

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР  
«ХАРКІВСЬКИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**ГЛУЩЕНКО АНТОН В'ЯЧЕСЛАВОВИЧ**

УДК 537.611; 538.94

**КВАНТОВІ СТАНИ ТА ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ В МАГНЕТИКАХ ЗІ  
СПІНОМ  $S=1$  ТА  $SU(3)$  СИМЕТРІЄЮ ОБМІННОЇ ВЗАЄМОДІЇ**

01.04.02 – теоретична фізика

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Науково-виробничому комплексі "Відновлювальні джерела енергії та ресурсозберігаючі технології" (НВК ВДЕРТ) Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» Національної академії наук України.

**Науковий керівник:** доктор фізико-математичних наук, професор, **Ковалевський Михайло Юрійович**, Інститут теоретичної фізики імені О.І. Ахієзера Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України, провідний науковий співробітник відділу статистичної фізики та квантової теорії поля

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук, професор **Ковальов Олександр Семенович**, Фізико-технічний інститут низьких температур імені Б.І. Веркіна НАН України, провідний науковий співробітник

доктор фізико-математичних наук, професор **Ходусов Валерій Дмитрович**, Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна МОН України, завідувач кафедри теоретичної ядерної фізики та вищої математики імені О.І. Ахієзера

Захист відбудеться «15» січня 2019 р. о 17-30 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.845.02 при Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України за адресою: 61108, м. Харків, вул. Академічна, 1.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України за адресою: 61108, м. Харків, вул. Академічна, 1.

Автореферат розіслано «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради  
Д 64.845.02,  
канд. фіз.-мат. наук

\_\_\_\_\_ Кірдин А.І.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми дослідження.** Високоспінові магнетики, структурні елементи яких мають спіні  $s > 1/2$ , є областю сучасної фізики конденсованих середовищ. У таких багаточастинкових системах можливі нові колективні властивості матерії та незвичайні типи магнітного упорядкування. До них, зокрема, відносяться експериментально відкриті квадрупольні впорядкування, фази Хальдейна, стан спінового нематика, усі ці стани відсутні в магнетиках зі спіном  $s = 1/2$ .

Теоретичне обґрунтування появи незвичайних магнітних станів полягає у врахуванні магнітних ступенів свободи, які пов'язані з іншою унітарною симетрією  $SU(n)$ , ( $n > 2$ ) обмінної взаємодії. Такі фізичні стани виникають в холодних фермі-газах, високотемпературних надпровідниках, низькорозмірних напівпровідниках та високоспінових магнетиках. Групи унітарної симетрії  $SU(n)$ , ( $n > 2$ ) використовуються в фізиці високих енергій, теорії поля для класифікації адронів. Відкриття та дослідження багаточастинкових станів високоспінових магнетиків привели до необхідності уточнення ідеології їх статистичного опису, яка повинна враховувати наявність високої унітарної симетрії.

Об'єктами експериментальних досліджень вказаних магнітних станів є кристали  $TmZn$ ,  $TmCd$ ,  $CeAg$ . Спостережуваний стрибок теплоємності інтерпретується як фазовий перехід до квадрупольного магнітного стану.

Дослідження високоспінових магнетиків актуальні завдяки теоретичним та експериментальним роботам з фізики квазікристалічних структур, створених на основі технології оптичних ґраток. Можливість регулювання геометричних параметрів ґратки та, тим самим, інтенсивності міжчастинкової взаємодії робить її привабливою при вивченні незвичайних властивостей високоспінових магнетиків. Додатковий стимул пов'язаний з дослідженнями бозе-ейнштейнівської конденсації нейтральних атомів з ненульовим спіном.

Незважаючи на істотні успіхи у розумінні природи таких магнітних станів, для цих фізичних об'єктів залишилися невирішеними питання послідовного опису станів рівноваги, відсутня ясність у виборі необхідних додаткових макроскопічних параметрів стану, залишається відкритим питання класифікації магнітних станів рівноваги з  $SU(3)$  симетрією обмінної взаємодії в рамках мікроскопічної теорії. Неповною є картина феноменологічного опису релаксаційної динаміки багатопідґраткових магнетиків. Зростання рівня розуміння фізики таких систем і нові експериментальні можливості роблять актуальними дослідження незвичайних фазових станів та динамічних властивостей магнетиків зі спіном  $s = 1$ , яким присвячена ця дисертація.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана у Науково-виробничому комплексі "Відновлювані джерела енергії та ресурсозберігаючі технології" Національного наукового центру "Харківський фізико-технічний інститут" Національної академії наук України відповідно до тематичного плану за темами: Відомчого замовлення НАН України «Розробка наукових основ підвищення ефективності застосувань нових та альтернативних енергетичних установок, перспективних матеріалів та

ресурсозберігаючих технологій.» Шифр теми III-1-11(НВК ВДЕРТ) № держреєстрації 0111U009592, та «Розвиток наукових основ використання структурно складних функціональних матеріалів і середовищ у альтернативній енергетиці та ресурсозбереженні.» Шифр теми III-1-16(НВК ВДЕРТ) № держреєстрації 0116U005362.

**Мета та задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є дослідження фазових станів рівноваги та нерівноважних процесів в магнетиках зі спіном  $s=1$  у разі унітарної  $SU(3)$  симетрії обмінної взаємодії. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

- 1) отримати та розв'язати рівняння класифікації для параметрів порядку у стані статистичної рівноваги в умовах порушення магнітної  $SU(3)$  симетрії, а також у разі порушення магнітної і фазової симетрії в рамках мікроскопічної теорії;
- 2) побудувати гамільтонову механіку для опису динаміки однопідграткових та багатопідграткових магнетиків зі спіном  $s=1$ . Побудувати моделі обмінної енергії в термінах інваріантів Казіміра алгебри дужок Пуассона для магнітних ступенів свободи та знайти стійкі стани магнітного впорядкування;
- 3) отримати спектри колективних магнітних збуджень. Врахувати процеси релаксації та обчислити декременти затухання динамічних величин в станах спінового немагнетика та квадрупольного магнетика;
- 4) дослідити вплив зовнішнього змінного поля на динаміку магнетиків зі спіном  $s=1$  та обчислити низькочастотні асимптотики двочасових функцій Гріна в станах квадрупольного магнетика, спінового немагнетика та феромагнетика.

**Об'єктом дослідження** є одно- та багатопідграткові магнетики зі спіном  $s=1$ .

**Предметом дослідження** є зв'язок між  $SU(3)$  симетрією обмінної взаємодії та колективними властивостями однопідграткових та багатопідграткових магнетиків зі спіном  $s=1$ .

**Методи досліджень.** Для розв'язку задачі класифікації квантових станів використовувалися добре відомі методи квантової статистичної механіки. Дослідження ґрунтується на підході Гіббса та його узагальненні на вироджені стани рівноваги, яке виходить з концепції квазісередніх. Дослідження динаміки магнетиків зі спіном  $s=1$  проведено в рамках гамільтонового формалізму. У дисертації, також, застосовані теоретико-групові методи для вивчення симетрії магнітних станів; диференційно-геометричні та алгебраїчні методи математики та математичної фізики для розв'язку систем диференціальних рівнянь динаміки високоспінових магнетиків.

### **Наукова новизна отриманих результатів**

1. Розв'язана задача класифікації станів рівноваги магнетиків зі спіном  $s=1$  при порушенні магнітної та фазової симетрій. Вперше знайдений явний вид магнітних та надплинних параметрів порядку в термінах параметрів генератора залишкової симетрії. Показана можливість трьох різних надплинних станів рівноваги у разі спінорного параметра порядку і шести

станів рівноваги для параметра порядку надплинного спінового нематика. З'ясовано, що нетривіальні розв'язки для магнітних параметрів порядку існують при довільних значеннях параметрів генератора залишкової симетрії.

2. Розвинена гамільтонова механіка однопідграткових та багатопідграткових магнетиків зі спіном  $s=1$ . Побудована алгебра дужок Пуассона магнітних степенів свободи в базисах Вейля та Рака. Вперше отримано нелінійні рівняння динаміки магнетиків зі спіном  $s=1$  в багатопідгратковому випадку. Запропоновані моделі обмінної енергії як функції інваріантів Казимира, що узагальнюють вид гамільтоніана Гейзенберга на магнетики зі спіном  $s=1$ .
3. Отримані спектри колективних магнітних збуджень для квадрупольного, феро-квадрупольного, квадрупольно-нематичного, квадрупольно-антиферомагнітного, феро-нематичного упорядкування. Розглянуто вплив релаксаційних процесів та задана структура дисипативних потоків квадрупольного магнетика і спінового нематика. Обчислені декременти затухання магнітних ступенів свободи для цих станів.
4. Вперше обчислені низькочастотні асимптотики двочасових функцій Гріна для станів квадрупольного магнетика та спінового нематика.

