

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ РАДІОФІЗИКИ ТА ЕЛЕКТРОНІКИ
ім. О.Я. УСИКОВА**

На правах рукопису

КАДИГРОБ ДМИТРО ВАСИЛЬОВИЧ

УДК 538.945, 537.876, 538.9

**ПОВЕРХНЕВІ ТА ХВИЛЕВОДНІ
ДЖОЗЕФСОНІВСЬКІ ПЛАЗМОВІ МОДИ
У ШАРУВАТИХ НАДПРОВІДНИКАХ**

01.04.02 - теоретична фізика

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата
фізико-математичних наук

Науковий керівник :

Ямпольський Валерій Олександрович

доктор фізико-математичних наук, професор,
член-кореспондент НАН України

Харків - 2017

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА АБРЕВІАТУР	5
ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ	15
1.1. Шаруваті надпровідники	15
1.2. Електродинаміка шаруватих надпровідників	18
1.2.1. Зв'язані синусоїдальні рівняння Гордона	19
1.2.2. Лінійні джозефсонівські плазмові хвилі та їх дисперсійні співвідношення	25
1.2.3. Анізотропна діелектрична проникність шаруватого надпровідника	26
1.2.4. Негативна рефракція електромагнітних хвиль в шаруватих надпровідниках	28
1.3. Аномальне проходження електромагнітних хвиль крізь періодично модульовані металеві пластини	32
Висновки до розділу 1	34
РОЗДІЛ 2 ПОВЕРХНЕВІ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКІ ПЛАЗМОВІ ХВИЛІ	37
2.1. Поверхневі джозефсонівські плазмові хвилі, що розповсюджуються уздовж надпровідникових шарів	37
2.1.1. Умови для спостереження негативного коефіцієнта заломлення	38
2.1.2. Дисперсійні співвідношення для поверхневих ДПХ, що розповсюджуються уздовж надпровідникових шарів	41
2.1.3. Збудження поверхневих хвиль, що розповсюджуються уздовж надпровідникових шарів (призмовий метод)	44

	3
2.1.4. Коефіцієнт відбиття	47
2.2. Поверхневі ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів	52
2.2.1. Збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів (призмовий метод)	56
2.2.2. Збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів в зовнішньому постійному магнітному полі	59
Висновки до розділу 2	73
РОЗДІЛ 3 ПОВЕРХНЕВІ І ХВИЛЕВОДНІ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКІ ПЛАЗМОВІ МОДИ В ПЛАСТИНІ ШАРУВАТОГО НАДПРОВІДНИКА	
	75
3.1. Постановка задачі і виведення дисперсійного співвідношення для власних мод в пластині	75
3.2. Аналіз закону дисперсії власних мод в пластині шаруватого надпровідника у діелектричному оточенні	80
3.2.1. Оптично м'яке оточення	80
3.2.1.1. Низькочастотні поверхневі хвилі	81
3.2.1.2. Високочастотні поверхневі хвилі	82
3.2.1.3. Низькочастотні хвильоводні моди	87
3.2.1.4. Високочастотні хвильоводні моди	90
3.2.2. Оптично щільне оточення	91
3.3. Резонансне збудження хвильоводної моди, заглушення дзеркального відбиття	93
Висновки до розділу 3	98
РОЗДІЛ 4 АНОМАЛЬНЕ ПРОХОДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ КРІЗЬ ПЕРІОДИЧНО МОДУЛЬОВАНУ ПЛАСТИНУ ШАРУВАТОГО НАДПРОВІДНИКА . .	
	99

4.1. Механізми проходження електромагнітних хвиль крізь провідникові пластини	99
4.2. Постановка задачі	102
4.3. Коефіцієнти проходження і відбиття	106
4.3.1. Посилена прозорість товстої пластини	107
4.3.2. Послаблена прозорість тонкої пластини	108
Висновки до розділу 4	111
ВИСНОВКИ	113
Подяки	116
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	117

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА АБРЕВІАТУР

J_c	Максимальний джозефсонівський струм
λ_{ab}	Лондонівська глибина проникання магнітного поля упоперек шарів
λ_c	Лондонівська глибина проникання магнітного поля вздовж шарів
σ_c	Провідність упоперек шарів надпровідника
σ_{ab}	Провідність вздовж шарів надпровідника
ω_r	Частота релаксації
φ	Калібровочно-інваріантна різниця фаз параметру порядку
ν_c	Параметр дисипації упоперек шарів
ν_{ab}	Параметр дисипації вздовж шарів
θ	Кут падіння хвилі
Φ_0	Квант магнітного потоку ($\Phi_0 = \pi \hbar c / e$)
γ	Параметр анізотропії шаруватого надпровідника ($\gamma = \lambda_c / \lambda_{ab}$)
ω_J	Джозефсонівська плазмова частота
Ω	Безрозмірна частота хвилі ($\Omega = \omega / \omega_J$)
ВТНП	Високотемпературний надпровідник
ДПХ	Джозефсонівська плазмова хвиля
ПЕХ	Поверхнева електромагнітна хвиля
ППС	Посилене проходження світла

ВСТУП

Актуальність теми. Теорія поверхневих електромагнітних хвиль (ПЕХ), що розповсюджуються уздовж межі метал-діелектрик, або, як їх ще називають в літературі, поверхневих плазмон-поляритонів, була побудована ще в минулому столітті (див., наприклад, монографію [1]). Науковий інтерес до вивчення таких хвиль пов'язаний з унікальними їх властивостями: можливістю значного посилення напруженості поля в ПЕХ і їх сильній просторовій локалізації. У металах ПЕХ можуть ефективно збуджуватися світлом на їх межах з діелектриками і істотно впливати на такі явища, як розсіяння світла адсорбованими на поверхні частинками, генерація другої гармоніки при дії лазерного випромінювання, зміна коефіцієнта прозорості металевих пластин, фотохімічні реакції, вудівські аномалії коефіцієнта дзеркального відбиття при дифракції світла на металевих ґратках [2].

Практичний інтерес до поверхневих електромагнітних збуджень обумовлений новими можливостями в спектроскопії, в мікроскопії надвисокого дозволу, а також в нелінійній оптиці [3]. Висока локалізація поля в ПЕХ і можливості значного його посилення можуть бути використані при створенні нових ефективних джерел поля з розмірами багато меншими ніж довжина хвилі. Важливу і цікаву роль повинні грати ПЕХ в поверхневих і приповерхневих хімічних процесах. Оскільки поле ПЕХ максимальне на поверхні і швидко згасає по обидві сторони від неї, за допомогою ПЕХ можна проводити фотокаталітичні і фотохімічні реакції (наприклад, фотодисоціацію газу з осадженням одного з її продуктів на поверхню) [4]. Таким чином, фізику поверхневих поляритонів можна з упевненістю віднести до перспективних наукових напрямів.

В даний час одним з найбільш актуальних завдань представляється дослідження ПЕХ і резонансних ефектів, пов'язаних з їх збудженням, в шаруватих надпровідниках з метою з'ясування специфічних особливостей цих явищ.

Існування і розповсюдження поверхневих мод в надпровідникових середовищах було теоретично передбачене відносно нещодавно [5]. На відміну від металів, в шаруватих надпровідниках формується так звана джозефсонівська плазма, яка істотно відрізняється від плазми у звичайних провідникових середовищах. Для джозефсонівської плазми характерна сильна анізотропія електродинамічних властивостей: не тільки абсолютна величина, але і сама природа струмів вздовж і поперек надпровідникових шарів різна. На відміну від металів, де характерні власні частоти ПЕХ лежать в оптичному діапазоні, в шаруватих надпровідникових середовищах поверхневі хвилі можуть розповсюджуватися в терагерцовому діапазоні частот. В даний час цей частотний діапазон важкодоступний для електронних і оптичних приладів. Тому проблема створення генераторів, детекторів, фільтрів та інших пристроїв, що працюють в діапазоні частот від $3 \cdot 10^{11}$ Гц до $3 \cdot 10^{13}$ Гц, є актуальною і до цього дня.

Наявність невирішених проблем, пов'язаних з існуванням власних локалізованих мод в шаруватих надпровідниках, і резонансних ефектів, пов'язаних з їх збудженням, визначають важливість і актуальність проведених в роботі теоретичних досліджень. До таких ефектів відносяться, зокрема, вудівські аномалії коефіцієнта дзеркального відбиття терагерцових хвиль і посилена прозорість модульованих надпровідникових пластин. Дуже важливо мати просту можливість управляти цими процесами. Тому в дисертації також досліджується можливість управління процесом збудження поверхневих хвиль за допомогою зовнішнього постійного магнітного поля. Саме це коло важливих завдань, які мають фундаментальне і прикладне значення, досліджується в даній дисертації, що робить її тему безумовно актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана у відділі теоретичної фізики Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України. Вона є складовою частиною наступних проєктів:

- науково-дослідна робота “Дослідження лінійних і нелінійних властивостей твердотільних структур із застосуванням електромагнітних хвиль НВЧ

діапазону і заряджених частинок” (номер державної реєстрації 0106U011978, термін виконання 2007 – 2011 рр.);

- науково-дослідна робота відділення фізики та астрономії НАН України “Вивчення взаємодії електромагнітних та звукових хвиль, а також заряджених часток з твердотільними структурами” (номер державної реєстрації 0112U000211, термін виконання 2012 – 2016 рр.);

- цільова програма НАН України “Теоретичні та експериментальні дослідження властивостей періодичних і стохастичних модульованих наноструктур в оптичному, інфрачервоному та надвисокочастотному діапазонах спектру” (номер державної реєстрації 0110U005642, термін виконання 2010 – 2014 рр.);

- проект Державного фонду фундаментальних досліджень України “Квантові явища в системах на основі джозефсонівських контактів” (номер державної реєстрації 0113U006217, термін виконання – 2013 р.)

Мета і завдання дослідження. Основна мета дисертаційної роботи полягає в побудові теорії розповсюдження електромагнітних хвиль в шаруватих надпровідниках з урахуванням специфічних особливостей джозефсонівської плазми і в дослідженні різноманітних резонансних ефектів в таких структурах.

Для досягнення поставленої мети було сформульовано наступні завдання:

- знайти дисперсійні рівняння для поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль (ДПХ), що розповсюджуються в напівнескінчених шаруватих надпровідниках з урахуванням струму зміщення уздовж шарів і розв’язати задачу про збудження цих хвиль методом порушеного повного внутрішнього відбиття (призмовий метод);

- модифікувати резонансну теорію збурень стосовно джозефсонівської плазми і використати цю теорію для дослідження дифракції електромагнітних хвиль на просторових неоднорідностях параметрів надпровідника як в присутності, так і у відсутності зовнішнього постійного магнітного поля;

- отримати дисперсійні рівняння для власних мод в пластині шаруватого надпровідника і дослідити процес їх збудження призмовим методом;

- побудувати теорію проходження електромагнітного випромінювання крізь періодично модульовані пластини шаруватих надпровідників;
- розв'язати задачу про проходження електромагнітних хвиль терагерцового діапазону крізь товсті і тонкі надпровідникові пластини (з товщиною багато більшою і багато меншою ніж глибина скін-шару).

Об'єктом дослідження є резонансні електромагнітні ефекти, що відбуваються при збудженні лінійних поверхневих і хвилеводних джозефсонівських плазмових мод в сильно анізотропних шаруватих надпровідниках.

Предметом дослідження є аномальне відбиття і проходження електромагнітних хвиль крізь шаруватий надпровідник, а також власні моди в пластині шаруватого надпровідника.

Метод дослідження. Для вирішення поставлених у дисертації задач були використані наступні методи теоретичної фізики: методи аналітичного рішення нелінійних диференціальних рівнянь, квазікласичний метод ВКБ (Вентцеля-Крамерса-Бриллюена) для розв'язання рівнянь з малим параметром при старшій похідній, методи розв'язання системи зв'язаних калібровочно-інваріантних синусоїдальних рівнянь Гордона для міжшарової різниці фаз параметра порядку, метод резонансної теорії збурень стосовно задачі про збудження джозефсонівських плазмових хвиль в шаруватих надпровідниках, метод чисельного розв'язання нелінійних рівнянь.

Наукова новизна одержаних результатів.

1. Вперше отримані загальні дисперсійні рівняння для поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль (ДПХ), що розповсюджуються в напівнескінченних шаруватих надпровідниках з урахуванням струму зміщення уздовж шарів. Вперше показано, що цей спектр має дві гілки. Раніше була відома тільки одна гілка спектру, що розташована нижче джозефсонівської плазмової частоти. Передбачена в дисертації нова гілка в спектрі поверхневих хвиль розташована вище джозефсонівської плазмової частоти.

2. Вперше встановлено, що в спектрі поверхневих ДПХ є частотна щілина, яка пов'язана з принциповою особливістю джозефсонівської плазми, а саме, з тим,

що природа струмів вздовж і поперек надпровідникових шарів різна. Показано, що саме в цьому частотному проміжку може спостерігатися негативний коефіцієнт заломлення (negative refractive index) об'ємних хвиль. Таким чином, вперше показано, що два явища – розповсюдження поверхневих хвиль і негативне заломлення об'ємних електромагнітних хвиль в шаруватому надпровіднику виявляються в деякому відношенні додатковими по відношенню один до одного. Отримані рівняння, що дозволяють визначати оптимальні умови для збудження поверхневих ДПХ з частотами вище джозефсонівської плазмової частоти.

3. Модифікована резонансна теорія збурень стосовно сильно анізотропних середовищ, зокрема, стосовно джозефсонівської плазми. За допомогою цієї теорії вперше було вирішено задачу дифракції електромагнітних хвиль терагерцового діапазону на просторових неоднорідностях параметрів надпровідника як в присутності, так і у відсутності зовнішнього постійного магнітного поля. Вперше побудована теорія збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідних шарів, за допомогою призмового методу і методом модуляції надпровідникових параметрів. Проведено теоретичний аналіз оптимальних умов збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів як у зовнішньому постійному магнітному полі, так і в його відсутності.

4. Передбачено, що в пластині шаруватого надпровідника можуть існувати власні моди двох типів. Одні з них є поверхневими модами, поля яких експоненціально згасають від межі зразка, а у мод іншого типу електромагнітне поле осцилює упоперек шарів. Вперше отримані і проаналізовані дисперсійні співвідношення для поверхневих і хвилеводних джозефсонівських плазмових мод в пластині шаруватого надпровідника в оптично м'якому і в оптично щільному оточеннях. Запропоновано призмовий спосіб збудження цих мод і отримані рівняння для аналізу умов їх оптимального збудження.

5. Побудована теорія проходження електромагнітного випромінювання крізь періодично модульовані пластини шаруватих надпровідників. Передбачено явище аномальної прозорості товстих модульованих пластин (з товщиною багато біль-

шою ніж глибина скін-шару) шаруватих надпровідників в терагерцовому діапазоні частот, обумовлене дифракцією падаючих хвиль і резонансним збудженням власних хвилеводних мод. Вперше отримані та проаналізовані коефіцієнти відбиття і проходження терагерцового випромінювання крізь модульовану пластину шаруватого надпровідника, що знаходиться у вакуумі. Встановлено, що залежність коефіцієнта проходження від кута падіння хвилі має серії резонансних піків, що відповідають рівності хвильового вектору дифрагованої хвилі хвильовому вектору однієї з власних хвилеводних мод. Передбачено і проаналізовано протилежний ефект – резонансне зменшення прозорості тонких модульованих пластин (з товщиною багато меншою ніж глибина скін-шару) шаруватих надпровідників, обумовлене резонансним збудженням власних мод.

Практичне і наукове значення одержаних результатів. Одержані в дисертації результати стосуються теоретичних досліджень власних електромагнітних мод в шаруватих надпровідниках в терагерцовому діапазоні частот. Розуміння фізики процесів збудження і поширення таких хвиль у шаруватих надпровідникових середовищах сприятиме створенню нового класу пристроїв терагерцового діапазону, таких як детектори, аналізатори спектру, фільтри і т.д.

Особистий внесок здобувача. Результати дисертації опубліковані у статтях [6–11] і тезах доповідей наукових конференцій [12–20]. Здобувач брав участь в проведенні всіх аналітичних і чисельних розрахунків, приведених в дисертації. У статті [6] здобувачем передбачено існування нової гілки в спектрі поверхневих хвиль, яка розташована вище джозефсонівської плазмової частоти. Показано, що спектр поверхневих ДПХ має щілину, яка пов'язана з принциповою особливістю джозефсонівської плазми, а саме, з тим, що природа струмів вздовж і поперек шарів різна. У роботі [7] здобувачем були отримані і проаналізовані рівняння для поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідних шарів. Знайдено оптимальні умови для збудження цих мод методом модуляції одного з параметрів, що входять в рівняння електродинаміки шаруватих надпровідників. У статті [8] здобувачем передбачено, що в пластині шаруватого надпровідника

можуть існувати власні моди двох типів (поверхневі і хвилеводні). Знайдено дисперсійні співвідношення для поверхневих і хвилеводних джозефсонівських плазмових мод в оптично м'якому і оптично щільному оточеннях. Вирішено задачу про збудження хвилеводних мод призмовим методом. Проаналізовано і знайдено оптимальні умови для збудження цих мод. У статтях [9, 10] здобувачем передбачено явище аномальної прозорості товстих модульованих пластин (з товщиною багато більшої ніж глибина скін-шару) шаруватих надпровідників в терагерцовому діапазоні частот. З цією метою автором був модифікований метод резонансної теорії збурень стосовно випадку сильно анізотропної джозефсонівської плазми. Знайдені коефіцієнти відбиття і проходження терагерцового випромінювання крізь модульовану пластину шаруватого надпровідника. Побудовані залежності коефіцієнта проходження від кута падіння хвилі. У роботі [11] здобувачем передбачено і проаналізовано протилежний ефект резонансного зменшення прозорості тонких модульованих пластин (з товщиною багато меншої ніж глибина скін-шару) шаруватих надпровідників, обумовлений резонансним збудженням власних мод.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися дисертантом на семінарах відділу теоретичної фізики ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України, кафедри теоретичної фізики ім. І.М. Ліфшиця, ХНУ ім. В.Н. Каразіна, а також на наступних наукових конференціях:

- 9-th Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics (Ukraine, Kharkiv, December 1-3, 2009);
- Міжнародний Ювілейний Семінар “Сучасні проблеми фізики твердого тіла”, присвячений пам’яті члена-кореспондента НАН України Е.А. Канера і 55-річчю відкриття циклотронного резонансу у металах (Харків, 2011);
- 11-th Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics (Ukraine, Kharkiv, November 29 - December 1, 2011);
- X-та міжнародна конференція “Фізичні явища в твердих тілах” (Харків, 6-9 грудня, 2011);
- International Workshop in celebration of 80-th Birthday of Victor V. Eremenko

“Critical Phenomena under Extreme Impact”, (Ukraine, Kharkiv, September 10-13, 2012);

- Young scientists conference “Problems of Theoretical Physics” (Ukraine, Kyiv, October 23-26, 2012);

- 12-th Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics (Ukraine, Kharkiv, December 4-7, 2012);

- 13-th Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics (Ukraine, Kharkiv, December 2-6, 2013);

- XI-та міжнародна конференція “Фізичні явища в твердих тілах” (Харків, 3-6 грудня, 2013).

Публікації. Результати дисертації опубліковані у 15 наукових працях: 6 статей у фахових вітчизняних і міжнародних періодичних виданнях та 9 тез доповідей наукових конференцій.

Структура і об’єм дисертації. Дисертація складається з вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел із 122 найменувань на 14 сторінках. Робота викладена на 115 сторінках комп’ютерного тексту та містить 28 рисунків в тексті.

Перший розділ дисертації присвячений огляду літератури. У ньому описано результати відомих теоретичних і експериментальних досліджень, що стосуються проблем, які вивчаються в дисертації. Описано історію розвитку високотемпературної надпровідності, обговорюються електродинамічні властивості сильно анізотропних шаруватих ВТНП.

У другому розділі дисертації досліджені поверхневі джозефсонівські плазмові хвилі, які розповсюджуються уздовж межі шаруватого надпровідника з вакуумом, і резонансні ефекти, пов’язані з їх збудженням.

У третьому розділі передбачено існування в пластині шаруватого надпровідника власних мод двох типів. Одні з них є поверхневими модами, поля яких експоненційно згасають від межі зразка, а у мод іншого типу електромагнітне поле осцилює упоперек шарів (хвилеводні моди).

У четвертому розділі передбачено і досліджено аномальні резонансні ефекти, пов'язані із збудженням власних мод при проходженні електромагнітних хвиль в терагерцовому діапазоні частот крізь періодично модульовані пластини шаруватих надпровідників. А саме, передбачено явище посиленого проходження терагерцового випромінювання крізь періодично модульовані товсті пластини шаруватих надпровідників (з товщиною багато більшою ніж глибина скін-шару), а також протилежний ефект — помітне зменшення коефіцієнта проходження хвиль через тонкі пластини (з товщиною багато меншою ніж глибина скін-шару).

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

1.1. Шаруваті надпровідники

За останні десятиліття все більше зростає інтерес до вивчення фізичних властивостей шаруватих надпровідників. Типовим представником таких систем є сильно анізотропний високотемпературний надпровідник $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$. Його структура складається з дуже тонких ($\sim 2 \text{ \AA}$) надпровідникових шарів CuO_2 , що чергуються з значно товщими діелектричними шарами ($\sim 15 \text{ \AA}$). Між надпровідниковими площинами існує слабкий джозефсонівський зв'язок. Взаємодія джозефсонівського струму, що протікає упоперек шарів, з електромагнітним полем приводить до існування особливого виду елементарних збуджень, так званих джозефсонівських плазмових хвиль (ДПХ) [21–35]. Ці хвилі привертають великий інтерес дослідників, оскільки частота їх розповсюдження належить терагерцовій області спектру, яка до цього часу все ще важко досяжна як для електронних так і оптичних пристроїв. За останнє десятиліття було докладено багато зусиль в розвитку науки і техніки терагерцової області із-за її прикладної значущості у фізиці, астрономії, біології, медичній діагностиці і ін. [36–40].

Дослідженням фізичних властивостей шаруватих надпровідників займалися багато вчених ще до публікації відомої роботи Беднорца і Мюллера [41] (див., наприклад, [42–44]). У пошуку високотемпературних надпровідників можна умовно виділити два етапи. Перший етап почався з піонерських робіт Літтла і Гінзбурга в 1964 р. [42, 43]. Було запропоновано вивчити можливість заміни фононного механізму притягання між електронами провідності на притягання за рахунок взаємодії електронів провідності із зв'язаними електронами, наявними в тій же

системі, енергія яких значно більша за енергію фононів (Гінзбург називав такий механізм екситонним або електрон-екситонним). У своїй роботі Літл використовував квазіодновимірну модель, в якій провідна нитка з атомів вуглецю, названа автором “хребтом” (“spine”), оточена “поляризаторами”, наприклад, органічними молекулами. Були проведені докладні обчислення в рамках теорії Бардіна-Купера-Шріффера (БКШ), і з’ясувалося, що критична температура таких систем може виявитися надзвичайно високою — близько 2000 К. На жаль, реалізувати модель Літла все ще не вдалося. Річ у тому, що у квазіодновимірних системах флуктуації настільки великі, що перехід у надпровідний стан виявляється практично неможливим. Ознайомившись з роботою Літла, Гінзбург запропонував замість одновимірної квазідвовимірну модель, в якій плоский провідник стикається з діелектричною плівкою. Слід зазначити, що перехід від квазіодновимірної до квазідвовимірної моделі був не випадковий. Задовго до відкриття ВТНП Гінзбург спільно з Кіржніцем розглянули задачу про двовимірну (поверхневу) надпровідність (куперівське спаровування і вся схема БКШ працюють і в двовимірних системах). Особливо чітко, на думку авторів, поверхнева надпровідність могла б виявлятися для електронів на поверхневих рівнях, вперше розглянутих Таммом ще в 1932 р. [45]. Подальший розвиток цього варіанту теорії привів до моделі “сендвіча” — системи з чергуванням провідникових шарів з діелектричними шарами [46,47].

Тільки через майже 30 років після публікації роботи БКШ, в 1985-1986 р., почався другий етап пошуку високотемпературних надпровідників. Беднорцу і Мюллеру, ученим з дослідницької лабораторії фірми ІВМ в Швейцарії, вдалося синтезувати з’єднання барію, міді, кисню і лантану — так звану металооксидну кераміку La-Ba-Cu-O, яке при вимірюваннях опору проявляло ознаки надпровідності при рекордно високій на ті часи температурі 35 К. В даний час питання про природу ВТНП ще не вивчене повністю: у одних теоріях передбачається наявність нетривіального механізму електрон-фононного спаровування носіїв, в інших розглядається екситонний механізм; є також теорії, які використовують

уявлення про бісолітони — зв’язані пари квазічастинок (дірок) за рахунок локальної деформації кристалу. У своїх роботах по ВТНП Гінзбург згадав, що “доля розпорядилася так, щоб поверхнева, квазідвовимірна надпровідність виявилася пов’язаною з проблемою високотемпературної надпровідності” [44]. Дійсно, всі представники сімейства ВТНП мають сильно анізотропну (шарувату) кристалічну структуру.

Шаруватий надпровідник можна розглянути як безперервне анізотропне тривимірне середовище з введенням тензора ефективної маси з параметром анізотропії ($m_{\parallel}/m_{\perp} = \eta^2 \ll 1$). Щоб це було справедливо, поперечна довжина когерентності $\xi_{\perp}(T)$ має бути велика в порівнянні з відстанню d між надпровідниковими шарами [48, 49]. Якщо довжина когерентності $\xi_{\perp}(T) = \eta\xi_0$ більша за d при будь-яких температурах T , то надпровідник можна вважати за суцільне середовище; якщо ж $\xi_{\perp}(T = 0)/d < 1$, безперервний опис придатний лише при температурах достатньо близьких до T_c , де довжина когерентності $\xi_{\perp}(T)$ зростає. У області $\xi_{\perp}(T)/d < 1$ матеріал можна розглядати як набір надпровідникових шарів із слабкими (джозефсонівськими) зв’язками між ними. До цієї категорії матеріалів відносяться сильноанізотропні надпровідники сімейства Bi-Sr-Ca-Cu-O, у яких масовий параметр анізотропії $\eta^{-1} > 100$. Феноменологічна модель такої шаруватої структури була запропонована Лоуренсом і Доніаком [50, 51]. Ця модель описує системи, що складаються з нескінченно тонких надпровідникових шарів, зв’язаних між собою за рахунок *внутрішнього ефекту Джозефсона*. Поблизу температури, при якій всі довжини когерентності стають значно більшими за просторовий період структури, дана модель переходить в анізотропну модель Гінзбурга-Ландау. На базі цієї моделі були запропоновані також інші. Наприклад, в роботі [52] Дойтчер і Ентін-Вольман (1978) узагальнили теорію Лоуренса і Доніака на випадок системи тонких (але з кінцевою товщиною) надпровідникових і діелектричних шарів.

В даний час синтезована велика кількість різноманітних шаруватих надпровідників [53–56]. Найбільш відомі з них — це штучні матеріали типу Nb/Al-AlO_x/Nb,

а також ВТНП з'єднання $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{8+\delta}$ та ін. Завдяки шаруватій структурі струмові властивості таких з'єднань виявляються анізотропними. Іттрієві сполуки ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$) характеризуються не дуже великим значенням параметра струмової анізотропії γ , тоді як вісмутові шаруваті надпровідники $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ є сильно анізотропними із значенням параметра γ порядку декількох сотень.

1.2. Електродинаміка шаруватих надпровідників

У шаруватих надпровідниках можуть розповсюджуватися як поздовжні, так і поперечні електромагнітні коливання — так звані джозефсонівські плазмові хвилі (ДПХ) [21–35]. Закони дисперсії цих хвиль можна отримати, використовуючи рівняння Максвелла і співвідношення Джозефсона. Як показав Сакаї з співавторами [57], рівняння для ДПХ в шаруватому надпровіднику зводяться до системи так званих зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона. У науковій літературі зустрічаються дуже багато різних викладів і форм записів цих рівнянь [26, 58–64].

Представляється надзвичайно важливим дослідити ДПХ при частотах не тільки нижче, але і вище за джозефсонівську плазмову частоту ω_J , оскільки (як буде показано нижче) при $\omega > \omega_J$ компоненти ефективного тензора діелектричної проникності надпровідника вздовж і поперек шарів мають різні знаки. У попередніх роботах, в яких вивчалися властивості ДПХ, не був врахований струм зміщення уздовж надпровідникових шарів. При високих частотах цей струм виявляється істотним, тому ми приведемо викладки зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона, слідуючи роботам [63, 64], але з урахуванням струму зміщення.

1.2.1. Зв'язані синусоїдальні рівняння Гордона

Розглянемо шаруватий надпровідник, структура якого складається з діелектричних і надпровідникових шарів з товщиною d і s , відповідно. Систему координат виберемо так, щоб вісь z збігалася з кристалографічною віссю c , а площина xy збігалася з ab площиною, див. рис. 1.1.

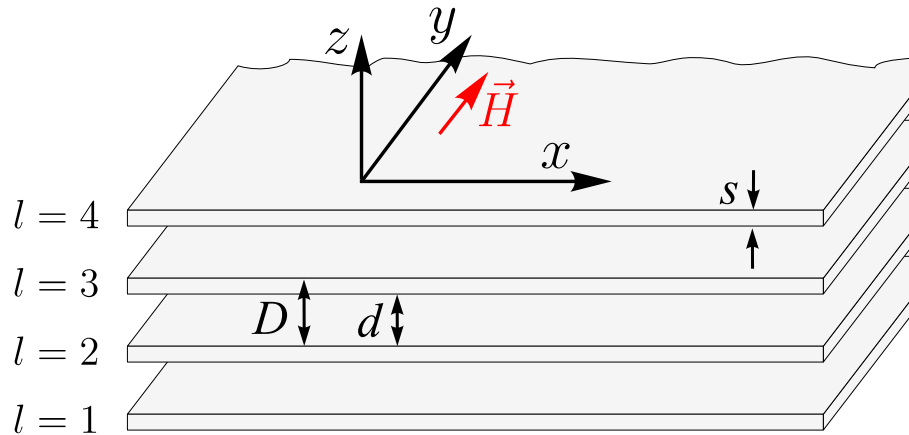


Рис. 1.1. Схематичне зображення структури шаруватого надпровідника і використовувана система координат.

