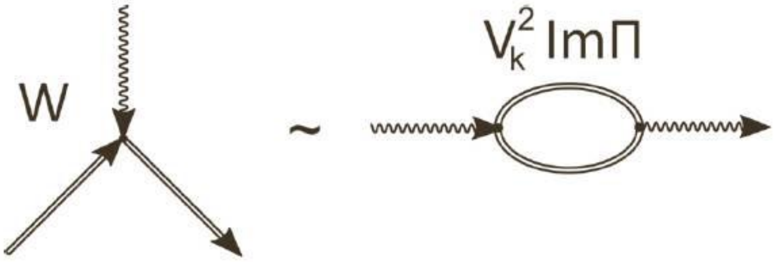


Рис.8.11. Оптична теорема процесу розповсюдження зарядженої частинки в електронному газі

В результаті одержуємо вираз для імовірності (8.129), який збігається зі знайденим раніше (8.128).

Нарешті, втрати енергії зарядженої частинки, що швидко рухається в області близьких зіткнень з урахуванням виразів (8.7), (8.128) мають вигляд:

$$\frac{-d\varepsilon^{(0)}}{dt} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d\mathbf{k}(\varepsilon_{\mathbf{p}_1} - \varepsilon_{\mathbf{p}_1-\mathbf{k}})W_{\mathbf{k}}^{(0)} = \frac{q^2\omega_p^2}{V}\ln\frac{2V}{k_{tr}}. \tag{8.132}$$

Цей вираз (8.132) збігається з одержаним в роботі Ларкіна [305]. Проте, для знаходження (8.132) використовувалося наближення ВХЧ, де розглядається газ невзаємодіючих електронів. В результаті не використовувалась мацубарівська техніка, що суттєво спростило обчислення.

Залежність втрат енергії від знака заряду. Підхід, здобутий вище для знаходження втрат енергії зарядженої частинки, що рухається в електронному газі в ВХЧ випадку в першому борнівському наближенні, дозволяє знайти аналітичні вирази для втрат енергії, де враховується знак зарядженої частинки. Для цього потрібно проводити обчислення з врахуванням другого борнівського наближення. Імовірність в одиницю часу розглянутого процесу в квантово-механічному розгляді, як відомо, дорівнює [113]:

$$W_{\mathbf{k}} = 2\pi \left| M_{mn}^{(1)} + \sum_{l} \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k' M_{mn}^{(2)}}{E_n - E_l + \omega'} \right|^2 \delta(E_m - E_n - \omega), \quad (8.133)$$

де матричні елементи переходів першого і другого порядку мають вигляд:

$$M_{mn}^{(1)} = \left\langle m, \mathbf{p}_1 - \mathbf{k} \middle| H_i \middle| n, \mathbf{p}_1 \right\rangle, \quad (8.134)$$

$$M_{mn}^{(2)} = \left\langle m, \mathbf{p}_1 - \mathbf{k} \middle| H_i \middle| l, \mathbf{p}_1 - \mathbf{k}' \right\rangle \left\langle l, \mathbf{p}_1 - \mathbf{k}' \middle| H_i \middle| n, \mathbf{p}_1 \right\rangle, \quad (8.135)$$

де $\omega' = \varepsilon_{\mathbf{p}_1} - \varepsilon_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{k}'}$, l - проміжний стан електронного газу. Як видно з виразу (8.133) шукана залежність від знака заряду міститься тільки в перехресному доданку, пропорційному $M_{mn}^{(1)} M_{mn}^{(2)}$, оскільки $M_{mn}^{(1)} \sim q$, $M_{mn}^{(2)} \sim q^2$. Підставляючи гамільтоніан взаємодії (8.120) в матричні елементи (8.134), (8.135) і утримуючи тільки перший і перехресний доданки в (8.133) імовірність процесу можна привести до вигляду:

$$W_{\mathbf{k}} = 2\pi \left(V_{\mathbf{k}}^2 \Phi(\mathbf{k}, \omega) + \frac{2V_{\mathbf{k}}}{(2\pi)^3} \int d^3k' \cdot V_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'} \Phi'(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \omega, \omega') \right), \quad (8.136)$$

де $\Phi(\mathbf{k}, \omega)$ - раніше знайдена функція (8.130),

$$\Phi'(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \omega, \omega') = \sum_{mnl} \rho_n \quad \sum_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}-\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{p}} \quad {}_{nm} \quad \sum_{\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'}^{+} a_{\mathbf{p}'-\mathbf{k}+\mathbf{k}'} \quad {}_{ml} \quad \times$$

$$\times \sum_{\mathbf{p}''} a^{+}_{\mathbf{p}''} a_{\mathbf{p}''-\mathbf{k}'} {}_{ln} (E_l - E_n - \omega')^{-1} \delta(E_m - E_n - \omega) . \quad (8.137)$$

Для знаходження явного вигляду функції (8.137) необхідно використовувати тричастинкову функцію Гріна, яку можна визначити за аналогією з (8.129) так:

$$G(1,2,3) = \Theta(t)\Theta(t')Sp[\rho\psi_1^{+}\psi_1\psi_2^{+}\psi_2\psi_3^{+}\psi_3], \quad (8.138)$$

де $t = t_1 - t_2$, $t' = t_2 - t_3$. Фур'є образ функції Гріна (8.138), який виходить після Фур'є перетворення по змінним $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, t і $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3$, t', нескладно пов'язати з шуканої величиною (8.137) виразом:

$$\Phi'(\mathbf{k},\mathbf{k}',\omega,\omega') = \pi^{-1}\,\mathrm{Im}\,G(\mathbf{k},\mathbf{k}',\omega,\omega') . \quad (8.139)$$

Повна імовірність процесу (8.135) з урахуванням (8.138) набуває вигляду:

$$W_{\mathbf{k}} = W_{1,\mathbf{k}} + W_{2,\mathbf{k}} , \quad (8.140)$$

$$W_{1,\mathbf{k}} = 2V_k^2\,\mathrm{Im}\,\tilde{K}(\mathbf{k},\omega) , \quad (8.141)$$

$$W_{2,\mathbf{k}} = \frac{4V_{\mathbf{k}}}{(2\pi)^3}\int d^3k' \cdot V_{\mathbf{k}'}V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}\,\mathrm{Im}\,G(\mathbf{k},\mathbf{k}',\omega,\omega') . \quad (8.142)$$

Доданок (8.142) є поправкою до одержаного вище виразу (8.130), який описує вплив знака заряду і може бути знайдений аналітично в ВХЧ наближенні (позначимо як $W_{2,\mathbf{k}}^{(0)}$), коли процедура усереднення проводиться по системі невзаємодіючих електронів. Відповідна тричастинкова функція Гріна $G_0 \equiv G_0(\mathbf{k},\mathbf{k}',\omega,\omega')$ може бути представлена графічно, як зображено на рис.8.12,

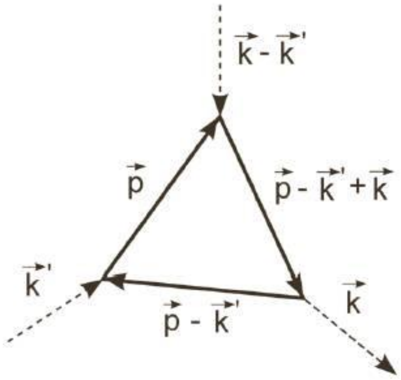


Рис.8.12. Фейнманівська діаграма тричастинкової функції Гріна

і з урахуванням правил (8.124) приведена до вигляду:

$$G_0 = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p (n_{\mathbf{p}} + n_{\mathbf{p}+\mathbf{k}-\mathbf{k}'} - n_{\mathbf{p}} n_{\mathbf{p}+\mathbf{k}-\mathbf{k}'} - 1) n_{\mathbf{p}-\mathbf{k}'}}{(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{k}'} - \omega' - i0)(\varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{k}-\mathbf{k}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}-\mathbf{k}'} - \omega - i0)} . \quad (8.143)$$

Оцінка втрат енергії протона і антипротона. Проведемо оцінку імовірності процесу і втрат енергії в окремому випадку, коли $\mathbf{k} \perp \mathbf{k}'$, беручи до уваги, що у випадку $\mathbf{k} \| \mathbf{k}'$ другий доданок у (8.140) дорівнює нулю. В цьому випадку уявну частину величин (8.131) і (8.143) можна записати так:

$$\operatorname{Im} \tilde{K}_0 = \frac{V e^{-\delta^2 (x-a)^2}}{16\pi\delta^2 a} , \quad (8.144)$$

$$\operatorname{Im} G_0 = \frac{e^{-\delta^2 (x-a)^2} e^{-\delta^2 (x'-a')^2} [erfi(\delta(x-a)) + erfi(\delta(x'-a'))]}{4\sqrt{2\pi\beta} k k'} , \quad (8.145)$$

де $x = \cos\theta$, $x' = \cos\theta'$ - косинуси полярних кутів векторів $\mathbf{k}, \mathbf{k}'$, $a = k/2V$, $a' = k'/2V$, $\delta = \sqrt{\beta V/2}$, $\beta = 1/T = 1/m\upsilon_T^2$ - зворотна температура. В результаті у даному випадку у ВХЧ наближенні перший і другий доданки імовірності процесу руху зарядженої частинки у електронному газі (8.140) мають вигляд:

$$W_{1,\mathbf{k}}^{(0)} = \frac{q^2 \pi \sqrt{\pi\beta} \omega_p^2 e^{-\delta^2 (x-a)^2}}{4V^5 a^5} , \quad (8.146)$$

$$W_{2,\mathbf{k}}^{(0)} = \frac{-q^3 \sqrt{2\pi\beta} \omega_p^2 e^{-\delta^2 (x-a)^2}}{8V^6 a^5} erfi(\delta(x-a)) . \quad (8.147)$$

Відношення цих величин дорівнює (тут відновлені *m*, *e* і $\hbar$):

$$\frac{W_{2,\mathbf{k}}^{(0)}}{W_{1,\mathbf{k}}^{(0)}} \sim \frac{eq}{\sqrt{2}\pi\hbar V} erfi(\delta(x-a)) . \quad (8.148)$$

Воно пропорційно малому параметру $\alpha = qe/\hbar V$, як і належить у борнівському наближенні.

Відповідно зі знайденими імовірностями (8.146), (8.147) оцінки першого і другого доданків втрат енергії зарядженої частинки на близьких зіткненнях після взяття інтегралів (8.132) з логарифмічною точністю дають:

$$\frac{-d\varepsilon^{(0)}}{dt}=\frac{-d\varepsilon_1^{(0)}}{dt}+\frac{-d\varepsilon_2^{(0)}}{dt}, \tag{8.149}$$

$$\frac{-d\varepsilon_1^{(0)}}{dt}=\frac{q^2\omega_p^2}{V}L,\ \frac{-d\varepsilon_2^{(0)}}{dt}=\frac{-eq}{\pi\hbar V}\cdot\frac{q^2\omega_p^2}{V}\cdot\sqrt{\frac{2T}{mV^2}}L_1. \tag{8.150}$$

Другу борнівську поправку до втрат енергії $-d\varepsilon_2^{(0)}/dt$ легко виразити через першу:

$$\frac{-d\varepsilon_2^{(0)}}{dt}=\frac{-eq}{\pi\hbar V}\cdot\sqrt{\frac{2T}{mV^2}}\,\frac{-d\varepsilon_1^{(0)}}{dt}\,\frac{L_1}{L}. \tag{8.151}$$

Ця величина пропорційна добутку двох малих у борнівському наближенні параметрів $\alpha = qe/\hbar V$, $1/\delta=\sqrt{2T/mV^2}\sim \upsilon_T/V$ і зростає (за модулем) з ростом температури електронного газу. Наприклад, для антипротона (або від’ємного іона водню) і протона ($q=\mp e$) втрати енергії дорівнюють:

$$\frac{-d\varepsilon^{(0)}}{dt}=\frac{q^2\omega_p^2}{V}L\left(1\pm\frac{e^2}{\hbar V}\sqrt{\frac{2T}{mV^2}}\,\frac{L_1}{L}\right). \tag{8.152}$$

Як випливає з цього виразу, втрати енергії антипротона більші, ніж протона, що узгоджується з експериментальними даними і попередніми чисельними розрахунками [280,297].

Слід зазначити, що поправка до втрат енергії (8.152), що враховує знак заряду, мала за відсутності зовнішнього магнітного поля. Обчислення другої борнівської поправки з урахуванням магнітного поля виходить за рамки розгляду цієї роботи і планується виконати в подальшому. Як результат, слід очікувати значне збільшення другого доданку в (8.152). Як показано в попередньому розділі, додавання сильного магнітного поля приводить до появи солітоноподібного руху електронів поблизу важкої від’ємно зарядженої частинки, що значно збільшує передану енергію. В рамах КТП рух зарядженої частинки в електронному газі характеризується поляризаційним оператором. У сильному магнітному полі, як було показано при вивченні процесу КНПАП, мають місце резонанси, які значно збільшують імовірність процесу. На закінчення наведемо оцінку, якою має бути друга борнівська поправка, яка узгоджувалася б з експериментом. Нехай для визначеності втрати енергії антипротона втричі перевищують втрати енергії протона. Представимо втрати енергії антипротона (протона) у вигляді:

$$\frac{-d\varepsilon_{\tilde{p}}}{dt} = A\ \ 1+B\ \ , \quad \frac{-d\varepsilon_{p}}{dt} = A\ \ 1-B\ \ . \tag{8.153}$$

Тоді з умови

$$\frac{-d\varepsilon_{\tilde{p}}}{dt}\Bigg/\frac{-d\varepsilon_{p}}{dt} = \frac{1+B}{1-B} = 3 \tag{8.154}$$

слідує B=0.5. Для одержання поправки такої величини, у принципі, досить використовувати теорію збурень і обмежиться другим борнівським наближенням.