**Наукове та практичне значення отриманих результатів.** В теорії конденсованих середовищ добре відомий підхід Гінзбурга-Ландау для дослідження фазових станів рівноваги. При описі фазових переходів другого роду даний підхід вимагає визначення явного виду вільної енергії як функції параметра порядку і тому з самого спочатку модельно залежний. Запропонований в даній дисертації підхід заснований на методі квазісередніх. Він використовує уявлення про залишкову симетрію стану рівноваги та вільний від зазначеної проблеми. Цей підхід дозволяє розглянути, як вироджені магнітні стани, так і стани в яких одночасно порушені фазова та магнітна симетрії.

З практичної точки зору, дослідження високоспінових магнетиків можуть привести до відкриття нових фізичних станів магнітних матеріалів. Інтерес до цих фізичних об'єктів також викликаний перспективою їх застосування в області нанотехнологій в якості наноматеріалу та в квантовій інформатиці. Інше можливе застосування - це зберігання інформації з високою щільністю, використання високоспінових магнетиків як конструкційного матеріалу квантового комп'ютера та застосування в техніці магнітного охолодження. Проведені в дисертації дослідження виявили нові можливі магнітні стани і встановили колективні властивості таких об'єктів.

**Особистий внесок здобувача.** В усіх статтях за темою дисертації здобувач приймав безпосередню участь на усіх стадіях їх виконання, включаючи обговорення постановки завдань, розробку й застосування теоретичних та комп'ютерних методів для їх розв'язання, змістовний аналіз результатів та їх підготовку до публікації. Зокрема, виконання теоретичних розрахунків та застосування методів комп'ютерної алгебри здійснені самотійно. Також самотійно сформульовані нові наукові результати та висновки, що виносяться до захисту.

По матеріалам досліджень були опубліковані наукові статті [1-8] у співавторстві. Особистий внесок здобувача в отримання опублікованих

результатів полягає у наступному. В роботі [1, 2], використовуючи уявлення про залишкову симетрію, сформульовані рівняння класифікації для спінорного та тензорного параметрів порядку. Також, отримано розв'язки цих рівнянь в загальному вигляді магнітної анізотропії при порушенні, як магнітної, так і фазової симетрій. В роботах [3, 4] були отримані нелінійні рівняння динаміки магнетиків зі спіном  $s=1$ , на основі яких розраховані спектри колективних збуджень для різних моделей енергії. В роботі [5] обчислено спектри колективних магнітних збуджень з урахуванням затухання в одно- та багатопіддраткових станах. В роботі [6] дано опис еволюції нерівноважних вироджених станів магнетиків зі спіном  $s=1$  і отримані динамічні рівняння, на основі яких обчислені низькочастотні асимптотики двочасових функцій Гріна та знайдені спектри колективних збуджень для станів квадрупольного магнетика та спінового немагнетика. В роботі [7, 8], для однорідної частини обмінної енергії, знайдено умови існування локальних мінімумів, які відповідають рівноважним значенням магнетика. Поряд з відомими хвилями (квадрупольними і голдстоунівськими для спінового немагнетика), були отримані іншого виду спектри колективних збуджень, які описують феро-квадрупольне збудження, а також квадро-нематичні, квадро-антиферомагнітні та антиферо-нематичні хвилі.

Таким чином, особистий внесок здобувача в отриманні результатів та положень дисертації, що підлягають захисту, є визначальним.

**Апробація результатів дисертації.** Основні результати роботи доповідалися та обговорювалися на наступних наукових конференціях, симпозіумах, форумах:

1. III International Conference for Professionals and Young Scientists "Low Temperature Physics" (14-18 May 2012, Kharkiv).
2. VIII международная конференция для молодых ученых «Современные проблемы математики и ее приложение в естественных науках и информационных технологиях» (27-28 апр. 2013 г., г. Харьков).
3. Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та прикладної фізики ЄВРИКА-2013 (15-17 трав. 2013 р., м. Львів).
4. Международная научная конференция «Дифференциальные уравнения и их приложения», (26-31 мая 2013 г., г. Белгород).
5. IV International Conference for Professionals and Young Scientists "Low Temperature Physics" (3-7 June 2013, Kharkiv).
6. Conference on Nonlinear Mathematical Physics: Twenty Years of JNMP (4-14 June 2013, Nordfjordeid).
7. Всеукраїнська наукова конференція "Математичне моделювання та математична фізика". Присвячена 80-річчю з дня народження Віктора Михайловича Глушкова (23-27 вересня 2013 р., м. Кременчук).
8. XI Міжнародна наукова конференція «Фізичні явища в твердих тілах» (3-6 груд. 2013 р, м. Харків).
9. XVIII Международная научная конференция молодых ученых и специалистов к 105-летию Н.Н. Боголюбова (ОМУС-2014) (24-28 февраля 2014г., г. Дубна).
10. XVI International Conference on Symmetry Methods in Physics (SYMPHYS-XVI) (13-18 Oct. 2014, Dubna).

11. VI Conference of Young Scientists Problems of theoretical physics dedicated to 105-th anniversary of M.M. Bogolyubov, (25-27 Nov. 2014, Kyiv).
12. International Conference «Spin physics, spin chemistry and spin technology», (1-5 June 2015, Saint Petersburg).
13. International Symposium Spin Waves 2015 (7-13 June 2015, Saint Petersburg).
14. International Young Scientists Forum on Applied Physics (YSF-2015) (29 Sep.- 2 Oct., 2015, Dnipropetrovsk).
15. VII International Conference for Professionals and Young Scientists “Low Temperature Physics” (6-10 June 2016, Kharkiv).
16. Bogolyubov Conference “Problem of Theoretical Physics” (24-26 May 2016, Kyiv).
17. VIII International Conference for Professionals and Young Scientists “Low Temperature Physics” (29 May-2 June 2017, Kharkiv).

**Публікації.** Результати наукових досліджень опубліковані у 8 статтях [1-8] в спеціалізованих періодичних наукових журналах і 17 тезах доповідей у збірниках матеріалів міжнародних наукових конференцій.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертація містить вступ, 4 розділи основного тексту, 7 рисунків в тексті, висновки та список використаних джерел з 133 найменувань на 11 сторінках, загальний обсяг дисертації - 141 сторінка.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтована актуальність дисертаційної роботи, визначені мета й основні задачі дослідження, методи розв'язання цих задач, зазначені новизна та наукове і практичне значення одержаних результатів.

**Перший розділ** присвячений огляду теоретичних та експериментальних робіт по вивченню магнітних систем зі спіном  $s=1$ . Проведено аналіз поточного стану зазначеної галузі досліджень та обговорені недосконалості наявних підходів, а також визначені питання, на які не дає відповіді існуюча теорія конденсованих середовищ для високоспінових систем. Обґрунтована мотивація напрямків та сформульовані завдання досліджень, які присвячені розвитку  $pf$  подоланню недоліків наявних напрацювань у цій галузі науки. Відповідям на поставлені питання і присвячені наступні розділи дисертаційної роботи.

У **другому розділі** досліджено рівноважні стани магнітних систем зі спіном  $s=1$  в разі спонтанно порушеної  $SU(3)$  симетрії стану рівноваги. Теоретичним фундаментом використаного мікроскопічного підходу, є концепція квазісередніх. Введення в рівноважний статистичний оператор

$$\hat{w} = \exp\left(\Omega - Y_a \hat{\gamma}_a - v \hat{F}\right)$$

нескінченно малого джерела  $\hat{F} = \int d^3x \left( f(\mathbf{x}) \hat{\Delta}(\mathbf{x}) + h.c. \right)$ , що є функціоналом оператора параметра порядку (ПП)  $\hat{\Delta}(\mathbf{x})$ , знижує симетрію стану рівноваги в