Вивчимо можливість розповсюдження в такій системі з одноосною симетрією так званих незвичайних хвиль, електричне \vec{E} , і магнітне \vec{H} , поля в якій мають наступні компоненти:

$$\vec{E} = \{E_x, 0, E_z\}, \quad \vec{H} = \{0, H, 0\}. \quad (1.1)$$

Припустимо, що надпровідникові шари настільки тонкі ($s \ll d$), що просторовими змінами фази хвилі у напрямку вісь z в межах одного надпровідникового шару можна знехтувати [63, 64]. Тоді повну густину струму, що протікає між $(l + 1)$ -м і l -м шарами надпровідника, можна записати у вигляді суми густин джозефсонівського струму куперівських пар, квазічастинкового струму і струму зміщення

$$j_z^{l+1,l} = J_c \sin(\varphi^{l+1,l}) + \sigma_c E_z^{l+1,l} + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z^{l+1,l}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\varphi^{l+1,l} = \chi^{(l+1)} - \chi^l - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_l^{l+1} A_z^{l+1,l} dz, \quad (1.3)$$

де $\varphi^{l+1,l}$ — калібровочно-інваріантна різниця фаз параметра порядку між $(l+1)$ -м і l -м надпровідниковими шарами, χ^l — фаза параметра порядку в l -му шарі, $A_z^{l+1,l}$ — нормальна компонента векторного потенціалу в діелектричному проміжку між $(l+1)$ -м і l -м шарами, $\Phi_0 = \pi\hbar/e$ — квант магнітного потоку, e — елементарний заряд, c — швидкість світла, J_c — максимальна густина джозефсонівського струму, σ_c — дисипативна провідність квазічастинок упоперек шарів, ε — діелектрична проникність між надпровідниковими шарами.

Компоненти магнітного і електричного полів між $(l+1)$ -м і l -м надпровідниковими шарами (тобто в діелектричному шарі) зв'язані між собою рівнянням Максвелла:

$$\frac{\partial H^{l+1,l}}{\partial x} = \frac{4\pi}{c} \left[J_c \sin(\varphi^{l+1,l}) + \sigma_c E_z^{l+1,l} \right] + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z^{l+1,l}}{\partial t}. \quad (1.4)$$

Тут перший доданок в квадратних дужках відповідає джозефсонівському струму, другий — це квазічастинковий струм, а останній доданок — струм зміщення.

Різниця між магнітними полями в $(l+1)$ -м і l -м шарах визначається x -компонентою повного струму,

$$\frac{H^{l+1,l} - H^{l,l-1}}{s} = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left(\frac{\partial \chi^l}{\partial x} - \frac{2\pi}{\Phi_0} A_{xl} \right) + \frac{4\pi}{c} \sigma_{ab} E_{xl} + \frac{d\varepsilon}{s} \frac{\partial E_{xl}}{c \partial t}, \quad (1.5)$$

де λ — лондонівська глибина проникнення магнітного поля в масивний надпровідник, A_{xl} — поздовжня компонента векторного потенціалу, σ_{ab} — провідність квазічастинок в надпровідниковому шарі. Це рівняння, по суті, є дискретною формою відповідного рівняння Максвелла.

Зв'язок електричного і магнітного полів з векторним потенціалом визначаю-

ться наступними співвідношеннями:

$$E_{xl} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_{xl}}{\partial t} - \frac{\partial A_{0l}}{\partial x}, \quad (1.6)$$

$$E_z^{l+1,l} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z^{l+1,l}}{\partial t} - \frac{A_{0(l+1)} - A_{0l}}{D}, \quad (1.7)$$

$$H^{l+1,l} = -\frac{\partial A_z^{l+1,l}}{\partial x} - \frac{A_{x(l+1)} - A_{xl}}{D}. \quad (1.8)$$

У рівняннях (1.6) – (1.8) $D = s + d \approx d$ – період надпровідникової структури, A_{0l} – скалярний потенціал в l -м надпровідниковому шарі, який може бути знайдений з рівняння Пуассона.

Використовуючи рівняння (1.3), (1.7) і припускаючи, що $\int_l^{l+1} A_z^{l+1,l} dz = a_z^{l+1,l} D$, можна отримати співвідношення між компонентою електричного поля уперек шарів і калібровочно-інваріантною різницею фаз параметра порядку $\varphi^{l+1,l}$,

$$E_z^{l+1,l} = \frac{\Phi_0}{2\pi c D} \frac{\partial \varphi^{l+1,l}}{\partial t} - \frac{\psi_{l+1} - \psi_l}{D}, \quad (1.9)$$

где ψ_l – калібровочно-інваріантний скалярний потенціал,

$$\psi_l = \frac{\Phi_0}{2\pi c} \frac{\partial \chi_l}{\partial t} + A_{0l}. \quad (1.10)$$

Рівняння (1.9), у відсутності другого доданку в правій частині, є фундаментальне співвідношення Джозефсона між різницею фаз $\varphi^{l+1,l}$ і напругою на контакті $V^{l+1,l} = E_z^{l+1,l} D$. Внесок градієнта ψ у поперечну компоненту електричного поля $E_z^{l+1,l}$ виникає в результаті порушення електронейтральності між $(l+1)$ -м і l -м надпровідниковими шарами. В результаті виникає додатковий до джозефсо-

нівського зв'язок між надпровідниковими шарами (так званий ємкісний зв'язок). Цим зв'язком можна знехтувати у випадках, що розглядаються в дисертації для розповсюдження поперечних ДПХ завдяки мізерності дебаєвського радіусу екранування в порівнянні з лондонівською глибиною проникнення. Проте ефект порушення електронейтральності може грати істотну роль у формуванні спектру поздовжніх ДПХ [26, 60, 65–69] і в транспортних властивостях надпровідника [70] при частотах близьких до ω_J .

Слідуючи роботам Артеменка і Ремізова [63, 64], знехтуємо калібровочно-інваріантним скалярним потенціалом ψ_l у рівнянні (1.9). Припускаючи, що залежність полів від часу дається експоненційним фактором $\propto \exp(-i\omega t)$, з рівняння (1.6) отримуємо:

$$E_{xl} = i\frac{\omega}{c}A_{xl}, \quad \frac{\partial E_{xl}}{\partial t} = \frac{\omega^2}{c}A_{xl}. \quad (1.11)$$

Визначимо дискретні оператори різниці першого (∂_l) і другого (∂_l^2) порядку:

$$\partial_l f_l = f_l - f_{l-1}, \quad \partial_l^2 f_l = f_{l+1} + f_{l-1} - 2f_l. \quad (1.12)$$

Тоді з рівняння (1.5) знаходимо зв'язок векторного потенціалу A_{xl} з магнітним полем

$$A_{xl} = -\frac{\lambda^2}{sG} \partial_l^1 (H_{l+1,l}), \quad G = 1 - i\lambda^2\omega \frac{4\pi\sigma_{ab}}{c^2} - \lambda^2 \frac{\varepsilon d \omega^2}{s c^2}. \quad (1.13)$$

Підставляючи цей вираз в (1.8), отримуємо:

$$H_{l+1,l} = -\frac{\partial A_z^{l+1,l}}{\partial x} - \frac{\partial_l^1 A_{x(l+1)}}{d} = \frac{\Phi_0}{2\pi d} \frac{\partial \varphi^{l+1,l}}{\partial x} + \frac{1}{G} \frac{\lambda_{ab}^2}{D^2} \partial_l^2 (H_{l+1,l}), \quad (1.14)$$

де $\lambda_{ab} = \lambda D / (sd)^{1/2}$.

Диференціюючи (1.14) по x і замінюючи $\partial H^{l+1,l} / \partial x$ на праву частину

співвідношення (1.4), отримуємо наступне рівняння:

$$\begin{aligned} & \frac{4\pi}{c} [J_c \sin(\varphi^{l+1,l}) + \sigma_c E_z^{l+1,l}] + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z^{l+1,l}}{\partial t} = \\ & = \frac{\Phi_0}{2\pi d} \frac{\partial^2 \varphi^{l+1,l}}{\partial x^2} + \frac{1}{G} \frac{\lambda_{ab}^2}{D^2} \partial_l^2 \left\{ \frac{4\pi}{c} [J_c \sin(\varphi^{l+1,l}) + \sigma_c E_z^{l+1,l}] + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z^{l+1,l}}{\partial t} \right\}, \end{aligned} \quad (1.15)$$

яке може бути переписане в компактнішій формі – у вигляді системи так званих зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона для $\varphi^{l+1,l}$:

$$\left(1 - \frac{\lambda_{ab}^2}{G} \frac{\partial_l^2}{D^2} \right) \left[\frac{\partial^2 \varphi^{l+1,l}}{\partial t^2} + \omega_r \frac{\partial \varphi^{l+1,l}}{\partial t} + \omega_J^2 \sin(\varphi^{l+1,l}) \right] - \frac{c^2}{\varepsilon} \frac{\partial^2 \varphi^{l+1,l}}{\partial x^2} = 0. \quad (1.16)$$

Бачимо, що $\lambda_{ab} = \lambda(D/s)^{1/2}$ є лондонівською глибиною проникнення магнітного поля уперек шарів. Джозефсонівська плазмова частота визначається максимальною густиною джозефсонівського струму J_c , і просторовим періодом надпровідникової структури $D = d + s$:

$$\omega_J = \sqrt{\frac{8\pi e D J_c}{\hbar \varepsilon}}. \quad (1.17)$$

Якщо підставити сюди параметри J_c і $D = d + s$ реальних ВТНП, наприклад $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$, то значення ω_J відповідатиме терагерцовому діапазону частот. У рівнянні (1.16)

$$G = 1 - i\nu_{ab}\Omega - \frac{\lambda_{ab}^2}{\lambda_c^2} \Omega^2, \quad \nu_{ab} = \frac{\lambda_{ab}^2}{\lambda_c^2} \frac{4\pi\sigma_{ab}s}{\varepsilon\omega_J d}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_J}, \quad (1.18)$$

$\omega_r = 4\pi\sigma_c/\varepsilon$ – частота релаксації, обумовлена дисипативною провідністю квазічастинок уздовж кристалографічної вісі c . Як показано у роботі [71], квазічастинкову провідність, σ_{ab} , уздовж надпровідних шарів потрібно враховувати лише при частотах, що задовольняють умові:

$$\left| 1 - \frac{\omega^2}{\omega_J^2} \right| \frac{\sigma_{ab} \varepsilon \omega_J^2 \lambda_{ab}^2}{\sigma_c c^2} \ll 1.$$

При виведенні рівнянь (1.16) передбачалося, що електродинаміка надпровідникових джозефсонівських переходів базується на відомому співвідношенні Джозефсона, що пов'язує надпровідниковий струм, що протікає крізь контакт, з різницею фаз параметра порядку $j_s(\varphi) = J_c \sin \varphi$. Такий вид залежності $j_s(\varphi)$ припускає наявність достатньо слабкого зв'язку між надпровідниковими берегами, наприклад, малої прозорості тунельного бар'єру, що рівносильно достатньо значній товщині діелектричного прошарку d між шарами. Проте, як було показано у ряді теоретичних робіт [72–76], токо-фазова залежність в ефекті Джозефсона може істотно відрізнятись від синусоїдальної:

$$I = \frac{e\Delta\mathcal{D} \sin \varphi}{2\hbar \sqrt{1 - \mathcal{D} \sin^2(\varphi/2)}} \tanh \frac{\Delta \sqrt{1 - \mathcal{D} \sin^2(\varphi/2)}}{2k_B T}. \quad (1.19)$$

де Δ — енергетична щілина в спектрі елементарних збуджень надпровідника, \mathcal{D} — прозорість джозефсонівського контакту, k_B — постійна Больцмана і T — температура. Проте, якою б складною не була залежність між струмом і фазою в шаруватому надпровіднику, можна стверджувати, що шаруватий надпровідник є нелінійним середовищем завдяки нелінійній залежності густини джозефсонівського тунельного струму від різниці фаз параметра порядку між надпровідниковими берегами. Тому в таких матеріалах можна спостерігати ефекти, характерні для нелінійної оптики, такі як самофокусировка електромагнітних хвиль, стимульована прозорість, ефект зупинки світла та інші [77–79].

У даній дисертації ми використовуватимемо синусоїдальне рівняння Гордона (1.16) і розглядатимемо тільки лінійні явища.

1.2.2. Лінійні джозефсонівські плазмові хвилі та їх дисперсійні співвідношення

Покажемо, що шарувата структура ВТНП сприяє розповсюдженню в них електромагнітних коливань — так званих джозефсонівських плазмових хвиль. Легко бачити, що лінеаризовані рівняння (1.16) допускають хвильові вирішення вигляду:

$$\varphi^{l+1,l} \propto \exp [i(qx - \omega t + k_z(q, \omega)lD)]. \quad (1.20)$$

Тоді, підставляючи (1.20) у рівняння (1.16), отримуємо закон дисперсії для лінійних ДПХ

$$\sin^2 \left(\frac{k_z D}{2} \right) = \frac{D^2}{4\lambda_{ab}^2} \left[\frac{c^2 q^2}{\varepsilon(\omega^2 - \omega_J^2 + i\omega\omega_r)} - 1 \right]. \quad (1.21)$$

З рівняння (1.21) видно, що об'ємні ДПХ можуть розповсюджуватися в шаруватому надпровіднику тільки з частотами вище за джозефсонівську плазмову частоту $\omega > \omega_J$. Відзначимо, що рівняння (1.21), отримане в припущенні електронейтральності шарів, дає наступне мінімальне можливе значення поздовжньої компоненти хвильового вектора ДПХ:

$$q_{\min} = \sqrt{\frac{\varepsilon(\omega^2 - \omega_J^2)}{c}}. \quad (1.22)$$

Загасання ДПХ визначається частотою ω_r , що обумовлене дисипативною провідністю квазічастинок σ_c . При низьких температурах квазічастинки “вимораживаються” і значенням σ_c у багатьох задачах можна знехтувати [71, 80].

З урахуванням ефекту порушення електронейтральності, закон дисперсії

лінійних ДПХ набуває вигляд [66],

$$\frac{\omega^2(q, k_z)}{\omega_J^2} = 1 + \frac{\lambda_c^2 q^2}{1 + (4\lambda_{ab}^2/D^2) \sin^2(k_z D/2)} + 4\alpha \sin^2(k_z D/2), \quad \alpha = \frac{\varepsilon R_D^2}{sD}, \quad (1.23)$$

де R_D — дебаєвський радіус екранування, $\lambda_c = c/\sqrt{\varepsilon}\omega_J$ — лондонівська глибина проникнення поля уздовж шарів. Згідно теоретичним розрахункам Хельма і Булаєвського [66] величина $\alpha \sim 0,05$ – $0,1$ для кристалів Ві-2212 або Ті-2212. З дисперсійного рівняння (1.23) видно, що для поперечних хвиль з $q \sim \omega_J/c$ доданком з α можна знехтувати. У експериментах [46,81] також продемонстровано, що ефект порушення електронейтральності шарів істотно не впливає на розповсюдження ДПХ. Тому в дисертації ефектом порушення електронейтральності ми знехтуємо.

1.2.3. Анізотропна діелектрична проникність шаруватого надпровідника

У континуальному і в лінійному наближенні різниця фаз φ може бути виключена з синусоїдальних рівнянь Гордона. В цьому випадку електромагнітні властивості шаруватого надпровідника можуть бути описані в термінах макроскопічної електродинаміки з діагональним анізотропним тензором діелектричної проникності $\hat{\varepsilon}$ [35,82]. В лінійному наближенні ($\sin \varphi \approx \varphi$) вирази для електричного і магнітних полів в шаруватому надпровіднику, згідно з (1.4), (1.7) і (1.9), набувають наступного вигляду:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{4\pi}{c} [J_c \varphi + \sigma_c E_z] + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad E_z = \frac{\Phi_0}{2\pi D c} \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (1.24)$$

Рівняння Максвелла в шаруватому надпровіднику може бути переписане з використанням анізотропної частотно-залежної діелектричної проникності,

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} = -i \frac{\omega}{c} \varepsilon(\omega) \vec{E}, \quad (1.25)$$

з компонентами $\varepsilon_c(\omega)$ і $\varepsilon_{ab}(\omega)$ упоперек і уздовж шарів, відповідно:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -i \frac{\omega}{c} \varepsilon_c(\omega) E_z, \quad \frac{\partial H}{\partial z} = i \frac{\omega}{c} \varepsilon_{ab}(\omega) E_x. \quad (1.26)$$

Підставляючи перше рівняння з (1.26) в (1.24) і враховуючи, що залежність електромагнітних полів і фази від часу дається експоненційним множником $\propto \exp(-i\omega t)$, знаходимо компоненту діелектричної проникності упоперек надпровідникових шарів:

$$\varepsilon_c(\omega) = \varepsilon \left(1 - \frac{\omega_J^2}{\omega^2} - i\nu_c \frac{\omega_J^2}{\omega^2} \right), \quad (1.27)$$

Для знаходження іншої діагональної компоненти $\varepsilon_{ab}(\omega)$, скористаємося рівняннями (1.5), (1.6) в континуальному вигляді,

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{A_x}{\lambda_{ab}^2} + \frac{4\pi}{c} \frac{s}{d} \sigma_{ab} E_x + \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad E_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_x}{\partial t}. \quad (1.28)$$

Підставляючи сюди друге рівняння з (1.26), після простих перетворень знаходимо компоненту діелектричної проникності уздовж надпровідникових шарів:

$$\varepsilon_{ab}(\omega) = \varepsilon \left(1 - \gamma^2 \frac{\omega_J^2}{\omega^2} - i\nu_{ab} \gamma^2 \frac{\omega_J^2}{\omega^2} \right), \quad (1.29)$$

де $\nu_{ab} = 4\pi\sigma_{ab}/(\varepsilon\omega_J\gamma^2)$, $\nu_c = 4\pi\sigma_c/(\varepsilon\omega_J)$, $\gamma = \lambda_c/\lambda_{ab}$.

1.2.4. Негативна рефракція електромагнітних хвиль в шаруватих надпровідниках

Останнім часом помітно зростає інтерес до вивчення властивостей так званих left-handed (ліворуких) середовищ — метаматеріалів, які мають негативний коефіцієнт заломлення, $n < 0$. Гіпотеза про існування таких матеріалів була висунута Веселаго ще в 1967 р. [83], проте перші експерименти на ліворуких середовищах були проведені тільки опісля близько 30 років групою учених з університету Сан-Дієго (США) [84, 85]. Результатом цих експериментів з'явилася реалізація аномального закону заломлення Снелліуса. На рис. 1.2, (а) схематично зображено звичайне заломлення променя світла при проходженні через плоску межу розділу вакууму і ізотропного діелектрика з позитивним показником заломлення, $n > 0$. У експериментах [84, 85] заломлення променя світла помітно відрізнялося від звичного, див. рис. 1.2, (б). Таке аномальне заломлення променя

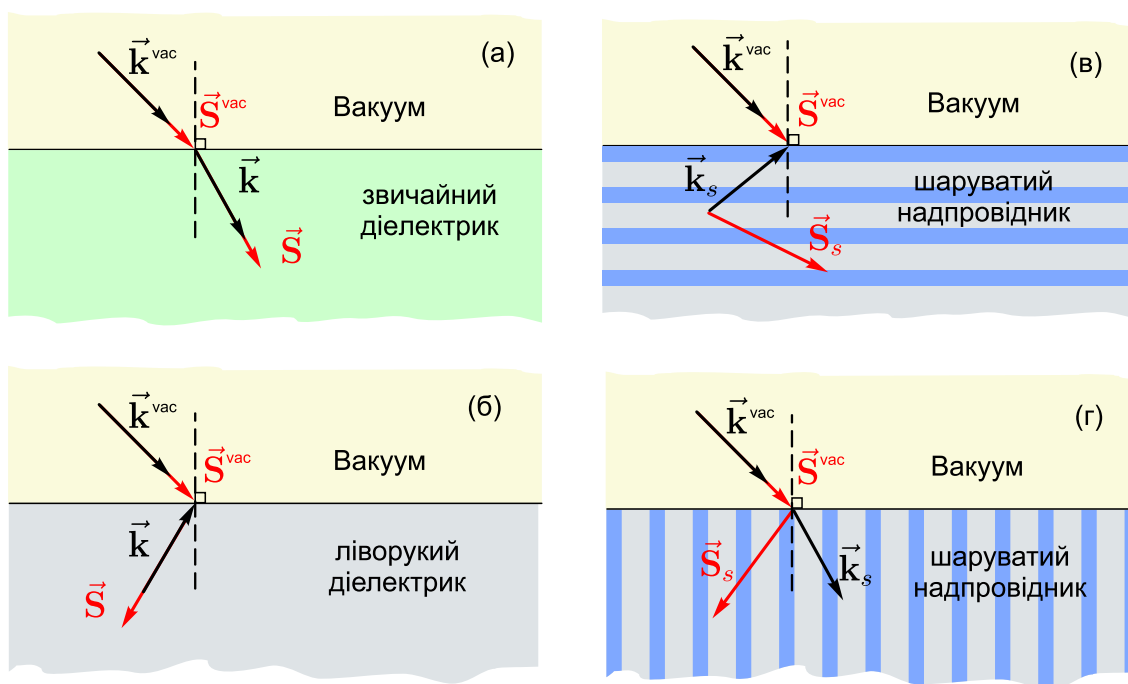


Рис. 1.2. Схематичне зображення проходження електромагнітної хвилі крізь плоску межу розділу двох різнорідних середовищ: (а) вакууму і ізотропного діелектрика з позитивним показником заломлення, $n > 0$; (б) вакууму і ізотропного ліворукого діелектрика з негативним показником заломлення, $n < 0$; (в) і (г) вакууму і шаруватого надпровідника при різних орієнтаціях надпровідникових шарів по відношенню до межі розділу цих середовищ.

задовольняє закону Снелліуса при негативному відносному показнику заломлення середовищ. Відзначимо також, що цікавою особливістю метаматеріалів є не тільки незвичайна реалізація законів заломлення електромагнітних хвиль, але і ряду інших явищ, зокрема, ефектів Доплера і випромінювання Вавілова-черенкова.

У роботах [86,87] було показано, що середовища з негативним коефіцієнтом заломлення характеризуються негативними значеннями діелектричної проникності ϵ і магнітної проникності μ . Ці твердження відносяться до матеріалів з ізотропними ϵ , μ і n . Негативне значення n відповідає тому, що в таких матеріалах напрямок хвильового вектора \vec{k} і вектора Пойнтінга \vec{S} антипаралельні або, що те ж саме, антипаралельні напрямки фазової і групової швидкостей. Цікавою особливістю матеріалів з негативним показником заломлення є те, що проходження електромагнітних хвиль крізь плоськопаралельну пластину нагадує хід променів в збираючій лінзі з ізотропного діелектрика з позитивним показником заломлення, див. рис. 1.3.

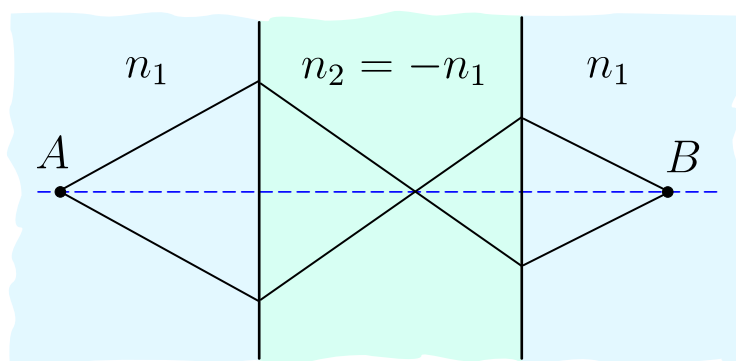


Рис. 1.3. Проходження електромагнітних хвиль крізь плоськопаралельну пластину, виготовлену з ліворучого середовища, $n_2 = -n_1$.

В 2000 році Пендрі [88] показав, що на основі матеріалів з негативним показником заломлення можуть бути побудовані так звані “суперлінзи”, для яких може бути подолана дифракційна межа, тобто за допомогою таких лінз можна отримувати зображення об’єктів з розмірами значно меншими за довжину хвилі.

Дифракційна межа обмежує кількість інформації, яку можна зберегти або прочитати на оптичному компакт-диску (DVD). Тому спосіб обійти це обмеження зміг би значно збільшити густину і об’єм інформації, що зберігається на електрон-

них носіях.

Перспективними матеріалами, в яких можлива негативна рефракція електромагнітних хвиль, є немагнітні сильно анізотропні шаруваті середовища з різними знаками діелектричної проникності для електричних полів, направлених вздовж і поперек шарів. Такі матеріали можуть проявляти якості середовищ з позитивною рефракцією, але з негативним показником заломлення (коли *нормальні* до поверхні зразка компоненти хвильового вектора і вектора Пойнтінга мають різні знаки, див. рис. 1.2, (в)), або ж негативну рефракцію з позитивним показником заломлення (див. рис. 1.2, (г)). У останньому випадку *паралельні* поверхні зразка компоненти хвильового вектора і вектора Пойнтінга мають різні знаки.

Типовими представниками немагнітних середовищ, в яких може спостерігатися негативна рефракція, є шаруваті високотемпературні купратні надпровідники. Дійсно, як було показано у роботі [82], в шаруватих надпровідниках поперечна і поздовжня компоненти діелектричної проникності можуть приймати різні знаки в широкому діапазоні частот.

На жаль, в даний час практичне конструювання суперлінз на основі шаруватих надпровідників натрапляє на декілька перешкод. По-перше, верхня частотна область розповсюдження хвиль в надпровіднику обмежена відомим співвідношенням [89, 90],

$$\hbar\omega < 2\Delta, \quad (1.30)$$

де Δ — енергетична щілина в спектрі елементарних збуджень. Мікрохвильове опромінювання надпровідника з $\omega > 2\Delta/\hbar$ руйнує куперівські пари і приводить до різкого збільшення дисипативних втрат. Теоретичні оцінки, проведені в роботі [82], показують, що високотемпературні надпровідники типу $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ (Bi2212) мають критичну частоту $\omega_c = 2\Delta/\hbar \approx 5 \times 10^{13} \text{ c}^{-1}$. У діапазоні частот від 0,15 ТГц до 7,5 ТГц (з довжинами хвиль від 40 мкм до 2 мм) сполука Bi2212 має негативний показник заломлення при будь-якому куті падіння зовнішньої

електромагнітної хвилі. По-друге, кристали Bi2212 дуже малі: менші за 1 мм в площині шарів і близько 30 – 100 мкм в поперечному напрямку, що відповідає по порядку довжинам хвиль, які розповсюджуються в таких матеріалах. По-третє, сам параметр порядку Δ у ВТНП має нетривіальний характер, пов'язаний з так званим d -хвильовим спаровуванням, що приводить до додаткової кутової залежності показника заломлення. Таким чином, використання ВТНП сполук Bi2212 як суперлінзи має перешкоди. Проте стрімкий розвиток нанотехнологій привів до створення нового класу штучних надпровідних шаруватих з'єднань, які позбавлені деяких з вказаних вище недоліків. Такі матеріали можуть бути створені шляхом періодичного нарощування діелектричних і надпровідникових шарів з надпровідникових металів або сплавів. Так, наприклад, надпровідникові шари з Nb добре описуються теорією БКШ у наближенні слабкого зв'язку. Провідність Nb в надпровідному стані, $\sigma_s(\omega, t)$, може бути обчислена за формулою Маттіса-Бардіна. При низьких температурах, $T \ll T_c$, згідно теорії БКШ $\Delta = 1,76 k_B T_c$. Якщо $\omega < \omega_c$ і $T \ll T_c$, то формула Маттіса-Бардіна [91,92] для провідності $\sigma_s(\omega, T)$ має наступний вигляд:

$$\sigma_s/\sigma_n = \frac{\omega}{\omega_c} \left[1 - \exp\left(-3.52 \frac{\omega T_c}{\omega_c T}\right) \right] \times \int_1^\infty \frac{(u^2 + 1 + 2u\omega/\omega_c) \exp(-1.76 u T_c/T)}{\sqrt{(u^2 - 1) [(u + 2\omega/\omega_c)^2 - 1]}} du. \quad (1.31)$$

Для Nb можна вважати [91]: $T_c = 9,3$ К, $\lambda(T = 0) = 44$ нм, $\xi = 38$ нм, довжина вільного пробігу електронів $l_e = 20$ нм і провідність у нормальному стані $\sigma_n = 0,85 \times 10^6 \Omega^{-1} \text{см}^{-1}$. Теоретичний аналіз показує, що товщину ніобієвих надпровідникових шарів краще всього вибрати в межах від 30 до 40 нм. Максимальна частота $\omega_c = 3,52 k_B T_c/\hbar$ має порядок 0,7 ТГц. Використовуючи різні метали в сполуках і варіюючи параметри товщини надпровідних і діелектричних шарів, можна у широких межах змінювати параметри анізотропії і плазмову частоту. Зміна зовнішнього постійного магнітного поля і температури приводить до зміни

надпровідникових параметрів (параметра порядку, плазмової частоти), що дає можливість управляти роздільною здатністю надпровідникових лінз.

Слід звернути увагу на те, що в попередніх роботах не був встановлений взаємозв'язок двох описаних вище явищ — розповсюдження поверхневих хвиль в шаруватих надпровідниках і негативне заломлення об'ємних ДПХ. На цей взаємозв'язок звернена увага в наступному розділі дисертації, де показано, що шаруваті надпровідники можуть мати негативний показник заломлення тільки в певному діапазоні частот і при певних кутах падіння електромагнітної хвилі. В той же час, як показано в цьому ж розділі, в спектрі поверхневих ДПХ існує частотна щілина $\omega_J < \omega < \omega_1$, і саме в цьому частотному інтервалі шаруватий надпровідник має негативний коефіцієнт заломлення. Таким чином, два явища — розповсюдження поверхневих хвиль і негативне заломлення об'ємних хвиль, в деякому відношенні доповнюють один одного.