8.8. Висновки до розділу 8

В рамках КТП побудована теорія руху зарядженої частинки у електронному газі з анізотропної температурою у магнітному полі. Знайдено загальні вирази для діелектричної сприйнятливості електронного газу і для втрат енергії зарядженої частинки. В результаті було показано:

1. З аналізу аналітичних виразів для діелектричної сприйнятливості електронного газу і втрат енергії зарядженої частинки, вперше здобутих в лінійному за температурою наближенні (наближення великих швидкостей частинки), слідує: а) квантові поправки незначні для характерних параметрів електронного охолодження (швидкість зарядженої частинки V=$10^4 м/с$, плазмова частота ω_p=$3\cdot10^8 c^{-1}$, циклотронна частота ω_H=$3\cdot10^{10} c^{-1}$). При прямуванні $\hbar\to0$ у випадку ізотропної температури знайдена діелектрична сприйнятливість переходить у відомий в фізиці плазми вираз; б) у слабкому магнітному полі (коли відношення циклотронної частоти до плазмової

ω_H/ω_p<<1) вплив температури на втрати енергії найбільші у випадку її суттєвої анізотропії. Поздовжня температура збільшує втрати енергії, а поперечна зменшує; в) в сильному магнітному полі (коли ω_H/ω_p>>1) з параметрами, відповідними системі електронного охолодження накопичувального кільцю антипротонів HESR проекту FAIR ($T_{\|} = 5 \cdot 10^{-4} eB$, $T_{\perp} = 1\, eB$, $\omega_p = 3 \cdot 10^{8} c^{-1}$, $\omega_H = 3 \cdot 10^{10} c^{-1}$) вплив поздовжньої температури в 10 разів перевершує вплив поперечної, що підтверджує наявність ефекту швидкого електронного охолодження.

2. З аналізу чисельно одержаної залежності сили тертя зарядженої частинки у електронному газі від її швидкості у випадку високої температури (коли швидкість частинки порядку середньоквадратичного розкиду за швидкостями електронів) і відсутності магнітного поля слідує: а) анізотропія температури електронного газу з параметрами характерними в задачі електронного охолодження зменшує швидкість руху важкої зарядженої частинки відповідну максимуму процесу охолодження на порядок і збільшує силу тертя в декілька раз. Таким чином, зменшення поздовжньої температури електронного пучка приводить до більш низьких швидкостей заряджених частинок, які можна досягти при електронному охолодженні; б) Зменшення поперечної температури приводить до збільшення сили тертя, однак практично не змінює положення її максимуму сили тертя.

3. Зовнішнє магнітне поле H=1.7·10^{6} *Гс* в електронному газі з плазмовою частотою $\omega_p = 3 \cdot 10^{8} c^{-1}$ і температурою $T = 10^{-3} eB$ приводить до квантового ефекту: режиму повного пригнічення поперечного руху, коли важка заряджена частинка, що рухається зі швидкістю V=10^{4}*м/с* в електронному газі, не змінює поперечних полю квантових параметрів електронів газу.

4. Класичне розсіяння електрона на від’ємно зарядженої частинки в гранично сильному магнітному полі має солітоноподібний характер, коли прицільний параметр дорівнює відстані найбільшого зближення лобового зіткнення електрона з частинкою. У цих умовах передана енергія має гострий пік і на

кілька порядків перевищує передану енергію при розсіянні електрона на додатньо зарядженої частинки. Одержаний ефект є новою інтерпретацією виявленого раніше «бульдозер» ефекту [280].

5. Одержаний вираз для втрат енергії зарядженої частинки в електронному газі з урахуванням другого борнівського наближення показує більші втрати для від’ємно заряджених частинок, ніж для додатньо заряджених, що узгоджується з експериментом. У наближенні великої швидкості частинки друга борнівська поправка до втрат енергії є малою величиною, яка росте з ростом температури.

Основні наукові результати розділу опубліковані в роботах [324], [325], [326], [327], [329], [330], [334], [335], [336], [352], [354], [356], [358], [359], [361], [363], [365].

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена теоретичному дослідженню процесів КЕД (СВ, ОНП, РФЕ, ДСВ, ДНП, ОНПВ, НПЕ, КНПАП) в сильному магнітному полі з поляризованими частинками і фотонами та аналізу спінових, поляризаційних і резонансних ефектів. Основними результатами та висновками дисертаційної роботи є такі:

1. Вперше розроблено метод аналізу спін-поляризаційних ефектів (ефектів впливу поляризації початкових фотонів на напрямок спінів кінцевих частинок і навпаки) в процесах КЕД в сильному магнітному полі.

2. Показано, що в процесі СВ переворот спіна електрона, тобто спін-фліп процес в основний спіновий стан, змінює лінійну поляризацію випромінювання з нормальною (площина поляризації перпендикулярна напрямку поля) на аномальну. Ступінь поляризації СВ в площині орбіти електронів в разі жорсткого ультрарелятивізма (коли енергії електронів> $10 TeB$ в магнітному полі $10^6 Гс$) а) монотонно падає з ростом енергії електрона, якщо спочатку спіни електронів направлені проти поля, б) суттєво немонотонна (СВ змінює поляризацію від нормальної до аномальної і навпаки при збільшенні енергії електрона), якщо спіни спрямовані за полем.

3. Показано, в процесі ОНП зміна поляризації початкового фотона від нормальної лінійної до аномальної приводить до переходу від народження електронів і позитронів неполяризованих до народження частинок в повністю поляризованому стані за спінами електронів, спрямованими проти поля, а позитронів за полем.

4. Вперше побудована теорія процесів КЕД другого порядку (РФЕ, ДСВ, ДНП, ОНПВ, КНПАП, НПЕ) з поляризованими частинками і фотонами в ультраквантовому наближенні (з частинками на низьких рівнях Ландау в сильному меншому за Швінгерівське магнітному полі). Виявлено, що

резонансний перебіг процесів має місце, якщо проміжна частинка виходить на фіксовані рівні Ландау, що відповідає циклотронним резонансам. Поляризація фотонів не впливає на резонансні умови.

5. Показано, що перерізи процесів в резонансі факторизуються і представляються у вигляді формули Брейта-Вігнера, де в якості ширини процесів виступає радіаційна ширина, в разі чистих спінових станів проміжних частинок. Виявлено змішані спінові стану проміжних частинок в двох випадках: а) в процесі ДСВ з переворотом спіна електрона, б) в процесі ДНП, коли частинки народжуються з однаково спрямованими спінами, при цьому спін електрона (позитрона) спрямований по полю (проти поля). Передбачено наявність парних резонансів в процесі ОНПВ (візуалізація наявності двох фейнманівських діаграм процесу). В області між піками імовірність процесу залежить від різниці азимутальних кутів початкового і кінцевого фотонів.

6. Вперше запропоновано схему поляризатора пучка електронів, де напрямки спінів електронів змінюються в процесі РФЕ в магнітному полі пропорційно зміні поляризації електромагнітної хвилі. Лінійно поляризована електромагнітна хвиля міліметрового діапазону (λ=2.5*мм*) потужністю 10 *кВт* в магнітному полі 40*кГс* повністю поляризує пучок електронів за час τ=10^{-10}*с* на ділянці з розміром 2*мм*.

7. Врахування поля циклотронних фотонів на процес формування e^+e^- плазми в магнітосфері рентгенівського пульсара показало домінуючу роль резонансів в полі H=10^{12}*Гс* при характерній концентрації фотонів, що спростовує загальноприйняту точку зору про домінуючу роль процесу ОНП у формуванні e^+e^- плазми. Показоно, що врахування спінової заселеності електронів і позитронів в процесі генерації e^+e^- плазми магнітосфери пульсара приводить до змінення спектру СВ, збільшує низькочастотну частину спектру і зменшує високочастотну.

8. Показано, що фотони, що проходять область з магнітним полем, як без взаємодії, так і за участю в процесі КНПАП, складають два променя вакуумного подвійного променезаломлення (ВПП). Спочатку неполяризований промінь фотонів після проходження області з магнітним полем через ВПП придбає часткову аномальну лінійну поляризацію. У резонансних умовах в магнітному полі $H=10^{13}Гс$ фотони частотою $2m$ повністю поляризуються після проходження області розміром $L=1мкм$.

9. Число e^+e^- пар, народжених в SLAC експериментах з зіткнення пучка ультрарелятивістських електронів з лазерним променем, оцінено, використовуючи теорему Нікішова-Рітуса, згідно з якою для ультрарелятивістських початкових частинок вираження для імовірностей КЕД процесів в коваріантній формі однакові для будь-якої конфігурації зовнішнього електромагнітного поля. Одержане значення 80 пар задовільно узгоджується з експериментальними результатами (106 ± 14 подій).

10. В рамках КТП побудована теорія руху зарядженої частинки в електронному газі з анізотропної температурою в магнітному полі.

10.1. Показано, що в наближенні великих швидкостей частинки з параметрами задачі, відповідними системі електронного охолодження накопичувального кільця антипротонів HESR проекту FAIR (поздовжня температура $T_{\|}=5\cdot10^{-4}eB$, поперечна температура $T_{\perp}=1\,eB$, плазмова частота $\omega_p=3\cdot10^{8}c^{-1}$, циклотронна частота $\omega_H=3\cdot10^{10}c^{-1}$) вплив поздовжньої температури в 10 разів перевершує вплив поперечної, що підтверджує наявність ефекту швидкого електронного охолодження.

10.2. У випадку, якщо швидкість частинки порядку середньоквадратичного розкиду за швидкостями електронів, у відсутності магнітного поля в електронному газі встановлено, анізотропія температури електронного газу з параметрами характерними в задачі електронного охолодження зменшує швидкість руху важкої зарядженої частинки відповідну максимуму процесу охолодження на порядок і збільшує силу тертя в декілька раз. В результаті, зменшення поздовжньої температури електронного пучка приводить до більш низьких швидкостей заряджених частинок, які можна досягти при електронному охолодженні.

10.3. Показано, що зовнішнє магнітне поле вище за H=1.7·10^6 *Гс* в електронному газі з плазмовою частотою частотою $\omega_p = 3\cdot 10^8 c^{-1}$ і температурою $T = 10^{-3} eB$ приводить до квантового ефекту: режиму повного пригнічення поперечного руху, коли протон, що рухається в електронному газі, не змінює поперечних полю квантових параметрів електронів газу.

10.4. Знайдений вираз для втрат енергії зарядженої частинки в електронному газі з урахуванням другого борнівського наближення показує більші втрати для від'ємно заряджених частинок, ніж для додатньо заряджених, що узгоджується з експериментом. У наближенні великих швидкостей частинки друга борнівська поправка до втрат енергії є малою величиною, яка росте з ростом температури.

Підбиваючи підсумки виконаної роботи можна відзначити, що побудована в дисертації теорія дозволяє поглибити уявлення про перебіг процесів КЕД в сильному магнітному полі з поляризованими частинками і фотонами і передбачити ряд нових фізичних ефектів: спін-поляризаційні ефекти, резонансний перебіг процесів РФЕ, ДСВ, ДНП, ОНПВ, КНПАП, НПЕ, ВПП, парні резонанси.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Blewett J.P. Radiation losses in the induction electron accelerator. Phys.Rev. 1946. V.69. №3,4. P.87-95.
2. Elder F.R., Gurevitsch A.M., Langmuir R.V., Pollock H.C. Radiation from electrons in a synchrotron. Phys.Rev. 1947. V.71. P.823-830.
3. Соколова А.А., Тернова И.М. Синхротронное излучение. М.: Наука. 1966. 228 с.
4. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский електрон. М.: Наука. 1974. 392 с.
5. Тернов И.М., Михайлин В.В., Халилов В.Р. Синхротронное излучение и его применение. М.: Изд-во Моск.ун-та. 1980. 278 с.
6. Тернов И.М. Синхротронное излучение. УФН. 1995. Т.165. С.429–456.
7. Demeur M. 'Etude de l'interaction entre le champ propre d'une particule et un champ 'electro-mag'eticue homog'ene et constant'. Acad. Roy. Belg. Classe de Sci. 1953. V. 28. P.1643.
8. Клепиков Н.П. Излучение фотонов и электронно-позитронных пар в магнитном поле. ЖЭТФ. 1954. Т.26.№1. С.19 – 34.
9. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч. Квантовая механика. М.: Наука. 1979. 528 с.
10. Митрофанов И.Г., Позаненко А.С. Генерация излучения в квантовых переходах электронов в сильном магнитном поле. ЖЭТФ. 1987. Т. 93. № 6(12). С. 1951 – 1962.
11. Ray R., Sakita B. The electromagnetic interactions of electrons in the lowest Landau level. Annals of Phys. 1994. V.230. №1. P.131–144.
12. Latal H.G. Cyclotron radiation in strong magnetic field. The Astrophysical Journal. 1986. V.309. P.372-382.
13. Erber T. High-energy electromagnetic conversion processes in intense magnetic fields. Reviews of modern physics. 1966. V.38. №4. P.626 – 659.