порівнянні з симетрією гамільтоніана та узагальнює розподіл Гіббса на вироджені конденсовані стани. Термодинамічні сили  $Y_a$  спряжені до адитивних інтегралів руху  $\hat{\gamma}_a \equiv \left( \hat{H}, \hat{N}, \hat{G}_{\alpha\beta} \right)$ , ( $a = 0, 4, \alpha\beta$ ) та ( $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ ) - спінові індекси. До них відносяться гамільтоніан  $\hat{H}$ , оператор числа частинок  $\hat{N}$  та генератор SU(3) симетрії  $\hat{G}_{\alpha\beta}$ , який зв'язаний з операторами спіна  $\hat{S}_\alpha$  та квадрупольної матриці  $\hat{Q}_{\alpha\beta}$  співвідношенням

$$\hat{G}_{\alpha\beta} = \int d^3x \left( \hat{\psi}_\alpha^+(\mathbf{x}) \hat{\psi}_\beta(\mathbf{x}) - \delta_{\alpha\beta} \hat{\psi}_\gamma^+(\mathbf{x}) \hat{\psi}_\gamma(\mathbf{x}) / 3 \right) = \hat{Q}_{\alpha\beta} + i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \hat{S}_\gamma / 2.$$

Функція  $f(\mathbf{x})$  задає рівноважні значення ПП та залежить від додаткових термодинамічних параметрів, які є предметом нашого дослідження. Термодинамічний потенціал  $\Omega$  визначається умовою нормування  $Sp \hat{w} = 1$ . Тут та далі, для простоти, ми вважаємо термодинамічні сили, що спряжені до магнітних інтегралів руху, рівними нулю. Нами сформульовані рівняння класифікації ПП, які використовують уявлення про залишкову симетрію стану рівноваги. Це означає, що статистичний оператор вироджених станів рівноваги задовольняє співвідношенню симетрії

$$\left[ \hat{w}, \hat{T} \right] = 0.$$

Генератор залишкової симетрії  $\hat{T}$  є лінійною комбінацією інтегралів руху, по відношенню до яких симетрія стану рівноваги порушена. У разі порушення магнітної симетрії, генератор залишкової симетрії містить тільки магнітні інтеграли руху

$$\hat{T}(b_\alpha, d_{\alpha\beta}) = b_\alpha \hat{S}_\alpha + d_{\alpha\beta} \hat{Q}_{\beta\alpha}.$$

Симетричний та безслідний тензор  $d_{\alpha\beta} = d_1(m_\alpha m_\beta - \delta_{\alpha\beta} / 3) + d_2(n_\alpha n_\beta - \delta_{\alpha\beta} / 3)$  разом з вектором  $\mathbf{b} = \mathbf{m} \cos \theta \cos \varphi + \mathbf{n} \cos \theta \sin \varphi + \mathbf{l} \sin \theta$  характеризують спонтанну магнітну анізотропію системи.

Квантові дужки Пуассона операторів параметра порядку спінового нематика  $\hat{\Delta}_{\alpha\beta}^{(s)}(\mathbf{x})$  та антиферромагнетика  $\hat{\Delta}_\beta(\mathbf{x})$  з магнітними інтегралами руху мають вигляд:

$$\begin{aligned} i \left[ \hat{S}_\alpha, \hat{\Delta}_\beta(\mathbf{x}) \right] &= -\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \hat{\Delta}_\gamma(\mathbf{x}), & i \left[ \hat{S}_\alpha, \hat{\Delta}_{\mu\nu}^{(s)}(\mathbf{x}) \right] &= -\varepsilon_{\alpha\sigma\mu} \hat{\Delta}_{\sigma\nu}^{(s)}(\mathbf{x}) + \varepsilon_{\alpha\sigma\nu} \hat{\Delta}_{\sigma\mu}^{(s)}(\mathbf{x}), \\ i \left[ \hat{Q}_{\alpha\beta}, \hat{\Delta}_\gamma(\mathbf{x}) \right] &= -\varepsilon_{\alpha\gamma\sigma} \hat{\Delta}_{\sigma\beta}(\mathbf{x}) - \varepsilon_{\beta\gamma\sigma} \hat{\Delta}_{\sigma\alpha}(\mathbf{x}), \\ i \left[ \hat{Q}_{\alpha\beta}, \hat{\Delta}_{\mu\nu}^{(s)}(\mathbf{x}) \right] &= \hat{\Delta}_\sigma(\mathbf{x}) (\varepsilon_{\mu\beta\sigma} \delta_{\alpha\nu} + \varepsilon_{\mu\alpha\sigma} \delta_{\beta\nu} + \varepsilon_{\nu\beta\sigma} \delta_{\alpha\mu} + \varepsilon_{\nu\alpha\sigma} \delta_{\beta\mu}) / 4. \end{aligned}$$



Виходячи з умови залишкової симетрії та представленої квантової алгебри, отримані рівняння класифікації ПП спінового немагнітика та антиферомагнітика:

$$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}(b_\beta\Delta_\gamma + 2d_{\beta\sigma}\Delta_{\gamma\sigma}^{(s)})=0, \quad \varepsilon_{\alpha\beta\mu}(d_{\alpha\nu}\Delta_\beta - 2\Delta_{\alpha\nu}^{(s)}b_\beta) + \varepsilon_{\alpha\beta\nu}(d_{\alpha\mu}\Delta_\beta - 2\Delta_{\alpha\mu}^{(s)}b_\beta)=0.$$

Загальний розв'язок цих рівнянь отримано в термінах параметрів генератора залишкової симетрії. З'ясовано, що нетривіальний розв'язок для магнітних ПП існує при довільних значеннях параметрів генератора залишкової симетрії.

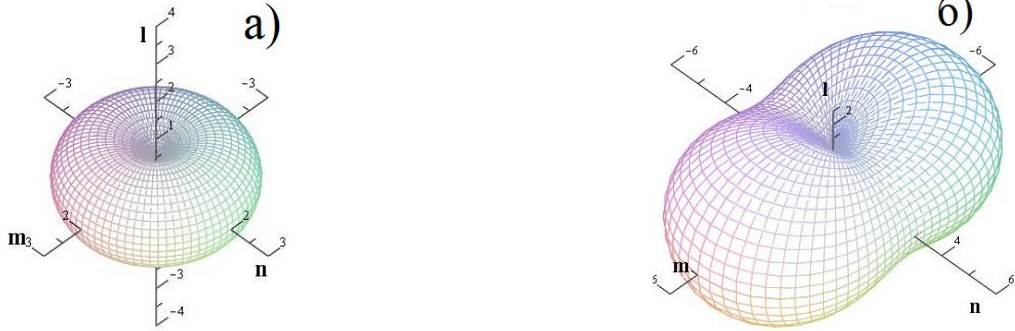


Рис. 1. Модуль антиферомагнітного параметру порядку  $|\Delta|$ , як функції полярного та азимутального кутів. а) в одновісному  $d_1=d_2=1$  випадку; б) двовісному  $d_1=1, d_2=-1$  випадку.

Як видно з представлених рисунків, в одновісному випадку матриці  $\hat{d}$  (рис. 1а) поверхня змінюється тільки уздовж однієї осі **1**. У другому випадку, коли матриця  $\hat{d}$  приймає двовісний вид (дивитися рис. 1б), поверхня змінюється в двох напрямках, уздовж осей **m** та **n**.

Розглянуто стани рівноваги зі спонтанно порушеною магнітною та фазовою симетрією, для яких оператор ПП  $\hat{\Delta}_\alpha(\mathbf{x}) \equiv \hat{\psi}_\alpha(\mathbf{x})$  лінійний по польовому оператору вторинного квантування. Генератор залишкової симетрії в цьому випадку має вид:

$$\hat{T}(b_\alpha, d_{\alpha\beta}, c) \equiv b_\alpha \hat{S}_\alpha + d_{\alpha\beta} \hat{Q}_{\beta\alpha} + c \hat{N}.$$

Отримано рівняння класифікації для спірного ПП  $\Delta_\alpha = Sp \hat{w} \hat{\Delta}_\alpha(\mathbf{x})$ :

$$D_{\alpha\beta}(\xi) \Delta_\beta(\mathbf{x}) = 0, \\ D_{\alpha\beta}(\xi) \equiv i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} b_\gamma - d_{\alpha\beta} - c \delta_{\alpha\beta}.$$

Умова існування нетривіального розв'язку  $\det \hat{D}(\xi) = c^3 + p_1 c + q_1 = 0$ , де введені позначення  $q_1 \equiv -\cos^2 \theta (d_1 \cos^2 \varphi + d_2 \sin^2 \varphi) + (d_1 + d_2 + tr(\hat{d})^3) / 3$ , та  $p_1 \equiv -1 - tr(\hat{d})^2 / 2$  класифікують можливі надплинні стани. Наведемо деякі випадки розв'язку цих рівнянь:

**Випадок 1.**  $\mathbf{b} = \mathbf{1}, \hat{d} = 0$ : стан одновісної анізотропії. Отримано три розв'язки:

1) при  $c_1 = 0$ , ПП має вид  $\underline{\Delta}_1 = \sqrt{n_0} e^{ix} \mathbf{1}$  та відповідає полярній фазі; при  $c_{\pm} = \pm 1$  вид ПП  $\underline{\Delta}_{\pm} = \sqrt{n_0/2} e^{ix} (\mathbf{m} \mp i \mathbf{n})$  відповідає феромагнітній фазі.