1.3. Аномальне проходження електромагнітних хвиль крізь періодично модульовані металеві пластини

Помітно збільшений в останнє десятиліття інтерес багатьох дослідницьких груп до поверхневих коливань в провідниках обумовлений істотним просуванням в технологіях проектування провідникових систем нанометрового масштабу. Так, наприклад, сучасний стан нанонауки дозволяє створювати субхвильові провідникові структури з дуже хорошим ступенем періодичності, що привело до появи нового класу впорядкованих матеріалів — фотонних кристалів. Це матеріали, структура яких характеризується періодичною зміною показника заломлення в різних просторових напрямках [93]. Періодичність кристалів накладає обмеження на розповсюдження електромагнітних хвиль в них — відбувається формування так званих дозволених і заборонених зон. Як показав в своїх експериментах Еббесен [94], проходження світла крізь металеву плівку з періодичними субхвильовими отворами приводить до ряду аномальних оптичних явищ. Автори виявили, що

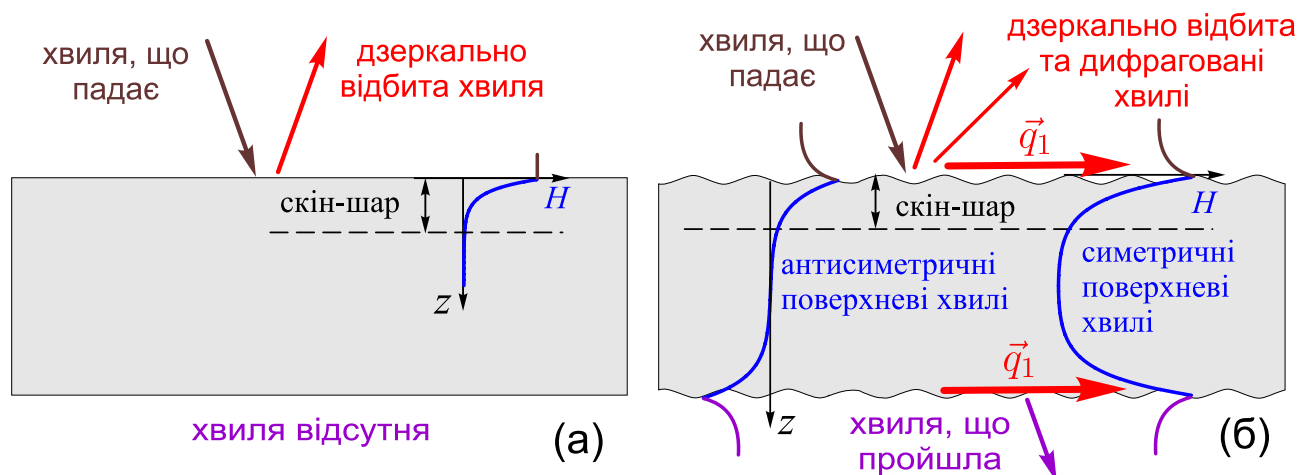


Рис. 1.4. (а) Локалізація поля електромагнітної хвилі у поверхні немодульованої металевій пластини, товщина якої у багато разів перевищує глибину скін-шару. За відсутності модуляції хвиля не проходить крізь пластину, а локалізується на відстанях порядку глибини скін-шару. (б) Проходження електромагнітної хвилі крізь періодично модульовану металеву пластину, товщина якої у багато разів перевищує глибину скін-шару. \vec{q}_1 — хвильовий вектор поверхневої хвилі, що збуджується.

коефіцієнт проходження світла крізь металеву плівку з субхвильовими отворами, що нанесена на кварцову підкладку, може бути значно більшим, ніж визначений із стандартної апертурної теорії [95]. Принциповим механізмом, що обумовлює ефект оптичного просвітлення металевих плівок з періодичною модуляцією параметрів, є збудження власних поверхневих мод, що існують на межах плівки.

За відсутності модуляції хвиля не проходить крізь пластину, як це схематично показано на рис. 1.4, (а). Наявність періодичної модуляції приводить до дифракції електромагнітної хвилі, що падає, див. рис. 1.4, (б). При певних кутах падіння хвильовий вектор дифрагированої хвилі може зрівнятися з хвильовим вектором однієї з власних мод в пластині. Це приводить до резонансного збудження власної моди і до помітного збільшення коефіцієнта проходження зовнішньої хвилі. Власні моди можуть бути як симетричними, так і антисиметричними відносно середини зразка.

Збудження власних мод може приводити і до зворотного ефекту [96, 97], а саме, до резонансного зменшення проходження електромагнітного випромінюва-

ння і аномальному збільшенню поглинання в ультратонких (менше або порядку товщини скін-шару) металевих плівках з субхвильовими отворами. Інтерес до подібних ефектів обумовлений можливістю їх застосування для управління, детектування і фільтрації випромінювання видимого і ближнього інфрачервоного частотних діапазонів.

Не зважаючи на обширну літературу, присвячену резонансним електромагнітним ефектам в провідниках, в роботах попередників не були вивчені аномальні резонансні ефекти, пов'язані із збудженням власних мод при падінні зовнішньої електромагнітної хвилі на періодично модульовану пластину *шаруватого надпровідника*. Як показано в дисертації, на відміну від металевих плівок, де спостерігаються аномальні *оптичні* явища, шарувата структура ВТНП дає можливість спостерігати такі ефекти в терагерцовому діапазоні частот. У дисертації також підкреслено, що є принципова відмінність перенесення електромагнітної енергії в шаруватих надпровідниках від її перенесення в інших провідниках: у модульованій пластині ВТНП електромагнітне поле може переноситися від опромінюваної її сторони до протилежної завдяки збудженню так званих *хвилеводних мод*, які не згасають в глибину пластини, а в металах посилене проходження світла пов'язане із збудженням поверхневих хвиль. Нами показано, що у залежності коефіцієнта проходження від кута падіння хвилі повинні спостерігатися серії резонансних піків, відповідних рівності хвильового вектора дифрагированої хвилі хвильовому вектору однієї з власних хвилеводних мод. Розглянуто також протилежний ефект, коли прозорість модульованої тонкої пластини (з товщиною багато меншою ніж глибина скін-шару) помітно зменшується за рахунок резонансного збудження власних мод.

Висновки до розділу 1

- Всі відомі на сьогоднішній день високотемпературні надпровідники характеризуються дуже великою анізотропією, яка виявляється в їх шарува-

тій структурі. Найбільша анізотропія встановлена у вісмутівому надпровіднику $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$, де параметр анізотропії досягає значень декількох сотень одиниць, а в сполуках $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ — не більше десяти;

- між надпровідниковими площинами у ВТНП існує слабкий джозефсонівський зв'язок, завдяки якому в шаруватих надпровідниках формується так звана джозефсонівська плазма. Властивості цієї плазми істотно відрізняються від властивостей інших провідникових середовищ, наприклад металів;

- у шаруватих надпровідниках можуть розповсюджуватися елементарні збудження особливого роду — джозефсонівські плазмові хвилі. Рівняння, які описують ці хвилі, зводяться до системи так званих зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона для калібровочно-інваріантної різниці фаз параметра порядку. Електромагнітне поле в шаруватому надпровіднику з рівнянь Максвелла може бути виражене через міжшарову різницю фаз;

- завдяки шаруватій структурі струмові властивості ВТНП виявляються анізотропними. Зокрема, при певних частотах компоненти тензора діелектричної проникності можуть мати різні знаки, унаслідок чого в шаруватому надпровіднику може спостерігатися явище негативної рефракції електромагнітних хвиль.

- джозефсонівські плазмові хвилі в шаруватих надпровідниках належать до терагерцового діапазону частот, що дає можливість розглядати такі матеріали як перспективні кандидати для створення пристроїв, які працюють в терагерцовому діапазоні.

Таким чином, дослідження джозефсонівських плазмових хвиль в шаруватих надпровідниках представляє інтерес як із загальнофізичної точки зору, так і з погляду різних можливих застосувань. Багато явищ, які спостерігаються в нормальних металах в оптичному діапазоні частот, повинні спостерігатися і в шаруватих надпровідниках, але вже в терагерцовому діапазоні. Тому представляється надзвичайно важливим вивчити можливість існування в шаруватих надпровідниках явищ, аналогічних ефектам, що спостерігаються в оптичному діапазоні в металах, а також передбачити невідомі раніше особливості цих

явищ в сильно анізотропній джозефсонівській плазмі. До теперішнього часу не були вивчені ні теоретично, ні експериментально збудження високочастотних поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль, екстрапроходження терагерцових хвиль крізь модульовані пластини, збудження хвилеводних джозефсонівських плазмових мод в пластині шаруватого надпровідника і збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів як в зовнішньому постійному магнітному полі, так і за його відсутності. Теоретичному прогнозу і дослідженню цих явищ в шаруватих надпровідниках і присвячена дана дисертація.

РОЗДІЛ 2

ПОВЕРХНЕВІ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКІ ПЛАЗМОВІ ХВИЛІ

Як було відмічено в попередньому розділі, в шаруватих надпровідниках окрім об'ємних ДПХ можуть існувати і поверхневі хвилі. Електромагнітне поле таких хвиль локалізоване поблизу межі розділу двох середовищ і згасає по обидві сторони від неї. Поверхневі електромагнітні хвилі (ПЕХ) є хвилями ТМ-типу або p -поляризованими: вектор електричного поля \vec{E} має дві складові, одну уздовж хвильового вектора \vec{k}_{sw} хвилі і другу — перпендикулярну поверхні; магнітний вектор \vec{H} перпендикулярний напрямку розповсюдження хвилі і лежить в площині поверхні [1, 3, 4]. У даному розділі досліджено поверхневі джозефсонівські плазмові хвилі, що розповсюджуються на межі вакуум-шаруватий надпровідник і резонансні електромагнітні ефекти, пов'язані з їх збудженням. Розглянуто дві принципово різні геометрії: у одній з них поверхнева хвиля розповсюджується уздовж надпровідникових шарів, які паралельні межі зразка, а в іншій геометрії передбачається, що надпровідникові шари перпендикулярні межі зразка, а хвиля розповсюджується упоперек шарів.

2.1. Поверхневі джозефсонівські плазмові хвилі, що розповсюджуються уздовж надпровідникових шарів

В роботах [5,35] були передбачені і теоретично досліджені поверхневі хвилі, які можуть розповсюджуватися в шаруватих надпровідниках з частотами нижче за джозефсонівську плазмову частоту ω_J . У даному розділі дисертації передбачено існування ще однієї гілки в спектрі поверхневих хвиль, яка розташована вище

джозефсонівської плазмової частоти ω_J . Між цими гілками є частотна щілина, яка пов'язана з принциповою особливістю джозефсонівської плазми — природа струмів вздовж і поперек шарів різна. Саме ефект Джозефсона відповідає за щілину у спектрі ДПХ. Цікаво відзначити, що саме в цьому частотному інтервалі може спостерігатися негативний коефіцієнт заломлення (negative refractive index) шаруватого надпровідника, наведений у попередньому розділі. Іншими словами, два явища — розповсюдження поверхневих хвиль і негативне заломлення об'ємних електромагнітних хвиль виявляються в деякому відношенні додатковими по відношенню один до одного.

2.1.1. Умови для спостереження негативного коефіцієнта заломлення

Розглянемо шаруватий надпровідник, що складається з надпровідних і діелектричних шарів з товщиною s і d , відповідно. Система координат вибрана таким чином, що кристалографічна площина \mathbf{ab} збігається з площиною xy і вісь \mathbf{c} направлена уздовж вісі z , рис. 2.1. Будемо вивчати ДПХ ТМ-типу з хвильовим вектором $\vec{k}_s = (q, 0, \kappa_s)$. Компоненти електричного $\vec{E}^s = \{E_x^s, 0, E_z^s\}$ і магнітного $\vec{H}^s = \{0, H^s, 0\}$ полів пропорційні $\exp[i(qx + \kappa_s z - \omega t)]$.

Нагадаємо, що розповсюдження ДПХ описується системою так званих

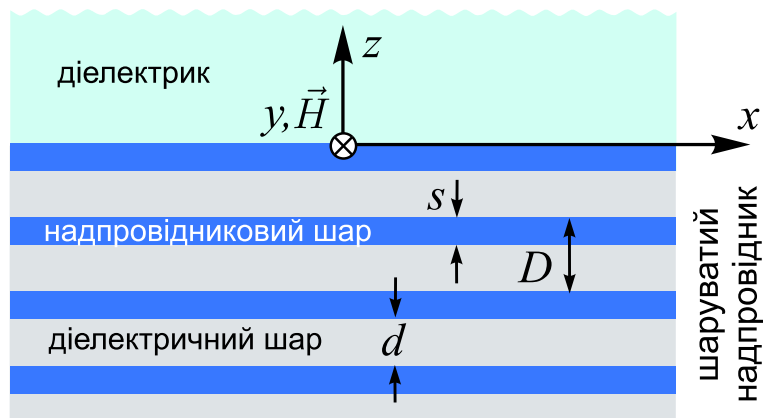


Рис. 2.1. Схематичне зображення шаруватого надпровідника і система координат. Площина $z = 0$ розділяє шаруватий надпровідник і діелектрик з проникністю ϵ_{ext} .

зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона [35], яка записується для міжшарової калібровочно-інваріантної різниці фаз φ параметра порядку, а компоненти електромагнітного поля виражаються через просторові і часові похідні від φ . У континуальному і в лінійному наближенні φ може бути виключена з системи рівнянь для електромагнітних полів, і електродинаміка шаруватих надпровідників може бути описана в термінах анізотропної частотно-залежної діелектричної проникності з компонентами $\varepsilon_c(\Omega)$ і $\varepsilon_{ab}(\Omega)$ упоперек і вздовж шарів, відповідно:

$$\begin{aligned}\varepsilon_c(\Omega) &= \varepsilon \left(1 - \frac{1}{\Omega^2} + i\nu_c \frac{1}{\Omega} \right), \\ \varepsilon_{ab}(\Omega) &= \varepsilon \left(1 - \frac{1}{\Omega^2} \gamma^2 + i\nu_{ab} \frac{1}{\Omega} \gamma^2 \right).\end{aligned}\tag{2.1}$$

Тут введені наступні безрозмірні параметри: $\Omega = \omega/\omega_J$; $\nu_{ab} = 4\pi\sigma_{ab}/\varepsilon\omega_J\gamma^2$ і $\nu_c = 4\pi\sigma_c/\varepsilon\omega_J$ — частоти релаксації, що обумовлені дисипативною провідністю квазічастинок σ_{ab} і σ_c вздовж і поперек шарів, відповідно; $\omega_J = (8\pi eDJ_c/\hbar\varepsilon)^{1/2}$ — джозефсонівська плазмова частота. Остання визначається максимальною густиною джозефсонівського струму J_c , міжшаровою діелектричною проникністю ε і просторовим періодом надпровідникової структури $D = s + d \approx d$. Відзначимо, що в роботі [58] було досліджено ефект просторової дисперсії в ε_{ab} і ε_c , що обумовлений ємкісним міжшаровим зв'язком і порушенням електронейтральності надпровідникових шарів. Це явище істотно тільки в області частот дуже близьких до ω_J і в даній дисертації не розглядається.

Аналізуючи вирази для $\varepsilon_c(\Omega)$ та $\varepsilon_{ab}(\Omega)$, знаходимо, що їх реальні частини в частотному діапазоні $\omega_J < \omega < \omega_2 = \omega_J\gamma$ (або $1 < \Omega < \Omega_2 = \gamma \gg 1$) мають різні знаки. Як було показано в роботі [82], такий специфічний вид діелектричної проникності шаруватих надпровідників дозволяє використовувати їх як кандидатів на роль середовищ з негативним показником заломлення. Дійсно, при таких частотах z -компоненти групової швидкості і вектора Пойнтінга об'ємних хвиль мають знак протилежний знаку z -компоненти хвильового вектора, а вектори \vec{k}_s , \vec{E}^s і \vec{H}^s утворюють ліву трійку, що характерно для ліворуких середовищ.

Проте, як показує детальніший аналіз, негативне заломлення об'ємних ДПХ може спостерігатися в більш вузькому частотному інтервалі.

Щоб в цьому переконатися, запишемо дисперсійне співвідношення для нормальної по відношенню до шарів компоненти κ_s хвильового вектора ДПХ,

$$\kappa_s^2 = \varepsilon_{ab}(\Omega) \left[k^2 - \frac{q^2}{\varepsilon_c(\Omega)} \right], \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad (2.2)$$

яке безпосередньо виходить з рівняння (1.21), узятого в континуальному наближенні. Очевидно, що ДПХ можуть розповсюджуватися упоперек шарів тільки при умовах, коли $\text{Re}(\kappa_s^2) > 0$, де “Re” означає дійсну частину. Реальна частина діелектричної проникності ε_{ab} негативна в даному інтервалі частот $\omega_J < \omega < \omega_2$. Отже ДПХ можуть розповсюджуватися, якщо множник $[k^2 - q^2/\varepsilon_c(\Omega)]$ в рівнянні (2.2) також від'ємний. З рівняння (2.1) для $\varepsilon_c(\Omega)$ витікає, що цей множник негативний тільки при частотах $1 < \Omega^2 < 1 + q^2\lambda_c^2$.

Нехай на шаруватий надпровідник з боку діелектрика з проникністю ε_{ext} падає плоска електромагнітна хвиля під кутом θ з тангенціальною компонентою хвильового вектора $q = (\omega\varepsilon_{\text{ext}}^{1/2}/c) \sin \theta$. Тоді негативний показник заломлення для таких хвиль може спостерігатися тільки при кутах падіння більших деякого критичного значення θ_{crit} , що визначається з рівняння

$$\sin(\theta_{\text{crit}}) = \sqrt{\varepsilon_c(\Omega)/\varepsilon_{\text{ext}}}. \quad (2.3)$$

Таким чином, завдяки негативному знаку ε_{ab} в (2.2), хвиля, що падає проникає в надпровідник при $\theta > \theta_{\text{crit}}$ і повністю відбивається при кутах θ менших за θ_{crit} , в протилежність відомому закону відбиття і заломлення хвиль в звичайних праворуких середовищах, де повне внутрішнє відбиття може спостерігатися при кутах падіння, що перевищують критичний кут. Зауважимо також, що джозефсонівська плазма є особливим середовищем і в деяких випадках принципово відрізняється від ліворуких середовищ. У ліворуких середовищах напрямки хвильового вектора \vec{k} і вектора Пойнтінга \vec{S} антипаралельні, або, що те ж саме антипаралельні

напрями фазової і групової швидкостей. У нашому ж випадку в шаруватих надпровідниках вектори \vec{k}_s і \vec{S}_s утворюють гострий кут. При цьому вектор \vec{S}_s направлений в глибину надпровідника, а вектор \vec{k}_s — до межі надпровідник-діелектрик (див. рис. 1.2, в).

При $\varepsilon_{\text{ext}} < \varepsilon$ вирази (2.1), (2.3) і нерівність $\sin(\theta_{\text{crit}}) \leq 1$ дають наступні умови:

$$\omega_J < \omega < \omega_1 = \omega_J \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon - \varepsilon_{\text{ext}}} \right)^{1/2}. \quad (2.4)$$

Таким чином, негативний коефіцієнт заломлення на межі шаруватого надпровідника і діелектрика з проникністю $\varepsilon_{\text{ext}} < \varepsilon$ спостерігається тільки в частотному інтервалі $\omega_J < \omega < \omega_1 = \omega_J \Omega_1$ з $\Omega_1 = \sqrt{\varepsilon/(\varepsilon - \varepsilon_{\text{ext}})}$.

2.1.2. Дисперсійні співвідношення для поверхневих ДПХ, що розповсюджуються уздовж надпровідникових шарів

Розглянемо випадок, коли права частина рівняння (2.2) негативна. Тут z -компонента κ_s хвильового вектора \vec{k}_s стає уявною $\kappa_s = -i\chi_s$. Це означає, що відбувається послаблення хвилі в глибину шаруватого надпровідника. При $q > \omega\sqrt{\varepsilon_{\text{ext}}}/c$ хвиля згасає також в області діелектрика при віддаленні від його межі з шаруватим надпровідником. Таким чином хвиля виявляється локалізованою на межі розділу діелектрик-шаруватий надпровідник, тобто виявляється поверхневою ДПХ.

Розглянемо напівнескінченний шаруватий надпровідник в простій геометрії, що показана на рис. 2.1. Система координат вибрана таким чином, що площина xy збігається з межею розділу зразка і діелектрика, вісь z направлена уздовж вісі z . Шукатимемо розв'язок рівнянь Максвелла у вигляді лінійних поверхневих монохроматичних хвиль ТМ-типу, що розповсюджуються уздовж вісі x і які згасають в обидві сторони від межі розділу діелектрик-шаруватий надпровідник

$z = 0$.

Компоненти електромагнітного поля в діелектрику представляємо у вигляді

$$H^d, E_x^d, E_z^d \propto \exp(iqx - k_d z), \quad z > 0 \quad (2.5)$$

з просторовим декрементом загасання

$$k_d = \sqrt{q^2 - k^2} > 0, \quad k = \omega/c.$$

Тут і далі ми не пишемо часовий множник $\exp(-i\omega t)$. З рівнянь Максвелла отримуємо також наступне відношення амплітуд тангенціальних компонент електричного і магнітного полів на межі розділу $z = +0$ (тобто безпосередньо над межею зразка):

$$\frac{E_x^{\text{vac}}}{H^{\text{vac}}} = \frac{ic}{\omega} k_v = \frac{ic}{\omega} \sqrt{q^2 - k^2}. \quad (2.6)$$

У шаруватому надпровіднику рівняння Максвелла набирають наступного вигляду:

$$E_x^s = -\frac{i}{k \varepsilon_{ab}(\Omega)} \frac{\partial H^s}{\partial z}, \quad E_z^s = \frac{i}{k \varepsilon_c(\Omega)} \frac{\partial H^s}{\partial x}. \quad (2.7)$$

Їх рішення для поверхневої хвилі

$$H^s, E_x^s, E_z^s \propto \exp(iqx + \varkappa_s z), \quad (2.8)$$

дає вираз для \varkappa_s^2 , що відрізняється від виразу (2.2) для κ_s^2 знаком,

$$\varkappa_s^2 = \varepsilon_{ab}(\Omega) \left[\frac{q^2}{\varepsilon_c(\Omega)} - k^2 \right]. \quad (2.9)$$

Дисперсійне співвідношення $q(\omega)$ для поверхневих джозефсонівських пла-

змових хвиль може бути отримано з умов безперервності тангенціальних компонент електричного і магнітного полів на межі шаруватого надпровідника з діелектриком. З цих умов виходить,

$$\frac{E_x^{\text{vac}}}{H^{\text{vac}}} = \frac{E_x^s}{H^s}. \quad (2.10)$$

У результаті отримуємо наступне дисперсійне співвідношення для поверхневих ДПХ,

$$\kappa(\Omega) = \Omega \left(\varepsilon_c(\Omega) \frac{\varepsilon_{\text{ext}} - \varepsilon_{ab}(\Omega)}{\varepsilon_{\text{ext}}^2 - \varepsilon_c(\Omega)\varepsilon_{ab}(\Omega)} \right)^{1/2}, \quad (2.11)$$

або в іншому вигляді, без урахування дисипативних членів:

$$\kappa(\Omega) = \Omega \left(\frac{\gamma^2 - \Omega^2 + \Omega^2 \varepsilon_{\text{ext}} / \varepsilon}{\gamma^2 - \Omega^2 + \Omega^4 \varepsilon_{\text{ext}}^2 / (\Omega^2 - 1) \varepsilon^2} \right)^{1/2}, \quad (2.12)$$

де $\kappa = cq / \omega_J \varepsilon_{\text{ext}}^{1/2}$.

Рівняння (2.12) описує дві гілки дисперсійних кривих поверхневих ДПХ (див. рис. 2.2). Перша, низькочастотна гілка, $0 < \omega < \omega_J$, була раніше вивчена у роботі [5]. Друга гілка, передбачена в даній дисертації, бере свій початок на світловій лінії $\omega = cq / \varepsilon_{\text{ext}}^{1/2}$ (або $\Omega = \kappa$) при $\omega = \omega_1$ (точка А на рис. 2.2), потім слідує практично уздовж цієї лінії і при частотах $\omega \sim \omega_2 = \gamma \omega_J$ значно відхиляється від останньої і закінчується в точці з координатами $q = \gamma \omega_J \varepsilon_{\text{ext}}^{1/2} / c$, $\omega = \omega_2$ (точка В на рис. 2.2).

Таким чином, в спектрі ДПХ існує частотна щілина, $\omega_J < \omega < \omega_1$. Саме у цьому інтервалі частот, де не існують поверхневі хвилі, шаруватий надпровідник має негативний коефіцієнт заломлення. Отже, два явища, розповсюдження поверхневих хвиль і негативне заломлення об'ємних хвиль, в деякому відношенні доповнюють один одного.

При збільшенні діелектричної проникності ε_{ext} точка А на рис. 2.2 наближа-

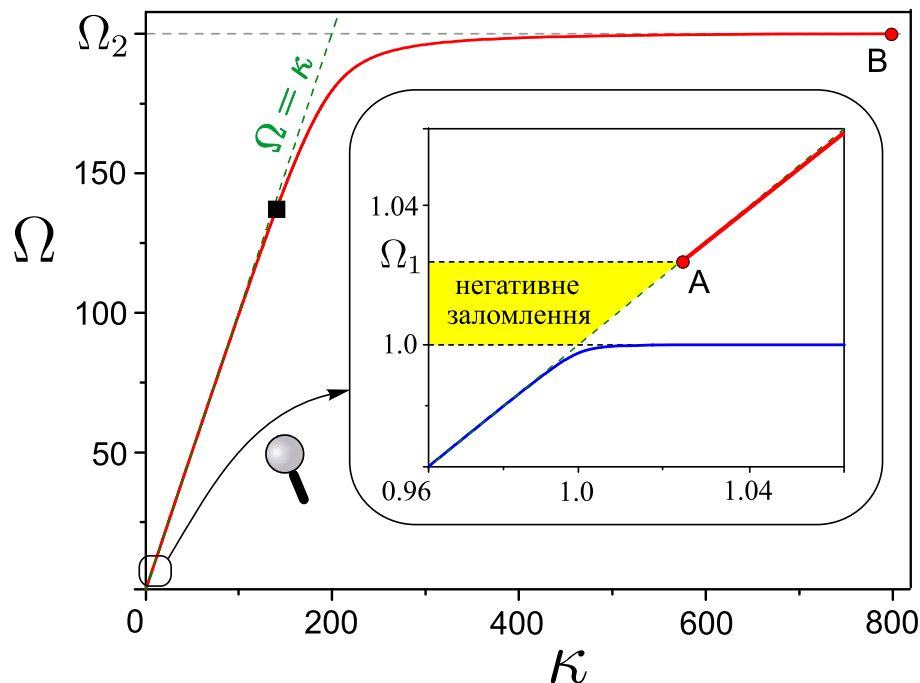


Рис. 2.2. Дисперсійні криві (залежність $\Omega = \omega/\omega_J$ від $\kappa = cq/\omega_J \varepsilon_{\text{ext}}^{1/2}$) поверхневих ДПХ на межі діелектрік-шаруватий надпровідник. Значення параметрів : $\gamma = 200$, $\varepsilon = 16$, $\varepsilon_{\text{ext}} = 1$. На вставці: збільшений фрагмент спектру поблизу точки ($\kappa = 1$, $\Omega = 1$). Точки А і В відповідають початку і кінцю високочастотної гілки поверхневих ДПХ. Пряма $\Omega = \kappa$ відповідає світловій лінії.

ється до точки В, збільшуючи частотну щілину в спектрі. Коли $\varepsilon_{\text{ext}} = \varepsilon(1 - 1/\gamma^2) \approx \varepsilon$, точки А і В збігаються, тобто високочастотна гілка зникає.

2.1.3. Збудження поверхневих хвиль, що розповсюджуються уздовж надпровідникових шарів (призмний метод)

Для збудження поверхневих електромагнітних хвиль необхідно створити спеціальні умови, оскільки хвильовий вектор хвилі, що збуджується перевищує хвильовий вектор світла в зовнішньому діелектрику на тій же частоті. У даному розділі ми розглянемо один з часто використовуваних методів, а саме, призмний метод (геометрія Отто), заснований на явищі порушеного повного внутрішнього відбиття. Ідея наступна: електромагнітна хвиля, проходячи крізь призму з діелектричною проникністю ε_p , падає на її дно під кутом θ , більшим, ніж кут повного

внутрішнього відбиття, і потім у вигляді неоднорідної хвилі проникає до поверхні шаруватого надпровідника, відокремленого від призми тонким повітряним проміжком з товщиною δ . При деякому куті падіння θ тангенціальна компонента хвильового вектора падаючої хвилі стає рівною хвильовому вектору поверхневої ДПХ. В таких умовах відбувається резонансне збудження поверхневої хвилі, що супроводжується зменшенням коефіцієнта дзеркального відбиття об'ємних електромагнітних хвиль в призмі.

Розглянемо збудження високочастотної ($\Omega \gg 1$) поверхневої ДПХ за допомогою призми (методом порушеного повного внутрішнього відбиття).

Нехай p -поляризована плоска монохроматична хвиля з електричним, $\vec{E} = \{E_x, 0, E_z\}$, і магнітним, $\vec{H} = \{0, H, 0\}$, полями падає з діелектричного напівпростору (призми) з проникністю ε_p на шарувату надпровідникову структуру, відокремлену від призми вакуумним проміжком завтовшки δ , див. рис. 2.3. Площина $z = 0$ збігається з межею розділу вакуума і шаруватого надпровідника.