14. Herold H., Ruder H., Wunner H. Cyclotron emission in strongly magnetized plasmas. Astron. Astrophys. 1982. № 115. P.90- 96.
15. Pavlov G.G., Bezchastnov V.G., Meszaros P., Alexander S.G. Radiative widths and splitting of cyclotron lines in superstrong magnetic fields. The Astrophysical Journal. 1991. №380. P.541 – 549.
16. Harding A.K., Preece R. Quantized synchrotron radiation in strong magnetic fields. The Astrophysical Journal. 1987. № 319. P.939 – 950.
17. Daugherty J.K., Ventura J. Absorption of radiation by electrons in intense magnetic fields. Phys.Rev.D. 1978. V.18. №4. P.1053-1067.
18. Тольхук Х.А. Поляризация электронов. Теория и эксперимент. УФН. 1957. Т.XIII. Вып.4. С.761-800.
19. Соколов А.А., Тернов И.М. О поляризационных эффектах в излучении «светящегося» электрона. ЖЭТФ.1956. Т.31. С.473-478.
20. Королев Ф.А., Марков В.С., Акимов Е.М., Куликов О.Ф. Экспериментальное исследование углового распределения и поляризации оптического излучения электронов в синхротроне. Докл.АН СССР. 1956. Т.110. №4. С.542-544.
21. Орлов Ю.Ф., Хейфец С.А.. Деполяризация электронов из-за излучения в магнитном поле. ЖЭТФ. 1958. Т.35. № 2(8). С.513 – 514.
22. Тернов И.М., Багров В.Г., Рзаев Р.А. Излучение быстрых электронов с ориентированным спином в магнитном поле. ЖЭТФ. 1964. Т. 46, № 1. С.374 – 381.
23. Baring M.G., Gonthier P.L., Harding A.K. Spin-dependent cyclotron decay rates in strong magnetic fields. The Astrophysical Journal. 2005. № 630. P.430-440.
24. Багров В.Г., Жуковский В.Ч., Тернов И.М., Халилов В.Р. Спиновые эффекты в процессах с участием частиц высокой энергии в магнитном поле. Изв.ВУЗов СССР. Физика. 1984. №7. С.12-16.
25. Байер В.Н., Катков В.М. Радиационная поляризация электронов в магнитном поле. ЖЭТФ. 1967. Т.52. С.1422-1426.

26. Schwinger J., Tsai W. Radiate polarization of electrons. Phys.Rev.D. 1974. V.9. P.1843-1845.
27. Daugherty J.K., Lerche I. Theory of pair production in strong electric and magnetic fields and its applicability to pulsars. Phys.Rev.D. 1976. V.14. №2. P.340-355.
28. Daugherty J.K., Harding A.K. Pair production in superstrong magnetic fields. The Astrophysical Journal. 1983. № 273. P.761-773.
29. Chistyakov M.V., Mikheev N.V. Photon damping caused by electron-positron pair production in a strong magnetic field. JETP Lett. 2001. V.73. P.642-646.
30. Semionova L., Leahy D. Remarks concerning pair creation in strong magnetic fields. Astron. Astrophys. 2001. V.373. P.272–280.
31. Di Piazza A., Calucci G. Pair production in a strong time-depending magnetic field: the effect of a strong gravitational field. Astropart. Phys. 2006. V.24. №6. P.520-537.
32. Luo Y., Ji P. Pair production induced by quantum electrodynamic vacuum polarization in pulsars. Mon.Not.R.Astron.Soc. 2012. V.420. P.1673-1683.
33. Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization. Phys. Rev. V.82. 1951. P664 – 679.
34. Tsai W.Y., Yildiz A. Motion of an electron in a homogeneous magnetic field – modified propogation function and synchrotron radiation. Phys. Rev. D. 1973. V. 8. № 10. P.3446 - 3460.
35. Tsai W.Y. Magnetic bremsstrahlung and modified propogation function. Spin-0 charged particles in a homogeneous magnetic field. Phys.Rev.D. 1973. V.8. №10. P.3460-3469.
36. Tsai W. Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields. Phys. Rev. D. 1974. V.10. №8. P. 2699 – 2702.
37. Tsai W.Y., Erber T. Photon pair creation in intense magnetic fields. Phys.Rev.D. 1974. V.10. №2. P.492-499.
38. Tsai W.Y. Modified electron propagation function in strong magnetic fields. Phys.Rev.D. 1974. V.10. №4. P.1342-1345.

39. Baier V. N., Katkov V. M. Processes involved in the motion of high energy particles in a magnetic field. Sov. Phys. JETP. 1968. V.26. P.854 – 860.
40. Baier V. N., Katkov V. M. Quasiclassical theory of bremsstrahlung by relativistic particles. Sov.Phys.-JETP. 1969. V.28. P.807–813.
41. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Операторный подход к квантовой электродинамике во внешнем поле: Массовый оператор. ЖЭТФ. 1974. Т. 67.№ 2. С.453 - 470.
42. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Операторный подход к квантовой электродинамике во внешнем поле: Массовый оператор. ЖЭТФ. 1975. Т. 68. №2. С. 403 - 420.
43. Ритус В.И. Метод собственных функций и массовый оператор в квантовой электродинамике постоянного поля. ЖЭТФ. 1978. Т. 75. № 5. С. 1560 - 1583.
44. Ритус В.И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем. Труды ФИАН. 1979. Т.111. С.5 - 151.
45. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. Эффекты высшего порядка во внешнем поле: рождение пары части цей. Ядерная физика. 1971. Т. 14. № 5. С. 1020 – 1026.
46. Baier V. N., Katkov V. M. Pair creation by a photon in a strong magnetic field. Phys. Rev. D. 2007. V. 75. P. 073009 (pp.12).
47. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов. М.: Атомиздат. 1973. 376 с.
48. Parie A.J. Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. IV electron self-energy. Australian Journ.Phys. 1987. V.40. №1. P.1-21.
49. Geprags R., Riffert H., Herold H., Ruder H., Wunner G. Electron self-energy in a homogeneous magnetic field. Phys. Rev. D.1994. V.49. №.12. P.5582 - 5586.
50. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.:Изд-во МГУ.1982. 304 с.

51. Giacconi R., Gursky H., Kellogg E., Schreier E., Tananbaum H. Discovery of periodic X-ray pulsations in Centaurus X-3 fron UHURU. The Astrophysical Journal. 1971. № 167. P.L67-L73.
52. Hewish A., Bell J., Pilkington D.H., Scott P.F., Collins R.A. Observation of a rapidly pulsating radio source. Nature. 1968. V.217. P.709-713.
53. Bird A.J., Bazzano A., Bassani L. et al. The 4-th IBIS/ISGRI soft gamma-ray survey catalog. The Astrophys. Journal Suppl. 2010. V.186. P.1-9.
54. Abdo A.A., Ackermann M., Ajello M. et al. The first Fermi Large Area Telescope catalog of Gamma-ray pulsars. The Astrophys.Journal Suppl. 2010. V.187. P.460-494.
55. Гнедин Ю.Н., Сюняев Р.А. Рассеяние излучения на тепловых электронах в магнитном поле. ЖЭТФ. 1973. Т.65. С.102–116.
56. Trumper J., Pietsch W., Reppin C. et al. Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1. Astrophysical Journal. Part 2 - Letters to the Editor. 1978. Vol. 219. P. L105 – L110.
57. Гнедин Ю.Н., Павлов Г.Г., Цыган А.И. Фотоэффект в сильных магнитных полях и рентгеновское излучение нейтронных звезд. ЖЭТФ. 1974. Т. 66. № 2. С. 421 – 431.
58. Gnedin Yu.N., Sunyaev R.A. The beaming of radiation from an accreting magnetic neutron star and the X-ray pulsars. Astron. & Astrophys. 1973. V.25. P.233-239.
59. Gnedin Yu.N., Sunyaev R.A. Polarization of optical and X-radiation from compact thermal sources with magnetic field. Astron. & Astrophys. 1974. V.36. P.379-394.
60. Sunyaev R.A., Totarchuk L.G. Comptonization of X-rays in plasma clouds. Typical radiation spectra. Astron. & Astrophys. 1979. V.86. P.121-138.
61. Bussard R.W. Implications of cyclotron features in the X-ray spectrum of Hercules X -1. The Astrophysical Journal. 1980. Vol. 237. P. 970 – 987.

62. Meszaros P.X., Nagel W. X - ray pulsar model. I. Angle-dependent cyclotron line formation and comptonization. The Astrophysical Journal. 1985. V. 298. P. 147 – 160.
63. Coburn W., Heindi W.A., Gruber D.E. et al. Discovery of a cyclotron resonant scattering feature in the Rossi X-ray timing explorer spectrum of 4U 0352+309. The Astrophysical Journal. 2001. V.552. P.738-747.
64. Heindl W.A., Coburn W., Gruber D. E. et al. RXTE studies of cyclotron lines in accreting pulsars. THE FIFTH COMPTON SYMPOSIUM. 2000: AIP Conf. Proc. 2000. V.510. P.178–182.
65. Heindl W. A., Coburn W., Gruber D.E. et al. Discovery of a Cyclotron Resonance Scattering Feature in the X-Ray Spectrum of XTE J1946+274. The Astrophysical Journal. 2001. V. 563(1). P. L35–L39.
66. Ibrahim A. I., Safi-Harb S., Swank J. H. et al. Discovery of Cyclotron Resonance Features in the Soft Gamma Repeater SGR 1806-20. The Astrophysical Journal. 2002. V. 574(1). P. L51–L55.
67. Cusumano G., Di Salvo T., Burderi R. et al. Detection of a cyclotron line and its second harmonic in 4U1907+09. Astronomy and Astrophysics. 1998. V.338. P. L79–L82.
68. Dal Fiume1 D., Orlandini1 M., Del Sordo S. et al. The broad band spectral properties of binary X-ray pulsars. Advances in Space Research. 2000. V. 25. №3-4. P. 399–408.
69. Orlandini M., dal Fiume M., del Sordo S. The broad-band spectrum of OAO1657-415 with BeppoSAX: in search of cyclotron lines. Astronomy and Astrophysics. 1999. V. 349. P. L9–L12.
70. Santangelo A., Segreto A., Giarrusso S. et al. A BEPPOSAX Study of the Pulsating Transient X0115+63: The First X-Ray Spectrum with Four Cyclotron Harmonic Features. The Astrophysical Journal. 1999. V. 523(1). P.L85–L88.
71. Dal Fiume D., Frontera F., Masetti N. et al. Cyclotron lines in X-ray pulsars as a probe of relativistic plasmas in superstrong magnetic fields. THE FIFTH

COMPTON SYMPOSIUM, 2000: AIP Conference Proceedings. 2000 V. 510. P. 183–187.

72. Robba N.R., Burderi L., Di Salvo T., Iaria R. and Cusumano G. The BeppoSAX 0.1-100 keV Spectrum of the X-Ray Pulsar 4U 1538–52. The Astrophysical journal. 2001 V.562. P.950-956.
73. La Barbera A., Burderi L., Di Salvo T. The 0.1-100 KEV Spectrum of LMC X-4 in the High State: Evidence for a High-Energy Cyclotron Absorption Line. The Astrophysical Journal. 2001. V. 553(1). P. 375–381.
74. Wunner G. Comparison of 1γ and 2γ pair annihilation in strong magnetic fields. Phys. Rev. Lett. 1979. V.170. № 2. P.79 – 82.
75. Daugherty J. K., Bussard R. W. Pair annihilation in superstrong magnetic fields. The Astrophysical Journal. 1980. V.238. P. 296-310.
76. Harding A. K. One-photon pair annihilation in magnetized relativistic plasmas. The Astrophysical Journal. 1986. V. 300. P.167 – 177.
77. Wunner G., Paez G., Herold H., Ruder H. One-quantum annihilation of polarized electron-positron pairs in strong magnetic fields. Astron. Astrophys. 1986. V. 170. P. 179 – 186.
78. Semionova L., Leahy D. Polarization for pair annihilation in strong magnetic fields. Astron. Astrophys. Soppl. Ser. 2000. V. 144. P. 307 – 316.
79. Kaminker A. D., Pavlov G. G. Two-photon annihilation radiation in strong magnetic field: the case of small longitudinal velocities of electrons and positrons. Astrophysics and Space Science. 1987. V. 138. P. 1 – 18.
80. Lewicka S., Dryzek J. Two-photon positron-electron annihilation in strong magnetic field. Astroparticle Physics. 2013. V.50. P.1–10.
81. Lewicka S. Electron-positron annihilation in ultra-strong magnetic field. Comparison of one- two-photon annihilation at middly relativistic regime. Acta Physica Polonica A. 2014. V.125. P.682-690.
82. Kaminker A. D., Gnedin O. Yu., Yakovlev D. G. Neutrino emissivity from e^- e^+ annihilation in a strong magnetic field: hot, nondegenerate plazma. Phys. Rev. D. 1992. V.46. № 10. P. 4133 – 4139.