**Випадок 2.**  $\mathbf{b} = 0, d_1 \neq 0, d_2 = 0$ : Анізотропія фізичного стану одновісна і направлена по осі  $\mathbf{m}$ . При  $c_1 = -2d_1/3$ : спіновий ПП має вид  $\underline{\Delta}_1 = \sqrt{n_0} e^{ix} \mathbf{m}$ , при  $c_{2,3} = d_1/3$ , маємо ПП  $\underline{\Delta}_{2,3} = \sqrt{n_0} (B\mathbf{n} + C\mathbf{1})$ . Комплексні числа  $B, C$  зв'язані співвідношенням  $BB^* + CC^* = 1$  та мають фізичний зміст додаткових термодинамічних параметрів, які характеризують стан рівноваги.

Отримано аналітичні розв'язки спінового ПП  $\underline{\Delta}_i = \underline{\Delta}_i(\theta, \varphi, d_1, d_2)$ , для усіх трьох значень величин  $c_i$  при довільних параметрах генератора залишкової симетрії.

Досліджено надплинні стани бозе-системи зі спіном  $s=1$ , в яких оператор ПП білінійний по польовому оператору вторинного квантування  $\hat{\Delta}_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) \equiv \hat{\psi}_{\alpha}(\mathbf{x}) \hat{\psi}_{\beta}(\mathbf{x})$ , (парний конденсат). Тензорний параметр порядку  $\Delta_{\alpha\beta} = Sp \hat{w}(\xi) \hat{\Delta}_{\alpha\beta}(\mathbf{x})$  симетричний та зв'язаний з ПП надплинної спінового нематика  $\Delta^{(s)}_{\alpha\beta}$  співвідношенням  $\Delta^{(s)}_{\alpha\beta} = \Delta_{\alpha\beta} - \Delta_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} / 3$ . Для тензорного ПП отримані рівняння класифікації

$$2c\hat{\Delta} - i(\hat{\varepsilon}(\mathbf{b})\hat{\Delta} + \hat{\Delta}\hat{\varepsilon}(\mathbf{b})) + \hat{d}\hat{\Delta} + \hat{\Delta}\hat{d} = 0.$$

З умови існування ненульових значень ПП

$$\det \hat{D}(\xi) = (c^3 + p_1 c + q_1)(c^3 + p_1 c / 4 - q_1 / 8) = 0$$

знайдені шість розв'язків  $c(p), (p=1, \dots, 6)$ , які класифікують надплинні стани тензорного ПП. Дискретні величини  $c(p)$  при  $(p=1, 2, 3)$  для спінового та тензорного ПП збігаються. Однак, у випадку з тензорним ПП існує додаткова гілка розв'язків  $c(p)$  ( $p=4, 5, 6$ ) з іншим характером магнітної анізотропії надплинних станів. Показано збіг знайдених розв'язків ПП при  $(p=1, 2, 3)$  та  $\hat{d} = 0$  з відомими результатами інших авторів.

На відміну від класифікаційної процедури для надплинної He-3, стани рівноваги якого характеризуються двома квантовими числами  $m_s = 0, \pm 1$  та  $m_l = 0, \pm 1$ , надплинні стани, які вивчалися в дисертації, класифікуються квантовими функціями  $c(p)$ , що побудовані з інваріантів параметрів спонтанної магнітної анізотропії.

У **третьому розділі**, на основі гамільтонового підходу отримані рівняння динаміки однопідградкових магнетиків зі спіном  $s=1$ . Формулювання гамільтонового підходу для опису нерівноважних процесів в магнетиках передбачає вибір певного набору динамічних змінних, для яких вводиться

пуассонівська структура. Виходячи з інваріантності кінематичної частини лагранжіана, по відношенню до нескінченно малим канонічним перетворень, знайдені дужки Пуассона для щільності генератора SU(3) симетрії - матриці  $\hat{g}(\mathbf{x})$  в базисі Вейля

$$\{g_{\alpha\beta}(\mathbf{x}), g_{\gamma\rho}(\mathbf{x}')\} = (g_{\gamma\beta}(\mathbf{x})\delta_{\alpha\rho} - g_{\alpha\rho}(\mathbf{x})\delta_{\gamma\beta})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}').$$

Інваріанти Казимира цієї алгебри дужок Пуассона мають вид  $g_n(\mathbf{x}) \equiv \text{tr} \hat{g}^n(\mathbf{x})$ ,  $\{g_n(\mathbf{x}), g_{\alpha\beta}(\mathbf{x}')\} = 0$ ,  $n = 2, 3$ . Магнітними ступенями свободи є: спіновий вектор -  $s_\alpha$  та квадрупольна матриця -  $q_{\alpha\beta}$ , які зв'язані з матрицею  $\hat{g}$  співвідношеннями  $s_\alpha = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}g_{\beta\gamma}$ ,  $q_{\alpha\beta} = (g_{\alpha\beta} + g_{\beta\alpha})/2$ .

Для однопідградкових магнетиків гамільтоніан є функціоналом матриці  $\hat{g}(\mathbf{x})$ :  $H = H(\hat{g}(\mathbf{x}))$ . У разі SU(3) симетрії обмінного гамільтоніана, набір інтегралів руху складається з гамільтоніану та матриці  $\hat{G} \equiv \int d^3x \hat{g}(\mathbf{x})$ . Аналітичний вид SU(3) симетричного модельного гамільтоніана однопідградкових магнетиків зі спіном  $s=1$  обраний відповідно до відомого гамільтоніану Гейзенберга

$$H = 2 \int d^3x d^3x' J(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \text{Sp} \hat{g}(\mathbf{x}) \hat{g}(\mathbf{x}').$$

Щільність обмінної енергії, що відповідає цьому гамільтоніану, в наближенні малих просторових градієнтів має вигляд

$$e = e_o + e_n = e_o(g_2) + \bar{J} \text{tr}(\nabla_k \hat{g})^2 / 2.$$

Для магнітних ступенів свободи отримані матричні рівняння динаміки

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = \bar{J}[\hat{q}, \Delta \hat{q}] + \bar{J}[\Delta \hat{\varepsilon}, \hat{\varepsilon}], \quad \dot{\hat{q}} = \bar{J}[\Delta \hat{\varepsilon}, \hat{q}] + \bar{J}[\Delta \hat{q}, \hat{\varepsilon}],$$

де  $(\hat{\varepsilon})_{\alpha\beta} \equiv \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} s_\gamma / 2$ . Ці рівняння є узагальненням нелінійного рівняння Ландау-Ліфшиця на випадок однопідградкових магнетиків зі спіном  $s=1$ .

В роботі знайдено спектри колективних збуджень біля станів рівноваги феромагнетика  $\mathbf{s}_0$  та одновісного квадрупольного магнетика  $q_{\alpha\beta}^0 = q_0(e_\alpha^0 e_\beta^0 - \delta_{\alpha\beta} / 3)$ :

1) При  $s_0 = q_0 = 0$  - парамагнітний стан. Спектри є виродженими.

2) Феромагнітний стан -  $s_0^2 \neq 0, q_0 = 0$ . Спектри спінових хвиль мають такий вигляд:  $\omega = \bar{J}k^2 s_0$ ,  $\omega = \bar{J}k^2 s_0 / 2$ .

3) Квадрупольний магнітний стан -  $s_0 = 0, q_0 \neq 0$ . Отримано спектр квадрупольної хвилі:  $\omega = \bar{J}k^2 q_0$ .

4). Феро-квадрупольний стан  $s_0 \neq 0, q_0 \neq 0$ . Спектри магнітних збуджень мають вид

$$\begin{aligned} \omega &= \bar{J}k^2 s_0, \quad \omega = |q_0 \pm s_0 / 2| \bar{J}k^2 && \text{при } \vec{s}_0 \parallel \vec{e}_0; \\ \omega &= \sqrt{q_0^2 + s_0^2} \bar{J}k^2, \quad \omega = \frac{1}{2} \left( \sqrt{q_0^2 + s_0^2} \pm q_0 \right) \bar{J}k^2 && \text{при } \vec{s}_0 \perp \vec{e}_0 \end{aligned}$$

У цьому ж розділі знайдені спектри колективних збуджень для довільних напрямків векторів  $\vec{s}_0$  та  $\vec{e}_0$ . В цьому феро-квадрупольному стані середовища існують три невідроджені спектри колективних магнітних збуджень  $\omega_{1,2,3}(k, \theta)$ , які також залежать від кута між осями анізотропії  $\mathbf{s}$  та  $\mathbf{e}$ , який в свою чергу визначається співвідношенням  $\cos\theta = \mathbf{se}/s$ .