Магнітне поле в діелектричній призмі (у області $z > \delta$) може бути представлено у вигляді суми падаючої і відбитої хвиль з амплітудами H^i і H^r , відповідно:

$$H^d = H^i \exp[-ik_d(z - \delta)] + H^r \exp(ik_d(z - \delta)). \quad (2.13)$$

Тут і далі для скорочення опускатимемо множник $\exp[i(qx - \omega t)]$. Тангенціальна q і нормальна k_d компоненти хвильового вектора в діелектричній призмі мають наступний вигляд:

$$q = k\sqrt{\varepsilon_p} \sin \theta, \quad k_d = \sqrt{k^2\varepsilon_p - q^2} = k\sqrt{\varepsilon_p} \cos \theta. \quad (2.14)$$

Вважаємо, що виконані умови повного внутрішнього відбиття від межі діелектрик-

вакуум, тобто

$$\sin^2 \theta > \sin^2 \theta_t = \frac{1}{\varepsilon_p}, \quad (2.15)$$

де θ_t — кут повного внутрішнього відбиття.

Магнітне поле у вакуумному проміжку є сума полів двох неоднорідних хвиль, наростаючої і загасаючої уздовж вісі z :

$$H^{\text{vac}} = H^i [h^+ \exp(k_v z) + h^- \exp(-k_v z)], \quad (2.16)$$

Тут h^+ (h^-) — безрозмірні амплітуди неоднорідних хвиль, які експоненційно

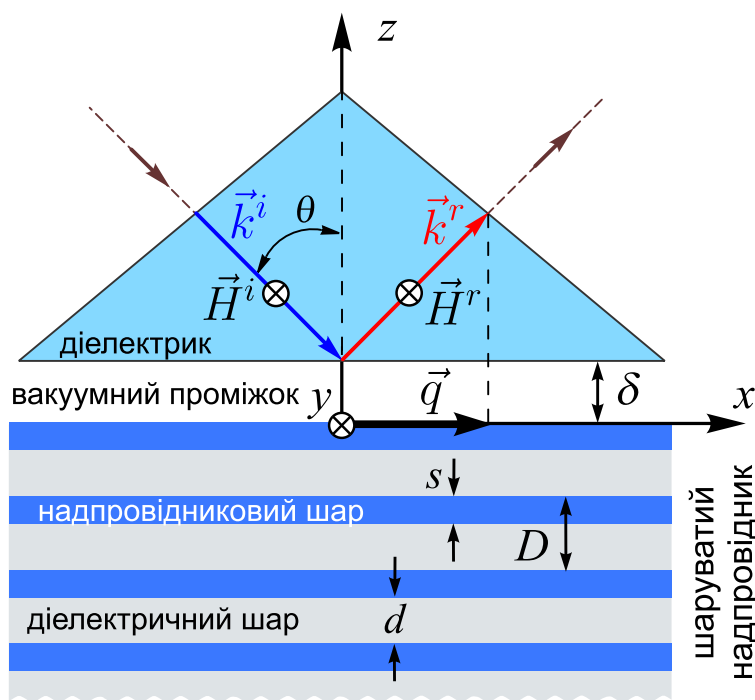


Рис. 2.3. Збудження поверхневої ДПХ призмовим методом (методом порушеного повного внутрішнього відбиття). Діелектрична призма з проникністю ε_p і шаруватий надпровідник розділені тонким повітряним проміжком завтовшки δ . Падаюча електромагнітна хвиля під кутом θ більшим, ніж кут повного внутрішнього відбиття $\theta_t = \arcsin(\varepsilon_p^{-1/2})$, може порушити поверхневі хвилі при виконанні резонансної умови: $\omega \varepsilon_p^{1/2} \sin \theta = cq$. Тут \vec{k}^i і \vec{k}^r — хвильові вектори падаючої і відбитої хвиль в призмі.

наростають (загасають) з просторовим інкрементом

$$k_v = \sqrt{q^2 - k^2} = k\sqrt{\varepsilon_p \sin^2 \theta - 1}. \quad (2.17)$$

Тангенціальні компоненти електричного поля в діелектричному напівпросторі E_x^d , і у вакуумному проміжку E_x^{vac} , виражаються через магнітні за допомогою рівнянь Максвелла:

$$\begin{aligned} E_x^d &= \frac{k_d}{k\varepsilon_p} H^i [h^r \exp(ik_d(z - \delta)) - \exp(-ik_d(z - \delta))], \\ E_x^{\text{vac}} &= -i \frac{k_v}{k} H^i [h^+ \exp(k_v z) - h^- \exp(-k_v z)], \end{aligned} \quad (2.18)$$

де $h^r = H^r / H^i$.

Електромагнітне поле в шаруватому надпровіднику дається виразами (2.7). Для поверхневої хвилі розв'язок рівняння Максвелла представляємо у вигляді

$$H^s = H_0^s \exp(iqx + \varkappa_s z), \quad (2.19)$$

де H_0^s — амплітуда магнітного поля в шаруватому надпровіднику.

2.1.4. Коефіцієнт відбиття

Зшиваючи тангенціальні компоненти електричного і магнітного полів на межі діелектрик-вакуум і вакуум-шаруватий надпровідник, отримуємо систему чотирьох лінійних алгебраїчних рівнянь для чотирьох невідомих амплітуд h^r , h^+ , h^- , і H_0^s . Розв'язуючи цю систему рівнянь, знаходимо коефіцієнт відбиття хвилі від дна діелектричної призми,

$$R \equiv h^r = \frac{R_F(k_v/k - a) + (k_v/k + a)C(\delta, \theta)}{(k_v/k - a) + (k_v/k + a)R_FC(\delta, \theta)} \quad (2.20)$$

де

$$R_F = \frac{k_d - ik_v \varepsilon_p}{k_d + ik_v \varepsilon_p} \equiv \exp(-i\psi) \quad (2.21)$$

— френелівський коефіцієнт, що відповідає відбиттю хвилі від межі діелектрик-вакуум,

$$C(\delta, \theta) = \exp(-2k_v \delta) \quad (2.22)$$

— параметр, який визначає зв'язок хвиль в діелектричній призмі і в шаруватому надпровіднику,

$$a \equiv a(\Omega, \theta, \nu_{ab}) = \left[\varepsilon_{ab}^{-1}(\Omega) \left(\frac{q^2}{k^2 \varepsilon_c(\Omega)} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad (2.23)$$

— ефективний поверхневий імпеданс шаруватого надпровідника.

Параметр зв'язку C припускатимемо малим. Навіть при $C \ll 1$ зв'язок хвиль в діелектричній призмі і в шаруватому надпровіднику грає важливу роль в збудженні поверхневих хвиль. Дисперсійне рівняння для поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль за наявності зв'язку C модифікується завдяки радіаційному витоку хвилі крізь призму. Новий спектр поверхневих ДПХ визначається знаменником рівняння (2.20). Зазначимо, що область, де $C \ll 1$ (коли радіаційні втрати збуджуваних поверхневих хвиль не домінують), відповідає сильному збудженню поверхневих мод падаючою хвилею. Більш того, наявність зв'язку хвиль в діелектрику і надпровіднику приводить до порушення повного внутрішнього відбиття від межі діелектрик-вакуум, внаслідок чого коефіцієнт відбиття R у формулі (2.20) відрізняється від коефіцієнта Френеля R_F , його модуль виявляється меншим за одиницю. При цьому, як буде показано далі, при певному куті падіння θ і оптимальній товщині вакуумного проміжку $\delta = \delta_{\text{opt}}$ відбиття хвиль з частотами $\omega > \omega_1$ може бути повністю пригнічено.

Комплексний параметр $a(\Omega, \theta, \nu_{ab})$ у (2.23) може бути представлений у

вигляді

$$\begin{aligned} a(\Omega, \theta, \nu_{ab}) &\equiv a' + ia'' \\ &= \left(\frac{\Omega^2 - \kappa^2/\varepsilon}{\gamma^2 - \Omega^2} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{i\nu_{ab}}{2} \frac{\Omega\gamma^2}{\gamma^2 - \Omega^2} \right), \end{aligned} \quad (2.24)$$

де $\kappa = cq/\omega_J$ і передбачається, що виконана нерівність $\nu_{ab} \ll (\gamma^2 - \Omega^2)/\Omega\gamma^2$.

В області збудження поверхневих хвиль $k_v/k \cong a'$, що дозволяє спростити вираз для коефіцієнта відбиття R і привести його до наступного вигляду,

$$R = R_F \frac{X(\Omega, \theta) - iB(\Omega, \theta) (C_{\text{opt}}(\Omega, \theta) - C(\delta, \theta))}{X(\Omega, \theta) - iB(\Omega, \theta) (C_{\text{opt}}(\Omega, \theta) + C(\delta, \theta))}, \quad (2.25)$$

де

$$X(\Omega, \theta) = \frac{k_v}{k} + a'(2C \cos \psi - 1), \quad (2.26)$$

$$B(\Omega, \theta) = 2a' \sin \psi, \quad C_{\text{opt}}(\Omega, \theta) = \frac{a''}{2a' \sin \psi}. \quad (2.27)$$

Тут $k_v \equiv k_v(\theta)$, $a' \equiv a'(\Omega, \theta)$, і $a'' \equiv a''(\Omega, \theta, \nu_{ab})$. Крім того, співвідношення між величинами ψ , $a'(\Omega, \theta)$ і θ приймає вигляд,

$$\tan \psi = \frac{2a' \sqrt{\varepsilon_p} \cos \theta}{\cos^2 \theta - a'^2 \varepsilon_p}. \quad (2.28)$$

З рівнянь (2.24) – (2.28) витікає, що модуль коефіцієнта відбиття $R(\theta)$ має гострий резонансний мінімум, коли $X(\Omega, \theta) = 0$, тобто при

$$\sin \theta_{\text{res}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_p}} \left(\frac{\gamma^2 - \Omega^2 + \Omega^2/\varepsilon}{\gamma^2 - \Omega^2 + \Omega^2/\varepsilon^2} \right)^{1/2}. \quad (2.29)$$

Оскільки $\sin \theta_{\text{res}} < 1$, резонанс може спостерігатися тільки для частот, що

задовольняють нерівності

$$\Omega^2 < \frac{\gamma^2 \varepsilon (\varepsilon_p - 1)}{\varepsilon (\varepsilon_p - 1) + 1 - \varepsilon_p / \varepsilon} . \quad (2.30)$$

Мінімальне значення R ,

$$|R|_{\min} \cong \frac{|C_{\text{opt}}(\Omega, \theta_{\text{res}}) - C(\delta, \theta_{\text{res}})|}{C_{\text{opt}}(\Omega, \theta_{\text{res}}) + C(\delta, \theta_{\text{res}})} , \quad (2.31)$$

істотно залежить від частоти Ω , параметра дисипації ν_{ab} і величини зв'язку C , яка

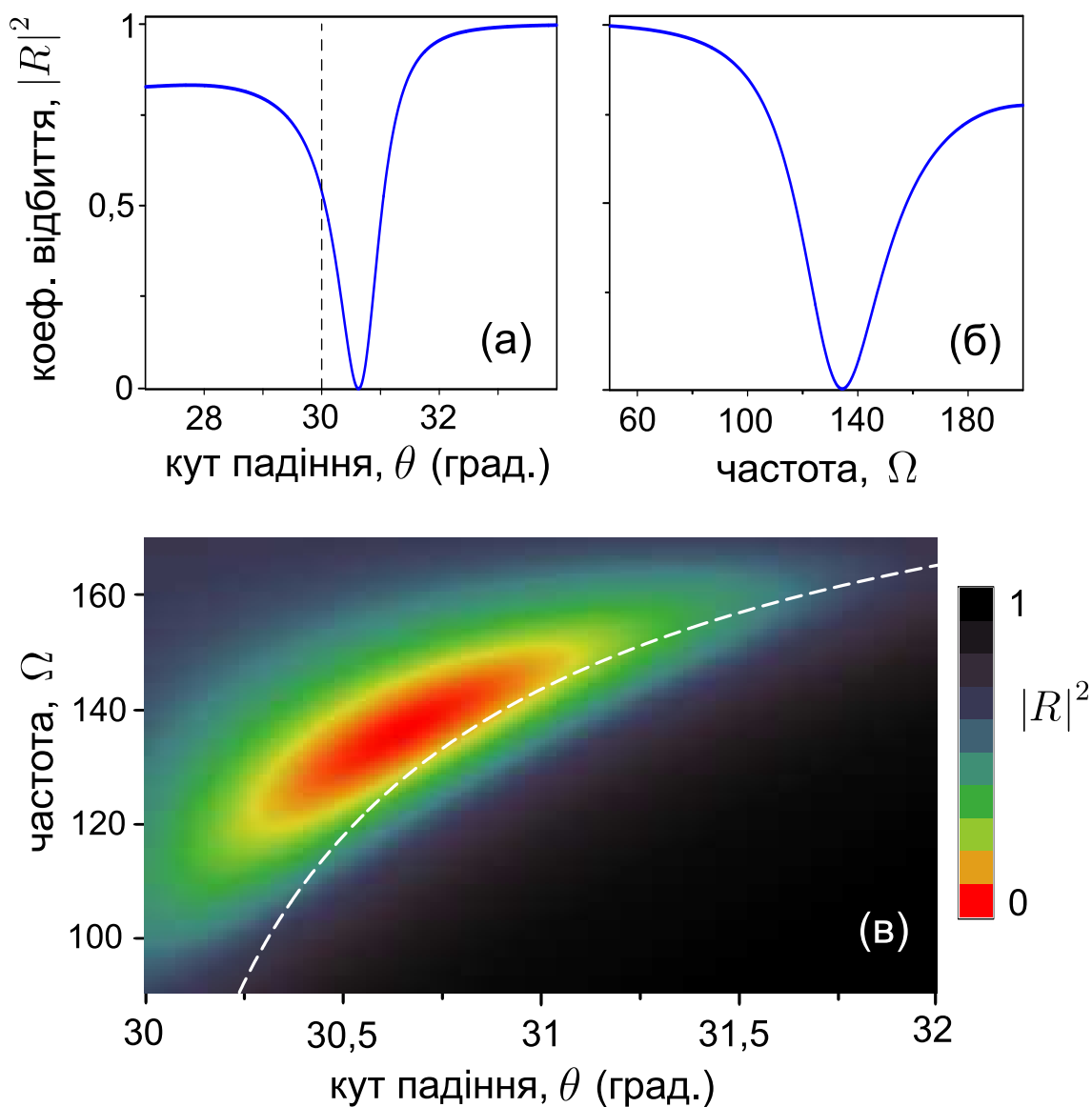


Рис. 2.4. Залежність коефіцієнта відбиття $|R|^2$ від: (а) кута падіння хвилі θ і (б) частоти Ω . (в) Розподіл $|R|^2$ в площині (θ, Ω) .

тепер визначається товщиною δ вакуумного проміжку. При оптимальній товщині вакуумного проміжку, $\delta = \delta_{\text{opt}}$,

$$\delta_{\text{opt}} = \frac{1}{2k_v} \ln \left(\frac{2a'(\Omega, \theta) \sin \psi}{a''(\Omega, \theta, \nu_{ab})} \right) \Big|_{\theta = \theta_{\text{res}}}, \quad (2.32)$$

та при $\theta = \theta_{\text{res}}$ відбувається повне заглушення дзеркального відбиття.

Добитися повного заглушення дзеркального відбиття можна при зміні частоти падаючої хвилі при фіксованому куті падіння, або змінюючи кут падіння при заданій частоті, як показано на рис. 2.4 (а, б). Залежність коефіцієнта відбиття $|R|^2$ від кута падіння хвилі θ представлена на панелі (а), де $\nu_{ab} = 10^{-3}$, $\gamma = 200$, $\varepsilon = 16$, $\varepsilon_p = 4$ і $\Omega = 135$. Ці ж параметри відповідають символу (зафарбованому квадрату) на дисперсійній кривій на рис. 2.2. Товщина вакуумного проміжку δ (див. рис. 2.3) вибрана рівною одній вакуумній довжині світлової хвилі $k\delta = 2\pi$. Вертикальна штрихова лінія при $\theta = 30^\circ$ відповідає граничному куту повного внутрішнього відбиття. На рис. 2.4 (б) показана залежність коефіцієнта відбиття $|R|^2$ від частоти $\Omega = \omega/\omega_J$ при $\theta = 30, 6^\circ$. Рисунок 2.4 (в) демонструє гостру резонансну залежність коефіцієнта відбиття в (θ, Ω) -площині. Дисперсійне співвідношення для системи діелектрик-вакуум-шаруватий надпровідник показано білою штриховою лінією.

Резонансне збудження поверхневих хвиль можна наочно проілюструвати розподілом магнітного поля, рис. 2.5. Бачимо, що в нерезонансному випадку хвиля, що падає на межу призма-вакуум повністю відбивається і створює інтерференційну картину в призмі. У резонансному ж випадку майже вся енергія падаючої хвилі витрачається на збудження поверхневої хвилі.

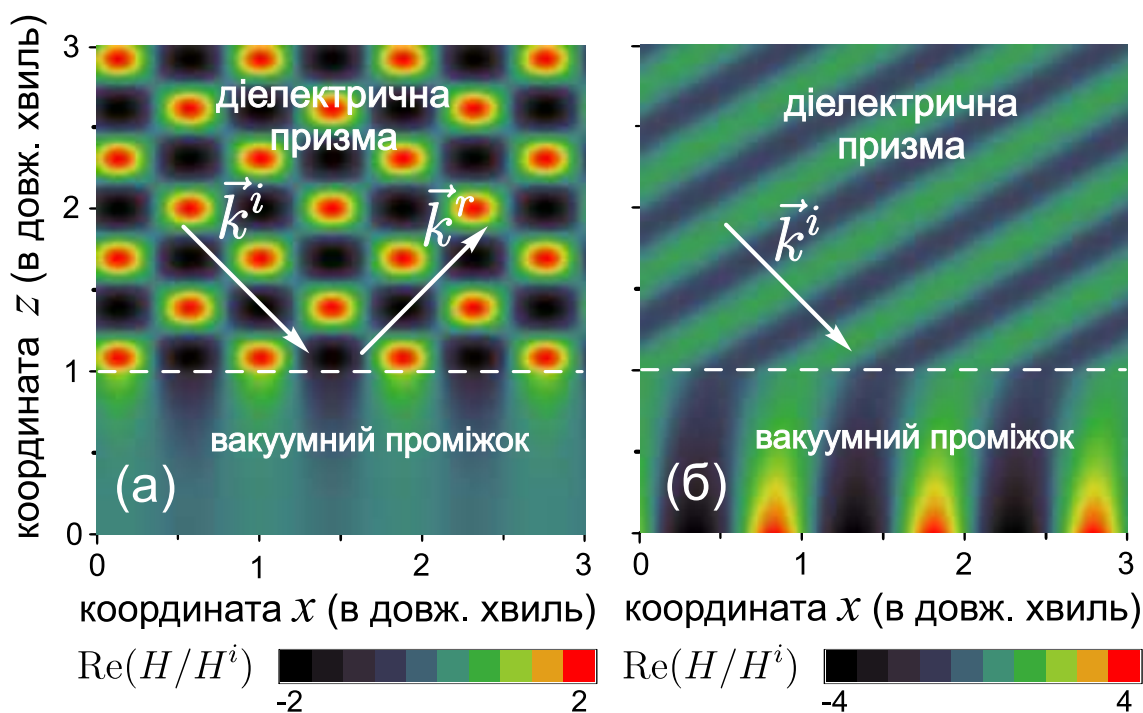


Рис. 2.5. Розподіл магнітного поля: (а) нерезонансний ($\theta \neq \theta_{\text{res}}$) і (б) резонансний ($\theta = \theta_{\text{res}} = 30,6^\circ$) випадки. Інші параметри задачі такі ж, як і на рис. 2.4.

2.2. Поверхневі ДПХ, що розповсюджуються уперек надпровідникових шарів

У попередньому підрозділі були досліджені поверхневі джозефсонівські плазмові хвилі, що розповсюджуються уздовж надпровідникових шарів. Розглянемо тепер принципово іншу геометрію: надпровідникові шари перпендикулярні межі зразка, а хвиля розповсюджується уперек шарів. Виходитимемо з геометрії, що показана на рис. 2.6. Система координат вибрана таким чином, що площина xy служить межею розділу шаруватого надпровідника і вакуума, кристалографічна вісь z збігається з віссю x . Шукатимемо розв'язок рівнянь Максвелла у вигляді лінійних поверхневих монохроматичних хвиль ТМ-типу, що розповсюджуються уздовж вісі x з електричною $\vec{E} = \{E_x, 0, E_z\}$, і магнітною $\vec{H} = \{0, H, 0\}$, компонентами поля.

Система зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона для даної геометрії має

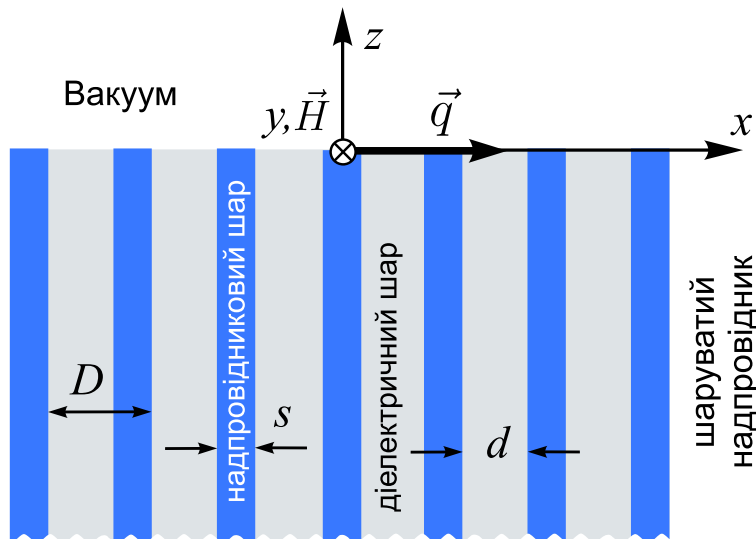


Рис. 2.6. Геометрия для поверхностных ДПХ, распространяющихся поперек сверхпроводящих слоев. Плоскость $z = 0$ разделяет слоистый сверхпроводник и вакуум.

ВИГЛЯД:

$$\left(1 - \lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \omega_r \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \omega_J^2 \sin \varphi \right] - \lambda_c^2 \omega_J^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (2.33)$$

Компоненты электричного E^s і магнітного H^s полів у шаруватому надпровіднику виражаються через розподіл калібровочно-інваріантної різниці фаз φ наступними співвідношеннями:

$$E_x^s = \mathcal{H}_0 \frac{1}{\omega_J \sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad E_z^s = \frac{\lambda_{ab}^2}{c} \frac{\partial^2 H^s}{\partial t \partial x}, \quad (2.34)$$

$$-\frac{\partial H^s}{\partial z} = \frac{\mathcal{H}_0}{\lambda_c} \left[\frac{1}{\omega_J^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{\omega_r}{\omega_J^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \sin \varphi \right], \quad (2.35)$$

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{2\pi D}{\Phi_0} \left(1 - \lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) H^s, \quad (2.36)$$

де $\mathcal{H}_0 = \Phi_0 / 2\pi D \lambda_c$.

Слідуючи стандартній процедурі знаходження спектру поверхневих хвиль, запишемо розв'язок рівнянь Максвелла, що описує експоненційне згасання хвилі у вакуумному напівпросторі:

$$H^{\text{vac}}, E_x^{\text{vac}}, E_z^{\text{vac}} \propto \exp(iqx - i\omega t - k_v z), \quad z > 0, \quad (2.37)$$

з декрементом

$$k_v = \sqrt{q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} > 0.$$

Також з рівнянь Максвелла знаходимо відношення амплітуд тангенціальних компонент електричного і магнітного полів на межі $z = +0$ (тобто, безпосередньо над поверхнею зразка):

$$\frac{E_x^{\text{vac}}}{H^{\text{vac}}} = \frac{ic}{\omega} k_v = \frac{ic}{\omega} \sqrt{q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}. \quad (2.38)$$

У лінійному наближенні система зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона (2.33) спільно з рівняннями (2.34) – (2.36), дають розв'язок

$$\varphi, H^s, E_x^s \propto \exp(iqx - i\omega t + k_s z), \quad (2.39)$$

$$E_x^s = -\mathcal{H}_0 \frac{i\Omega}{\sqrt{\varepsilon}} \varphi, \quad (2.40)$$

$$H^s = -\frac{\mathcal{H}_0}{\lambda_c k_s} (1 - \Omega^2 - i\nu_c \Omega) \varphi \quad (2.41)$$

для полів у шаруватому надпровіднику і співвідношення між декрементом згасан-

ня k_s ($\text{Re}(k_s) > 0$), хвильовим вектором q , і безрозмірною частотою $\Omega = \omega/\omega_J$,

$$(1 + \lambda_{ab}^2 q^2) (1 - \Omega^2 - i\nu_c \Omega) = \lambda_c^2 k_s^2, \quad (2.42)$$

де $\nu_c = \omega_r/\omega_J$ — параметр дисипації.

Підставляючи рівняння (2.38), (2.40) і (2.41) в умови безперервності тангенціальних компонент електричних і магнітних полів на межі шаруватого надпровідника з вакуумом

$$\frac{E_x^{\text{vac}}}{H^{\text{vac}}} = \frac{E_x^s}{H^s}, \quad (2.43)$$

отримуємо дисперсійне співвідношення $q(\omega)$ для поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів :

$$\sqrt{Q^2 - \frac{\lambda_{ab}^2 \Omega^2}{\lambda_c^2 \varepsilon}} = \frac{\lambda_{ab}^2 \Omega^2 \sqrt{1 + Q^2}}{\lambda_c \varepsilon \sqrt{1 - \Omega^2 - i\nu_c \Omega}}, \quad (2.44)$$

де $Q = q\lambda_{ab}$. Графічно ця залежність представлена на рис. 2.7.

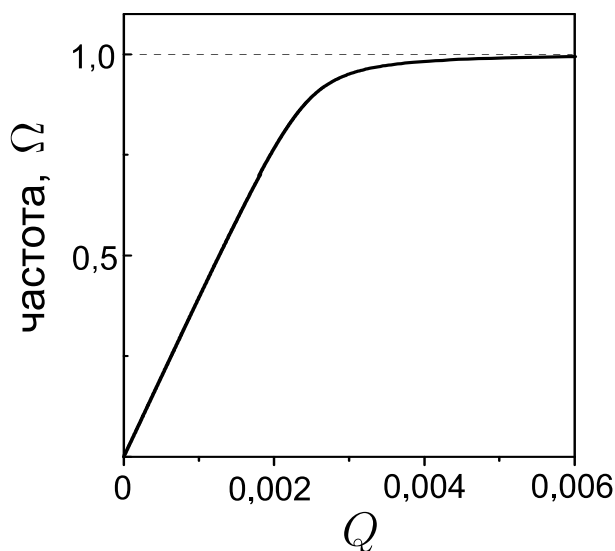


Рис. 2.7. Дисперсійна крива для поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів. Значення параметрів такі: $\lambda_c/\lambda_{ab} = 100$, $\varepsilon = 16$.

2.2.1. Збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів (призмний метод)

Призмний метод збудження поверхневих хвиль (див. підрозділ 2.1.3), заснований на явищі порушеного повного внутрішнього відбиття, може бути успішно застосований і для збудження поверхневих хвиль, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів. Тому формули (2.13) – (2.18), а також (2.20) – (2.22) та (2.25) – (2.28) справедливі і в новій геометрії, див. рис. 2.8. Відмінність

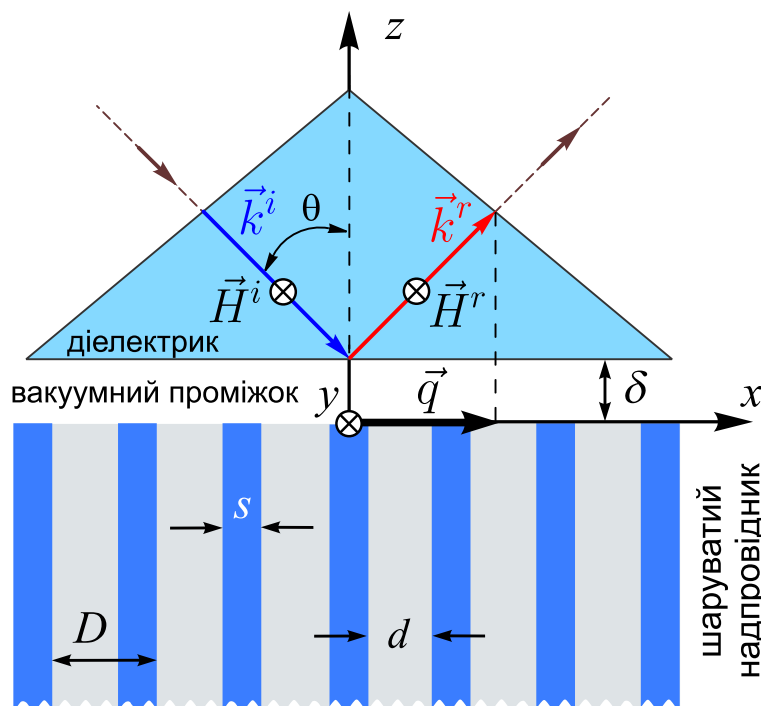


Рис. 2.8. Збудження поверхневої ДПХ, що розповсюджується упоперек надпровідних шарів призмним методом (методом порушеного повного внутрішнього відбиття).