83. Al’ber Ya.I., Krotova Z.N., Eidman V.Ya. Cascade process in strong magnetic and electric fields under astrophysical conditions. Astrophysics. 1975. V.11. №2. P.189-195.

84. Daugherty J. K., Harding A.K. Electromagnetic cascades in pulsars. The Astrophysical Journal. 1982. V.252. P.337 – 347.

85. Sturrock P. A., Harding A. K., Daugherty J. K. Cascade model of gamma-ray bursts. The Astrophysical Journal. 1989. V.346. P. 950 – 959.

86. Baring M.G. Synchrotron pair cascades in strong magnetic fields. Astron. Astrophys. 1989. V.225. P.260-276.

87. Daugherty J. K., Harding A. K. Gamma-ray pulsars: emission from extended polar cap cascades. The Astrophysical Journal. 1996. V. 458. P. 278 – 292.

88. Akhiezer A.I., Merenkov N.P., Rekalo A.P. On a kinetic theory of electromagnetic showers in strong magnetic fields. J.Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1994. V.20. P.1499-1514.

89. Aguelov V., Vankov H. Electromagnetic showers in a strong magnetic field. J.Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1999. V. 25. P. 1755-1764.

90. Fang J., Zhang L. Full electromagnetic cascades in spin-powered pulsars. The Astrophysical Journal. 2006. V. 653. P.573 – 579.

91. Timokhin A.N. Time-dependent pair cascades in magnetospheres of neutron stars - I. Dynamics of the polar cap cascade with no particle supply from the neutron star surface. Mon. Not. R. Astron. Soc. 2010. V.408. P.2092-2114.

92. Medin Z., Lai D. Pair cascades in the magnetospheres of strongly-magnetized neutron stars. Mon. Not. R. Astron. Soc. 2010. V.406. P.1379-1404.

93. Sturrock P. A. A model of pulsars. The Astrophysical Journal. 1971. V. 164. P. 529 – 556.

94. Usov V.V. Millisecond pulsars with extremely strong magnetic fields as a cosmological source of γ-ray bursts. Letters to nature. 1992. V.357. P.472-474.

95. Arendt P.N., Eilek J.A. Pair creation in the pulsar magnetosphere. The Astrophysical Journal. 2002. V581. №1. P.451-469.

96. Asselo E. Pair plasma in pulsar magnetospheres. Plasma Phys. Control. Fusion. 2003. V.45. P.853-867.
97. Istomin Ya.N., Sobyanin D.N. Electron-positron plasma generation in a magnetar magnetosphere. Astronomy Letters. 2007. V.33. №10. P.660-672.
98. Жуковский В. Ч., Вшивцев А. С., Эминов П. А. Термодинамический потенциал и осцилляции намагниченности релятивистского электрон-позитронного газа в постоянном магнитном поле. ЯФ. 1995. Т. 58. № 7. С. 1274 - 1281.
99. Persson D., Zeitlin V. Note of QED with magnetic field and chemical potential. Phys. Rev. D. 1995. V. 51. № 4. P. 2026–2029.
100. Harding A. K. Physics in Strong Magnetic Fields Near Neutron Stars. Science. 1991. V. 251. № 4997. P. 1033 – 1038.
101. Harding A. K. The physics of gamma-ray bursts. Physical Reports. 1991. V. 206. № 6. P.327 – 391.
102. Тернов И.М., Дорофеев О.Ф. Квантовые эффекты в экстремально сильном магнитном поле. Физ.Элем.Част. и Ат.Яд. 1994. Т.25. Вып.1. С.5-93.
103. Harding A.K., Lai D. Physics of strongly magnetized neutron stars. Rep.Prog.Phys. 2006. V.69. P.2631-2708.
104. Долгинов А.З., Гнедин Ю.Н., Силантьев Н.А. Распространение и поляризация излучения в космической среде. М.: Наука. 1979. 425 с.
105. Шкловский И.С. Проблемы современной астрофизики. М.: Наука. 1982. – 223 с.
106. Олейник В.П. Резонансные эффекты в поле интенсивного лазерного луча. I. ЖЭТФ. 1967. Т. 52. № 4. С.1049–1067.
107. Олейник В.П. Резонансные эффекты в поле интенсивного лазерного луча. II. ЖЭТФ. 1967. Т.53. № 6(12). С.1997–2011.
108. Федоров М.В. Резонансное взаимодействие электронов и фотонов. ЖЭТФ. 1975. Т. 68. № 4. С. 1209 – 1219.

109. Байер В.Н., Мильштейн А.И. Радиационные эффекты вблизи циклотронного резонанса. ЖЭТФ. 1978. Т.75. №2. С.390-401.
110. Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Эминов П.А. Резонансное тормозное излучение электрона на электроне в поле плоской электромагнитной волны. ЖЭТФ. 1980. Т.78. №2. С.530–573.
111. Roshchupkin S.P. Resonant electron-electron scattering in the field of a light wave: general relativistic case. Laser Physics. 1994. V.4. P. 31 – 60.
112. Denisenko O.I., Roshchupkin S.P. Resonant scattering of an electron by a positron in the field of a light wave. Laser Physics. 1999. V. 9. P. 1108 – 1112.
113. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука. 1989. 768 с.
114. Kachelriess M., Berg D., Wunner G. Is Compton scattering in magnetic fields really infrared divergent? Phys.Rev.D. 1995. V.51. №2. P. 824 – 830.
115. Graziani, Harding A.C., Sina R. Elimination of resonant divergences from QED in superstrong magnetic fields. Phys. Rev. D. 1995. V. 51. – P. 7097-7110.
116. Kachelriess M. Unstable states in QED of strong magnetic fields. Phys. Rev. D. 1996. V. 53. № 2. P.974 – 979.
117. Milton K. A.,Tsai W., DeRaad L. L., Dass N. D. Compton scattering in external magnetic field. II. Spin - 1/2 charged particles. Phys. Rev. D. 1974. V. 10. № 4. P. 1299 – 1309.
118. Herold H. Compton and Thompson scattering in strong magnetic field. Phys. Rev. D. 1979. V. 19. № 10. P. 2868 – 2875.
119. Daugherty J.K., Harding A.K. Compton scattering in strong magnetic fields. The Astrophysical Journal. 1986. V. 309. P.362 – 371.
120. Bussard R. W., Alexander S. B., Meszaros P. One- and two-photon Compton scattering in strong magnetic field. Phys. Rev.D.1986. V.34. №2. P.440-451.

121. Dermer C.D. Compton scattering in strong magnetic fields and the continuum spectra of gamma-ray bursts: basic theory. The Astrophysical Journal. 1990. V. 360. P.197 – 214.
122. Harding A. K., Daugherty J. K. Cyclotron resonant scattering and absorption. The Astrophysical Journal. 1991. V.374. P.687–699.
123. Meisler T. R. Low energy limit of Compton scattering in supersymmetric QED. Phys. Rev. D. 1996. V. 54. № 1. P.798-807.
124. Gonthier P.L., Harding A.K., Baring M.G., Costello R.M., Mercer C.L. Compton scattering in ultrastrong magnetic fields and analytical behavior in the relativistic regime. The Astrophysical Journal. 2000. V.540. P.907–922.
125. Фомин П. И., Холодов Р. И. Резонансное комптоновское рассеяние во внешнем магнитном поле. ЖЭТФ. 2000. Т.117. №2. С.319 – 325.
126. Fomin P.I., Kholodov R.I. Scattering of a photon by a ground-state electron in a strong magnetic field. Laser Physics. 2000. V.10. №5. P.1150-1155.
127. Gonthier P.L., Baring M.G., Eiles M.T. et al. Compton scattering in strong magnetic fields: spin-dependent influences at the cyclotron resonance. Phys. Rev. D. 2014. V. 90. № 4. P. 043014 (pp.41).
128. Тернов И. М., Багров В. Г., Халилов В. Р., Родионов В. Н. Эффекты интенсивности в рассеянии электромагнитных волн на электронах, движущихся во внешнем магнитном поле. Ядерная физика. 1975. Т. 22. № 5. С.1040 – 1046.
129. Ng Y. J., Tsai W. Pair creation by photon-photon scattering in a strong magnetic field. Phys. Rev. D. 2007. V.16. № 2. P. 286 – 294.
130. Жуковский В.Ч., Никитина Н. С. Индуцированное двухфотонное образование електрон-позитронных пар в магнитном поле. ЯФ. 1974. Т.19. № 1. С.148 - 154.
131. Родионов В.Н. Образование пар при рассеяние фотона на интенсивной электромагнитной волне в однородном магнитном поле. ЖЭТФ. 1980. Т.78. В.1. С.105 - 118.

132. Лобанов А. Е., Муратов А. Р. Влияние магнитного поля на фотообразование электрон-позитронных пар. ЖЭТФ. 1984. Т.87. №4. С.1140-1144.
133. Козленков А. А., Митрофанов И. Г. Двухфотонное рождение e± - пар в сильном магнитном поле. ЖЭТФ. 1986. Т.91. № 6. С.1978 – 1989.
134. Burns M. L., Harding A. K. Pair production rates in mildly relativistic, magnetized plasmas. The Astrophysical Journal. 1984. V.285. P.747-757.
135. Zhang B., Qiao G.J. Two-photon annihilation in the pair formation cascades in pulsar polar caps. Astron.Astrophys. 1998. V.338. P.62-68.
136. Zhang B. On the radio quiescence of anomalous X-ray pulsars and soft gamma-ray repeaters. The Astrophysical Journal. 2001. V.562. P. L59-L62.
137. Harding B., Muslimov A. G., Zhang B. Regimes of pulsar pair formation and particle energetic. The Astrophysical Journal. 2002. V.576. P.366 – 375.
138. Baring M.G., Harding A. K. Pair production absorption troughs in gamma-ray burst spectra: a potential distance discriminator. The Astrophys. Journal Letters. 1997. V.481. №2. P. L85-L88.
139. Дунаев М.А., Мизеев Н.В. Рождение $e^{-}e^{+}$ пар фотоном при распространении с сильнозамагниченной термальной бане. ЖЭТФ. 2012. Т.141. Вып.3. С.419-426.
140. Жуковский В.Ч., Никитина Н.С. Индуцированное двухфотонное синхротронное излучение и комптоновское рассеяние в магнитном поле. ЖЭТФ. 1973. Т. 64. № 4. С.1169 - 1177.
141. Соколов А.А., Волощенко А.М., Жуковский В.Ч., Павленко Ю.Г. Двухфотонное синхротронное излучение. Изв. ВУЗов СССР. Физика. 1976. №9. С.46 - 52.
142. Semionova L., Leahy D. Two-photon emission process in arbitrarily strong magnetic fields. Phys.Rev.D. 1999. V.60. P.073011(pp.14).
143. Gutbrod H.H., Augustin I., Eickhoff H. et al. FAIR Baseline Technical Report. Volume 1 - Executive Summary. Darmstadt.: GSI, 2006. 92p.; URL: http://fair-center.eu/for-users/publications. (дата звернення: 15.10.2018).

144. Фортов В.Е., Шарков Б.Ю., Штокер Х. Научная программа в новом международном центре фундаментальной физики - Европейском центре антипротонных и ионных исследований FAIR. УФН. 2012. Т.182. №6. С.621-644.
145. Dirac P.A.M. The quantum theory of the electron. Proc. R. Soc. Lond. A. 1928. V.117. P.610-624.
146. Sommerfeld A. Zur Quantentheorie der Spektrallinien. Annalen der Physik. 1916. 4Folge. Band 51. S.1-94.
147. Pomeranchuk I. Ya., Smorodinsky Ya. A. On energy levels in system with Z>137. Journ. of Phys. USSR. 1945. V.9. P.97.
148. Ахиезер А. И., Берестецкий А. И. Квантовая электродинамика. М.: ГТТЛ. 1953. 428 с.
149. Зельдович Я. Б., Попов В. С. Электронная структура сверхтяжелых атомов. УФН. 1971. Т.105. С.403 – 448.
150. Pieper W., Greiner W. Interior electron shells in superheavy nuclei. Z.Phys. 1969. V.218. P.327-340.
151. Soff G., Mueller B., Rafelski J. Precise values for critical fields in quantum electrodynamics. Zeitschrift fur Naturforschung A. 1974. V.29. P.1267-1275.
152. Попов В. С. Спонтанное рождение позитронов при столкновении тяжелых ядер. ЖЭТФ. 1973. Т.65. В.1(7). С.35–53.
153. Muller B., Rafelski J., Greiner W. Auto-ionization of positrons in heavy ion collision. Z. Phys. A. 1972. V.257. P.183 – 211.
154. Backe H., Handschug L., Hessberger F. et al. Observation of positron creation in superheavy ion-atom systems. Phys. Rev. Lett. 1978. V.40. №22. P.1443 – 1446.
155. Backe H., Senger P., Boning W. et al. Estimates of the nuclear time delay in dissipative U + U and U + Cm collisions derived from the shape of positron and γ-ray spectra. Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. №23. P.1838 - 1841.