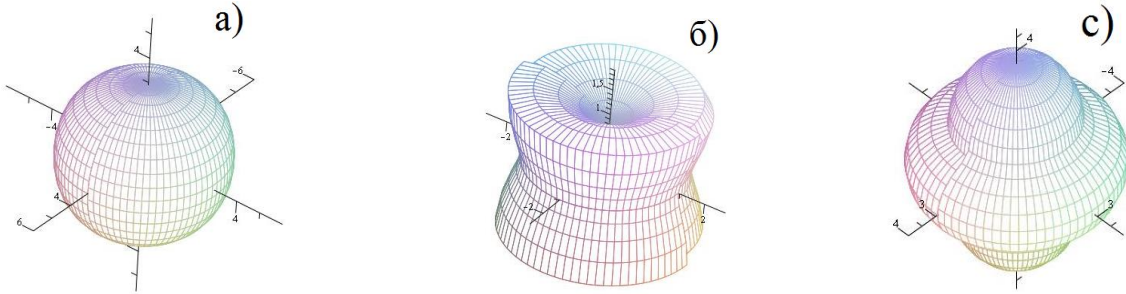


Рис. 2. Спектри колективних магнітних збуджень. а), б), с) – відповідають трьом різним спектрам  $\omega_1(k, \theta)$ ,  $\omega_2(k, \theta)$ ,  $\omega_3(k, \theta)$ .

З представлених рисунків (рис. 2) ми бачимо, що вектор спіна та вісь квадрупольної матриці в стані рівноваги можуть мати три різні анізотропні розв'язки.

Розглянута релаксаційна динаміка однопідградкових магнетиків зі спіном  $s=1$ . Знайдена структура дисипативних потоків щільності адитивних інтегралів руху в рівняннях динаміки та з'ясовано, що фізична система характеризується трьома кінетичними коефіцієнтами: теплопровідності  $\kappa$ , спінової дифузії  $\sigma_{\alpha\beta}$  та квадрупольної дифузії  $\sigma_{\alpha\beta, \gamma\rho}$ . Встановлена тензорна структура цих коефіцієнтів для різних типів магнітного упорядкування. Вираховані декременти загасання спектрів колективних збуджень для ряду магнітних станів середовища.

1) Парамагнітний стан  $s_0 = q_0 = 0$ : наведемо коефіцієнти затухання спінової хвилі:  $\omega_s = i\Gamma_s$ ,  $\Gamma_s \sim Ak^2 + Bk^4$  та квадрупольної хвилі:  $\omega_q = i\Gamma_q$ ,  $\Gamma_q \sim Ck^2 + Dk^4$ .

2) Феромагнітний стан  $s_0 \neq 0, q_0 = 0$ : знайдені коефіцієнти затухання поздовжньої  $\Gamma_{s_{\parallel}} \sim Ak^2 + Bk^4$  та поперечної  $\Gamma_{s_{\perp}} \sim Ck^4$  компонент спіна, а також модуля квадрупольної матриці  $\Gamma_q \sim Dk^2 + Ek^4$ .

3) Одновісний спіновий нематик:  $s_0 = 0, q_0 \neq 0$ . Отримано коефіцієнти затухання в спектрах колективних збуджень: для поздовжньої і поперечної складових спінового моменту  $\Gamma_{s_{\parallel}} \sim Ak^2 + Bk^4$ ,  $\Gamma_{s_{\perp}} \sim Ck^4$ . Декременти затухання обчислені для модуля та осі анізотропії квадрупольної матриці  $\Gamma_q \sim Dk^2 + Ek^4$ ,

$\Gamma_e \sim Fk^4$ . Тут  $A, B, C, D, E, F$  - певні функції кінетичних коефіцієнтів та констант обмінної взаємодії.

В цьому розділі також знайдені низькочастотні асимптотики двочасових функцій Гріна. Поблизу квадрупольного магнітного стану рівноваги ( $s_0 = 0, \hat{q}_0 \neq 0$ ) отримані вирази асимптотик функцій Гріна двох довільних квазілокальних операторів  $G_{a,b}(\mathbf{k}, \omega)$  в термінах базисних функцій Гріна магнітних ступенів свободи. Для базисних функцій Гріна отримано вирази

$$G_{s_\alpha, s_\beta}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{2\bar{J}k^2 q_0^2 \delta_{\alpha\beta}^\perp(\mathbf{e})}{\Delta(\mathbf{k}, \omega)}, \quad G_{q_{\alpha\beta}, q_{\gamma\rho}}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{q_0^2 \bar{J}k^2 F_{\alpha\beta, \gamma\rho}(\mathbf{e})}{2\Delta(\mathbf{k}, \omega)},$$

$$G_{q_{\beta\gamma}, s_\alpha}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{i\omega q_0 F_{\beta\gamma}^\alpha(\mathbf{e})}{\Delta(\mathbf{k}, \omega)} = -G_{s_\alpha, q_{\beta\gamma}}(\mathbf{k}, \omega).$$

Тут  $\Delta(\mathbf{k}, \omega) \equiv \omega^2 - k^4 q_0^2 \bar{J}^2$  та тензори, що характеризують магнітну анізотропію функцій Гріна, визначаються рівностями

$$F_{\alpha\beta, \gamma\rho}(\mathbf{e}) = F_{\alpha\beta}^\mu(\mathbf{e}) F_{\gamma\rho}^\mu(\mathbf{e}), \quad F_{\beta\gamma}^\alpha(\mathbf{e}) \equiv 2\varepsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{e}) e_\gamma + 2\varepsilon_{\alpha\gamma}(\mathbf{e}) e_\beta, \quad \delta_{\mu\lambda}^\perp(\mathbf{e}) \equiv \delta_{\mu\lambda} - e_\mu e_\lambda.$$

При частоті  $\omega = 0$ , видно, що базисні функції Гріна  $G_{s_\alpha, s_\beta}(\mathbf{k}, 0)$  та  $G_{q_{\alpha\beta}, q_{\gamma\rho}}(\mathbf{k}, 0)$  мають особливість по хвильовому вектору, а функція Гріна  $G_{s_\alpha, q_{\beta\gamma}}(\mathbf{k}, 0)$  обертається в нуль:

$$G_{s_\alpha, s_\beta}(\mathbf{k}, 0) = 2\delta_{\alpha\beta}^\perp(\mathbf{e}) / \bar{J}k^2, \quad G_{q_{\alpha\beta}, q_{\gamma\rho}}(\mathbf{k}, 0) = F_{\alpha\beta, \gamma\rho}(\mathbf{e}) / 4\bar{J}k^2, \quad G_{s_\alpha, q_{\beta\gamma}}(\mathbf{k}, 0) = 0.$$

При хвильовому векторі  $\mathbf{k} = 0$ , базисні функції Гріна  $G_{s_\alpha, s_\beta}(0, \omega)$  та  $G_{q_{\alpha\beta}, q_{\gamma\rho}}(0, \omega)$  обертаються в нуль, а функція Гріна  $G_{s_\alpha, q_{\beta\gamma}}(0, \omega)$  має особливість по частоті:

$$G_{s_\alpha, s_\beta}(0, \omega) = G_{q_{\alpha\beta}, q_{\gamma\rho}}(0, \omega) = 0, \quad G_{s_\alpha, q_{\beta\gamma}}(0, \omega) = -iF_{\beta\gamma}^\alpha(\mathbf{e}) / \omega.$$

Для усіх отриманих виразів функцій Гріна виконується теорема Боголюбова про особливості типу  $1/k^2$ .