полягає лише в іншому комплексному параметрі $a(\Omega, \theta)$:

$$a(\Omega, \theta) \equiv a' + ia'' = \frac{\Omega}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{1 + Q^2}{1 - \Omega^2} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{i\nu_c \Omega}{1 - \Omega^2} \right), \quad (2.45)$$

де передбачається, що виконані наступні нерівності:

$$\nu_c \ll 1 - \Omega^2. \quad (2.46)$$

Тоді модуль коефіцієнта відбиття $R(\theta)$ має гострий резонансний мінімум при

$$\sin \theta = \sin \theta_{\text{res}} = \left(\frac{1 + (\varepsilon - 1)(1 - \Omega^2)}{\varepsilon_p(\varepsilon(1 - \Omega^2) - \lambda_{ab}^2 \Omega^2 k^2)} \right)^{1/2}. \quad (2.47)$$

З умови $\sin \theta_{\text{res}} < 1$ випливає, що резонанс може спостерігатися тільки для частот, що задовольняють нерівності

$$1 - \Omega^2 > \frac{1}{\varepsilon(\varepsilon_p - 1)}. \quad (2.48)$$

Мінімальне значення R

$$|R|_{\text{min}} \cong \frac{|C_{\text{opt}}(\Omega, \theta_{\text{res}}) - C(\delta, \theta_{\text{res}})|}{C_{\text{opt}}(\Omega, \theta_{\text{res}}) + C(\delta, \theta_{\text{res}})} \quad (2.49)$$

істотно залежить від відхилення частоти $(1 - \Omega)$, параметра дисипації ν_c і величини зв'язку C , яка визначається товщиною δ вакуумного проміжку. При оптимальній товщині вакуумного проміжку $\delta = \delta_{\text{opt}}$,

$$\delta_{\text{opt}} = \frac{1}{2k\sqrt{\varepsilon_p \sin^2 \theta_{\text{res}} - 1}} \ln \left\{ \frac{8\sqrt{\varepsilon_p(\varepsilon_p \sin^2 \theta_{\text{res}} - 1)} \cos \theta_{\text{res}} (1 - \Omega^2)}{[\varepsilon_p(\varepsilon_p \sin^2 \theta_{\text{res}} - 1) + \cos^2 \theta_{\text{res}}] \nu_c \Omega} \right\}, \quad (2.50)$$

і при $\theta = \theta_{\text{res}}$ відбувається повне заглушення дзеркального відбиття.

Повного приглушення дзеркального відбиття можна добитися при зміні частоти падаючої хвилі при фіксованому куті падіння, або змінюючи кут падіння при заданій частоті, як показано на рис. 2.9 (а, б). На панелях (а) і (б) суцільні криві відповідають чисельному розв'язку спрощених рівнянь (2.25) – (2.28), а штрихові лінії відповідають розв'язку рівняння (2.20). Параметри задачі: $\nu_c = 2 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_{ab}k = 3 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon = 16$, $\varepsilon_p = 4$ і $(1 - \Omega^2) = 0,1$, товщина вакуумного проміжку δ вибрана рівною половині вакуумної довжини світлової хвилі, $\delta = \pi/k$. На рис. 2.9 (б) представлена залежність коефіцієнта відбиття $|R|^2$ від частоти $(1 - \Omega^2)$,

$\theta_{\text{res}} = 38,7^\circ$. Рисунок 2.9 (в) демонструє гостру резонансну залежність коефіцієнта відбиття в (θ, Ω) -площині; дисперсійне співвідношення для системи діелектрик-вакуум-шаруватий надпровідник показано штриховою лінією.

Також резонансне збудження поверхневих хвиль можна наочно проілюструвати розподілом магнітного поля, рис. 2.10. Бачимо, що в нерезонансному випадку хвиля, що падає на межу призма-вакуум повністю відбивається і створює інтерференційну картину в призмі. У резонансному ж випадку майже вся енергія падаючої хвилі витрачається на збудження поверхневої хвилі. Тут використані наступні параметри: $\nu_c = 2 \cdot 10^{-3}$, $\Omega = 0,89$, $\varepsilon = 16$, $\varepsilon_p = 4$, і $\lambda_c/\lambda_{ab} =$

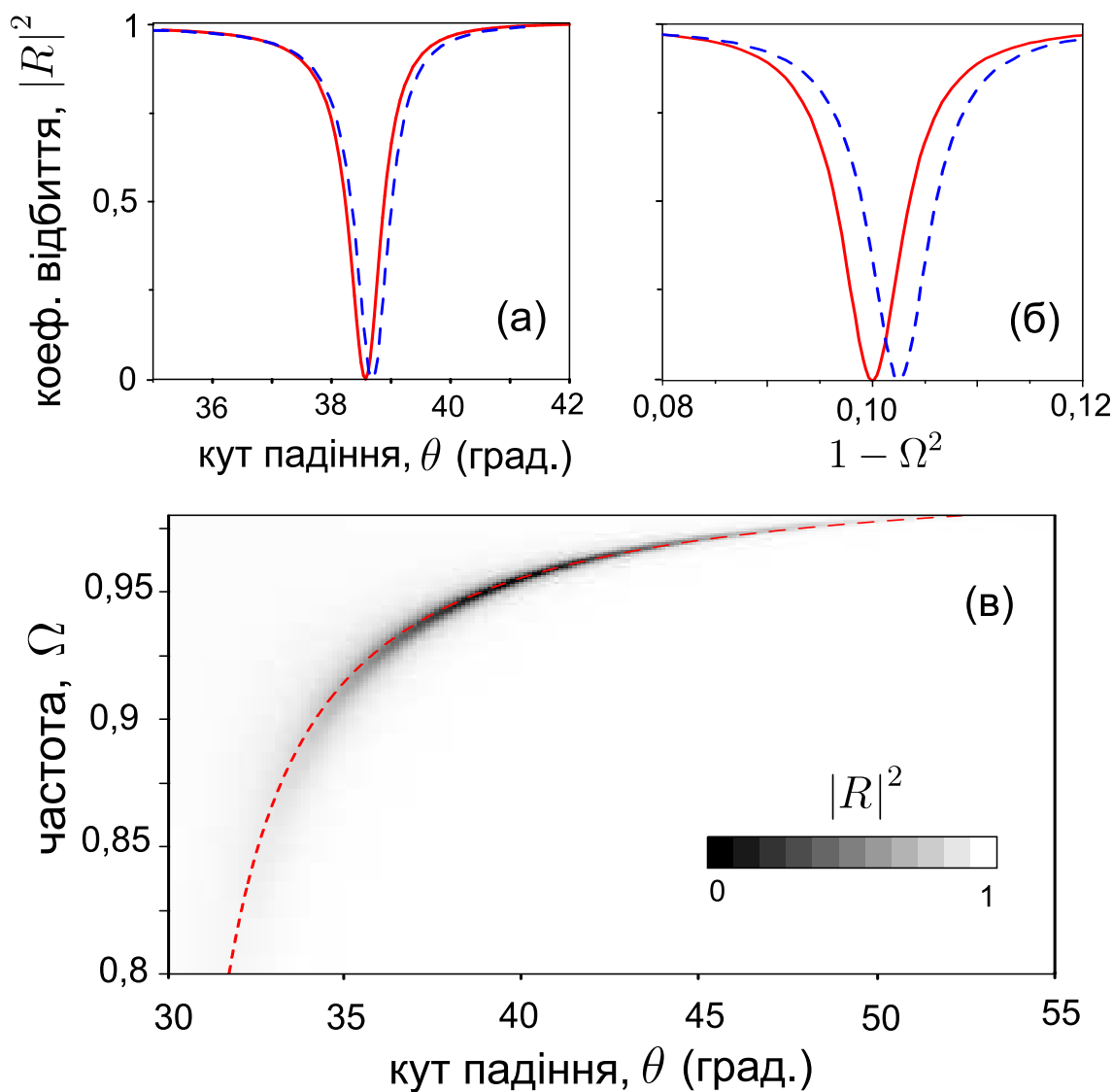


Рис. 2.9. Залежність коефіцієнта відбиття $|R|^2$ від (а) кута падіння хвилі θ і (б) частоти Ω . (в) Розподіл $|R|^2$ в площині (θ, Ω) .

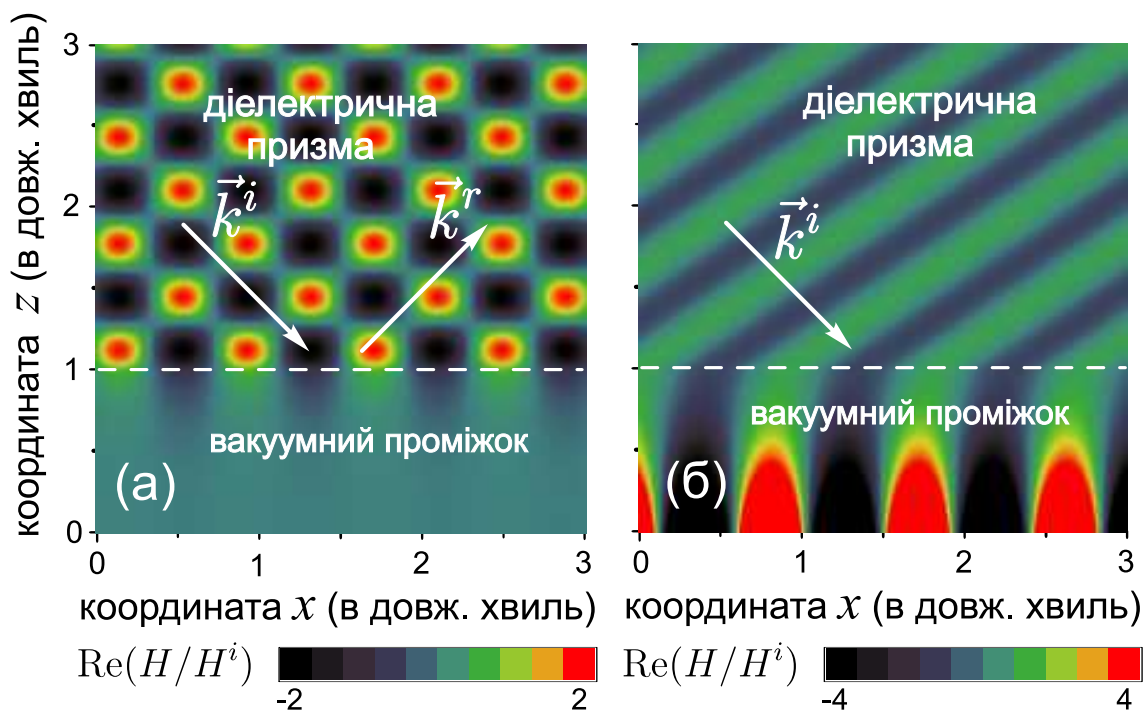


Рис. 2.10. Розподіл магнітного поля: (а) нерезонансний ($\theta = 40^\circ$) і (б) резонансний ($\theta = \theta_{\text{res}} = 33,8^\circ$) випадки.

200, товщина вакуумного проміжку δ вибрана рівною одній вакуумній довжині світлової хвилі $\delta = 2\pi/k$.

2.2.2. Збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються уперек надпровідникових шарів в зовнішньому постійному магнітному полі

В роботі [98] були передбачені поверхневі ДПХ, що розповсюджуються уперек надпровідникових шарів в зовнішньому постійному магнітному полі. Профіль електромагнітного поля таких хвиль має своєрідну особливість: спочатку компонента електричного поля, осцилюючи, проникає в шаруватий надпровідник, збільшуючи свою амплітуду, і в деякій точці зразка починає експоненційно згасати до центру шаруватого надпровідника. У даному підрозділі дисертації досліджено збудження такого роду хвиль методом модуляції одного з параметрів, що входять в рівняння електродинаміки шаруватих надпровідників, а також резонансні ефекти,

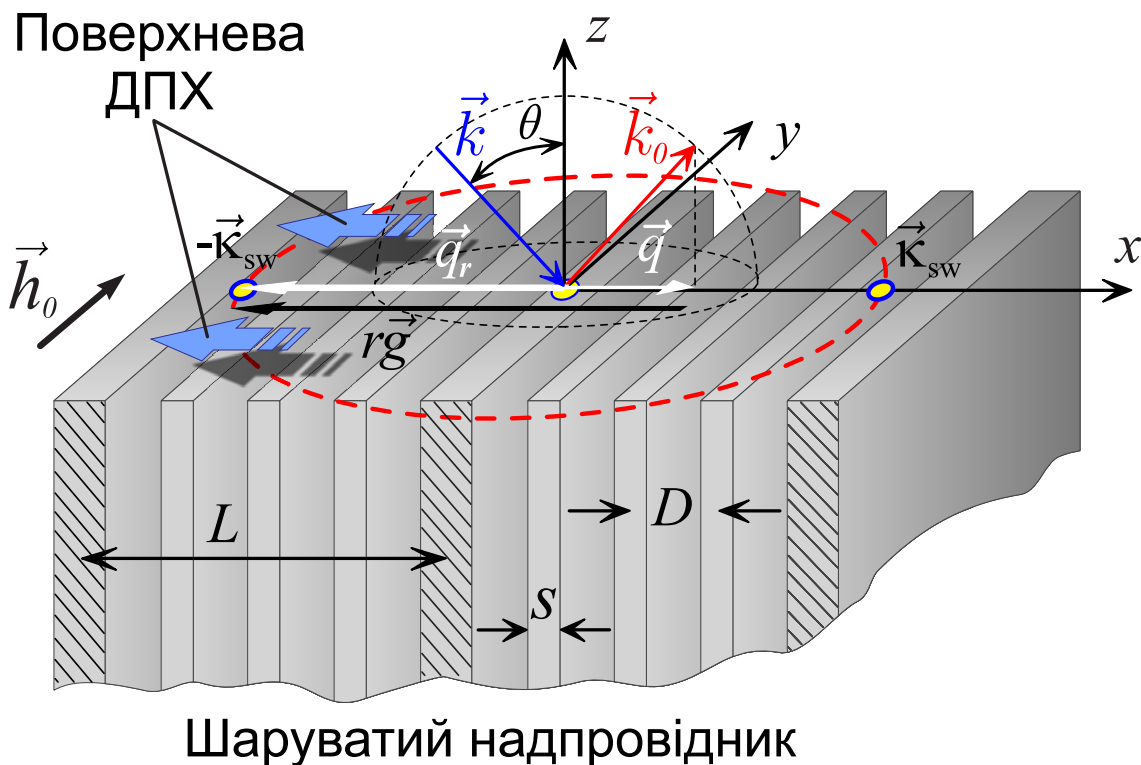


Рис. 2.11. Геометрія задачі для вивчення поверхневих ДПХ, що поширюються упоперек надпровідникових шарів в зовнішньому постійному магнітному полі. Товщина надпровідникових шарів періодично змінюється в напрямку вісі x (зафарбовані надпровідникові шари більш товщі). \vec{k} і \vec{k}_0 — хвильові вектори падаючої і дзеркально відбитої хвилі, \vec{k}_{sw} — хвильовий вектор поверхневої ДПХ.

що виникають при такому збудженні.

Розглянемо шаруватий надпровідник, уздовж площини якої (уздовж вісі y) прикладено зовнішнє постійне магнітне поле \vec{h}_0 (див. рис. 2.11). Кристалографічна площина **ab** збігається з площиною zy і вісь **c** направлена уздовж вісі x . Припустимо, що лондонівська глибина проникнення магнітного поля λ_{ab} періодично промодульована уздовж вісі x з просторовим періодом L . Така модуляція може бути досягнута, наприклад, якщо промодулювати товщини надпровідникових шарів s . Розкладання періодичної функції $\lambda_{ab}^2(x)$ у ряд Фур'є представимо у такому вигляді:

$$\lambda_{ab}^2(x) = \lambda_{ab}^2 \left[1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n \exp(ingx) \right], \quad (2.51)$$

де $f_{-n} = f_n^*$, $f_0 = 0$, і $g = 2\pi/L$ – період оберненої ґратки.

Перш, ніж вирішувати задачу про збудження поверхневих хвиль в модульованому надпровіднику, розглянемо спочатку *незбурену задачу* ($f_n = 0$), слідуючи роботі [98].

Отже, нехай уздовж вісі y , паралельно надпровідниковим площинам, прикладено зовнішнє постійне магнітне поле \vec{h}_0 . Розподіл калібровочно-інваріантної різниці фаз φ у шаруватому надпровіднику визначається рівнянням (2.33), а градієнт цієї фази пов'язаний з магнітним полем $h(z)$ співвідношенням (2.36),

$$-\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{2\pi D}{\Phi_0} \left(1 - \lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) h(z). \quad (2.52)$$

Використовуючи (2.52) як граничну умову при $z = 0$, можна записати розв'язок рівняння (2.33) для постійної складової $\varphi_0(z)$ фази в наступному вигляді,

$$\varphi_0(z) = -4 \arctan \left[\exp \left(\frac{z - z_0}{\lambda_c} \right) \right], \quad z < 0, \quad (2.53)$$

де позитивна константа $z_0 > 0$ визначається з граничної умови

$$-\left. \frac{\partial\varphi_0(z)}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{2\pi D}{\Phi_0} h_0 \quad \Rightarrow \quad z_0 = \lambda_c \operatorname{arccosh} \left(\frac{h_c}{h_0} \right), \quad h_c = \frac{\Phi_0}{\pi D \lambda_c}. \quad (2.54)$$

Тут розглядається випадок відносно слабких магнітних полів, коли амплітуда h_0 менша за критичне значення $h_c = \Phi_0/\pi D \lambda_c$ і джозефсонівські вихори не проникають в надпровідник. При цьому постійна складова калібровочно-інваріантної фази $\varphi_0(z)$ у середині надпровідника збігається з розподілом $\varphi(z - z_0)$ “хвоста” фіктивного джозефсонівського вихору з центром, що розташований на відстані z_0 від межі шаруватого надпровідника.

Розглядатимемо тимчасову і координатну залежності надпровідникової фази $\varphi(x, z, t)$ як стаціонарний розподіл $\varphi_0(z)$, що дається формулою (2.53), плюс мале

збурення

$$\varphi(x, z, t) = \varphi_0(z) + \varphi_w(x, z, t).$$

Із (2.33) отримуємо лінеарізоване рівняння для хвильової поправки $\varphi_w(x, z, t)$:

$$\left(1 - \lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \left[\frac{\partial^2 \varphi_w}{\partial t^2} + \omega_r \frac{\partial \varphi_w}{\partial t} + \omega_J^2 \varphi_w \cos \varphi_0(z) \right] - \lambda_c^2 \omega_J^2 \frac{\partial^2 \varphi_w}{\partial z^2} = 0. \quad (2.55)$$

Підставляючи $\varphi_w(x, z, t) = \varphi_w(z) \exp(iqx - i\omega t)$, отримуємо звичайне диференціальне рівняння для $\varphi_w(z)$,

$$-\frac{\lambda_c^2}{1 + q^2 \lambda_{ab}^2} \frac{d^2 \varphi_w(z)}{dz^2} + \left[1 - \Omega^2 + i\nu_c \Omega - \frac{2}{\cosh^2[(z - z_0)/\lambda_c]} \right] \varphi_w = 0. \quad (2.56)$$

Тут нас цікавить рішення, що згасає в глибину шаруватого надпровідника: $\varphi_w(z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow -\infty$. Зауважимо, що рівняння (2.56) має вид одновимірного рівняння Шредінгера для частинки з енергією

$$E(\Omega) = \Omega^2 - 1 + i\nu_c \Omega \quad (2.57)$$

у безвідбивному потенціалі

$$U(z) = -\frac{2}{\cosh^2[(z - z_0)/\lambda_c]}. \quad (2.58)$$

Дійсно, наступні заміни змінних

$$\frac{2m}{\hbar^2} = (1 + Q^2), \quad U_0 = 2, \quad E = \Omega^2 - 1 + i\nu_c \Omega, \quad Q = q\lambda_{ab} \quad (2.59)$$

у рівнянні Шредінгера

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{U_0}{\cosh^2(x)} \right) \psi = 0, \quad (2.60)$$

дають нам початкове рівняння (2.56):

$$\frac{d^2\varphi_w}{d\xi^2} + (1 + Q^2) \left(\Omega^2 - 1 + i\nu_c\Omega + \frac{2}{\cosh^2(\xi)} \right) \varphi_w = 0, \quad \xi = \frac{z - z_0}{\lambda_c}. \quad (2.61)$$

Зв'язані стани, що відповідають згасаючим хвилям при $z \rightarrow -\infty$, виникають для негативних енергій $E(\Omega) < 0$, тобто при $\Omega < 1$. Згідно [99], запишемо точний розв'язок рівняння (2.61) у вигляді гіпергеометричної функції,

$$\varphi_w(\xi) = (1 - \zeta(\xi)^2)^{\epsilon/2} F \left(\epsilon - s, \epsilon + s + 1, \epsilon + 1, \frac{1 + \zeta(\xi)}{2} \right), \quad (2.62)$$

де

$$\zeta(z) = \tanh(\xi), \quad s = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8(1 + Q^2)} \right), \quad \epsilon = \sqrt{(1 - \Omega^2)(1 + Q^2)}.$$

Нижче ми використовуватимемо розв'язок рівняння (2.61) у ВКБ-наближенні [99] при $Q = q\lambda_{ab} \gg 1$. Якщо виконується наступна нерівність,

$$0 < (1 - \Omega^2) < \frac{2h_0^2}{h_c^2} \quad (2.63)$$

то у даній системі існує класична точка повороту $z = z_t$. Тоді згідно рівнянню (2.61) ця точка визначається з рівняння $E(\Omega) = U(z_t)$:

$$1 - \Omega^2 = \frac{2}{\cosh^2[(z_t - z_0)/\lambda_c]}. \quad (2.64)$$

“Хвильова функція” $\varphi_w(z)$ осцилює в області $z_t < z < 0$ і експоненційно загасає при $-\infty < z < z_t$. Після стандартної процедури зшивання “хвильових функцій”

в точці повороту [99], отримуємо квазікласичний вираз для $\varphi_w(z)$. Для класично-дозволеної області $z_t < z < 0$,

$$\varphi_w(z) \simeq \frac{A}{[E(\Omega) - U(z)]^{1/4}} \cos \left[\frac{\sqrt{1 + Q^2}}{\lambda_c} \int_{z_t}^z dz' \sqrt{E(\Omega) - U(z')} - \frac{\pi}{4} \right], \quad (2.65)$$

а для надбар'єрної “хвильової функції” при $-\infty < z < z_t$ маємо,

$$\varphi_w(z) \simeq \frac{A/2}{[U(z) - E(\Omega)]^{1/4}} \exp \left[\frac{\sqrt{1 + Q^2}}{\lambda_c} \int_{z_t}^z dz' \sqrt{U(z) - E(\Omega)} \right]. \quad (2.66)$$

Хвилі $\varphi_w(z) \exp(iqx - i\omega t)$, що відповідають розв'язкам (2.65) і (2.66) є поверхневі ДПХ, що розповсюджуються уперек надпровідникових шарів і локалізовані на межі вакуум-шаруватий надпровідник. З рівняння (2.52) знаходимо вираз для розподілу магнітного поля в надпровіднику:

$$H^s(z) = - \frac{h_c \lambda_c}{2(1 + q^2 \lambda_{ab}^2)} \frac{d\varphi_w(z)}{dz}. \quad (2.67)$$

З першого рівняння (2.34), знаходимо амплітуду електричного поля $E_x^s(z)$:

$$E_x^s(z) = -i \frac{h_c \Omega}{2\sqrt{\varepsilon}} \varphi_w(z), \quad (2.68)$$

а з другого рівняння (2.34), отримаємо $E_z^s(z)$:

$$E_z^s(z) = \frac{\lambda_{ab} Q \Omega}{\lambda_c \sqrt{\varepsilon}} H(z), \quad Q = q \lambda_{ab}. \quad (2.69)$$

Використовуючи рівняння Максвелла у вакуумі, знаходимо наступні компоненти електромагнітних полів над надпровідником,

$$H^{\text{vac}}, E_x^{\text{vac}}, E_z^{\text{vac}} \propto \exp(iqx - i\omega t - k_v z), \quad z > 0 \quad (2.70)$$

де $k_v = \sqrt{q^2 - \omega^2/c^2} > 0$ для $q > \omega/c$. У ВКБ наближенні, коли $Q \gg 1$, знаходимо

$$k_v = \frac{1}{\lambda_{ab}} \sqrt{Q^2 - \frac{\lambda_{ab}^2 \Omega^2}{\lambda_c^2 \varepsilon}} \simeq \frac{Q}{\lambda_{ab}} \quad (2.71)$$

при $\lambda_{ab}/\lambda_c \varepsilon \ll 1$. Оскільки величини $\lambda_c/\lambda_{ab} \gg 1$ і $Q \gg 1$, то поверхневі хвилі дуже швидко загасають у вакуумі на глибині порядку $\sim \lambda_{ab}/Q$, що набагато менше за глибину λ_c .

Згідно (2.70) відношення амплітуд тангенціальних компонент електричного і магнітного полів при $z = +0$ можна записати у вигляді (тобто, безпосередньо над поверхнею зразка):

$$\frac{E_x^{\text{vac}}}{H^{\text{vac}}} = \frac{ic}{\omega} k_v = \frac{ic}{\omega} \sqrt{q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}. \quad (2.72)$$

Підставляючи рівняння (2.67), (2.68) і (2.72) у умови безперервності тангенціальних компонент електричних і магнітних полів на межі шаруватого надпровідника з вакуумом (2.43), отримуємо дисперсійне співвідношення $q(\omega)$ для поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль, що розповсюджуються упоперек надпровідних шарів в зовнішньому постійному магнітному полі [98] :

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda_{ab} \Omega^2}{\lambda_c \varepsilon} \frac{\sqrt{1 + Q^2}}{\sqrt{\left(Q^2 - \frac{\lambda_{ab}^2 \Omega^2}{\lambda_c^2 \varepsilon}\right) \left[2 \frac{h_0^2}{h_c^2} + E(\Omega)\right]}} \\ & = \tan \left[- \frac{\sqrt{1 + Q^2}}{\lambda_c} \int_{z_t}^0 dz' \sqrt{E(\Omega) - U(z')} + \frac{\pi}{4} \right], \end{aligned} \quad (2.73)$$

де $Q = q \lambda_{ab}$. Оскільки $\lambda_{ab}/\lambda_c \varepsilon \ll 1$, це співвідношення можна істотно спростити:

$$\frac{\sqrt{1 + Q^2}}{\lambda_c} \int_{z_t}^0 dz' \sqrt{E(\Omega) - U(z')} = \pi \left(m + \frac{1}{4} \right), \quad (2.74)$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$. Сімейство дисперсійних кривих з $m = 0, 1, \dots, 9$ у присутності

зовнішнього магнітного поля $h_0/h_c = 0,357$ представлено на рис. 2.12.

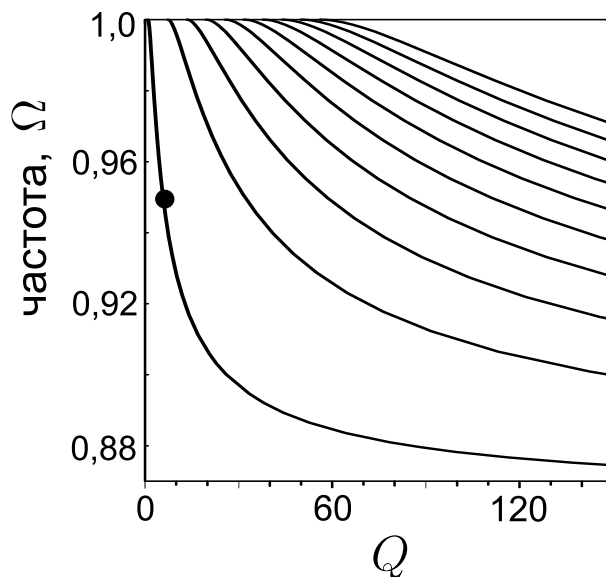


Рис. 2.12. Дисперсійні криві для поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів в зовнішньому постійному магнітному полі, $h_0/h_c = 0.357$. Нумерація гілок $m = 0, 1, 2, \dots, 9$ йде знизу доверху. Спектр розташований в області частот $\Omega > (1 - 2h_0^2/h_c^2)^{1/2} \simeq 0.86$. Значення параметрів такі: $\lambda_c/\lambda_{ab} = 7$, $\varepsilon = 4$. Зафарбоване коло відповідає $m = 0$ на рис. 2.13.

Тепер повернемося до збуреної задачі ($f_n \neq 0$). Нехай p (ТМ)-поляризована плоска монохроматична хвиля з електричним, $\vec{E} = \{E_x, 0, E_z\}$, і магнітним, $\vec{H} = \{0, H, 0\}$, полями падає з вакуумного напівпростору на періодично модульований шаруватий надпровідник під кутом θ . Тангенціальна і нормальна компоненти хвильового вектора наступні:

$$k_x \equiv q = k \sin \theta, \quad k_z = k \cos \theta.$$

Періодична модуляція $\lambda_{ab}(x)$ при опромінюванні хвилею з тангенціальною компонентою хвильового вектора q приводить до генерації дифрагованих хвиль (однорідних і неоднорідних) з $q_n = q + ng$,

$$q_n = q + ng, \quad k_{zn}^V = \sqrt{k^2 - q_n^2}, \quad \text{Re}[k_{zn}^V], \text{Im}[k_{zn}^V] \geq 0,$$

де n — ціле число і g — період оберненої ґратки. Магнітне поле у вакуумі ($z > 0$)

представимо у вигляді розкладання в ряд Фур'є-Флокке

$$H^V(x, z) = H^{\text{inc}} \left[\exp(iqx - ik_z z) + \sum_n R_n \exp(iq_n x + ik_{zn}^V z) \right], \quad (2.75)$$

де H^{inc} — амплітуда падаючої хвилі, а R_n — коефіцієнти трансформації. Часову залежність $\exp(-i\omega t)$ тут і далі у формулах опускаємо.

З рівнянь Максвелла знаходимо тангенціальну компоненту електричного поля у вакуумі:

$$E_x^V(x, z) = H^{\text{inc}} \left[-\beta^V \exp(iqx - ik_z z) + \sum_n \beta_n^V R_n \exp(iq_n x + ik_{zn}^V z) \right], \quad (2.76)$$

де $\beta^V = \cos \theta$, $\beta_n^V = k_{zn}^V/k$.