156. Schweppe J., Gruppe A., Bethge K. et al. Observation of a peak structure in positron spectra from U+Cm collisions. Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. № 25. P.2261 - 2264.
157. Cowan T., Backe H., Begemann M. et al. Anomalous positron peaks from supercritical collision systems. Phys. Rev. Lett. 1985. V.54. №16. P.1761 – 1764.
158. Kozhuharov C., Kienle P., Berdermann E. et al. Positrons from 1.4-GeV uranium-atom collisions. Phys. Rev. Lett. 1979. V.42. №6. P.376 - 379.
159. Clemente M., Berdermann E., Kienle P. et al. Narrow positron lines from U-U and U-Th collisions. Phys. Lett. B. 1984. V.137. №1. P.41 - 46.
160. Tsertos H., Berdermann E., Bosch F. et al. On the scattering-angle dependence of the monochromatic positron emission from U-U and U-Th collisions. Phys. Lett. B. 1985. V.162. № 4. P.273 - 276.
161. Koenig W., Bosch F., Kienle P. et al. Positron lines from subcritical heavy ion-atom collisions. Ztschr. Phys. A. 1987. V.328. P.129 – 145.
162. Koenig W., Berdermann E., Bosch F. et al. On the momentum correlation of (e^+e^-) pairs observed in U+U and U+Pb collisions. Phys. Lett. B. 1989. V.218. № 1. P.12 - 16.
163. Salabura P., Backe H., Bethge K. et al. Correlated e^+e^- peaks observed in heavy-ion collisions. Phys. Lett. B. 1990. V.245. №2. P.153 - 160.
164. Cowan T., Backe H., Bethge K. et al. Observation of correlated narrow-peak structures in positron and electron spectra from superheavy collision systems. Phys. Rev. Lett. 1986. V.56. №5. P.444 - 447.
165. Kienle P. Positron from heavy ion collisions. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1986. V.36. P.605-648.
166. Ahmad I., Austin S.M., Back B.B. et al. Search for narrow sum-energy lines in electron-positron pair emission from heavy-ion collisions near the Coulomb barrier. Phys. Rev. Lett. 1995. V.75. №14. P.2658 - 2661.
167. Покотиловский Ю.Н. «Дармштадтский эффект» и связанные с ним вопросы. ФЭЧАЯ. 1993. Т.24. №1. С.5-80.

168. Фомин П.И., Холодов Р.И. О природе узких пиков в канале рождения e^+e^- пар при столкновениях тяжелых ионов. Доповіді НАН України. 1998. №12. С.91-96; arXiv:1107.4546 [hep-ph].
169. Rumrich K., Greiner W., Soff G. The influence of strong magnetic fields on position production in heavy-ion collisions. Phys.Lett. A. 1987. V.125. №8. P.394-398.
170. Shabad A. E. Photon dispersion in a magnetic field. Annals of Phys. 1975. V.90. P.166 – 195.
171. Шабад А. Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле. Труды ФИАН. 1988. Т.192. С.5–152.
172. Shabad A. E. Photon propagation in a supercritical magnetic field. Sov. Phys. JETP. 2004. V.98. P.186 – 196.
173. Shabad A. E., Usov V. V. Real and virtual photons in an external constant electromagnetic field of most general form. Phys. Rev. D. 2010. V.81. P.125008 (pp.15).
174. Khalilov V.R., Mansurov I.V. Polarization operator in the 2+1 dimensional quantum electrodynamics with a nonzero fermion density in a constant uniform magnetic field. Eur.Phys.Jour. C. 2015. V.75. P.167 (pp.7).
175. Рохас У. П. Поляризационный оператор электрон-позитронного газа в постоянном внешнем магнитном поле. ЖЭТФ. 1979. Т 76. №1. С. 3–17.
176. Скобелев В. В. О распространении фотона в магнитном поле. ЖЭТФ. 1977. Т.73. №4(10). С.1301 – 1305.
177. Heisenberg W., Euler H. Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons. Z.Phys. 1936. V.98. P.714-732.
178. Euler H., Kockel B. Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie. Naturwissenschaften. 1935. V.23. №4. P.246-247.
179. Akhieser A., Landau L., Pomeranchook I. Scattering of light by light. Nature. 1936. V.138. P.206-206.
180. Klein J.J., Nigam B.P. Birefringence of the Vacuum. Phys.Rev. 1964. V.135. №5B. P. B1279-B1280.

181. Грановский Я.И., Димашко Ю.А. Осцилляторное представление в задаче Ландау о движении частицы в однородном поле. ЖЭТФ. 1975. Т.68. №6. С.1989 - 1996.
182. Kruglov S.I. Vacuum birefringence from the effective Lagrangian of the electromagnetic field. Phys.Rev. D. 2007. V.75. P.117301(pp.3).
183. Villalba-Chavez S. The role of photon polarization modes in the magnetization and instability of the vacuum in a supercritical field. Phys. Lett. B. 2010. V.692. P.317-322.
184. Hattori K., Itakura K. Vacuum birefringence in strong magnetic fields: (I) Photon polarization tensor with all the Landau levels. Annals of Phys. 2013. V.330. P.23-54.
185. Hatori K., Itakura K. Vacuum birefringence in strong magnetic fields: (II) Complex refractive index from the lowest Landau level. Annals of Phys. 2013. V.334. P.58-82.
186. Shakeri S., Kalantari S.Z., Xue S. Polarization of a probe laser beam due to nonlinear QED effects. Phys.Rev. A. 2017. V.95. P.012108 (pp.10).
187. Mignani R.P., Testa V., Caniulef D.G. et al. Evidence for vacuum birefringence from the first optical-polarimetry measurement of the isolated neutron star RX J1856.5-3754. Mon.Not.Roy.Astr.Soc. 2017. V.465. P.492-500.
188. Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях. М.: Энергоатомиздат. 1988. 288 с.
189. Гитман Д. М., Фрадкин Е. С., Шварцман Ш. М. Квантовая электродинамика с нестабильным вакуумом. М.: Наука. 1991. 296с.
190. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука. 1981. 432 с.
191. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука. 1989. – 728 с.
192. Adler S.L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field. Annals of Physics. 1971. V.67. P.599-647.

193. Скобов В.Г. Распад фотона в однородном магнитном поле на два фотона. ЖЭТФ. 1958. Т.35. С. 1315 - 1317.
194. Санников С.С. О слиянии фотона в однородном электромагнитном поле. ЖЭТФ. 1967. Т. 52. № 5. С.1303 - 1304.
195. Mentzel M., Berg D., Wunner G. Photon splitting in strong magnetic field Phys. Rev. D. 1994. V. 50. № 2. P. 1125– 1139.
196. Weise J. I., Baring M. J., Melrose D. B. Photon splitting in strong magnetic fields: S-matrix calculations. Phys. Rev. D. 1998. V. 57. №9. P. 5526–5538.
197. Baring M.G. Photon splitting and pair conversion in strong magnetic fields. AIP Conf.Proc. 2008. V.1051. P.53-61.
198. Волков Д. М. Электрон в поле плоских неполяризованных электромагнитных волн с точки зрения уравнения Дирака. ЖЭТФ. 1937. Т.7. № 11. С.1286-1289.
199. Yanovsky V., Chvykov V., Kalinchenko G. et al. Ultra-high intensity-high contrast 300-TW laser at 0.1 Hz repetition rate. Opt. Express. 2008. V.16. P.2109 (pp.14).
200. URL: http://www5.extreme-light-infrastructure.eu. (дата звернення: 15.10.2018).
201. URL: http://www.xcels.iapras.ru. (дата звернення: 15.10.2018).
202. Никишов А. И., Ритус В. И. Квантовые процессы в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном поле.I. ЖЭТФ. 1964. Т. 46. № 2. С. 776 – 796.
203. Никишов А. И., Ритус В. И. Квантовые процессы в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном поле. ЖЭТФ. 1964. Т. 46. № 5. С. 1768 – 1781.
204. Тернов И. М., Багров В. Г., Халилов В. Р. Квантовая теория излучения заряда, движущегося в магнитном поле и плоской волне. Известия высших учебных заведений. 1968. №11. С.102 – 107.
205. Никишов А.И. Проблемы интенсивного внешнего поля в квантовой электродинамике. Труды ФИАН. 1979. Т.111. С.152-271.

206. Mackenroth F., Di Piazza A. Nonlinear Compton scattering in ultrashort laser pulses. Phys.Rev.A. 2011. V.83. P.032106 (pp.14).
207. Narozhny N.B., Federov A.M. Creation of electron-positron plasma with superstrong laser field. Eur. Phys. J. Spec. Top. 2014. V.223. P.1083-1092.
208. Lebed’ A.A., Roshchupkin S.P. The influence of a pulsed light field on the electron scattering by a nucleus. Laser Phys. Lett. 2008. V. 5. № 1. P. 75-82.
209. Kuchiev M.Yu., Robinson D.J. Electron-positron pair creation by Coulomb and laser fields in the tunneling regime. Phys.Rev. A.2007. V.76. P.112107 (pp.15).
210. Di Piazza A., Loetstedt E., Milstein A.I., Keitel C.H. Barrier control in tunneling e^+e^- photoproduction. Phys.Rev.Lett. 2009. V.103. P.170403 (pp.4).
211. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P. Resonant scattering of a photon by an electron in the field of a circularly polarized electromagnetic wave. Laser Phys. Lett. 2005. V.2. P.184-189.
212. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P., Denisenko O. I. Resonance of exchange amplitude of Compton effect in the circularly polarized laser field. Eur. Phys. J. D. 2007. V.41. P.433-440.
213. Voroshilo A. I., Roshchupkin S. P., Nedoreshta V. N. Resonant scattering of photon by electron in the presence of the pulsed laser field. Laser Phys. 2011. V.9. P.1675-1687.
214. Nedoreshta V. N., Roshchupkin S. P., Voroshilo A. I. Resonance of the exchange amplitude of a photon by an electron scattering in a pulsed laser field. Phys. Rev. A. 2015. V.91. P.062110 (pp.9).
215. Lebed' A.A. and Roshchupkin S.P. Nonresonant spontaneous bremsstrahlung by a relativistic electron scattered by a nucleus in the field of pulsed light wave. Eur. Phys. J. DH. 2009. V. 53. № 1. P. 113-122.
216. Lebed' A.A. and Roshchupkin S.P. Nonresonant spontaneous bremsstrahlung by a nonrelativistic electron scattered by a nucleus in the field of pulsed light wave. Laser Phys. Lett. 2009. V. 6. № 6. P.472-481.

217. Lebed' A.A., Roshchupkin S.P. Resonant spontaneous bremsstrahlung of an electron scattering by a nucleus in the pulsed laser field. Phys. Rev. A. 2010. V. 81. P.033413 (pp.13).
218. Padusenko E.A., Voroshilo A.I., Roshchupkin S.P. Nonresonant scattering of relativistic electron by relativistic muon in the pulsed light field. Laser Phys. Lett. 2009. V.6. № 3. P.242-251.
219. Padusenko E.A., Voroshilo A.I., Roshchupkin S.P. Nonresonant scattering of nonrelativistic electron by nonrelativistic muon in the pulsed light field. Laser Phys. Lett. 2009. V.6. № 8. P.616-623.
220. Loetstedt E., Jentschura U.D. Nonperturbative treatment of double Compton backscattering in intense laser fields. Phys. Rev. Lett. 2009. V.103. 110404 (pp.4).
221. Loetstedt E., Jentschura U.D. Correlated two-photon emission by transitions of Dirac-Volkov states in intense laser fields: QED predictions. Phys. Rev. A. 2009. V.80. 053419 (pp.14).
222. Di Piazza A., Milstein A.I. Quasiclassical approach to high-energy QED processes in strong laser and atomic fields. Phys. Lett. B. 2012. V. 717. P.224-228.
223. Di Piazza A., Mueller C., Hatsagortsyan K.Z., Keitel C.H. Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems. Rev. of Mod. Phys. 2012. V.84. №3. P.1177-1228.
224. Рощупкин С.П., Ворошило А.И. Резонансные и когерентные эффекты квантовой электродинамики в световом поле. К.: Наукова думка. 2008. 400с.
225. Рощупкин С.П., Лебедь А.А. Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях. К.: Наукова думка. 2008. 192с.
226. Redmond P. J. Solution of the Klein-Gordon and Dirac equation for a particle with a plane electromagnetic wave and a parallel magnetic field. Math. Phys. 1965. V.6. P.1163 – 1169.