**В четвертому розділі** вивчені багатопідграткові магнетики зі спіном  $s=1$  з повним спонтанним порушенням  $SU(3)$  симетрії. Сформульована функціональна гіпотеза та встановлені дужки Пуассона для всього набору магнітних ступенів свободи. Повний набір магнітних ступенів багатопідграткових магнетиків складається з ермітових та безслідних  $3 \times 3$  матриць  $\hat{g}(\mathbf{x})$  та  $\hat{a}(\mathbf{x})$ , а їх дужки Пуассона мають вигляд

$$i\{g_{\alpha\beta}(\mathbf{x}), g_{\gamma\rho}(\mathbf{x}')\} = (g_{\gamma\beta}(\mathbf{x})\delta_{\alpha\rho} - g_{\alpha\rho}(\mathbf{x})\delta_{\gamma\beta})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'),$$

$$i\{a_{\alpha\beta}(\mathbf{x}), g_{\gamma\rho}(\mathbf{x}')\} = (a_{\gamma\beta}(\mathbf{x})\delta_{\alpha\rho} - a_{\alpha\rho}(\mathbf{x})\delta_{\gamma\beta})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'),$$

$$\{a_{\alpha\beta}(\mathbf{x}), a_{\gamma\rho}(\mathbf{x}')\} = 0.$$

Матриці  $\hat{a}(\mathbf{x})$  ми надаємо фізичний зміст параметра порядку вироджених станів багатопідграткових магнетиків зі спіном  $s=1$ . Загальна кількість магнітних ступенів свободи в таких магнетиках дорівнює шістнадцяти. Матриця  $\hat{a}(\mathbf{x})$  зв'язана з антиферомагнітним ПП  $\mathbf{n}$  співвідношенням:  $n_\alpha = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}a_{\beta\gamma}$ . Симетрична та безслідна частина матриці  $\hat{a}(\mathbf{x})$  визначає тензор  $m_{ik} = (a_{\alpha\beta} + a_{\beta\alpha})/2$ , який має фізичний зміст ПП спінового нематика.

Скобки Пуассона для вектора спіна  $\mathbf{s}(\mathbf{x})$  та ПП спінового нематика  $\hat{m}(\mathbf{x})$  формують замкнуту підалгебру. Цей випадок магнітних ступенів свободи описує стан феромагнітного спінового нематика. Використовуючи функціональну гіпотезу  $e = e(\mathbf{s}, \nabla\mathbf{s}, \hat{m}, \nabla\hat{m})$ , отримані рівняння динаміки

$$\dot{s}_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \left( \frac{\delta H}{\delta s_\beta} s_\gamma + \frac{\delta H}{\delta m_{\beta\lambda}} m_{\gamma\lambda} \right), \quad \dot{m}_{\beta\gamma} = -(\varepsilon_{\alpha\gamma\rho} m_{\rho\beta} + \varepsilon_{\alpha\beta\rho} m_{\rho\gamma}) \frac{\delta H}{\delta s_\alpha}.$$

Щільність обмінної енергії вибрана у вигляді  $e = e_0 + e_n$ , де неоднорідна частина енергії має вид  $e_n = \bar{J}(\nabla_k \mathbf{s})^2 / 2 + \bar{J} \text{Sp}((\nabla_k \hat{m})^2) / 2$ . Лінеаризація цих рівнянь веде до таких спектрів колективних збуджень:

1) стан  $\mathbf{s}_0 \neq 0, m_{\alpha\beta}^0 = m_0(e_\alpha^0 e_\beta^0 - \delta_{\alpha\beta} / 3)$  (феромагнітний спіновий нематик): спектри колективних збуджень мають вид:

$$\omega = \pm(P_0 + \bar{J}k^2)s_0 / 2 + \sqrt{(P_0 + \bar{J}k^2)(s_0^2(P_0 + \bar{J}k^2) + 4m_0^2 \bar{J}k^2)} / 2.$$

Величина  $P_0 \equiv \left. \frac{\partial e_0}{\partial s^2} \right|_0$  є активаційною частиною спектра та характеризує вплив однорідної частини моделі вільної енергії. Якщо  $\hat{m}_0 = 0$  та  $P_0 = 0$ , то спектри переходять в відомий результат для феромагнітного стану.

2) При  $\mathbf{s}_0 = 0, m_{\alpha\beta}^0 = m_0(e_\alpha^0 e_\beta^0 - \delta_{\alpha\beta} / 3)$  (спіновий нематик), спектри мають вид:

$$\omega = \sqrt{(P_0 + \bar{J}k^2)\bar{J}k} |m_0|.$$

Цей голдстоунівський спектр колективних збуджень відповідає раніше знайденим розв'язкам інших дослідників.

Для багатопідграткових магнетиків зі спіном  $s=1$  проведено облік дисипативних процесів. Встановлено структуру релаксаційних потоків щільності адитивних інтегралів руху та з'ясовано, що дисипативні процеси характеризуються кінетичними коефіцієнтами теплопровідності  $\kappa$ , спінової дифузії  $\sigma_{\alpha\beta}$  і спінової в'язкості  $c_{\alpha\beta}$ . Вирахувані декременти затухання спектрів колективних збуджень. Випишемо розв'язки для стану спінового нематика  $\mathbf{s}_0 = 0, \hat{m}_0 \neq 0$ : затухання поздовжньої частини спінової хвилі  $\Gamma_{s_{\parallel}} \sim Ak^2 + Bk^4$  та декремент затухання голдстоуновського спектра  $\Gamma \sim Ck^4$ .

Обчислені низькочастотні асимптотики двочасових функцій Гріна для багатопідграткових спінів  $s=1$  магнетиків з параметром порядку спінового нематика та  $SO(3)$  симетрією обмінної взаємодії:

$$G_{s_\alpha, s_\beta}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{\psi^2 m_0^2 \delta_{\alpha\beta}^\perp(\mathbf{l})}{A\Delta(\mathbf{k}, \omega)}, \quad G_{m_{\alpha\beta}, m_{\gamma\rho}}(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{4Am_0^2 F_{\alpha\beta, \gamma\rho}(\mathbf{l})}{\Delta(\mathbf{k}, \omega)},$$

$$G_{m_{\mu\lambda}, s_\alpha}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{im_0 \omega F_{\mu\lambda}^\alpha(\mathbf{l})}{\Delta(\mathbf{k}, \omega)} = -G_{s_\alpha, m_{\mu\lambda}}(\mathbf{k}, \omega).$$

Знаменник асимптотик функцій Гріна  $\Delta(\mathbf{k}, \omega) = \omega^2 + 2m_0^2 \bar{J} A k^2$ , задає їх полюсні особливості. З умови  $\Delta(\mathbf{k}, \omega) = 0$  отримуємо голдстоуновський спектр  $\omega = ck$ , де  $c = m_0 \sqrt{-2\bar{J}A}$  - швидкість магнітної хвилі. Наведемо асимптотику базисних функцій Гріна для деяких окремих випадків спінового нематика

$$G_{s_\alpha, s_\beta}(\mathbf{k}, 0) = -\delta_{\alpha\beta}^\perp(\mathbf{l})/A, \quad G_{s_\alpha, m_{\mu\lambda}}(\mathbf{k}, 0) = 0, \quad G_{m_{\alpha\beta}, m_{\gamma\rho}}(\mathbf{k}, 0) = -F_{\alpha\beta, \gamma\rho}(\mathbf{l})/2\bar{J}k^2,$$

$$G_{s_\alpha, s_\beta}(0, \omega) = 0, \quad G_{s_\alpha, m_{\mu\lambda}}(0, \omega) = -im_0 F_{\mu\lambda}^\alpha(\mathbf{l})/\omega, \quad G_{m_{\alpha\beta}, m_{\gamma\rho}}(0, \omega) = -Am_0^2 F_{\alpha\beta, \gamma\rho}(\mathbf{l})/\omega^2.$$

Порівнюючи формули низькочастотних асимптотик функцій Гріна для спінового нематика та квадрупольного магнетика, бачимо, що структура магнітної анізотропії цих асимптотик в обох магнітних станах збігається в силу збігу їх трансформаційних властивостей, щодо поворотів в спіновому просторі й зміні обігу часу. Однак, асимптотики функції  $G_{s_\alpha, s_\beta}(\mathbf{k}, 0)$  для зазначених двох станів істотно різні: для квадрупольного стану ця асимптотика містить розбіжність по хвильовому вектору, а для спінового нематика ця функція виходить на константу. Функція Гріна  $G_{q_{\alpha\beta}, q_{\gamma\rho}}(0, \omega)$  для квадрупольного магнетика обертається в нуль, в той час як для спінового нематика  $G_{m_{\alpha\beta}, m_{\gamma\rho}}(0, \omega)$  має квадратичну особливість по частоті.

## ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена дослідженню фазових станів рівноваги та нерівноважних процесів в магнетиках зі спіном  $s=1$  у разі унітарної  $SU(3)$  симетрії обмінної взаємодії. Ми використовували як мікроскопічний, так і макроскопічний підходи до вивчення таких магнітних середовищ. Дослідження проводилися у рамках методів, які не використовують модельні вирази вільної енергії як функції параметра порядку. Основні результати, отримані в дисертації, полягають у наступному.