Електромагнітне поле у середині шаруватого надпровідника ($z < 0$) визначається розподілом калібровочно-інваріантної різниці фаз $\varphi(x, z, t)$. Сама ж фаза представляється у вигляді суми

$$\varphi(x, z, t) = \varphi_0(z) + \varphi_w(x, z, t),$$

як було описано вище. Функція $\varphi_w(x, z)$ може бути представлена у вигляді подвійної суми по різних гармоніках $\exp(iq_n x)$ (із-за дифракції) і по функціях

$$\varphi_{w,s}(z) = \frac{1}{[U(z) - E(\Omega)]^{1/4}} \exp \left[\frac{\sqrt{1 + Q_s^2}}{\lambda_c} \int_{z_t}^z dz' \sqrt{U(z) - E(\Omega)} \right]$$

з різними $Q_s = q_s \lambda_{ab} \gg 1$:

$$\varphi_w(x, z) = \sum_{n,s} K_s A_{n|s} \frac{\exp(iq_n x)}{[E - U(z)]^{1/4}} \cos(\eta_s(z)), \quad (2.77)$$

де

$$\eta_s(z) = \left(\frac{\sqrt{1 + Q_s^2}}{\lambda_c} \int_{z_t}^z dz' \sqrt{E - U(z')} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (2.78)$$

Електромагнітне поле у середині шаруватого надпровідника визначається з рівнянь (2.34), (2.35) і (2.36):

$$H^s(x, z) = H^{\text{inc}} \sum_{n,s} K_s \Psi_{n|s} \frac{\exp(iq_n x)}{[E - U(z)]^{1/4}} \sin(\eta_s(z)), \quad (2.79)$$

$$E_x^s(x, z) = -H^{\text{inc}} \sum_{n,s} a_s K_s \Psi_{n|s} \frac{\exp(iq_n x)}{[E - U(z)]^{1/4}} \sin(\eta_s(z)), \quad (2.80)$$

де

$$a_s(z) = \frac{i\Omega}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\sqrt{1 + Q_s^2}}{\sqrt{E - U(z)}} \frac{1}{\tan(\eta_s(z))}. \quad (2.81)$$

Підставляючи (2.75), (2.76), (2.79), і (2.80) в рівняння (2.43), отримуємо дисперсійне співвідношення [98],

$$\frac{\lambda_{ab} \Omega^2}{\lambda_c \varepsilon} \frac{\sqrt{1 + Q^2}}{\sqrt{\left(Q^2 - \frac{\lambda_{ab}^2 \Omega^2}{\lambda_c^2 \varepsilon} \right) \left[2 \frac{h_0^2}{h_c^2} + E(\Omega) \right]}} = -\tan(\eta_s(0)), \quad (2.82)$$

де $Q = \kappa_{\text{sw}} \lambda_{ab}$, $\kappa_{\text{sw}}(\omega) > k$ — хвильовий вектор поверхневої ДПХ. Резонансне збудження поверхневих ДПХ відповідає умові

$$Q_n = (k \sin \theta + ng) \lambda_{ab} = \text{sign}(n) \text{Re}[Q(\Omega)]. \quad (2.83)$$

Коефіцієнти $A_{n|s}$ і $\Psi_{n|s}$ в формулах (2.77) — (2.80) можуть бути знайдені з вико-

ристанням резонансної теорії збурень, що описані в роботі [100]. Підставляючи вирази (2.77) – (2.80) в (2.35), (2.55) і виключаючи $A_{n|s}$, отримаємо $\Psi_{n|s}$ при малих амплітудах модуляції, $|f_n| \ll 1$. У лінійному наближенні і за відсутності виродження відповідної матриці, тобто коли

$$q_n^2 \neq q_s^2 \quad (2.84)$$

при $n \neq s$, знаходимо

$$\Psi_{n|s} = \delta_{n,s} + \tilde{\Psi}_{n|s}, \quad \tilde{\Psi}_{n|n} = 0,$$

$$\tilde{\Psi}_{n|s} \simeq -\frac{Q_s^2}{Q_n^2 - Q_s^2} f_{n-s}, \quad n \neq s, \quad (2.85)$$

де $\delta_{n,s}$ – символ Кронекера.

Граничні умови, тобто безперервність тангенціальних компонент електричних і магнітних полів на межі розділу $z = 0$ вакуум-шаруватий надпровідник, дозволяє зв'язати коефіцієнти (2.77) – (2.80) між собою за допомогою наступної системи рівнянь:

$$\begin{aligned} & \exp(iqx) + \sum_n R_n \exp(iq_n x) \\ &= \sum_{n,s} K_s \Psi_{n|s} \frac{\exp(iq_n x)}{[2(h_0/h_c)^2 + E(\Omega)]^{1/4}} \sin(\eta_s(0)) , \\ & \beta^V \exp(iqx) - \sum_n \beta_n^V R_n \exp(iq_n x) \\ &= \sum_{n,s} a_s K_s \Psi_{n|s} \frac{\exp(iq_n x)}{[2(h_0/h_c)^2 + E(\Omega)]^{1/4}} \sin(\eta_s(0)) , \end{aligned} \quad (2.86)$$

де $a_s \equiv a_s(0)$. Рівняння (2.86) дають систему нескінченних лінійних алгебраїчних

рівнянь для коефіцієнтів

$$B_s = \frac{K_s \sin(\eta_s(0))}{[2(h_0/h_c)^2 + E(\Omega)]^{1/4}} \quad (2.87)$$

і їх співвідношень з коефіцієнтами трансформації R_n ,

$$\sum_s D_{n|s} B_s = 2\beta^V \delta_{n,0}, \quad (2.88)$$

$$R_n = \sum_s B_s \Psi_{n|s} - \delta_{n,0}, \quad (2.89)$$

де

$$D_{n|s} = b_n \delta_{n,s} + d_{n|s}, \quad b_n = \beta_n^V + a_n, \quad (2.90)$$

$$d_{n|s} = (\beta_n^V + a_s) \tilde{\Psi}_{n|s}. \quad (2.91)$$

Для того, щоб вирішити нескінченну систему рівнянь (2.88) B_s , використаємо резонансну теорію збурень [100], яка дозволяє отримати результат в простій аналітичній формі.

Якщо всі просторові гармоніки поля далекі від власних мод немодульованого шаруватого надпровідника (нерезонансний випадок), діагональні елементи b_s матриці $\hat{D} \equiv \|D_{n|s}\|$ більші або порядку одиниці, $|b_s| \sim |\beta_s^V| \gtrsim 1$. В цьому випадку матриця \hat{D} діагонально-домінантна, тобто її недиагональні елементи малі в порівнянні з діагональними, $|d_{n|s}| \sim |f_{n-s}| \ll |b_s|$. Тоді, розв'язуючи систему рівнянь (2.88), (2.89), отримуємо тривіальний результат: коефіцієнт дзеркального відбиття дорівнює коефіцієнту Френеля з точністю до квадратичних по f поправок,

$$R_F = \frac{\cos \theta - a_0}{\cos \theta + a_0}, \quad (2.92)$$

Решта коефіцієнтів трансформації мала, $R_n \sim f_n$, $n \neq 0$.

Найбільш цікавим є резонансний випадок, коли умова (2.83) виконується для однієї з просторових гармонік поля:

$$Q_r = (k \sin \theta + rg)\lambda_{ab} \simeq \text{sign}(r)\text{Re}[Q(\Omega)]. \quad (2.93)$$

Тут $r > 0$ ($r < 0$) відповідає розповсюдженню збудженої поверхневої хвилі вперед (назад) відносно хвилі, що падає.

Поблизу резонансу діагональний елемент $D_{r|r} = b_r$ матриці \hat{D} стає аномально малим, а детермінант матриці значно збільшується [100]. Нагадаємо, що нормована поперечна компонента хвильового вектора у вакуумі, β_s^V , може бути або чисто уявною величиною, або чисто дійсною. Отже, мінімальне значення $|b_r| \ll 1$ досягається в околиці точки в (θ, ω) -площині, у якій $\text{Im}[\beta_r^V] = -\text{Im}[a_r]$. Відзначимо, що це є закон дисперсії поверхневих ДПХ (2.82).

Повторюючи викладки, аналогічні приведеним в роботах [100–102], ми приходимо до наступного виразу для коефіцієнта дзеркального відбиття R_0 :

$$R_0 = R_F \frac{k_{zr}^V/k + a_r + C_r(\theta, \Omega, f_r) - \Delta_r(\theta, \Omega, f_r)}{k_{zr}^V/k + a_r + C_r(\theta, \Omega, f_r)}, \quad (2.94)$$

де

$$\Delta_r(\theta, \Omega, f_r) = \frac{2 \cos \theta}{\cos^2 \theta - a_0^2} (a_0 - a_r) (k_{zr}^V/k + a_0) \tilde{\Psi}_{0|r} \tilde{\Psi}_{r|0} \quad (2.95)$$

і

$$C_r = - \sum_N \frac{d_{r|N} d_{N|r}}{b_N}. \quad (2.96)$$

Тут $C_r \equiv C_r(\theta, \Omega, f_r)$ — параметр, що забезпечує зв'язок хвиль в шаруватому надпровіднику і у вакуумі. Далі вважається, що цей параметр C_r малий. Саме

у такому випадку можуть спостерігатися аномальні ефекти у відбитті хвиль, що пов'язані із збудженням поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль на межі вакуум-шаруватий надпровідник.

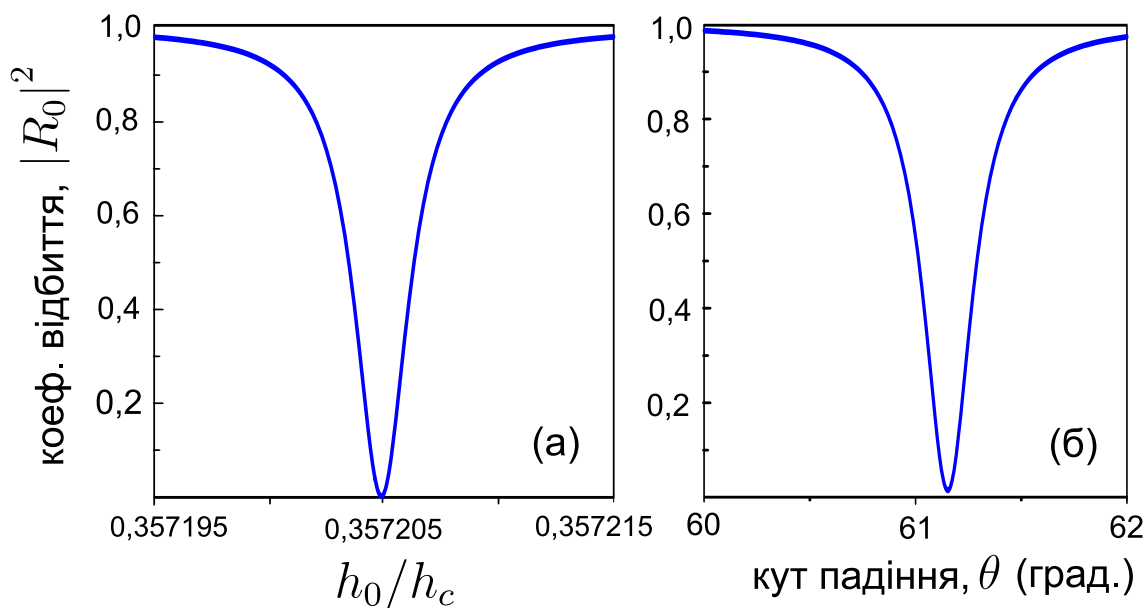


Рис. 2.13. (а) Залежність коефіцієнта дзеркального відбиття від зовнішнього постійного магнітного поля h_0 для першого дифракційного порядку ($r = 1$). Параметри задачі: $\theta = 45^\circ$, $L = 2,75 \cdot 10^{-4}$ мм, $f_r = 0,2$, $\nu_c = 1,15 \cdot 10^{-6}$, $\lambda_{ab} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ мм, $\lambda_c/\lambda_{ab} = 7$, $\varepsilon = 4$, $\Omega = 0,95$. (б) Залежність коефіцієнта дзеркального відбиття від кута падіння хвилі θ для першого дифракційного порядку ($r = 1$) при $h_0/h_c = 0,357$.

Дисперсійне рівняння за наявності модуляції, тобто з урахуванням зв'язку хвиль в двох середовищах, модифікується. Новий спектр може бути отриманий прирівнюванням знаменника у виразу (2.94) до нуля. Модифікований закон дисперсії включає також радіаційні втрати, пов'язані з перевипромінюванням збудженої на межі вакуум-надпровідник поверхневої ДПХ назад у вакуумний напівпростір. Слід зазначити, що C_r приводить до зсуву ($\text{Im}\{C_r\}$) і розширенню ($\text{Re}\{C_r\}$) резонанса. Відзначимо також, що нерівність $|C_r| \ll 1$ відповідає найбільш ефективному збудженню поверхневих ДПХ. Із-за наявності зв'язку між хвилями у вакуумі і надпровіднику коефіцієнт дзеркального відбиття R_0 відрізняється від коефіцієнта Френеля R_F , а модуль R_0 виявляється меншим за одиницю і, як буде показано нижче, може зменшитися до нуля при певному значенні магнітного поля

h_0 при деякому виборі частоти з області $\omega < \omega_J$ і кута падіння θ . Це один із способів управління і фільтрування терагерцового випромінювання.

Рисунок 2.13 (а) демонструє явище повного приглушення дзеркального відбиття при зміні зовнішнього постійного магнітного поля. Цього ж ефекту можна добитися і при фіксованому магнітному полі, якщо змінювати кут θ , див. рис. 2.13 (б). Дисперсійна крива, яка відповідає параметрам задачі, вказаним на даних рисунках, відмічена суцільним символом (зафарбоване коло) на рис. 2.12.

Висновки до розділу 2

У другому розділі дисертації, що написаний по матеріалам робіт [6, 7]:

- отримані дисперсійні співвідношення для поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль (ДПХ), що розповсюджуються в напівнескінченних шаруватих надпровідниках, з урахуванням струму зміщення уздовж шарів: передбачено існування нової гілки в спектрі поверхневих хвиль, яка розташована вище за джозефсонівську плазмову частоту. Показано, що спектр поверхневих ДПХ має частотну щілину, яка пов'язана з принциповою особливістю джозефсонівської плазми, а саме, з тим, що природа струмів вздовж і поперек шарів різна;
- встановлено, що саме в цьому частотному інтервалі може спостерігатися негативний коефіцієнт заломлення (negative refractive index) для об'ємних терагерцових хвиль в шаруватих надпровідниках. Таким чином, показано, що два явища — розповсюдження поверхневих хвиль і негативне заломлення об'ємних електромагнітних хвиль в шаруватому надпровіднику виявляються в деякому відношенні додатковими по відношенню один до одного;
- проведено аналіз нової гілки закону дисперсії і знайдені оптимальні умови для збудження поверхневих ДПХ з частотами вище за джозефсонівську плазмову частоту;
- модифікована резонансна теорія збурень стосовно випадку сильно ані-

зотропної джозефсонівської плазми. За допомогою цієї теорії вирішено задачу про збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідних шарів, як у присутності, так за відсутності зовнішнього постійного магнітного поля, призмовим методом і методом модуляції надпровідникових параметрів.

- Знайдені оптимальні умови для збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідникових шарів, і для спостереження повного заглушення дзеркального відбиття терагерцових хвиль.

Результати, що викладені в даному розділі дисертації, можуть бути використані при розробці пристроїв фільтрування, детектування і управління терагерцового випромінювання.

РОЗДІЛ 3

ПОВЕРХНЕВІ І ХВИЛЕВОДНІ ДЖОЗЕФСОНІВСЬКІ ПЛАЗМОВІ МОДИ В ПЛАСТИНІ ШАРУВАТОГО НАДПРОВІДНИКА

У попередньому розділі були розглянуті поверхневі джозефсонівські плазмові хвилі, що розповсюджуються в напівнескінчених шаруватих надпровідниках. Проте в реальному експерименті завжди доводиться мати справу із зразками кінцевих розмірів. Даний розділ дисертації присвячений вивченню електромагнітних мод, що існують у *обмежених* шаруватих надпровідниках — пластинах скінченної товщини. Нижче буде показано, що в пластині шаруватого надпровідника можуть існувати власні моди двох типів. Одні з них є поверхневі моди, поля яких експоненційно згасають від межі зразка, а у мод іншого типу електромагнітне поле осцилює упоперек шарів. Моди другого типу ми надалі називатимемо *хвильоводними* модами. Обидва типи хвиль характеризуються експоненційно згасаючим полем зовні пластини. І поверхневі, і хвильоводні власні джозефсонівські плазмові моди в пластині шаруватого надпровідника можуть бути симетричними або антисиметричними щодо середини зразка. У даному розділі вивчено спектр власних джозефсонівських плазмових мод, а також вирішено задачу про збудження цих мод методом порушеного повного внутрішнього відбиття.

3.1. Постановка задачі і виведення дисперсійного співвідношення для власних мод в пластині

Розглянемо пластину шаруватого надпровідника завтовшки L , оточену ізотропним немагнітним середовищем з діелектричною проникністю ε_d . Виберемо

систему координат так, щоб кристалографічна площина ab збігалася з площиною xy , а вісь z була направлена уздовж кристалографічної вісі c . Початок координат $z = 0$ знаходиться в середині зразка. Геометрія задачі схематично представлена на рис. 3.1.

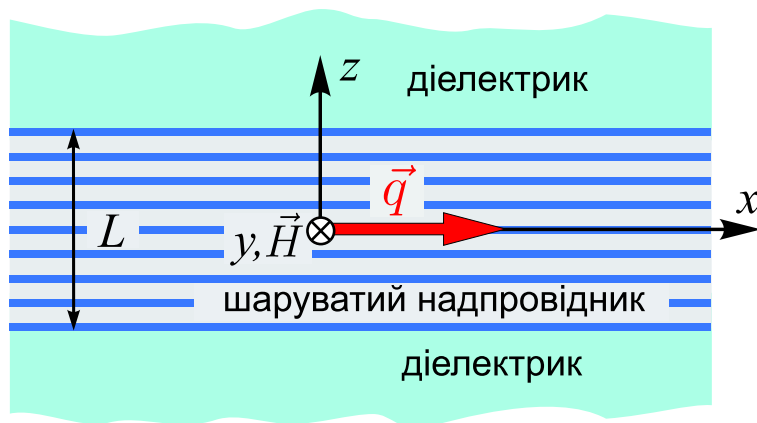


Рис. 3.1. Геометрія для вивчення поверхневих і хвилеводних мод в пластині шаруватого надпровідника.

Знайдемо закон дисперсії власних електромагнітних хвиль в пластині шаруватого надпровідника. З симетрії задачі ясно, що можна розглянути тільки одну (наприклад, верхню, $0 \leq z \leq L/2$) половину зразка. Електричне і магнітне поля в зразку і поза ним мають наступні компоненти:

$$\vec{E} = \{E_x, 0, E_z\}, \quad \vec{H} = \{0, H_y, 0\}.$$

Шукатимемо розв'язок синусоїдального рівняння Гордона у вигляді хвилі $\varphi(x, z, t) = \varphi(z) \exp[i(qx - \omega t)]$, що розповсюджується уздовж вісі x . Амплітуда $\varphi(z)$ задовольняє рівнянню

$$\left(1 - \frac{\lambda_{ab}^2}{G} \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \varphi(z) + \frac{\lambda_c^2 q^2}{1 - \Omega^2 - i\nu_c \Omega} \varphi(z) = 0, \quad (3.1)$$

де $G = 1 - \Omega^2/\gamma^2 - i\nu_{ab}\Omega$. Загальний розв'язок цього рівняння,

$$\varphi(z) = C_1 \sin(k_s z) + C_2 \cos(k_s z), \quad (3.2)$$

є суперпозиція симетричних ($C_1 = 0$) і антисиметричних ($C_2 = 0$) мод, у яких $\varphi'(0) = 0$ і $\varphi(0) = 0$, відповідно (штрих означає похідну по z). Враховуючи лінійний зв'язок фази $\varphi(x, z, t)$ з компонентами електромагнітних полів, знаходимо, що магнітне поле власних джозефсонівських плазмових мод у шаруватому надпровіднику описується простим виразом,

$$H^s(x, z, t) = A(z) \exp[i(qx - \omega t)], \quad (3.3)$$

з симетричною або антисиметричною відносно середини пластини амплітудою $A(z)$:

$$A(z) = C_{\text{even}} \cos(k_s z) \quad (3.4)$$

для симетричних мод і

$$A(z) = C_{\text{odd}} \sin(k_s z) \quad (3.5)$$

для антисиметричних. Поперечне хвильове число k_s визначається з рівності

$$k_s^2 = \frac{1}{\lambda_c^2} (\Omega^2 - \gamma^2 + i\Omega\nu_{ab}) \left(1 - \frac{\kappa^2}{\Omega^2 - 1 + i\Omega\nu_c} \right), \quad \kappa = q\lambda_c. \quad (3.6)$$

Реальна частина величини k_s^2 може бути як позитивною, так і негативною. Якщо $\text{Re}(k_s^2) > 0$, то поле осцилює уздовж координати z . У протилежному випадку, коли $\text{Re}(k_s^2) < 0$, поле експоненційно згасає в глибину пластини шаруватого надпровідника. Це рішення відповідає поверхневій моді. З виразу (3.6) можна знайти рівняння для сепаратрис в площині (κ, Ω) , які розділяють області поверхневих і хвильоводних власних мод. Нехтуючи дисипацією, отримуємо

$$\Omega = 1, \quad \Omega = \gamma, \quad \Omega = \sqrt{1 + \kappa^2}. \quad (3.7)$$

Легко переконатись, що хвильоводні моди можуть існувати в двох областях:

$$1 < \Omega < \gamma, \quad \kappa^2 > \Omega^2 - 1 \quad (3.8)$$

та

$$\Omega > \gamma, \quad \kappa^2 < \Omega^2 - 1. \quad (3.9)$$

Відповідно, поверхневі моди існують в областях

$$0 < \Omega < 1 \quad (3.10)$$

та

$$1 < \Omega < \gamma, \quad \kappa^2 < \Omega^2 - 1. \quad (3.11)$$

Знаючи компоненту магнітного поля $H^s(x, z, t)$, за допомогою другого рівняння в (2.7) легко знайти вирази компонент $E_x^s(x, z, t)$ електричного поля симетричних і антисиметричних мод:

$$E_x^s(x, z, t) = -iC_{\text{even}} \frac{k_s \lambda_c \Omega}{\sqrt{\varepsilon_s}} \frac{\sin(k_s z)}{\gamma^2 - \Omega^2 - i\Omega\nu_{ab}} \exp[i(qx - \omega t)], \quad (3.12)$$

$$E_x^s(x, z, t) = iC_{\text{odd}} \frac{k_s \lambda_c \Omega}{\sqrt{\varepsilon_s}} \frac{\cos(k_s z)}{\gamma^2 - \Omega^2 - i\Omega\nu_{ab}} \exp[i(qx - \omega t)]. \quad (3.13)$$

Аналогічно, з першого рівняння в (2.7) знаходимо співвідношення між $E_z^s(x, z, t)$ і $H^s(x, z, t)$, яке має однаковий вигляд для симетричних і антисиметричних мод:

$$E_z^s(x, z, t) = -H^s(x, z, t) \frac{\Omega \kappa}{\Omega^2 - 1 + i\Omega\nu_c}. \quad (3.14)$$

Електромагнітне поле над пластиною шаруватого надпровідника по мірі віддалення від неї експоненційно згасає

$$\begin{aligned} H^d(x, z, t) &= C_d \exp(iqx - i\omega t - k_d z), \\ E_x^d(x, z, t) &= iC_d \frac{\sqrt{\varepsilon_s} \lambda_c k_d}{\varepsilon_d \Omega} \exp(iqx - i\omega t - k_d z), \\ E_z^d &= -C_d \frac{\sqrt{\varepsilon_s} \kappa}{\varepsilon_d \Omega} \exp(iqx - i\omega t - k_d z) \end{aligned} \quad (3.15)$$

з декрементом

$$k_d = \frac{1}{\lambda_c} \sqrt{\kappa^2 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \Omega^2}. \quad (3.16)$$

Компоненти полів H^d і E_z^d під пластиною для симетричних (антисиметричних) мод знаходяться симетричним (антисиметричним) віддзеркаленням (3.15). Компоненту E_x^d є непарною (парною) функцією координати z для симетричних (антисиметричних) мод.

Зшиваючи імпедансні співвідношення (тобто прирівнюючи на межі зразка $z = L/2$ відношення тангенціальних компонент електричних і магнітних полів у середині і зовні надпровідника), отримуємо закони дисперсії симетричних,

$$\frac{k_d}{k_s} = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \gamma^2 + i\nu_{ab}\Omega} \tan\left(\frac{k_s L}{2}\right), \quad (3.17)$$

та антисиметричних,

$$\frac{k_d}{k_s} = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \gamma^2 + i\nu_{ab}\Omega} \cot\left(\frac{k_s L}{2}\right), \quad (3.18)$$

джозефсонівських плазмових мод.

Для товстих пластин з $L \rightarrow \infty$ рівняння (3.17) і (3.18) для поверхневих мод (з уявним k_s) стають ідентичними. В цьому випадку симетричні і антисиметричні моди вироджуються в незалежні поверхневі джозефсонівські плазмові хвилі, що

розповсюджуються уздовж обох поверхонь з дисперсійним співвідношенням,

$$\kappa(\Omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s}} \Omega \left(\varepsilon_c(\Omega) \frac{\varepsilon_d - \varepsilon_{ab}(\Omega)}{\varepsilon_d^2 - \varepsilon_c(\Omega) \varepsilon_{ab}(\Omega)} \right)^{1/2}. \quad (3.19)$$

Це рівняння збігається з дисперсійним співвідношенням для поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль в напівнескінченному шаруватому надпровіднику (2.11).

3.2. Аналіз закону дисперсії власних мод в пластині шаруватого надпровідника у діелектричному оточенні

Проведемо аналіз закону дисперсії локалізованих симетричних і антисиметричних джозефсонівських плазмових хвиль, які можуть розповсюджуватися в пластині шаруватого надпровідника в діелектричному оточенні. Нагадаємо, що поля всіх власних мод експоненційно згасають в зовнішньому середовищі при віддаленні від меж пластини. Тому, згідно рівнянню (3.16), всі дисперсійні криві повинні знаходитися нижче за світлову лінію.

Структура спектру власних мод залежить від співвідношення між діелектричною проникністю ε_d зовнішнього діелектрика і міжшарової діелектричної проникності ε_s надпровідника. Нижче ми розглянемо окремо випадки оптично м'якого ($\varepsilon_d < \varepsilon_s$) і оптично щільного ($\varepsilon_d > \varepsilon_s$) оточень.

3.2.1. Оптично м'яке оточення

Почнемо з дослідження законів дисперсії (3.17) (3.18) джозефсонівських плазмових мод у випадку, коли діелектрична проникність діелектрика менша ніж міжшарова діелектрична проникність надпровідника, $\varepsilon_d < \varepsilon_s$.

3.2.1.1. Низькочастотні поверхневі хвилі

Для низькочастотних поверхневих хвиль, які відповідають області $\Omega < 1$, поперечне хвильове число k_s (див. 3.6) стає чисто уявним,

$$k_s = \frac{i}{\lambda_{ab}} \sqrt{1 + \frac{\kappa^2}{1 - \Omega^2}}, \quad (3.20)$$

і тригонометричні функції в рівняннях (3.17) і (3.18) перетворюються в гіперболічні. У такому випадку дисперсійні співвідношення для симетричних і антисиметричних поверхневих ДПХ набирають вигляду:

$$\frac{k_d}{|k_s|} = \frac{\varepsilon_d \Omega^2}{\varepsilon_s \gamma^2} \tanh\left(\frac{|k_s|L}{2}\right) \quad (3.21)$$

і

$$\frac{k_d}{|k_s|} = \frac{\varepsilon_d \Omega^2}{\varepsilon_s \gamma^2} \coth\left(\frac{|k_s|L}{2}\right), \quad (3.22)$$

відповідно. Дисперсійні криві (3.21) і (3.22) починаються в точці $\kappa = \Omega = 0$, потім слідує світловій лінії і значно відхиляються від останньої лише при частотах Ω близьких до одиниці. При $\kappa \rightarrow \infty$, нахил дисперсійних кривих прагне до нуля, і $\Omega(\kappa) \rightarrow 1$ з точністю до членів порядку $\sim 1/\gamma^2 \ll 1$.

При великих значеннях аргументу $|k_s|L/2$ гіперболічної функції в правій частині дисперсійних рівнянь формули (3.21), (3.22) переходять в закон дисперсії поверхневої джозефсонівської плазмової хвилі на межі шаруватого надпровідника з вакуумом [101, 102]. Коли $|k_s|L/2 \gg 1$, гіперболічні функції в правій частині рівнянь (3.21) і (3.22) приблизно дорівнюють одиниці, і закон дисперсії джозефсонівської плазмової хвилі в пластині шаруватого надпровідника можна

апроксимувати наступною формулою:

$$\kappa^2 = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \Omega^2 \frac{\gamma^2 (1 - \Omega^2)}{\gamma^2 (1 - \Omega^2) - \varepsilon_d^2 \Omega^4 / \varepsilon_s^2}. \quad (3.23)$$

Якщо аргумент гіперболічних функцій в (3.21), (3.22) мал, $k_s L/2 \ll 1$, тоді $\tanh(k_s L/2) \approx k_s L/2$, а $\coth(k_s L/2) \approx 2/k_s L$. Таким чином, дисперсійні рівняння для симетричних і антисиметричних джозефсонівських плазмових мод в пластині шаруватого надпровідника можна апроксимувати формулами:

$$\kappa^2 = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \Omega^2 \frac{(4\gamma^2 + \varepsilon_d L^2 \Omega^2 / \varepsilon_s \lambda_{ab}^2) (1 - \Omega^2)}{4\gamma^2 (1 - \Omega^2) - \varepsilon_d^2 L^2 \Omega^4 / \varepsilon_s^2 \lambda_{ab}^2}, \quad (3.24)$$

$$\kappa^2 = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \Omega^2 \left(1 + \frac{4\lambda_{ab}^2 \varepsilon_d \Omega^2}{L^2 \varepsilon_s \gamma^2} \right), \quad (3.25)$$

відповідно.