227. Олейник В. П. Гриновская функция и квазиэнергетический спектр электрона в поле электромагнитной волны и однородном магнитном поле. УФЖ. 1968. Т. 13. № 7. С. 1205 – 1214.
228. Боргардт О. О., Карпенко Д. Я. Електрон в однорідному електромагнітному полі і в полі плоскої довільно поляризованої хвилі. УФЖ. 1974. Т. 19. № 2. С. 228 – 236.
229. Багров В. Г., Гитман Д. М., Родионов В. Н. Влияние сильной электромагнитной волны на излучение слабовозбужденных электронов, движущихся в магнитном поле. ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С.433 – 439.
230. Родионов В. Н. Излучение фотона электроном в поле интенсивной электромагнитной волны с учетом действия постоянного магнитного поля. ЖЭТФ. 1981. Т. 81. № 6. С. 1987 – 1999.
231. Олейник В. П. Образование электрон-позитронной пары фотоном в поле электромагнитной волны и в однородном магнитном поле. ЖЭТФ. 1971. Т. 61. №. 1. С. 27 – 44.
232. Жуковский В. Ч., Херрманн И. Эффект Комптона и вынужденный эффект Комптона в постоянном электромагнитном поле. Ядерная физика. 1971. Т. 14. № 1. С. 150 – 159.
233. Жуковский В. Ч. Тормозное излучение электрона на ядре, находящемся в постоянном внешнем поле. ЖЭТФ. 1974. Т. 66. № 1. С. 9 – 15.
234. Борисов А.В., Жуковский В.Ч. Фоторождение электронно-позитронных пар на ядре в присутствие постоянного внешнего поля. Ядерная физика. 1975. Т. 21. № 3. С. 579 - 585.
235. Bula C., McDonald K.T., Prebys E.J. et al. Observation of nonlinear effects in Compton scattering. Physical Review Letters. 1996. V.76. №17. P.3116-3119.
236. Burke D.L., Berridge S.C., Bula C. et al. Positron production in multiphoton light-by light scattering. Physical Review Letters. 1997. V.79. №9. P.1626-1629.

237. Bamber C., Boege J., Koffas T. et al. Studies of nonlinear QED in collisions of 46.6 GeV electrons with intense laser pulses. Phys.Rev. A. 1999. V.60. P.092004 (pp.43).

238. Bula C., McDonald K.T. Williams approximation to trident production in electron-photon collisions. arXiv:hep-ph/0004117

239. Hu H., Mueller C., Keitel C.H. Complete QED Theory of Multiphoton Trident Pair Production in Strong Laser Fields. Phys. Rev. Lett. 2010. V.105. P.080401 (pp.4).

240. Marklund M., Shukla P.K. Nonlinear collective effects in photon-photon and photon-plasma interactions. Rev. of Mod. Phys. 2006. V.78. P.591-640.

241. Langer S.H. Collisional exitation of electron Landau levels in strong magnetic fields. Phys.Rev.D. 1981. V.23.№2. P.328–346.

242. Crooker S. A., Samarth N. Tuning alloy disorder in diluted magnetic semiconductors in high fields to 89 T. Applied Physics Letters. 2007. V. 90. P.102109 (pp.3).

243. Сахаров А.Д., Людаев Р.З., Сминов Е.Н. и др. Магнитная кумуляция. ДАН СССР. 1965. Т.165. №1. С.65-68.

244. Избранные труды А. Д. Сахарова. Успехи физических наук. 1991. Т. 161. № 5. С.29–120.

245. Sefcik J., Perry M.D., Lasinski B.F. et al. Gigagauss magnetic field generation from high intensity laser solid interactions. UCRL-JC-132121 Preprint. 1998. C.1-7.

246. Wagner U., Tatarakis M., Gopal A. et al. Laboratory measurements of 0.7 GG magnetic fields generated during high-intensity laser interactions with dense plasmas. Phys.Rev. E. 2004. V.70. 026401 (pp.5).

247. Gopal A. Measurements of ultra strong magnetic fields in laser produced plasmas. PhD Thesis. London University. 2004. 172p.

248. Baring M.G., Harding A.K. Radio-quiet pulsars with ultrastrong magnetic fields. The Astrophys. J. 1998. V.507. P. L55-L58.

249. Price D.J., Rosswog S. Producing ultrastrong magnetic fields in neutron star mergers. Science. 2006. V.312. P.719-722.
250. Mereghetti S. The strongest cosmic magnets: soft gamma-ray repeaters and anomalous X-ray pulsars. Astron. Astrophys. Rev. 2008. V. 15. P. 225–287.
251. Revnivtsev M., Mereghetti S. Magnetic fields of neutron stars in X-ray binaries. Space Sci. Rev. 2014. V.191. Is.1-4. P.293-314.
252. Shabad A.E., Usov V.V. Positronium collapse and maximum magnetic field in pure QED. Phys.Rev.Lett. 2006. V.96. P.180401 (pp.4).
253. Leung C.N., Wang S.Y. Is there a maximum magnetic field in QED? Phys.Lett. B. 2009. V. 674. P.344-347.
254. Newton R. G. Atoms in Superstrong Magnetic Fields. Phys. Rev. D. 1971 V. 3. № 2. P. 626 - 627.
255. Scobelev V.V. Hydrogen-like atom in a superstrong magnetic field: photon emission and relativistic energy level shift. JETP. 2017. V.124. №6. P.877-885.
256. Shabad A.E., Usov V.V. γ -Quanta capture by magnetic field and pair creation suppression in pulsars. Nature. 1982. V.295. P.215-217.
257. Herold H., Ruder H., Wunner G. Can γ quanta really be captured by pulsar magnetic fields? Phys. Rev. Lett. 1985. V.54. №13. P.1452-1455.
258. Leinson L.B., Perez A. Relativistic approach to positronium levels in a strong magnetic field. Jour. of HEP. 2000. V.11. P.039 (pp.19).
259. Lai D. Matter and radiation in strong magnetic fields of neutron star. Journal of Physics. 2006. V.31. P.68-75.
260. Lai D. Physics in strong magnetic fields. Space Sci. Rev. 2015. V.191. №1-4. P.13-25.
261. Ruder H., Herold H., Geyer F., Wunner G. Atom in strong magnetic fields: quantum mechanical treatment and applications in astrophysics and quantum chaos. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. 1994. 309p.

262. Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Dynamic flavor symmetry breaking by a magnetic field in 2+1 dimensions. Phys.Rev. D. 1995. V.52. №8. P.4718-4735.

263. Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Dynamic chiral symmetry breaking by a magnetic field in QED. Phys.Rev. D. 1995. V.52. №8. P.4747-4751.

264. Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Dimensional reduction and catalysis of dynamical symmetry breaking by a magnetic field. Nuclear Physics B. 1996. V.462. P.249-290.

265. Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Dynamic chiral symmetry breaking in QED in a magnetic field: toward exact results. Phys. Rev. Lett. 1995. V.83. №7. P.1291-1294.

266. Gusynin V.P., Smilga A.V. Electron self-energy in strong magnetic field: summation of double logarithmic terms. Phys.Lett.B.1999.V.450. P.267-274.

267. Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Large N dynamics in QED in a magnetic field. Phys.Rev.D. 2003. V.67. P.107703 (pp.4).

268. Sadooghi N., Jalili A.S. New look at the modified Coulomb potential in a strong magnetic field. Phys.Rev. D. 2007. V.76. P.065013 (pp.17).

269. Demchik V., Skalozub V. Spontaneous magnetization of a vacuum in the hot universe and intergalactic magnetic fields. Phys. of Part. and Nucl. 2015. V.46. №1. P.1-23.

270. Bohr N. On the decrease of velocity of swiftly moving electrified particles in passing through matter. Phil. Mag. 1915. V.30. P. 581-612.

271. Somerfeld A., Bethe H. Elektronen Theorie der Metalle. Handbuch der Physik. Heidelberg: Springer. 1933. V.24-2 P.333-622.

272. Bloch F. Zur Bremsung rasch bewegter Teilchen beim Durchgang durch Materie. Ann. Phys. 1933. V.16. P.285-320.

273. Fermi E., Teller E. The capture of negative mesotrons in matter. Phys. Rev. 1947. V.72. № 5. P.399–408.

274. Lindhard J., Scharff M. Energy Dissipation by Ions in the kev Region. Phys. Rev. 1961. V.124. № 1. P.128–130.
275. Sigmund P. Particle penetration and radiation effects. General aspects and stopping of swift point charges. Berlin Heidelberg: Spr-r Verlag. 2006. 439p.
276. Будкер Г. И., Скринский А. Н. Электронное охлаждение. Основные возможности в физике элементарных частиц. УФН. 1978. Т. 124. № 4. С. 561 – 595.
277. Мешков И. Н. Электронное охлаждение: статус и перспективы. Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1994. Т. 25. № 6. С.1487 – 1560.
278. Пархомчук В.В., Скринский А.Н. Электронное охлаждение - 35 лет развития. УФН. 2000. Т.170. №5. С.473-493.
279. Derbenev Y.S., Skrinsky A.N. The effect of an accompanying magnetic field of electron cooling. Particle Accelerators. 1978. V.8. P.235-243.
280. Диканский Н.С., Куделайнен В.И., Лебедев В.А. и др. Предельные возможности электронного охлаждения. Препринт ИЯФ СО АН СССР 88-61. Новосибирск. 1988. 61с.
281. Meshkov I., Sidorin A. Electron cooling. NIM A. 2004. V.532. P.19-25.
282. Fedotov A.V., Galnander B., Litvinenko V.N. et al. Experimental studies of the magnetized friction force. Phys.Rev. E. 2006. V.73. P.066503 (pp. 9).
283. Fedotov A.V., Ben-Zvi I., Bruhwiler D.L. et al. High-energy electron cooling in a collider. New J.of Physics. 2006. V.8-283. P.1-15.
284. Баско М.М., Сюняев Р.А. Замедление быстрых протонов в плазме с сильным магнитным полем. ЖЭТФ. 1975. Т.68. С.105-110.
285. Nersisyan H. B. Stopping of charged particles in a magnetized classical plasma. Phys.Rev.E. 1998. V.58. №3. P.3686–3692.
286. Nersisyan H. B., Walter M., Zwicknagel G. Stopping power of ions in a magnetized two-temperature plasma. Phys. Rev. E. 2000. V.61. №6. P. 7022 – 7033.
287. Nersisyan H. B., Zwicknagel G., Toepffer C. Energy loss of ions in a magnetized plasma. Phys. Rev. E. 2003. V.67. P.026411 (pp.11).

288. Cereceda C., de Peretti M., Deutsch C. Stopping power for arbitrary angle between test particle velocity and magnetic field. Physics of Plasma. 2005. V.12. P.022102 (pp.8).
289. Балакирев В.А., Мирошниченко В.И., Сторижко В.Е. Потери энергии заряженных частиц в магнитоактивной плазме. Вопросы атомной науки и техники. 2010. №2. С.181 – 185.
290. Meshkov I., Sidorin A., Smirnov A. et al. Numerical simulation of particle dynamics in storage rings using BETACOOL code. Proceedings of RuPAC XIX. Dubna. 2004. P.18-22.
291. Dolinskii A., Boine-Frankenheim O., Franzke B. Simulation results on cooling times and equilibrium parameters for antiproton beams in HESR. Proceedings of EPAC2004. Lucerne. Switzerland. 2004. P.1972-1974.
292. Fedotov A.V., Bruhwiler D.L., Sidorin A.O. et al. Numerical study of the magnetized friction force. Phys. Rev. Spec. Top. Accelerator and Beams. 2006. V.9. P.074401 (pp.8).
293. Bell G.I., Bruhwiler D.L., Fedotov A. et al. Simulating the dynamical friction force on ions due to a briefly co-propagating electron beam. Journal of Computational Physics. 2008. V.227. P.8714-8735.
294. Rathsman K. Modeling of electron cooling. Theory, data and application. PhD Thesis. 2010. Acta Universitatis Upsaliensis. Uppsala. Sweden. 149p.
295. Sorensen A. H., Bonderup E. Electron cooling. Nucl. Instrum. Methods. 1983. V. 215. P. 27 – 54.
296. Poth H. Electron cooling: Theory, experiment, application. Phys. Rep. 1990. V. 196. P. 135 – 297.
297. Nersisyan H.B., Toepffer C., Zwicknagel G. Interaction Between Charged Particles in a Magnetic Field. Berlin: Springer. 2007. 187p.
298. Galnander B., Bergmark T., Johnson S. Status of electron cooler design for HESR. Proceedings of EPAC08. Genoa. Italy. 2008. P.3473-3475.
299. Galnander B. HESR Electron Cooler. Design study. Technical report. The Svedberg Laboratory. Uppsala University. 2009. 150p.