1. Розв'язана задача класифікації станів рівноваги магнетиків зі спіном  $s=1$  при спонтанному порушенні магнітної симетрії, а також станів рівноваги зі спонтанно порушеною фазовою та магнітною симетріями. Вперше знайдений явний вид магнітних та надплинних параметрів порядку у

термінах термодинамічних параметрів генератора залишкової симетрії. Показана можливість існування трьох різних надплинних станів рівноваги у разі спірного параметра порядку та шести станів рівноваги для параметра порядку надплинного спінового нематика.

2. Побудована гамільтонова механіка однопідградкових та багатопідградкових магнетиків зі спіном  $s=1$ . Побудована алгебра дужок Пуассона магнітних ступенів свободи у базисах Вейля та Рака. Отримано нелінійні рівняння динаміки магнетиків зі спіном  $s=1$  у багатопідградковому випадку, які узагальнюють відомі рівняння Ландау-Ліфшиця. Запропоновані моделі обмінної енергії як функції інваріантів Казимира, що поширюють вид гамільтоніана Гейзенберга на магнетики зі спіном  $s=1$ . На цій основі вивчені магнітні стани рівноваги для однопідградкового та багатопідградкового випадків.
3. Знайдені спектри колективних магнітних збуджень для квадрупольного, феро-квадрупольного, квадрупольно-нематичного, квадрупольно-антиферомагнітного, феро-нематичного упорядкувань. Враховано вплив релаксаційних процесів та встановлено структуру дисипативних потоків квадрупольного магнетика та спінового нематика. Обчислені коефіцієнти затухання магнітних ступенів свободи для цих станів.
4. Розглянуто задачу впливу слабкого змінного поля на еволюцію квадрупольного магнетика та спінового нематика. Отримано нелінійні рівняння динаміки, які враховують зазначені магнітні упорядкування та вплив зовнішнього змінного поля. На основі цих рівнянь обчислені асимптотики двочасових функцій Гріна у явному виді за хвильовим вектором та частотою.

Проведені дослідження базуються на сучасних методах квантової статистичної та гамільтонової механік, які враховують  $SU(3)$  симетрію обмінної взаємодії. Отримані результати будуть корисні для аналізу та вивчення нових фізичних станів магнітних матеріалів зі спіном  $s=1$  та з високою унітарної симетрією обмінної взаємодії.

Таким чином, мета дисертації була досягнута та поставлені завдання вирішені.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### Наукові праці, у яких опубліковано основні результати дисертації:

1. Глущенко А.В., Ковалевский М.Ю. Моделирование динамики нормальных и вырожденных состояний магнетиков со спином  $s=1$ . *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2013. №. 2 (47). С. 95-99.
2. Kovalevsky M.Y., Glushchenko A.V. Quantum states, symmetry and dynamics in degenerate spin  $s=1$  magnets. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2014. V. 355. P. 192-196.
3. Kovalevsky M.Y., Glushchenko A.V.  $SU(2s+1)$  symmetry and nonlinear dynamics of high spin magnets. *Annals of physics*. 2014. V. 349. P. 55-72.



4. Kovalevsky M.Y., Glushchenko A.V. Симметрия и релаксационная динамика магнетиков со спином  $s=1$ . *Физика низких температур*, 2014, т. 40, № 5, С. 560-569.
5. Глущенко А.В., Ковалевский М.Ю., Мацкевич В.Т. Спектры коллективных возбуждений и низкочастотная асимптотика функций Грина вырожденных состояний в магнетиках со спином  $s=1$ . *Физика низких температур*. 2017. Т. 43. №. 12. С. 1715-1723.
6. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Models of Hamiltonian and low-frequency spectra of collective excitations in spin  $s=1$  magnetics. *East European Journal of Physics*. 2017. V. 4. №. 2. P. 4-10.
7. Глущенко А.В., Ковалевский М.Ю. Спинорный параметр порядка и состояния равновесия бозе - систем со спином  $s=1$ . *Физика низких температур*. 2017. V. 43. №. 9. P. 1324-1333.
8. Боголюбов Н.Н. (мл.), Глущенко А.В., Ковалевский М.Ю. Квазисредние и вырожденные квантовые состояния равновесия магнитных систем с SU(3) симметрией обменного взаимодействия. *Теоретическая и математическая физика*. 2018. Т. 195. № 2. С. 240–255.

#### **Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

1. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. SU(2s+1) symmetry and the dynamics of high spin systems. III International Conference for Professionals and Young Scientists “Low Temperature Physics” (14-18 May 2012, Kharkiv), Kharkiv, 2012. P. 92. (доповідач).
2. Глущенко А.В., Ковалевский М.Ю. Аспекты макроскопического описания квантовых состояний и неравновесных процессов в магнетиках со спином  $s=1$ . Материалы VIII международной конференции для молодых ученых «Современные проблемы математики и ее приложение в естественных науках и информационных технологиях» (27-28 апр. 2013 г., г. Харьков). Харьков, 2013. С. 106-107. (доповідач).
3. Глущенко А.В., Ковалевський М.Ю. Квантові стани, симетрія і нерівноважні процеси в магнетиках зі спіном  $s=1$ . Матеріали міжнародної конференції студентів і молодих науковців з теоретичної та прикладної фізики ЄВРИКА-2013 (15-17 трав. 2013 р., м. Львів). Львів, 2013. С. Е13. (доповідач).
4. Глущенко А.В., Ковалевский М.Ю. Модели обменной энергии и состояния магнетиков со спином  $s=1$ . Материалы международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения» (26-31 мая 2013 г., г. Белгород). Белгород, 2013. С. 51 (доповідач).
5. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Magnetic Ordering and Macroscopic Dynamics of Systems with the Spin  $s=1$ . Materials of IV International Conference for Professionals and Young Scientists “Low Temperature Physics” (3-7 June 2013, Kharkiv). Kharkiv, 2013. P. 50. (доповідач).
6. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. SU(2s+1) symmetry and nonlinear dynamic equations of spin  $s$  magnets. Materials of Conference on Nonlinear

- Mathematical Physics: Twenty Years of JNMP (4-14 June 2013, Nordfjordeid), Nordfjordeid, 2013. P. 20. (участь в обговоренні).
7. Глущенко А.В., Ковалевський М.Ю. Моделі обмінного гамільтоніана і фазові стани рівноваги магнетиків зі спіном  $s=1$ . Матеріали всеукраїнської наукової конференції "Математичне моделювання та математична фізика". Присвячена 80-річчю з дня народження Віктора Михайловича Глушкова (23-27 вересня 2013 р., м. Кременчук). Кременчук, 2013. С. 26-27. (доповідач).
  8. Глущенко А.В., Ковалевський М.Ю. Обмінна релаксація в динаміці магнетиків зі спіном  $s=1$ . Матеріали XI Міжнародної наукової конференції «Фізичні явища в твердих тілах» (3-6 груд. 2013 р, м. Харків). Харків, 2013. С. 113. (доповідач).
  9. Глущенко А.В., Ковалевский М.Ю. Макроскопическая динамика и спектры коллективных возбуждений магнетиков со спином  $s=1$ . Материалы XVIII Международной научной конференции молодых ученых и специалистов к 105-летию Н.Н. Боголюбова (ОМУС-2014) (24-28 февраля 2014г., г. Дубна). Дубна, 2014. С. 33-37. (доповідач).
  10. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Exchange  $SU(2s+1)$  symmetry and nonlinear dynamics of high spin magnets. Materials of XVI International Conference on Symmetry Methods in Physics (SYMPHYS-XVI) (13-18 Oct. 2014, Dubna). Dubna, 2014. P. 6. (доповідач).
  11. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Relaxation dynamics of spin  $s=1$  magnets and spectra of collective excitations. Materials of VI Conference of Young Scientists Problems of theoretical physics dedicated to 105-th anniversary of M.M. Bogolyubov, (25-27 Nov. 2014, Kyiv). Kyiv, 2014. P. 38. (доповідач).
  12. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Casimir invariants, exchange energy models and spectra of collective excitations in spin  $s=1$  magnets. Materials of International Conference «Spin physics, spin chemistry and spin technology», (1-5 June 2015, Saint Petersburg). Saint Petersburg, 2015. P. 81. (доповідач).
  13. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Classification of magnetic equilibrium states of Bose systems with the spin  $s=1$ . Materials of International Symposium Spin Waves 2015 (7-13 June 2015, Saint Petersburg). Saint Petersburg, 2015. P. 62. (доповідач).
  14. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Unitary symmetry and dynamics of high-spin magnets in Weyl and Racah bases. Materials of International Young Scientists Forum on Applied Physics (YSF-2015) (29 Sep.-2 Oct., 2015, Dnipropetrovsk). Dnipropetrovsk, 2015. Paper ID MMM-3-en (4 p.). (доповідач).
  15. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Classification of degenerate equilibrium states of magnets with the spin  $s=1$ . Materials of VII International Conference for Professionals and Young Scientists "Low Temperature Physics" (6-10 June 2016, Kharkiv). Kharkiv, 2016. P. 72. (доповідач).
  16. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Classification of superfluid equilibrium states of magnets with the spin  $s=1$ . Materials of Bogolyubov Conference

- “Problem of Theoretical Physics” (24-26 May 2016, Kyiv). Kyiv, 2016. P. 14. (доповідач).
17. Glushchenko A.V., Kovalevsky M.Y. Classification of magnetic and superfluid equilibrium states for spin  $s=1$  magnets. Materials of VIII International Conference for Professionals and Young Scientists “Low Temperature Physics” (29 May-2 June 2017, Kharkiv). Kharkiv, 2017. P. 74. (доповідач).