Цей аналіз підтверджується графіками законів дисперсії джозефсонівських плазмових мод (див. рис. 3.2 (а) і 3.3 (а) для симетричних і антисиметричних поверхневих мод, відповідно).

3.2.1.2. Високочастотні поверхневі хвилі

Тепер проаналізуємо закон дисперсії для симетричних і антисиметричних поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль з частотами у інтервалі $1 < \Omega \leq \gamma$. У цій області поперечне хвильове число k_s (див. рівняння (3.6)) набуває чисто уявних значень, якщо

$$\sqrt{\varepsilon_d / \varepsilon_s} \Omega < \kappa < \sqrt{\Omega^2 - 1}. \quad (3.26)$$

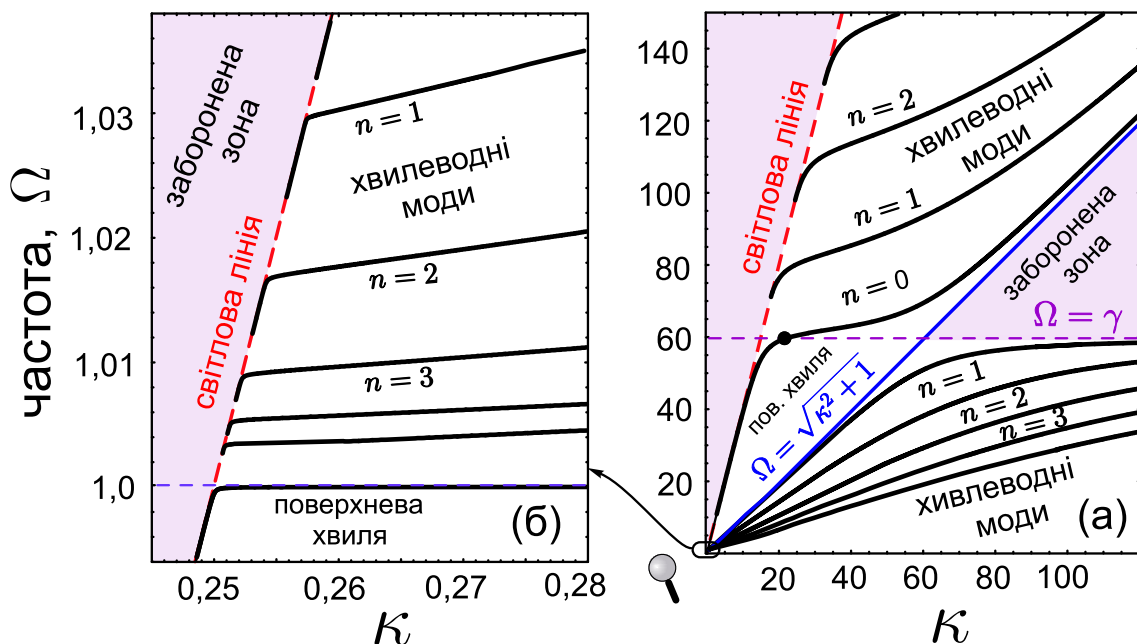


Рис. 3.2. (а) Графіки законів дисперсії симетричних поверхневих і хвильоводних мод у пластині шаруватого надпровідника, що знаходиться в оптично м'якому оточенні (вакуумі). Сепаратриси відповідають рівнянням $\Omega = \gamma$ і $\Omega = \sqrt{1 + \kappa^2}$, а також світловій лінії $\Omega = \sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_d}\kappa$. Відтінені заборонені області спектру, де відсутні розв'язки дисперсійного рівняння (3.17). На графіку (б) зображена в збільшеному масштабі дисперсійна крива для низькочастотної поверхневої хвилі і область початку дисперсійних кривих хвильоводних мод, що розповсюджуються з частотами $\Omega < \gamma$. Параметри задачі: $\gamma = 60$, $\varepsilon_s = 16$ і $L/\lambda_{ab} = 10$.

Тоді дисперсійні співвідношення для високочастотних симетричних і антисиметричних поверхневих ДПХ, відповідно, набувають вигляду:

$$\frac{k_d}{|k_s|} = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \frac{\Omega^2}{\gamma^2 - \Omega^2} \tanh\left(\frac{|k_s|L}{2}\right), \quad (3.27)$$

$$\frac{k_d}{|k_s|} = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \frac{\Omega^2}{\gamma^2 - \Omega^2} \coth\left(\frac{|k_s|L}{2}\right). \quad (3.28)$$

Дисперсійні криві, що описуються рівняннями (3.27) і (3.28), починаються в

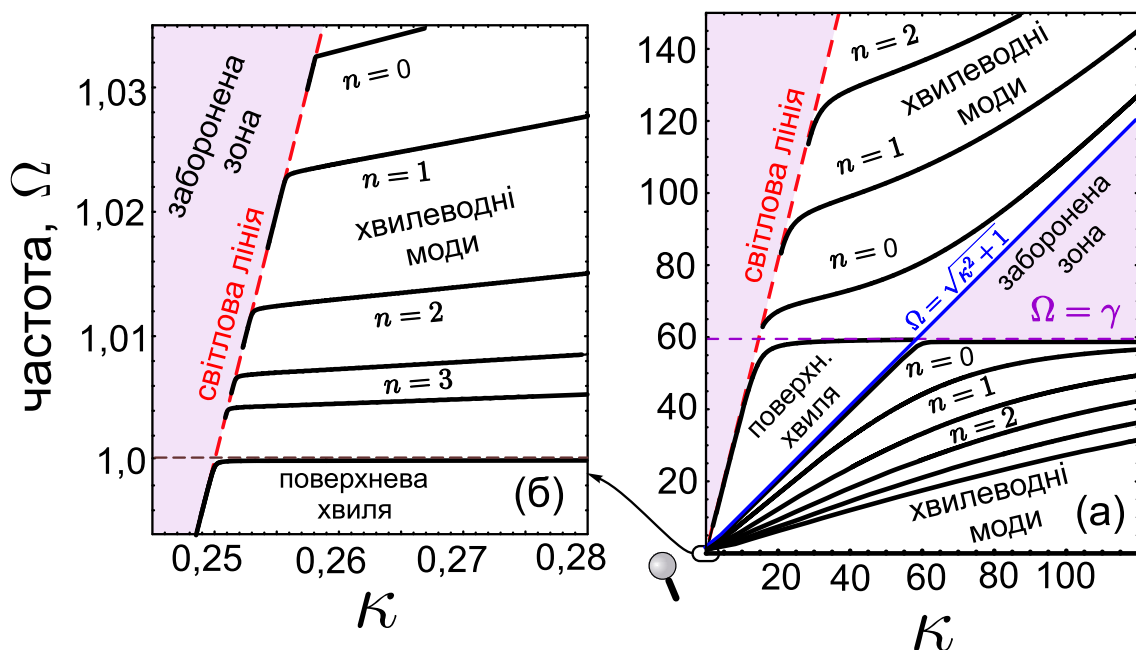


Рис. 3.3. (а) Графіки законів дисперсії антисиметричних поверхневих і хвильоводних мод у пластині шаруватого надпровідника, що знаходиться в оптично м'якому оточенні (вакуумі). Сепаратриси відповідають рівнянням $\Omega = \gamma$ і $\Omega = \sqrt{1 + \kappa^2}$, а також світловій лінії $\Omega = \sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_d} \kappa$. Відтінені заборонені області спектру, де відсутні розв'язки дисперсійного рівняння (3.18). На графіку (б) зображена в збільшеному масштабі дисперсійна крива для низькочастотної поверхневої хвилі і область початку дисперсійних кривих хвильоводних мод, що розповсюджуються з частотами $\Omega < \gamma$. Параметри задачі: $\gamma = 60$, $\varepsilon_s = 16$ і $L/\lambda_{ab} = 10$.

точці з координатами

$$\kappa_{\text{in}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s - \varepsilon_d}}, \quad \Omega_{\text{in}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s - \varepsilon_d}} > 1, \quad (3.29)$$

де світлова лінія перетинається з кривою $\Omega = \sqrt{\kappa^2 + 1}$. Таким чином, в спектрі поверхневих ДПХ існує частотна щілина

$$1 < \Omega < \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s - \varepsilon_d}}, \quad (3.30)$$

аналогічно випадку напівнескінченного зразка (див. попередній розділ, а також роботу [6]).

Спектр симетричної високочастотної гілки поверхневої ДПХ закінчується в

точці

$$\kappa_{\text{fin}} \approx \frac{\lambda_c \varepsilon_s}{L \varepsilon_d} \sqrt{2 + \frac{\varepsilon_d^2 L^2}{\varepsilon_s^2 \lambda_{ab}^2} - 2 \sqrt{1 + \frac{\varepsilon_d^2}{\varepsilon_s^2} \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s}\right) \frac{L^2}{\lambda_{ab}^2}}}, \quad \Omega_{\text{fin}} = \gamma. \quad (3.31)$$

Дійсно, при $\Omega = \gamma$ і права, і ліва частини дисперсійного рівняння (3.27) для симетричної поверхневої джозефсонівської плазмової хвилі дорівнюють нулю. Розкладаючи праву і ліву частини цього рівняння у ряд по $(\Omega - \gamma)$ з точністю до першого порядку малості, отримуємо квадратне рівняння відносно κ^2 :

$$\sqrt{\kappa^2 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \Omega^2} \approx \frac{\varepsilon_d L}{2 \lambda_{ab} \gamma \varepsilon_s} (\gamma^2 - \kappa^2). \quad (3.32)$$

Розв'язок цього рівняння для інтервалу поздовжніх хвильових чисел і частот відповідає координатам точки закінчення дисперсійної кривої симетричної моди поверхневого типу. Дана кінцева точка поверхневої моди одночасно є початковою точкою для однієї з гілок хвилеводних мод (з $n = 0$) (хвилеводні моди будуть розглянуті в наступному підрозділі). Іншими словами, поверхнева хвиля в даній точці перетворюється на хвилеводну моду. Цей перехід добре видно на рис. 3.2 (а).

Точки початку і закінчення спектру антисиметричної поверхневої моди належать лінії $\Omega = \sqrt{\kappa^2 + 1}$. У цих точках права і ліва частини закону дисперсії (3.28) антисиметричної джозефсонівської плазмової хвилі рівні нескінченності. Розкладаючи праву і ліву частини закону дисперсії (3.28) у ряд поблизу $\kappa = \sqrt{\Omega^2 - 1}$ з точністю до першого порядку малості і розв'язуючи отриманий вираз відносно Ω , знайдемо початкову і кінцеву частоти, з якими може розповсюджуватися антисиметрична поверхнева хвиля:

$$\Omega_{\text{in}}^2 = \frac{\gamma L \varepsilon_s^2}{8 \lambda_c \varepsilon_d^2} \left(\gamma \delta \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s}\right) - \sqrt{\gamma^2 (L/\lambda_c)^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s}\right)^2 - 16 \frac{\varepsilon_d^2}{\varepsilon_s^2}} \right), \quad (3.33)$$

$$\Omega_{\text{fin}} \approx \gamma \left(1 - \frac{\varepsilon_d \lambda_{ab}}{\sqrt{\varepsilon_s - \varepsilon_d} L} \right), \quad \lambda_{ab} \ll L. \quad (3.34)$$

Відмінність між Ω_{fin} і γ пропорційна λ_{ab}/l і прямує до нуля для товстих пластин.

Для товстих пластин, коли $|k_s|L/2 \gg 1$, закони дисперсії (3.27) і (3.28) можна апроксимувати простою формулою :

$$\kappa^2 = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \Omega^2 \frac{(\Omega^2 - 1) (\gamma^2 - \Omega^2 + \varepsilon_d \Omega^2 / \varepsilon_s)}{(\gamma^2 - \Omega^2) (\Omega^2 - 1) + \varepsilon_d^2 \Omega^4 / \varepsilon_s^2}. \quad (3.35)$$

При $\varepsilon_d = 1$ рівняння (3.35) збігається із законом дисперсії високочастотних поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль на межі шаруватого надпровідника з вакуумом, що отриманий в попередньому розділі (див. формулу (2.12)) і в роботі [6]. Це відповідає тому, що при $L \rightarrow \infty$ поверхневі хвилі розповсюджуються уздовж верхньої і нижньої меж пластини шаруватого надпровідника незалежно один від одного.

У випадку $|k_s|L/2 \ll 1$ дисперсійні рівняння для симетричної і антисиметричної поверхневої моди можна апроксимувати формулами (3.24) і

$$\kappa^2 = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \Omega^2 \left(1 + \frac{4\gamma^2 \lambda_{ab}^2}{L^2} \frac{\varepsilon_d \Omega^2 / \varepsilon_s}{(\gamma^2 - \Omega^2)^2} \right), \quad (3.36)$$

відповідно.

Таким чином, з аналізу законів дисперсії джозефсонівських плазмових хвиль поверхневого типу в шаруватому надпровіднику в діелектричному оточенні, випливає, що дисперсійна крива антисиметричної моди в діапазоні частот $1 < \Omega < \gamma$ може значно відхилитися від світлової лінії при малих значеннях аргументу гіперболічної функції в правій частини закону дисперсії (3.28). Симетрична мода в надпровідниковій пластині практично збігається зі світловою лінією трохи відхиляючись від останньої при частотах Ω близьких до γ .

Графіки законів дисперсії $\Omega(\kappa)$ для високочастотних симетричних і антисиметричних поверхневих мод показані на рис. 3.2 (а) і рис. 3.3 (а).

3.2.1.3. Низькочастотні хвилеводні моди

Тепер розглянемо закони дисперсії (3.17), (3.18) в області частот $1 < \Omega < \gamma$ у випадку, коли поперечне хвильове число k_s — дійсна величина, тобто при $\kappa > \sqrt{\Omega^2 - 1}$. Ця область частот відповідає хвилеводним власним модам з осцилюючою поведінкою поля упоперек надпровідникових шарів. В силу періодичності тригонометричних функцій в правій частині рівнянь (3.17), (3.18) є нескінченна кількість дисперсійних кривих. Відношення k_d/k_s , що стоїть в лівій частині законів дисперсії (3.17), (3.18) набуває лише позитивних дійсних значень. Права ж частина дисперсійних рівнянь виявляється позитивною тільки у випадку, коли аргумент тригонометричної функції лежить в інтервалах

$$\pi(2n - 1)/2 < k_s L/2 < \pi n, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (3.37)$$

для симетричних хвилеводних мод і

$$\pi n < k_s L/2 < \pi(2n + 1)/2, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (3.38)$$

для антисиметричних. Тут n визначає номер відповідної хвилеводної моди.

Початкові точки дисперсійних кривих симетричних і антисиметричних хвилеводних мод відповідають правій границі вказаних інтервалів. Кожна гілка дисперсійної залежності $\Omega_n(\kappa)$ починається на світловій лінії при частотах $\Omega = \Omega_{\text{in}}^{(n)}$, де

$$1 < \Omega_{\text{in}}^{(n)} < \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s - \varepsilon_d}}. \quad (3.39)$$

Відзначимо, що цей частотний інтервал (3.39) в точності збігається з частотною щілиною (3.30) в спектрі поверхневих хвиль. Частоти $\Omega_{\text{in}}^{(n)}$ для симетричних і

антисиметричних хвилеводних мод знаходяться з розв'язування рівнянь

$$\frac{L}{2\gamma\lambda_{ab}} \sqrt{(\gamma^2 - \Omega^2) \left[\frac{\varepsilon_d \Omega^2}{\varepsilon_s(\Omega^2 - 1)} - 1 \right]} = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.40)$$

і

$$\frac{L}{2\gamma\lambda_{ab}} \sqrt{(\gamma^2 - \Omega^2) \left[\frac{\varepsilon_d \Omega^2}{\varepsilon_s(\Omega^2 - 1)} - 1 \right]} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.41)$$

відповідно, причому вибирати потрібно менші розв'язки, $\Omega = \Omega_{<}$. Розв'язуючи (3.40) і (3.41), знаходимо

$$\Omega_{\text{in}}^{(n)} = \Omega_{<}^{\text{sym}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 n^2 + (L/\lambda_{ab})^2}{4\pi^2 n^2 + (L/\lambda_{ab})^2 (1 - \varepsilon_d/\varepsilon_s)}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.42)$$

$$\Omega_{\text{in}}^{(n)} = \Omega_{<}^{\text{asym}} = \sqrt{\frac{\pi^2 (2n + 1)^2 + (L/\lambda_{ab})^2}{\pi^2 (2n + 1)^2 + (L/\lambda_{ab})^2 (1 - \varepsilon_d/\varepsilon_s)}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.43)$$

для симетричних і антисиметричних низькочастотних хвилеводних мод, відповідно.

Відзначимо, що більші розв'язки рівнянь (3.40) і (3.41),

$$\Omega_{>}^{\text{sym}} = \gamma \sqrt{1 + \frac{4n^2 \pi^2}{(L/\lambda_{ab})^2 (1 - \varepsilon_d/\varepsilon_s)}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.44)$$

$$\Omega_{>}^{\text{asym}} = \gamma \sqrt{1 + \frac{(2n + 1)^2 \pi^2}{(L/\lambda_{ab})^2 (1 - \varepsilon_d/\varepsilon_s)}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.45)$$

відповідають точкам початку високочастотних дисперсійних кривих симетричних і антисиметричних хвилеводних мод, що розповсюджуються з частотами $\Omega > \gamma$, які будуть розглянуті в наступному підрозділі.

При $\kappa \rightarrow \infty$ всі дисперсійні криві $\Omega^{(n)}(\kappa)$ хвилеводних мод прямують до γ (див. рівняння (3.31) і (3.34)). Із зростанням номера n дисперсійні криві згущуються, наближаючись до $\Omega = 1$.

Поведінка n -тої дисперсійної кривої як для симетричної, так і для антисиметричної низькочастотної хвилеводної моди в околиці своєї початкової точки $(\kappa_n^{(\text{in})}, \Omega_n^{(\text{in})})$ описується такою асимптотичною формулою:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_d}} \kappa - A_n \left(\kappa - \kappa_n^{(\text{in})} \right)^2, \quad A_n = \frac{\varepsilon_d^2 (L/\lambda_{ab})^2 \left[\Omega_n^{(\text{in})} \right]^5}{\varepsilon_s^2 8\gamma^2 \left(\left[\Omega_n^{(\text{in})} \right]^2 - 1 \right)^4}. \quad (3.46)$$

Цей вираз можна отримати, вважаючи $\Omega = \sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_s} \kappa - \Delta(\kappa)$, де $\Delta(\kappa)$ — мале відхилення від світлової лінії. Підставляючи цей вираз для частоти в ліву і праву частини законів дисперсії (3.17), (3.18) і розв'язуючи отримане рівняння відносно $\Delta(\kappa)$ з точністю до другого порядку малості, отримуємо $\Delta(\kappa) = A_n \left(\kappa - \kappa_n^{(\text{in})} \right)^2$.

При частотах $\Omega \sim \gamma$ всі дисперсійні криві для симетричних і антисиметричних хвилеводних джозефсонівських плазмових хвиль наближаються до горизонтальної асимптоти $\Omega = \gamma$ згідно закону:

$$\Omega^2 = \gamma^2 - \eta_n^2,$$

де

$$\eta_n = \frac{2n\pi\gamma^2}{\kappa(L/\lambda_{ab}) - 2\gamma\varepsilon_s/\varepsilon_d}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

для симетричних хвилеводних джозефсонівських плазмових мод і

$$\eta_n = \frac{(2n+1)\pi\gamma^2}{\kappa(L/\lambda_{ab}) - 2\gamma\varepsilon_s/\varepsilon_d}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

в антисиметричному випадку. Щоб в цьому переконатися, потрібно врахувати, що при великих значеннях κ і Ω близьких до γ значення тригонометричних функцій в дисперсійних рівняннях (3.17) і (3.18) близькі до нуля.

3.2.1.4. Високочастотні хвилеводні моди

Хвилеводні моди можуть розповсюджуватися при частотах $\Omega > \gamma$, якщо

$$\sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_d}\Omega \leq \kappa < \sqrt{\Omega^2 - 1}.$$

У цій області частот і поздовжніх хвильових чисел відношення k_d/k_s , що стоїть в лівій частині законів дисперсії (3.17), (3.18), як і в попередньому підрозділі, приймає лише позитивні дійсні значення. Права частина дисперсійних рівнянь виявляється позитивною, якщо аргументи тригонометричних функцій знаходяться в інтервалах

$$\pi n < k_s L/2 < \pi(2n + 1)/2, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.47)$$

для симетричних мод і

$$\pi(2n + 1)/2 < k_s L/2 < \pi(n + 1), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.48)$$

для антисиметричних.

Дисперсійні криві для хвилеводних джозефсонівських плазмових хвиль беруть свій початок в точках на світловій лінії $\kappa_n^{(\text{in})} = \sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_s}\Omega_n^{(\text{in})}$ при частотах, що даються рівняннями (3.44) і (3.45). Поведінка дисперсійних кривих для симетричних і антисиметричних мод з номерами n не рівними нулю в околицях своїх початкових точок $(\kappa_n^{(\text{in})}, \Omega_n^{(\text{in})})$ описується наступною асимптотичною формулою:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_d}}\kappa - B_n \left(\kappa - \kappa_n^{(\text{in})} \right)^2, \quad B_n = \frac{(L/\lambda_{ab})^2 \left[\Omega_n^{(\text{in})} \right]^5}{8\gamma^2 \left(\left[\Omega_n^{(\text{in})} \right]^2 - \gamma^2 \right)^2} \left(1 - \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_s} \right)^2. \quad (3.49)$$

Випадок з $n = 0$ є особливим, оскільки початкова точка цієї кривої не належить

світловій лінії, а збігається з точкою закінчення дисперсійної кривої для симетричної високочастотної поверхневої плазмової моди, див. (3.31).

При дуже великих значеннях частоти $\Omega \gg \gamma$ усі дисперсійні криві для симетричних і антисиметричних власних хвилеводних мод асимптотично наближаються до кривої $\Omega = \sqrt{\kappa^2 + 1}$.

3.2.2. Оптично щільне оточення

Розглянемо тепер випадок, коли пластина шаруватого надпровідника оточена діелектриком з діелектричною проникністю $\varepsilon_d > \varepsilon_s$. Тоді світлова лінія $\Omega = \sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_d} \kappa$ розташована правіше за криву $\Omega = \sqrt{\kappa^2 + 1}$. Тому, на відміну від випадку оптично м'якого оточення, на площині (κ, Ω) є одна область $\Omega < 1$ існування поверхневих хвиль і одна область,

$$1 < \Omega < \gamma, \quad \kappa > \sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_s} \Omega, \quad (3.50)$$

для хвилеводних мод.

На рис. 3.4 представлені графіки законів дисперсії для поверхневих і хвилеводних мод в пластині шаруватого надпровідника, що оточений з обох сторін діелектриком з $\varepsilon_d = 24$ при симетричному розподілі магнітного поля в зразку. У антисиметричному випадку графіки законів дисперсії відрізняються лише у околиці початкових точок спектру.

При частотах $0 \leq \Omega < 1$ поперечне хвильове число k_s набуває тільки уявних значень, що відповідає модам поверхневого типу. В цьому випадку закони дисперсії можуть бути переписані у вигляді (3.21), (3.22), а поведінка дисперсійної кривої такої поверхневої моди в цій області частот повністю ідентична поведінці дисперсійної кривої у випадку $\varepsilon_d < \varepsilon_s$, розглянутому в попередньому підрозділі.

При частотах $1 < \Omega < \gamma$ у шаруватому надпровіднику в діелектричному оточенні з $\varepsilon_d > \varepsilon_s$, можуть розповсюджуватися тільки хвилеводні моди з дійсним

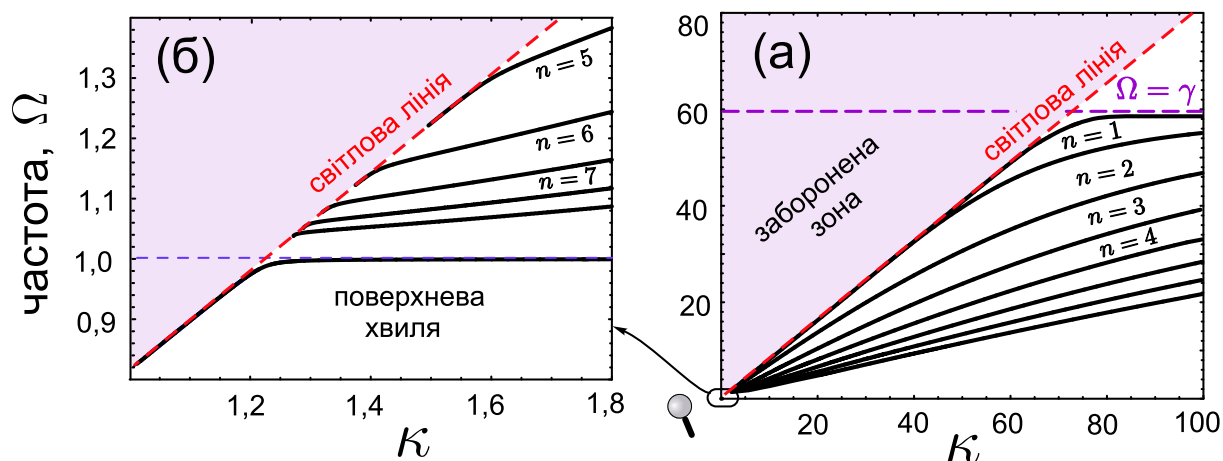


Рис. 3.4. (а) Графіки законів дисперсії поверхневих і хвилеводних симетричних мод у пластині шаруватого надпровідника, що знаходиться в оптично щільному оточенні. Штрихові горизонтальні лінії – сепаратриси $\Omega = 1$ і $\Omega = \gamma$, а похила пряма відповідає світловою лінією, $\Omega = \sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_d} \kappa$. Відтінені заборонені області спектру, де відсутні розв'язки дисперсійного рівняння (3.17). На графіку (б) зображена в збільшеному масштабі область початку дисперсійних кривих хвилеводних мод, що розповсюджуються з частотами $\Omega < \gamma$. Параметри задачі: $\gamma = 60$, $\varepsilon_s = 16$, $\varepsilon_d = 24$ і $L/\lambda_{ab} = 10$.

поперечним хвильовим числом k_s . Дисперсійні криві таких мод беруть свій початок на світловій лінії $\kappa_n^{(\text{in})} = \sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_s} \Omega_n^{(\text{in})}$ при частотах

$$\Omega_n^{(\text{in})} = \sqrt{\frac{4\pi^2 n^2 + (L/\lambda_{ab})^2}{4\pi^2 n^2 - (L/\lambda_{ab})^2 (\varepsilon_d/\varepsilon_s - 1)}}, \quad n \geq \frac{L}{2\pi\lambda_{ab}} \sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_s - 1}, \quad (3.51)$$

у разі симетричного розподілу магнітного поля і

$$\Omega_n^{(\text{in})} = \sqrt{\frac{(2n+1)^2 \pi^2 + (L/\lambda_{ab})^2}{(2n+1)^2 \pi^2 - (L/\lambda_{ab})^2 (\varepsilon_d/\varepsilon_s - 1)}}, \quad n \geq \frac{1}{2} \left(\frac{L}{2\pi\lambda_{ab}} \sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_s - 1} \right) \quad (3.52)$$

у антисиметричному випадку. Симетричні моди з номерами n меншими $n = (L/2\pi\lambda_{ab})\sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_s - 1}$ і антисиметричні моди з $n = (L/4\pi\lambda_{ab})\sqrt{\varepsilon_d/\varepsilon_s - 1/2}$ не існують.

При $1 < \Omega \ll \gamma$ дисперсійне співвідношення для хвилеводних мод може

бути записане у такому вигляді,

$$\begin{aligned} \frac{k_d}{k_s} &= \frac{\varepsilon_d \Omega^2}{\varepsilon_s \gamma^2} \tan\left(\frac{k_s L}{2}\right), \\ \frac{k_d}{k_s} &= \frac{\varepsilon_d \Omega^2}{\varepsilon_s \gamma^2} \cot\left(\frac{k_s L}{2}\right). \end{aligned} \quad (3.53)$$

для симетричних і для антисиметричних мод, відповідно. Тут

$$k_s = \frac{1}{\lambda_{ab}} \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{\Omega^2 - 1}}. \quad (3.54)$$

Цей асимптотичний результат був отриманий і обговорений раніше в роботах [103–105].

3.3. Резонансне збудження хвильоводної моди, заглушення дзеркального відбиття

Збудження власних мод в провідникових пластинах супроводжується аномальними резонансними ефектами у відбитті і проходженні світла крізь зразок [1]. У даному підрозділі ми розглянемо задачу про збудження симетричної хвильоводної джозефсонівської плазмової моди з $n = 1$ у пластині шаруватого надпровідника при

$$\Omega < \gamma, \quad \kappa > \sqrt{\Omega^2 - 1}.$$

Така хвильоводна мода може бути збуджена, наприклад призмовим методом (див. рис. 3.5), який розглядався в попередньому розділі.

Через симетрію задачі достатньо знайти коефіцієнт відбиття $R = |H^r/H^i|^2$ хвилі від дна діелектричної призми в області $z > 0$. Тут H^i і H^r — амплітуди магнітного поля падаючої і відбитої хвиль, відповідно.