300. Meshkov I.N., Sidorin A.O., Smirnov A.V. Study of high energy electron cooling (2 MeV) and Stochastic cooling with different internal targets. Final report FZJ COSY. JINR. Dubna. 2007. 39p.
301. Steck M., Beckert K., Beller P. et al. An electron cooling system for the proposed HESR antiproton storing ring. Proceedings of EPAC2004. Lucerne. Switzerland. 2004. P.1966-1968.
302. Reistad D., Galnander B., Rathman K. et al. Calculations on high energy electron cooling in the HESR. Proceedings of COOL2007. Bad Kreuznach. Germany. 2007. P.44-48.
303. Rathman K., Galnander B., Reistad D. Electron cooling force calculation for HESR. Proceedings of EPAC08. Genoa. Italy. 2008. P.3482-3484.
304. Диканский Н.С., Кот Н.Х., Куделайнен В.И. и др. Влияние знака заряда иона на силу трения в электронном охлаждении. ЖЭТФ 1988. Т.94. № 1. С.65-73.
305. Ларкин А. И. Прохождение частиц через плазму. ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 1. С. 264 – 272.
306. Ахиезер И. А. К теории взаимодействия заряженной частицы с плазмой в магнитном поле. ЖЭТФ. 1961. Т.40. №3. С.954–962.
307. Sung C. C., Ritchie R. H. Z_1^3 dependence of the energy loss of an ion passing through an electron gas. Phys. Rev. A. 1983. V.28. P. 674-681.
308. Hu C. D., Zaremba E. Z^3 correction to the stopping power of ions in an electron gas. Phys. Rev. B. 1988. V.37. P.9268-9277.
309. Nagy I., Arnau A., Echenique P.M. Low-velocity antiproton stopping power. Phys.Rev. B. 1989. V.40. №17. P.11983-11985.
310. Wang N., Pitarke J. M. Nonlinear energy-loss straggling of protons and antiprotons in an electron gas. Phys. Rev. A. 1998. V.57. P. 4053-4056.
311. Barkas W. H., Dyer J. N., Heckman H. H. Resolution of the $\Sigma-$ mass anomaly. Phys. Rev. Lett. 1963. V.11. P.26-28.
312. Kholodov R.I., Baturin P.V. Polarization effect in synchrotron radiation in ultra-quantum approximation. УФЖ. 2001. Т.46. №5-6. С.621-626.

313. Fomin P.I., Kholodov R.I. Polarization effects in synchrotron radiation in strong magnetic field. Prob. Atom.Sci.Tech. 2001. №6(1). P.154-156.

314. Ворошило О.І., Холодов Р.І. Функція Гріна електрона в постійному однорідному магнітному полі і довільному полі плоскої хвилі. УФЖ. 2002. Т.47. №4. С.317-321.

315. Фомин П.И., Холодов Р.И. Резонансное двойное магнитотормозное излучение в сильном магнитном поле. ЖЭТФ. 2003. Т.123. №2. С.356-361; JETP. 2003. V.96. P.315-320.

316. Fomin P.I., Kholodov R.I. Photoproduction of the e^+e^- pair with photon emission kinematics in strong magnetic field. Prob. Atom.Sci.Tech. 2005. №6. P.43-45.

317. Fomin P.I., Kholodov R.I. Resonant photoproduction of e^+e^- pair with photon emission in strong magnetic field. Prob. Atom.Sci.Tech. 2007. №3. P.179-183.

318. Novak A.P., Kholodov R.I. Polarization Effects in the Photon-induced Process of Electron-Positron Pair Creation in a Magnetic Field, Studied in the Ultra-Quantum-Mechanical Approximation. УФЖ. 2008. Т.53. №2. С.187-195.

319. Novak A.P., Kholodov R.I. Spin-polarization effects in the processes of synchrotron radiation and electron-positron pair production by a photon in a magnetic field. Phys. Rev. D. 2009. V.80. P.025025 (11pp.).

320. Новак О.П., Холодов Р.И., Фомин П.И. Рождение электрон-позитронной пары электроном в магнитном поле вблизи порога процесса. ЖЭТФ. 2010. Т.137. №6. С.1120–1125.

321. Fomin P.I., Kholodov R.I. Electron-positron pair photo-production with radiation of a photon in magnetic field at nonresonant regime. Prob.Atom.Sci.Tech. 2012. №1. P.111-114.

322. Novak O.P., Kholodov R.I. Threshold electron-positron pair production by a polarized electron in a strong magnetic field. Prob.Atom.Sci.Tech. 2012. №1. P.102-104.

323. Novak O.P., Kholodov R.I. Electron-positron pair production by an electron in a magnetic field in the resonant case. Phys. Rev. D 2012. Vol.86 P.105013 (6pp).

324. Vechirka V.P., Kravchenko S.M., Kul'ment'ev A.I., Kholodov R.I. Relaxation time of the particle beam with an anisotropic velocity distribution. Journal of Nano- and Electronic Physics. 2012. V.4. №3. P.03024 (3pp).

325. Дяченко М.М., Мирошніченко В.І., Холодов Р.І. Електрична сприйнятливість замагніченої електронної плазми з урахуванням анізотропії температури в рамках квантової теорії поля. Доповіді Національної академії наук України. 2012. № 10. С.70-76.

326. Khelemelya O.V., Kholodov R.I. Quantum field methods in the electron cooling. Prob.Atom.Sci.Tech. 2013. №3. P.53-57.

327. Хелемеля О.В., Холодов Р.І., Мирошниченко В.І. Диелектрична модель енергетичних втрат важкої зарядженої частинки при русі в холодному замагніченому електронному газі. УФЖ. 2013. Т.58. №8. С.725-734.

328. Дяченко М.М., Новак О.П., Холодов Р.І. Порогове резонансне двофотонне народження e^-e^+ пари в сильному магнітному полі на найнижчі рівні Ландау. УФЖ. 2014. Т.59. №9. С.849-855.

329. Khelemelya O.V., Kholodov R.I. The influence of the anisotropic temperature of the electron gas on energy losses of a charged particle in a plasma. Prob.Atom.Sci.Tech. 2015. №1. P.69-72.

330. Novak O.P., Kholodov R.I. Soliton-like solutions in scattering of electrons by an ion in magnetized plasma. Physica Scripta. 2015. V.90 P.045601(4pp).

331. Dyachenko M.M., Novak O.P., Kholodov R.I. Pair production in a magnetic field and radiation field in a pulsar magnetosphere. Mod.Phys.Lett. A. 2015. V.30. №25. P.1550111(10pp).

332. Dyachenko M.M., Novak O.P., Kholodov R.I. Resonant generation of an electron–positron pair by two photons to excited Landau levels. ЖЭТФ. 2015. Т.148. №5. С.931-936; JETP. 2015. V.121. №5. P.813 - 819.

333. Dyachenko M.M., Novak O.P., Kholodov R.I. A cascade of $e^{-}e^{+}$ pair production by a photon with subsequent annihilation to a single photon in a strong magnetic field. Laser Phys. 2016. V.26. №6. P.066001(6pp).
334. Khelemelya O.V., Kholodov R.I. Stopping power of an electron gas with anisotropic temperature. Mod.Phys.Lett. A. 2016. V.31. №13, P.1650081 (10pp).
335. Dyachenko M.M., Kholodov R.I. Energy losses of positive and negative charget particles in electron gas. Mod.Phys.Lett. A. 2017. V.32. №6. P.1750031 (9pp).
336. Khelemelya O.V., Kholodov R.I. The influence of the external magnetic field on energy losses of a charged particle in an electron gas. Prob.Atom.Sci.Tech. 2017. №1. P.68-71.
337. Fomin P.I., Kholodov R.I. Polarization effects in synchrotron radiation in strong magnetic field. The 1-st international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2001. October 30 - November 3. 2001: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2001. P.154-156.
338. Fomin P.I., Kholodov R.I. Resonance scattering of a photon by an electron and resonance radiation of two photons by an electron in the strong magnetic field. The 6-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM'2004. September 6-9. 2004: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2004. P. 134-136.
339. Fomin P.I., Kholodov R.I. Resonant photoproduction of the electron-positron pair with photon emission in strong magnetic field. The 7-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM'2005. September 15-17. 2005: proceedings. Yalta. Ukraine. 2005. P. 27-29.
340. Fomin P.I., Kholodov R.I. Resonant production of electron-positron pair by a photon with photon emission in strong magnetic field. International conference Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy. NPAE'2006. Mai 29-June 3. 2006: abstract. Kyiv. Ukraine. 2006. P. 82-83.

341. Fomin P.I., Kholodov R.I. Polarization and spin effects in Compton scattering in magnetic field. The 11-th International conference Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. MMET2006. June 26-29. 2006: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2006. P.463-465.
342. Fomin P.I., Kholodov R.I. Resonant photoproduction of e^+e^- pair with photon emission in magnetic field. The 2-nd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2006. September 19-23. 2006: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2006. P.89.
343. Fomin P.I., Kholodov R.I. Photoproduction of electron-positron pair in strong magnetic field under heavy ion collision. The XVIII-th international Baldin seminar on high energy physics problems. Baldin ISHEPP XVIII. September 25-30. 2006: abstract. Dubna. RF. 2006. P.52.
344. Fomin P.I., Kholodov R.I. Change of photon polarization in magnetic field. The 9-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2008. October 2 – 4. 2008: proceedings. Alushta. Crimea. Ukraine. 2008. P. 17-19.
345. Novak O.P., Kholodov R.I. Polarization and spin effects in processes of synchrotron radiation and pair creation in strong magnetic field. The 9-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2008. October 2 – 4. 2008: proceedings. Alushta. Crimea. Ukraine. 2008. P. 11-13.
346. Fomin P.I., Kholodov R.I. Nonresonant photoproduction of an electron-positron pair with radiation of a photon. The 10-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM’2010. September 12–14. 2010: proceedings. Sevastopol. Crimea. Ukraine. 2010. P. 229–231.
347. Novak O.P., Kholodov R.I. Spin-polarization effects in QED-processes in a pulsar magnetosphere. The 10-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM’2010. September 12–14. 2010: proceedings. Sevastopol. Crimea. Ukraine. 2010. P. 232–234.

348. Novak O.P., Kholodov R.I. Pair production by an electron to ground levels in a magnetic field. The 3-rd international conference Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy. NPAE'2010. June 7–12. 2010: abstract. Kyiv. Ukraine. 2010. P. 52.

349. Новак А.П., Холодов Р.И., Фомин П.И. Образование электрон-позитронных пар электроном в магнитном поле вблизи порога процесса. IX-я конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям. 21-25 февраля. 2011: тезисы докладов. Харьков. 2011. С.77.

350. Fomin P.I., Kholodov R.I. Electron-positron pair photoproduction with radiation of a photon in magnetic field at nonresonant regime. The 3-rd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2011. August 29- September 2. 2011: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2011. P.71-72.

351. Novak O.P., Kholodov R.I. Threshold electron-positron pair production by a polarized electron in a strong magnetic field. The 3-rd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2011. August 29- September 2. 2011: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2011. P.77-78.

352. Novak O.P., Kholodov R.I. Soliton-like behavior of electrons in the electron cooling. The 12-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM'2013. September 11–13. 2013: proceedings. Sudak. Crimea. Ukraine. 2013. P. 61–63.

353. Новак А.П., Холодов Р.И. Моделювання явищ в магнітосфері методом particle in cell. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ'2014. квітень 16-17. 2014: матеріали конференції. Суми. Україна. 2014. С.45-48.

354. Diachenko M.M., Kholodov R.I. Electron cooling of antiprotons with the second Born approximation. The 11-th Topical Workshop of the Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration. SPARC2014. October 13-17. 2014: abstract. Worms. Germany. 2014. P. 4.

355. Diachenko M.M., Novak O.P., Kholodov R.I. Two photon electron-positron pair production in magnetic field of colliding nuclei. The 11-th Topical Workshop of the Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration. SPARC2014. October 13-17. 2014: abstract. Worms. Germany. 2014. P. 5.
356. Khelemelya O.V., Kholodov R.I. The influence of the anisotropic temperature of the electron gas on energy losses of a charged particle in a plasmas. International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF-2014. September 15-18. 2014: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2014. P.62.
357. Novak O., Fomina A., Kholodov R. Modeling of electron reflection from the upper Jupiter magnetosphere. International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF-2014. September 15-18. 2014: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2014. P.80.
358. Хелемеля О.В., Холодов Р.І. Втрати важкої зарядженої частинки в плазмі з врахуванням температури електронного газу. Школа семінар «Багатомасштабне моделювання фізичних процесів у конденсованих середовищах». M3PhysProc.2014. жовтень 21-22. 2014: абстракт. Суми. Україна. 2014. С.28.
359. Хелемеля О.В., Холодов Р.І. Втрати зарядженої частинки в замагніченому електронному газі із врахуванням температури електронів. XXI щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України. січень 27-31. 2014: абстракт. Київ. Україна. 2014. С.157.
360. Дяченко М.М., Холодов Р.І.. Резонансне народження електрон-позитронної пари двома фотонами в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2015. квітень 15-16. 2015: матеріали конф. Суми. Україна. 2015. С. 25-27.
361. Хелемеля О.В., Холодов Р.І. Вплив анізотропної температури електронів на гальмівну здатність у плазмі. XXII щорічна наукова конференція

Інституту ядерних досліджень НАН України. січень 26-30. 2015: абстракт. Київ. Україна. 2015. С.156-157.

362. Дяченко М.М., Холодов Р.І. Резонансні ефекти при розповсюдженні фотонів в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ2016. квітень13-14. 2016: материали конф. Сумию Українаю 2016ю С.77–78.
363. Нікішкін І.І., Холодов Р.І. Моделювання електрон-антипротонного газу в електростатичному наближенні методом PIC. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2016. квітень13-14. 2016: матеріали конференції. Суми. Україна. 2016. С.96–97.
364. Новак А.П., Холодов Р.И. Матричні елементи іонізації в полі двох центрів. XIV-я конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям. 22-25 марта. 2016: тезисы докладов. Харьков. 2016. С.23.
365. Khelemelya O.V., Kholodov R.I. The influence of the external magnetic field on energy losses of a charged particle in an electron gas. International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF-2016. September 12-15. 2016: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2016. P.74.
366. Дяченко М.М., Холодов Р.І. Каскадне народження електрон-позитронної пари фотоном та послідовна анігіляція в один фотон в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2017. 12-13 квітня. 2017: матеріали конференції. Суми. Україна. С. 22 – 23.
367. Фомін П.І., Холодов Р.І. До теорії резонансних квантово-електродинамічних процесів у зовнішньому магнітному полі. УФЖ. 1999. Т.44. №12. С.1526-1529.
368. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука. 1984. 603 с.
369. Бимс Дж.В. Двойное лучепреломление в электрическом и магнитном поле. УФН. 1933. Т.13. С.209-252.

370. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа. 1978. 407с.
371. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В., Ситенко А.Г., Степанов К.Н. Электродинамика плазмы. М.: Наука. 1974. 720с.
372. Мун Ф. Хаотические колебания. М: Мир. 1990. 312с.

ДОДАТОК А

Список публікацій здобувача за темою дисертації

1. Наукові статті, в яких опубліковано основні наукові результати

1. **Kholodov R.I.**, Baturin P.V. Polarization effect in synchrotron radiation in ultra-quantum approximation. УФЖ. 2001. Т.46. №5-6. С.621-626.
2. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Polarization effects in synchrotron radiation in strong magnetic field. Prob.Atom.Sci.Tech. 2001. №6(1). P.154-156.
3. Ворошило О.І., **Холодов Р.І.** Функція Гріна електрона в постійному однорідному магнітному полі і довільному полі плоскої хвилі. УФЖ. 2002. Т.47. №4. С.317-321.
4. Фомин П.И., **Холодов Р.И.** Резонансное двойное магнитотормозное излучение в сильном магнитном поле. ЖЭТФ. 2003. Т.123. №2. С.356-361; JETP. 2003. Vol.96. P.315-320.
5. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Photoproduction of the e^+e^- pair with photon emission kinematics in strong magnetic field. Prob. Atom.Sci.Tech. 2005. №6. P.43-45.
6. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonant photoproduction of e^+e^- pair with photon emission in strong magnetic field. Prob. Atom.Sci.Tech. 2007. №3. P.179-183.
7. Novak A.P., **Kholodov R.I.** Polarization Effects in the Photon-induced Process of Electron-Positron Pair Creation in a Magnetic Field. Studied in the Ultra-Quantum-Mechanical Approximation. УФЖ. 2008.Т.53. №2.С.187-195.
8. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Spin-polarization effects in the processes of synchrotron radiation and electron-positron pair production by a photon in a magnetic field. Phys. Rev. D. 2009. Vol.80. P.025025 (11pp.).
9. Новак О.П., **Холодов Р.И.,** Фомин П.И. Рождение электрон-позитронной пары электроном в магнитном поле вблизи порога процесса. ЖЭТФ. 2010. Т.137. №6. С.1120–1125.

10. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Electron-positron pair photo-production with radiation of a photon in magnetic field at nonresonant regime. Prob.Atom.Sci.Tech. 2012. №1. P.111-114.
11. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Threshold electron-positron pair production by a polarized electron in a strong magnetic field. Prob.Atom.Sci.Tech. 2012. №1. P.102-104.
12. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Electron-positron pair production by an electron in a magnetic field in the resonant case. Phys. Rev. D. 2012. Vol.86. P.105013 (6pp).
13. Vechirka V.P., Kravchenko S.M., Kul'ment'ev A.I., **Kholodov R.I.** Relaxation time of the particle beam with an anisotropic velocity distribution. Journal of Nano- and Electronic Physics. 2012. Vol.4. №3. P.03024 (3pp).
14. Дяченко М.М., Мирошніченко В.І., **Холодов Р.І.** Електрична сприйнятливість замагніченої електронної плазми з урахуванням анізотропії температури в рамках квантової теорії поля. Доповіді Національної академії наук України. 2012. № 10. С.70-76.
15. Khelemelya O.V., **Kholodov R.I.** Quantum field methods in the electron cooling. Prob.Atom.Sci.Tech. 2013. №3. P.53-57.
16. Хелемеля О.В., **Холодов Р.І.,** Мирошниченко В.І. Диелектрична модель енергетичних втрат важкої зарядженої частинки при русі в холодному замагніченому електронному газі. УФЖ. 2013. Т.58. №8. С.725-734.
17. Дяченко М.М., Новак О.П., **Холодов Р.І.** Порогове резонансне двофотонне народження e^-e^+ пари в сильному магнітному полі на найнижчі рівні Ландау. УФЖ. 2014. Т.59. №9. С.849-855.
18. Khelemelya O.V., **Kholodov R.I.** The influence of the anisotropic temperature of the electron gas on energy losses of a charged particle in a plasma. Prob.Atom.Sci.Tech. 2015. №1. P.69-72.
19. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Soliton-like solutions in scattering of electrons by an ion in magnetized plasma. Physica Scripta. 2015. Vol.90. P.045601(4pp).

20. Dyachenko M.M., Novak O.P., **Kholodov R.I.** Pair production in a magnetic field and radiation field in a pulsar magnetosphere. Mod.Phys.Lett A. 2015. Vol.30. №25. P.1550111(10pp).
21. Dyachenko M.M., Novak O.P., **Kholodov R.I.** Resonant generation of an electron–positron pair by two photons to excited Landau levels. ЖЭТФ. 2015. Т.148. №5. С.931-936; JETP. 2015. Vol.121. №5. P.813 - 819.
22. Dyachenko M.M., Novak O.P., **Kholodov R.I.** A cascade of e^-e^+ pair production by a photon with subsequent annihilation to a single photon in a strong magnetic field. Laser Phys. 2016. Vol.26. №6. P.066001(6pp).
23. Khelemelya O.V., **Kholodov R.I.** Stopping power of an electron gas with anisotropic temperature. Mod.Phys.Lett. A. 2016. Vol.31. №13. P.1650081 (10pp).
24. Dyachenko M.M., **Kholodov R.I.** Energy losses of positive and negative charget particles in electron gas. Mod.Phys.Lett. A. 2017. Vol.32. №6. P.1750031 (9pp).
25. Khelemelya O.V., **Kholodov R.I.** The influence of the external magnetic field on energy losses of a charged particle in an electron gas. Prob.Atom.Sci.Tech. 2017. №1. P.68-71.

2. Наукові праці апробаційного характеру

1. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Polarization effects in synchrotron radiation in strong magnetic field. The 1-st international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2001. October 30 -November 3. 2001: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2001. P.154-156.
2. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonance scattering of a photon by an electron and resonance radiation of two photons by an electron in the strong magnetic field. The 6-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2004. September 6-9. 2004: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2004. P. 134-136.

3. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonant photoproduction of the electron-positron pair with photon emission in strong magnetic field. The 7-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2005. September 15-17. 2005: proceedings. Yalta. Ukraine. 2005. P. 27-29.
4. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonant production of electron-positron pair by a photon with photon emission in strong magnetic field. International conference Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy. NPAE’2006. Mai 29-June 3. 2006: abstract. Kyiv. Ukraine. 2006. P. 82-83.
5. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Polarization and spin effects in Compton scattering in magnetic field. The 11-th International conference Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. MMET2006. June 26-29. 2006: proceedings. Kharkiv. Ukraine. 2006. P.463-465.
6. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Resonant photoproduction of e^+e^- pair with photon emission in magnetic field. The 2-nd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2006. September 19-23. 2006: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2006. P.89.
7. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Photoproduction of electron-positron pair in strong magnetic field under heavy ion collision. The XVIII-th international Baldin seminar on high energy physics problems. Baldin ISHEPP XVIII. September 25-30. 2006: abstract. Dubna. RF. 2006. P.52.
8. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Change of photon polarization in magnetic field. The 9-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2008. October 2–4. 2008: proceedings. Alushta. Crimea. Ukraine. 2008. P. 17-19.
9. Novak O. P., **Kholodov R. I.** Polarization and spin effects in processes of synchrotron radiation and pair creation in strong magnetic field. The 9-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. LFNM’2008. October 2 – 4. 2008: proceedings. Alushta. Crimea. Ukraine. 2008. P. 11-13.

10. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Nonresonant photoproduction of an electron-positron pair with radiation of a photon. The 10-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM’2010. September 12–14. 2010: proceedings. Sevastopol. Crimea. Ukraine. 2010. P. 229–231.
11. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Spin-polarization effects in QED-processes in a pulsar magnetosphere. The 10-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM’2010. September 12–14. 2010: proceedings. Sevastopol. Crimea. Ukraine. 2010. P. 232–234.
12. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Pair production by an electron to ground levels in a magnetic field. The 3-rd international conference Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy. NPAE’2010. June 7–12. 2010: abstract. Kyiv. Ukraine. 2010. P. 52.
13. Новак А.П., **Холодов Р.И.**, Фомин П.И. Образование электрон-позитронных пар электроном в магнитном поле вблизи порога процесса. IX-я конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям. 21-25 февраля. 2011: тезисы докладов. Харьков. 2011. С.77.
14. Fomin P.I., **Kholodov R.I.** Electron-positron pair photoproduction with radiation of a photon in magnetic field at nonresonant regime. The 3-rd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2011. August 29- September 2. 2011: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2011. P.71-72.
15. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Threshold electron-positron pair production by a polarized electron in a strong magnetic field. The 3-rd international conference Quantum Electrodynamics and Statistical Physics. QEDSP2011. August 29-September 2. 2011: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2011. P.77-78.
16. Novak O.P., **Kholodov R.I.** Soliton-like behavior of electrons in the electron cooling. The 12-th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling. LFNM’2013. September 11–13. 2013: proceedings. Sudak. Crimea. Ukraine. 2013. P. 61–63.

17. Новак О.П., **Холодов Р.І.** Моделювання явищ в магнітосфері методом particle in cell. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2014. квітень 16-17. 2014: матеріали конференції. Суми. Україна. 2014, С.45-48.
18. Diachenko M.M., **Kholodov R.I.** Electron cooling of antiprotons with the second Born approximation. The 11-th Topical Workshop of the Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration. SPARC2014. October 13-17. 2014: abstract. Worms. Germany. 2014. P. 4.
19. Diachenko M.M., Novak O.P., **Kholodov R.I.** Two photon electron-positron pair production in magnetic field of colliding nuclei. The 11-th Topical Workshop of the Stored Particles Atomic Physics Research Collaboration. SPARC2014. October 13-17. 2014: abstract. Worms. Germany. 2014. P. 5.
20. Khelemelia O.V., **Kholodov R.I.** The influence of the anisotropic temperature of the electron gas on energy losses of a charged particle in a plasmas. International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF-2014. September 15-18. 2014: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2014. P.62.
21. Novak O., Fomina A., **Kholodov R.** Modeling of electron reflection from the upper Jupiter magnetosphere. International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF 2014. September 15-18. 2014: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2014. P.80.
22. Хелемеля О.В., **Холодов Р.І.** Втрати важкої зарядженої частинки в плазмі з врахуванням температури електронного газу. Школа семінар «Багатомасштабне моделювання фізичних процесів у конденсованих середовищах». M3PhysProc 2014. жовтень 21-22. 2014: абстракт. Суми. Україна. 2014. С.28.
23. Хелемеля О.В., **Холодов Р.І.** Втрати зарядженої частинки в замагніченому електронному газі із врахуванням температури електронів. XXI щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України. січень 27-31. 2014: абстракт. Київ. Україна. 2014. С.157.

24. Дяченко М.М., **Холодов Р.І.** Резонансне народження електрон-позитронної пари двома фотонами в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2015. квітень 15-16. 2015: матеріали конференції. Суми. Україна. 2015. С. 25-27.
25. Хелемеля О.В., **Холодов Р.І.** Вплив анізотропної температури електронів на гальмівну здатність у плазмі. XXII щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України. січень 26-30. 2015: абстракт. Київ. Україна. 2015. С.156-157.
26. ДяченкоМ.М., **ХолодовР.І.** Резонансні ефекти при розповсюдженні фотонів в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ2016. квітень13-14. 2016: мат-ли конференції. Суми. Україна. 2016. С.77–78.
27. Нікішкін І.І., **Холодов Р.І.** Моделювання електрон-антипротонного газу в електростатичному наближенні методом PIC. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2016. квітень13-14. 2016: матеріали конференції. Суми. Україна. 2016. С.96–97.
28. Новак О.П., **Холодов Р.І.** Матричні елементи іонізації в полі двох центрів. XIV-я конференция по физике высоких энергий, ядерной физике и ускорителям. 22-25 марта. 2016: тезисы докладов. Харьков. 2016. С.23.
29. Khelemelia O.V., **Kholodov R.I.** The influence of the external magnetic field on energy losses of a charged particle in an electron gas, International conference-school on plasma physics and controlled fusion. ICPPCF-2016. September 12-15. 2016: abstract. Kharkiv. Ukraine. 2016. P.74.
30. Дяченко М.М., **Холодов Р.І.** Каскадне народження електрон-позитронної пари фотоном та послідовна анігіляція в один фотон в сильному магнітному полі. Сучасні проблеми експериментальної та теоретичної фізики. СПЕТФ’2017. 12-13 квітня. 2017: матеріали конференції. Суми. Україна. С. 22 – 23.