## АНОТАЦІЯ

**Глущенко А.В. Квантові стани та динамічні процеси в магнетиках зі спіном  $S=1$  та  $SU(3)$  симетрією обмінної взаємодії.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.04.02 – теоретична фізика (104 – фізика та астрономія). – Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України. – Харків, 2019.

Дисертація присвячена дослідженню фазових станів рівноваги та нерівноважних процесів в магнетиках зі спіном  $s=1$  при наявності унітарної  $SU(3)$  симетрії обмінної взаємодії. Дослідження проводилися у рамках методів, які не використовують модельні вирази вільної енергії як функції параметра порядку. Розв'язана задача класифікації станів рівноваги магнетиків зі спіном  $s=1$  при спонтанному порушенні магнітної симетрії, а також станів рівноваги зі спонтанно порушеною фазовою та магнітною симетрією. Вперше знайдений явний вид магнітних та надплинних параметрів порядку у термінах термодинамічних параметрів генератора залишкової симетрії. На основі гамільтонового формалізму побудована механіка однопідградкових та багатопідградкових магнетиків зі спіном  $s=1$ . Отримано нелінійні рівняння динаміки магнетиків зі спіном  $s=1$  в одно- та багатопідградковому випадку. Знайдено спектри колективних магнітних збуджень, виявлено вплив релаксаційних процесів та знайдена структура дисипативних потоків щільності адитивних інтегралів руху. Обчислені коефіцієнти затухання магнітних ступенів свободи для цих станів. Розглянуто задачу впливу слабого змінного поля на еволюцію квадрупольного магнетика та спінового нематика.

**Ключові слова:**  $SU(3)$  симетрія, інтеграл руху, спін, квадрупольна матриця, антиферромагнітний параметр порядку, спіновий нематик, спінор, спектри колективних збуджень, дисипація, низькочастотна асимптотика функції Гріна.

## АННОТАЦИЯ

**Глущенко А.В. Квантовые состояния и динамические процессы в магнетиках со спином  $S=1$  и  $SU(3)$  симметрией обменного взаимодействия.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 - теоретическая физика (104 - физика и астрономия). – Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт» НАН Украины. – Харьков, 2019.

Диссертация посвящена исследованию фазовых состояний равновесия и неравновесных процессов в магнетиках со спином  $s=1$  при наличии унитарной  $SU(3)$  симметрии обменного взаимодействия. Мы использовали как микроскопический, так и макроскопический подходы к изучению таких магнитных сред. Исследования проводились в рамках методов, которые не используют модельные выражения свободной энергии как функции параметра порядка.

Решена задача классификации состояний равновесия магнетиков со спином  $s=1$  при спонтанном нарушении магнитной симметрии, а также состояний равновесия со спонтанно нарушенной фазовой и магнитной симметриями. Впервые найден явный вид магнитных и сверхтекучих параметров порядка в терминах термодинамических параметров генератора остаточной симметрии. Показана возможность существования трех различных сверхтекучих состояний равновесия в случае спинорного параметра порядка и шести состояний равновесия для тензорного параметра. В отличие от сверхтекучих состояний He-3, которые характеризуются двумя квантовыми числами, рассмотренные сверхтекучие состояния бозе-системы со спином  $s=1$  и  $SU(3)$  симметрии обменного взаимодействия характеризуются шестью квантовыми скалярными функциями. При этом в таких состояниях возможна трехосная остаточная анизотропия.

На основе гамильтонова формализма построена динамика одноподрешеточных магнетиков со спином  $s=1$ , которая обобщает теорию Ландау-Лифшица. Введены магнитные степени свободы, соответствующие  $SU(3)$  симметрии обменного взаимодействия, и найдены скобки Пуассона для этих величин. В диссертации получены нелинейные уравнения динамики для одноподрешеточных магнетиков со спином  $s=1$  в базисах Вейля и Рака. Проведена линеаризация данных уравнений и вычислены спектры коллективных магнитных возбуждений, которые имеют характер спиновой, квадрупольной и ферро-квадрупольной волн с квадратичным законом дисперсии. Выявлено влияние релаксационных процессов и найдена структура диссипативных потоков плотности аддитивных интегралов движения в терминах кинетических коэффициентов теплопроводности, спиновой и квадрупольной диффузии. Вычисленные коэффициенты затухания магнитных степеней свободы для состояний квадрупольного магнетика.

В диссертации рассмотрены состояния со спонтанно нарушенной симметрией. Такие состояния равновесия имеют меньшую симметрию по сравнению с симметрией гамильтониана. Впервые получены нелинейные уравнения динамики магнетиков в условиях полного спонтанного нарушения  $SU(3)$  симметрии. Найдены спектры коллективных возбуждений для состояний спинового нематика, а также квадрупольно-нематичного, квадрупольно-антиферромагнитного, ферро-нематичного упорядочений. Учтено влияние релаксационных процессов и установлена структура диссипативных потоков в терминах кинетических коэффициентов теплопроводности, спиновой диффузии и спиновой вязкости. Вычисленные коэффициенты затухания магнитных степеней свободы для состояний спинового нематика. Представленные результаты

исследований показывают важность конкретной унитарной симметрии обменного взаимодействия в описании коллективных свойств магнетиков, изучаемых в диссертации.

Впервые получены низкочастотные асимптотики двухвременных функций Грина для состояний квадрупольного магнетика и спинового нематика. Нахождение асимптотик функции Грина для произвольных локальных физических величин позволило провести сравнительный анализ функций Грина магнетиков с разной унитарной симметрией обменного взаимодействия. Рассмотренные примеры состояний демонстрируют особенности проявления дополнительных магнитных степеней свободы, которые имеют различные трансформационные свойства относительно операции обращения времени.

**Ключевые слова:** SU(3) симметрия, интеграл движения, спин, квадрупольная матрица, антиферромагнитный параметр порядка, спиновый нематик, спинор, спектры коллективных возбуждений, диссипация, низкочастотная асимптотика функции Грина.

## ABSTRACT

**Glushchenko A.V. “Quantum states and dynamical processes in magnets with spin  $s=1$  and SU(3) symmetry of the exchange interaction”.**

Thesis for the scientific degree of the candidate of physical and mathematical sciences by specialty 01.04.02 – theoretical physics (104 - physics and astronomy). – National Science Center “Kharkov Institute of Physics and Technology” NAS of Ukraine, Kharkiv, 2019.

The dissertation is devoted to the study of equilibrium phase states and nonequilibrium processes in spin  $s=1$  magnets in the presence of unitary SU(3) symmetry of exchange interaction. Research conducted under methods that do not use model expressions of free energy as a function of the order parameter. The problem of classification of equilibrium states of spin  $s=1$  magnets is solved with spontaneously broken magnetic symmetry, as well as states of equilibrium with spontaneously broken phase and magnetic symmetries. For the first time, an explicit form of the magnetic and superficial order parameters was found in terms of the thermodynamic parameters of the residual symmetry generator. On the basis of the Hamiltonian formalism, the mechanics of one-sublattice and multi-sublattice spin  $s=1$  magnets was constructed. Nonlinear equations of dynamics of spin  $s=1$  magnets are obtained in one and multi-sublattice case. The spectra of collective magnetic excitations are found; also the influence of relaxation processes and the structure of dissipative flows of density of additive motion integrals are found. The coefficients of damping of magnetic degrees of freedom for these states are calculated. The problem of the influence of a weak field on the evolution of a quadrupole magnet and a spin nematic is considered.

**Keywords:** SU(3) symmetry, motion integral, spin, quadrupole matrix, antiferromagnetic order parameter, spin nematic, spinor, collective excitatory spectra, dissipation, low frequency asymptotic of the Green's function.