Магнітне поле H^p у діелектричній призмі ($z > h + L/2$) може бути

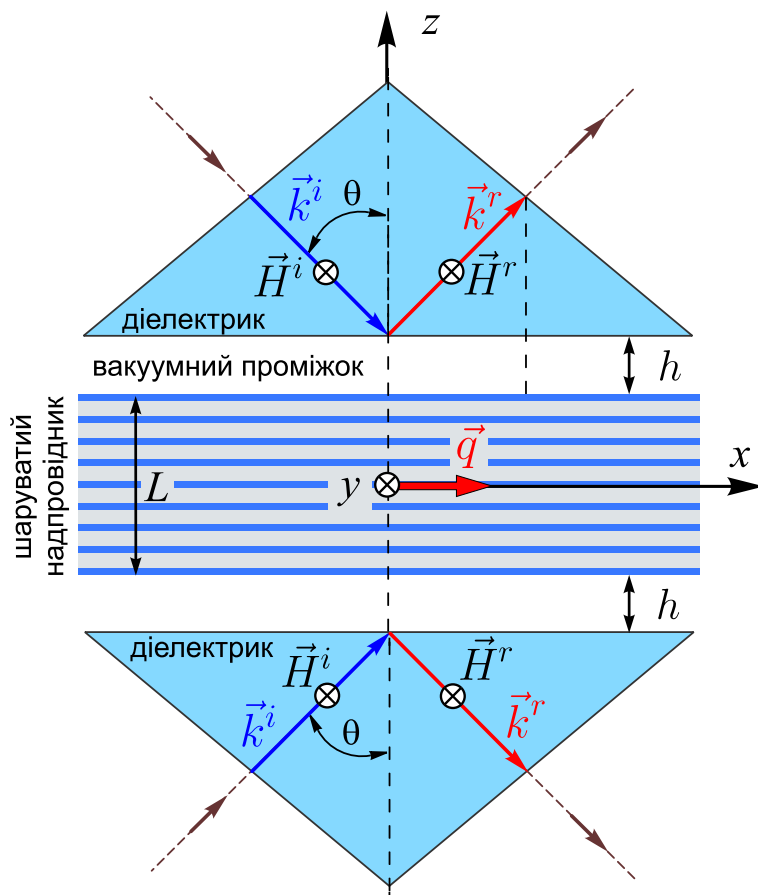


Рис. 3.5. Геометрія задачі про збудження симетричних хвильоводних джозефсонівських плазмових мод в пластині шаруватого надпровідника призмовим методом. Тут h — товщина проміжку між призмою і надпровідником, \vec{H}^i , \vec{H}^r , \vec{k}^i и \vec{k}^r — амплітуди і хвильові вектори падаючої і відбитої електромагнітних хвиль.

представлено у вигляді суми падаючої і відбитої хвиль:

$$H^p = \exp(-i\omega t + iqx - ik_p z) + R \exp(-i\omega t + iqx + ik_p z). \quad (3.55)$$

Тангенціальна q і нормальна k_p компоненти хвильового вектора в діелектричній призмі мають наступний вигляд:

$$q = \frac{\omega \sqrt{\varepsilon_p}}{c} \sin \theta, \quad k_p = \frac{\omega \sqrt{\varepsilon_p}}{c} \cos \theta, \quad (3.56)$$

де ε_p — діелектрична проникність призми. Вважається, що виконана умова повного

внутрішнього відбиття від дна діелектричної призми, тобто

$$\sin^2 \theta > \sin^2 \theta_t = \frac{1}{\varepsilon_p}. \quad (3.57)$$

Магнітне поле у вакуумному проміжку H^v представлено неоднорідними хвилями, одна з яких проникає в вакуум з діелектричної призми, а інша виникає в результаті відбиття від шаруватого надпровідника:

$$H^v = h^+ \exp(-i\omega t + iqx + k_v z) + h^- \exp(-i\omega t + iqx - k_v z), \quad (3.58)$$

де h^+ и h^- — амплітуди неоднорідних хвиль. Просторовий декремент згасання k_v визначається наступним виразом:

$$k_v = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_p \sin^2 \theta - 1}. \quad (3.59)$$

Магнітне поле H^s у пластині шаруватого надпровідника, що відповідає симетричній джозефсонівській плазмовій моді, згідно формул (3.3) і (3.4) може бути записано у такому вигляді:

$$H^s = H_0^s \cos(k_s z) \exp(-i\omega t + iqx). \quad (3.60)$$

З рівнянь Максвелла знайдемо тангенціальні компоненти електричного поля в діелектричній призмі, у вакуумному проміжку і в шаруватому надпровіднику:

$$E_x^p = -\frac{k_p c}{\omega \varepsilon_p} [\exp(-i\omega t + iqx - ik_p z) - R \exp(-i\omega t + iqx + ik_p z)], \quad (3.61)$$

$$E_x^v = -\frac{ik_v c}{\omega} [h^+ \exp(-i\omega t + iqx + k_v z) - h^- \exp(-i\omega t + iqx - k_v z)], \quad (3.62)$$

$$E_x^s = -iH_0^s \frac{\Omega k_s \lambda_c}{\sqrt{\varepsilon_s} (\gamma^2 - \Omega^2 - i\Omega\nu_{ab})} \sin(k_s z) \exp(-i\omega t + iqx). \quad (3.63)$$

Використовуючи умову безперервності тангенціальних компонент електричного і магнітного полів на межах діелектрик-вакуум і вакуум-шаруватий надпровідник, отримуємо систему чотирьох лінійних алгебраїчних рівнянь для чотирьох невідомих амплітуд R , h^+ , h^- , і H_0^s . Розв'язуючи цю систему рівнянь, знаходимо коефіцієнт відбиття хвилі від дна діелектричної призми,

$$R = \frac{k_p[k_v + \alpha \tanh(k_v h)] - i\varepsilon_p k_v [\alpha + k_v \tanh(k_v h)]}{k_p[k_v + \alpha \tanh(k_v h)] + i\varepsilon_p k_v [\alpha + k_v \tanh(k_v h)]} \exp[-ik_p(L + 2h)], \quad (3.64)$$

де

$$\alpha = \frac{\Omega^2 k_s \lambda_{ab} \tan(k_s L/2)}{\varepsilon_s (\gamma^2 - \Omega^2 - i\Omega\nu_{ab})}.$$

Дисперсійне рівняння для симетричної джозефсонівської плазмової моди в пластині шаруватого надпровідника за наявності діелектричної призми модифікується. Новий спектр симетричних хвилеводних мод можна отримати прирівнюючи

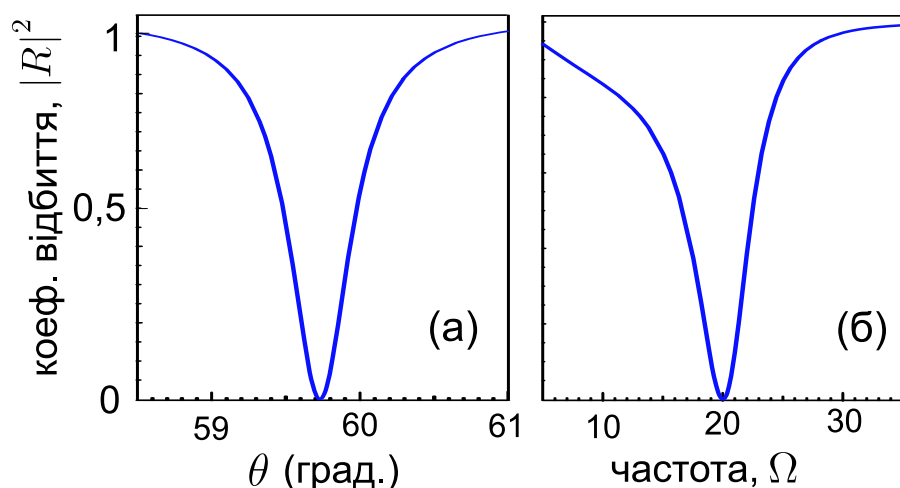


Рис. 3.6. Залежність квадрата модуля коефіцієнта відбиття $|R|^2$ від кута падіння θ , (а), і частоти Ω , (б). Параметри задачі: $\gamma \approx 60$, $\varepsilon_s = 16$, $L/\lambda_{ab} = 10$, $\varepsilon_p = 24$, $\nu_{ab} = \nu_c = 5 \cdot 10^{-2}$, $h = 0,28 \lambda_{ab}$. Частота $\Omega = 20$ у випадку (а); кут падіння хвилі $\theta = 59,7^\circ$ у випадку (б).

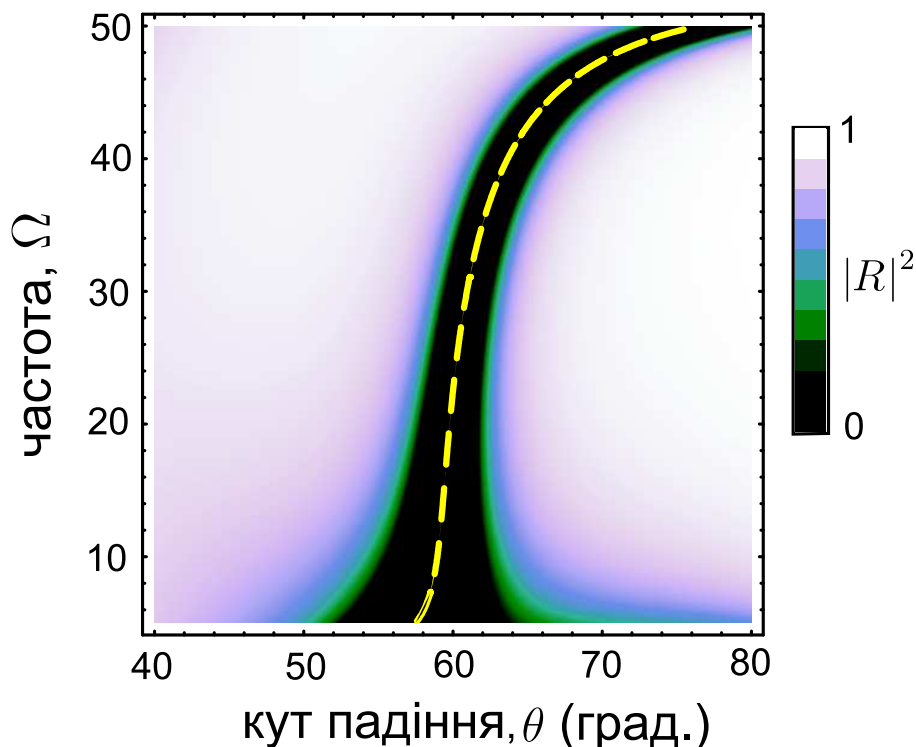


Рис. 3.7. Розподіл коефіцієнта відбиття $|R|^2$ в площині (θ, Ω) . Параметри задачі: $\gamma \approx 60$, $\varepsilon_s = 16$, $L/\lambda_{ab} = 10$, $\varepsilon_p = 24$, $\nu_{ab} = \nu_c = 5 \cdot 10^{-2}$, $h = 0,28 \lambda_{ab}$. Дисперсійна залежність збудженої симетричної хвильоводної моди з номером $n = 1$ показана штриховою лінією ($\Omega < \gamma$, $\kappa > \sqrt{\Omega^2 - 1}$).

знаменник рівняння (3.64) до нуля. Наявність зв'язку хвиль в діелектрику і пластині шаруватого надпровідника приводить до порушення повного внутрішнього відбиття хвилі від межі діелектрик-вакуум, внаслідок чого коефіцієнт відбиття R у формулі (3.64) відрізняється від коефіцієнта Френеля

$$R_f = \frac{k_p - i\varepsilon_d k_v}{k_p + i\varepsilon_d k_v},$$

його модуль виявляється меншим за одиницю.

При певному куті падіння θ і оптимальній товщині вакуумного проміжку $h = h_{\text{opt}}$ відбиття хвиль від пластини шаруватого надпровідника може бути повністю пригнічено. Для того, щоб знайти параметри (кут падіння і оптимальну товщину вакуумного проміжку), що відповідають ефекту повного заглушення дзеркального відбиття, необхідно розв'язати систему трансцендентних рівнянь, яка знаходиться прирівнюванням до нуля дійсної і уявної частин чисельника у виразі

для коефіцієнта відбиття R .

Зменшення коефіцієнта дзеркального відбиття можна спостерігати, або змінюючи кут падіння хвилі при заданій її частоті, або шляхом зміни частоти при фіксованому куті падіння. На рис. 3.6 зображені залежності квадрата модуля коефіцієнта дзеркального відбиття $|R|^2$ від межі діелектрик-вакуум як функція кута падіння і частоти. Провал до нуля коефіцієнта відбиття, зображений на рис. 3.7 відповідає ефекту повного заглушення дзеркального відбиття, що виникає в результаті збудження симетричної хвилеводної моди з номером $n = 1$. На рис. 3.7 показано розподіл коефіцієнта дзеркального відбиття в площині (θ, Ω) .

Висновки до розділу 3

У третьому розділі дисертації, написаному по матеріалах роботи [8]:

- передбачено існування в пластині шаруватого надпровідника власних електромагнітних мод двох типів. Одні з них є поверхневими модами, поля яких експоненційно згасають від межі зразка, а у мод іншого типу електромагнітне поле осцилює упоперек шарів;
- отримані і проаналізовані дисперсійні співвідношення для поверхневих і хвилеводних джозефсонівських плазмових мод в пластині шаруватого надпровідника в оптично м'якому і оптично щільному оточеннях;
- розв'язана задача про збудження хвилеводних мод методом порушеного повного внутрішнього відбиття;
- показано, що збудження хвилеводної моди супроводжується резонансним ефектом заглушення дзеркального відбиття (вудівською аномалією). Знайдені оптимальні умови для збудження цих мод, при яких відбувається повне заглушення дзеркального відбиття.

РОЗДІЛ 4

АНОМАЛЬНЕ ПРОХОДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ КРІЗЬ ПЕРІОДИЧНО МОДУЛЬОВАНУ ПЛАСТИНУ ШАРУВАТОГО НАДПРОВІДНИКА

У попередньому розділі дисертації було показано, що в пластині шаруватого надпровідника можуть існувати власні моди двох типів: поверхневі моди, поля яких експоненційно згасають від межі зразка, і хвилеводні моди, у яких електромагнітне поле осцилює упоперек надпровідних шарів. Власні моди можуть бути як симетричними, так і антисиметричними відносно середини зразка. У даному розділі дисертації вивчені аномальні резонансні ефекти, пов'язані із збудженням таких власних мод при проходженні електромагнітних хвиль крізь періодично модульовану пластину шаруватого надпровідника.

4.1. Механізми проходження електромагнітних хвиль крізь провідникові пластини

З часів перших експериментів Еббесена [94] явище посиленого проходження світла (ППС) через металеві плівки з перфорованими субхвильовими отворами є об'єктом вивчення багатьох дослідницьких груп. Це явище спостерігається в металевих (див., наприклад, роботи [106–108] і посилення в них) і надпровідникових [109–114] плівках, товщина яких у багато разів перевищує глибину скін-шару. У цих експериментах коефіцієнт проходження виявляється набагато більшим, ніж передбачає теорія Бете для електромагнітної дифракції на невеликих отворах [95]. ППС пов'язане із збудженням поверхневих хвиль, які резонансно збуджуються на

обох сторонах перфорованої плівки. Для спостереження ППС в достатньо товстій металевій пластині, очевидно, повинен існувати механізм передачі електромагнітної енергії від опромінюваної сторони пластини до протилежної.

Обговоримо два давно відомих способи зробити металеві плівки прозорими для електромагнітних хвиль. Обидва вони характерні для чистих металів при низьких температурах. Перший з них — це так званий ефект аномального проникнення електромагнітного поля в глибину металу по ланцюжку ларморівських електронних орбіт [115]. У зовнішньому постійному магнітному полі паралельно поверхні зразка електрони з достатньо великими довжинами вільного пробігу здійснюють винесення електромагнітного поля зі скін-шару і потім “повторюють” його в товщині металу, утворюючи додатковий струмовий шар на відстані порядку ларморівського діаметру D_L від поверхні зразка. У свою чергу, інші ларморівські електрони формують наступний струмовий шар на глибині $2D_L$, і так далі. Виникнення в глибині зразка струму паралельного поверхні і означає аномальне проникнення поля в метал: у середині металу з’являються сплески поля, відстані між якими визначаються розмірами траєкторій електронів. Таким чином, ларморівські електрони можуть служити носіями електромагнітної енергії крізь металеві плівки. Другий механізм перенесення електромагнітного поля пов’язаний з різними видами слабозгасаючих електромагнітних хвиль: геліконів, доплеронов, циклотронних хвиль та ін. (див., наприклад, роботи [116, 117]). За певних умов у присутності зовнішнього постійного магнітного поля слабозгасаючі хвилі можуть розповсюджуватися в металах і переносити електромагнітне поле від опромінюваної сторони пластини до протилежної.

Третім механізмом проходження електромагнітних хвиль крізь товсті металеві пластини ми називатимемо згадане вище резонансне збудження власних симетричних або антисиметричних поверхневих мод.

У даному розділі дисертації розглядається новий механізм аномального проходження електромагнітних хвиль крізь періодично модульовану надпровідникову пластину, який є свого роду комбінацією згаданих вище другого і третього

механізмів і характерний саме для шаруватих надпровідників. Цей новий механізм пов'язаний з принциповою відмінністю ДПХ в сильно анізотропних шаруватих надпровідниках від електромагнітних хвиль, що розповсюджуються в ізотропних середовищах, наприклад, в звичайних металах. На відміну від хвиль в металах, закон дисперсії ДПХ має “гіперболічну форму” [35] :

$$\frac{k_{sx}^2 \lambda_c^2}{\omega^2 / \omega_J^2 - 1} - k_{sz}^2 \lambda_{ab}^2 = 1. \quad (4.1)$$

Тут ω — частота хвилі; k_{sx} и k_{sz} — компоненти хвильових векторів вздовж і поперек надпровідних шарів, відповідно. З рівняння (4.1) бачимо, що ДПХ можуть розповсюджуватися упоперек шарів тільки при частотах $\omega > \omega_J$. Більш того, поздовжня компонента хвильового вектора k_{sx} має бути достатньо велика:

$$k_{sx} > k_c = \frac{1}{\lambda_c} \sqrt{(\omega / \omega_J)^2 - 1}. \quad (4.2)$$

Саме у цій нерівності міститься принципова відмінність ефекту ППС в металах від шаруватих надпровідників. Для металів не тільки основна хвиля з $k_{sx} = (\omega/c) \sin \theta$, але і всі дифраговані хвилі з $k_{sx} = (\omega/c) \sin \theta + ng$ експоненційно згасають до середини зразка (тут θ — кут падіння, g — період модуляції оберненої ґратки і ціле число n — дифракційний порядок). Навпаки, для шаруватих надпровідників основна (базова) хвиля з $(\omega/c) \sin \theta < k_c$ експоненційно згасає в глибину пластини, а дифраговані хвилі з $|(\omega/c) \sin \theta + ng| > k_c$ можуть розповсюджуватися упоперек шарів і, отже, можуть служити носіями електромагнітної енергії подібно до геліконів, доплеронів, і циклотронним хвилям, які описані в роботах [115–117]). Таким чином, дифракція в металах може привести до резонансного збудження симетричних або антисиметричних *поверхневих* хвиль, тоді як дифракція в шаруватих надпровідниках приводить до резонансного збудження *хвильоводних* мод, які не згасають в глибину пластини, а осцилюють упоперек шарів.

4.2. Постановка задачі

Розглянемо пластину шаруватого надпровідника завтовшки d у вакуумному оточенні. Систему координат вибираємо так, щоб кристалографічна площина ab збігалася з площиною xy , а вісь z була направлена уздовж кристалографічної вісі c . Початок координат знаходиться на верхній межі зразка. Геометрія задачі схематично представлена на рис. 4.1, де \vec{k}^i , \vec{k}^r і \vec{k}^t — хвильові вектори падаючої, відбитої і хвилі, що пройшла, відповідно; $\vec{\kappa}$ — поздовжній хвильовий вектор власної моди, що збуджується.

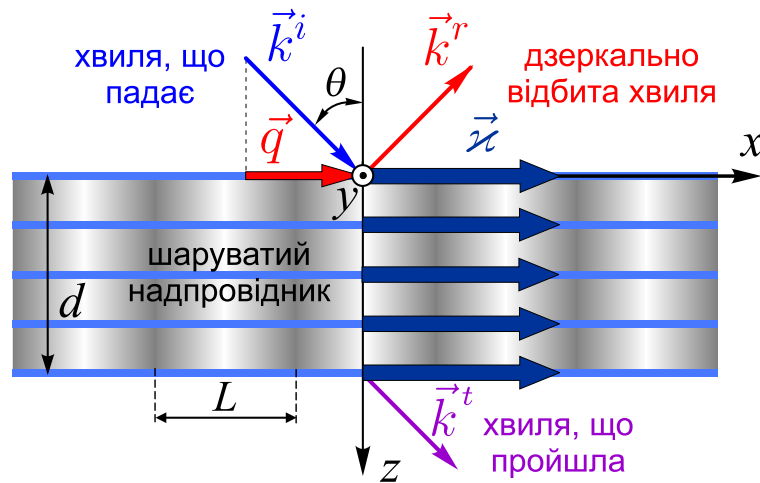


Рис. 4.1. Геометрія задачі про аномалії проходження терагерцових хвиль крізь надпровідникову пластину, що обумовлені резонансним збудженням власних мод.

Вважатимемо, що критична густина джозефсонівського струму J_c періодично промодульована уздовж шарів з просторовим періодом L . Така модуляція може бути досягнута, наприклад, іонним опромінюванням зразка покритого періодично модульованою маскою [118], або за допомогою “*pancake*” ефекту, контрольованого зовнішнім магнітним полем [119, 120]. Модуляція джозефсонівського струму приводить до утворення дифрагованих хвиль, які при резонансі збуджують власні електромагнітні моди. Слабка модуляція критичного струму приводить до того, що джозефсонівська плазмова частота ω_J також виявляється періодично модульо-

ваною уздовж вісі x з періодом L :

$$\omega_J(x) = \omega_J [1 + f \cos(gx)], \quad (4.3)$$

$$g = 2\pi/L, \quad f \ll 1.$$

Нехай верхня сторона пластини опромінюється під деяким кутом θ плоскою монохроматичною електромагнітною хвилею ТМ-поляризації, тобто хвилею, в якій електричне і магнітне поля містять наступні компоненти: $\vec{E}^{\text{inc}} = \{E_x^{\text{inc}}, 0, E_z^{\text{inc}}\}$, $\vec{H}^{\text{inc}} = \{0, H^{\text{inc}}, 0\}$. Тангенціальна і нормальна компоненти її хвильового вектора \vec{k}^i виражаються через кут падіння:

$$k_x \equiv q = k \sin \theta, \quad k_z = k \cos \theta, \quad k = \omega/c. \quad (4.4)$$

Періодична модуляція (4.3) приводить до утворення дифрагованих хвиль з x -компонентами хвильових векторів $q_n = q + ng$. Для простоти розглядатимемо випадок резонансного збудження моди з хвильовим вектором \varkappa близьким до $q_1 = q + g$ в умовах, коли виконуються нерівності $(\omega/c) \sin \theta < k_c < |(\omega/c) \sin \theta \pm g|$. Отримані результати можуть бути потім узагальнені і для резонансу в мінус першому дифракційному порядку, тобто для випадку резонансного збудження моди з хвильовим вектором близьким до $q_{-1} = |q - g|$. Таким чином, електромагнітне поле у вакуумі над надпровідником (при $z < 0$) може бути представлене у вигляді суми падаючої хвилі (з одиничною амплітудою), дзеркально відбитої хвилі (з $n = 0$) і згасаючої дифрагованої хвилі 1-го дифракційного порядку (з $n = 1$). Полем дифрагованих хвиль вищих порядків ми нехтуємо зважаючи на малість амплітуди модуляції f . Вважається також, що дифрагована хвиля у вакуумі є згасаючою ($q_1 > \omega/c$), а хвильовий вектор q_1 близький до хвильового вектора \varkappa однієї з власних мод.

Тангенціальні компоненти магнітного $H_{\text{top}}^V(x, z)$ і електричного $E_{x \text{ top}}^V(x, z)$

полів у вакуумі при $z < 0$ мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned} H_{\text{top}}^V(x, z) &= \exp(iqx + ikz \cos \theta) \\ &+ R_0 \exp(iqx - ikz \cos \theta) + R_1 \exp(iq_1 x + \varkappa_1^V z), \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} E_{x \text{ top}}^V(x, z) &= \cos \theta [\exp(iqx + ikz \cos \theta) \\ &- R_0 \exp(iqx - ikz \cos \theta) - \frac{i\varkappa_1^V}{k} R_1 \exp(iq_1 x + \varkappa_1^V z), \end{aligned} \quad (4.6)$$

де просторовий декремент загасання $\varkappa_1^V = \sqrt{q_1^2 - k^2} > 0$.

Електромагнітне поле під надпровідником ($z > d$) містить хвилю, що пройшла і неоднорідну хвилю першого дифракційного порядку,

$$H_{\text{bot}}^V(x, z) = T_0 \exp[iqx + ik(z - d) \cos \theta] + T_1 \exp[iq_1 x - \varkappa_1^V(z - d)], \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} E_{x \text{ bot}}^V(x, z) &= T_0 \cos \theta \exp[iqx + ik(z - d) \cos \theta] \\ &+ T_1 \frac{i\varkappa_1^V}{k} \exp[iq_1 x - \varkappa_1^V(z - d)]. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Електромагнітне поле в шаруватому надпровіднику визначається розподілом калібровочно-інваріантної різниці фаз $\varphi(x, z, t) \propto \exp(-i\omega t)$ параметра порядку між надпровідниковими площинами, яка задовольняє системі зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона. У континуальному і в лінійному наближенні ця система може бути записана у вигляді,

$$\left(1 - \Lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \left[\frac{\omega_J^2(x)}{\omega_J^2} (1 - i\Gamma_c) - \Omega^2\right] \varphi - \lambda_c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, \quad (4.9)$$

де ми ввели наступні позначення: $\Omega = \omega/\omega_J$, $\Lambda_{ab}^2 = \lambda_{ab}^2 (1 - i\Gamma_{ab}\Omega - \Omega^2/\gamma^2)^{-1}$, $\gamma = \lambda_c/\lambda_{ab} \gg 1$, $\omega_J(x)$ визначається з рівняння (4.3), безрозмірні частоти релаксацій

$\Gamma_{ab} = 4\pi\sigma_{ab}/\varepsilon\omega_J\gamma^2$ і $\Gamma_c = 4\pi\sigma_c/\varepsilon\omega_J$ пропорційні усередненим квазічастинковим провідностям σ_{ab} (уздовж шарів) і σ_c (упоперек шарів).

Електричне і магнітне поля в надпровіднику виражаються через фазу $\varphi(x, z, t)$ таким чином:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{2\pi D}{\Phi_0} \left(1 - \Lambda_{ab}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H^s, \quad (4.10)$$

$$E_x^s = -\frac{i}{k\varepsilon_{ab}(\Omega)} \frac{\partial H^s}{\partial z}. \quad (4.11)$$

Фаза φ може бути виключена з системи рівнянь для електромагнітних полів, і тоді електродинаміка шаруватих надпровідників описується в термінах анізотропної частотно-залежної діелектричної проникності з компонентами $\varepsilon_c(\Omega)$ і $\varepsilon_{ab}(\Omega)$ упоперек і вздовж шарів, відповідно:

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(\Omega) &= \varepsilon \left(1 - 1/\Omega^2 + i\Gamma_c/\Omega \right), \\ \varepsilon_{ab}(\Omega) &= \varepsilon \left(1 - \gamma^2/\Omega^2 + i\Gamma_{ab}\gamma^2/\Omega \right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Аналітичний розв'язок рівняння (4.9) можливий, якщо мала амплітуда модуляції, $F = f/(\Omega^2 - 1)$, $F \ll 1$, див. формулу (4.3). Далі ми знехтуємо величиною Γ_c із-за малості σ_c . Тоді для розподілу магнітного поля у середині пластини шаруватого надпровідника, при $0 < z < d$, отримуємо наступний вираз:

$$\begin{aligned} H^s(x, z) &= \Psi_0(x) [C_0^+ \exp[p_0(z - d)] + C_0^- \exp(-p_0z)] \\ &+ \Psi_1(x) [C_1^+ \exp(i\chi_1^S z) + C_1^- \exp(-i\chi_1^S z)], \end{aligned} \quad (4.13)$$

де

$$\begin{aligned} \Psi_0(x) &= \exp(iqx) - F_{01} \exp(iq_1x), \\ \Psi_1(x) &= \exp(iq_1x) + F_{01} \exp(iqx), \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned}
p_0 &= \frac{1}{\lambda_{ab}} \left(1 - \frac{i\Gamma_{ab}}{2}\right) \sqrt{1 - \frac{\lambda_c^2 q^2}{\Omega^2 - 1}} \left(1 + \frac{FF_{01}}{2} \frac{q^2}{\Omega^2 - 1 - q^2}\right), \\
\kappa_1^S &= \frac{1}{\lambda_{ab}} \left(1 - \frac{i\Gamma_{ab}}{2}\right) \sqrt{\frac{\lambda_c^2 q_1^2}{\Omega^2 - 1} - 1} \left(1 + \frac{FF_{01}}{2} \frac{q_1^2}{q_1^2 - \Omega^2 + 1}\right), \\
F &= \frac{f}{\Omega^2 - 1}, \quad F_{01} = F \frac{qq_1}{q_1^2 - q^2}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_J}.
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Тангенціальна компонента електричного поля описується формулою:

$$\begin{aligned}
E_x^s(x, z) &= i \left(1 + \frac{i\Gamma_{ab}}{2}\right) \left\{ a_0 \Psi_0(x) [C_0^+ \exp[p_0(z - d)] - C_0^- \exp[-p_0 z]] \right. \\
&\quad \left. + a_1 \Psi_1(x) [C_1^+ \exp[i\kappa_1^S z] - C_1^- \exp[-i\kappa_1^S z]] \right\},
\end{aligned} \tag{4.16}$$

де

$$a_0 = k\lambda_{ab} \sqrt{1 - \frac{\lambda_c^2 q^2}{\Omega^2 - 1}}, \quad a_1 = k\lambda_{ab} \sqrt{\frac{\lambda_c^2 q_1^2}{\Omega^2 - 1} - 1} \tag{4.17}$$

— поверхневий імпеданс для основної і дифрагированої хвиль першого порядку, відповідно.

4.3. Коефіцієнти проходження і відбиття

Умови безперервності тангенціальних компонент електричних і магнітних полів на межах $z = 0$ і $z = d$ надпровідника дають систему восьми лінійних алгебраїчних рівнянь для восьми невідомих, $R_0, R_1, T_0, T_1, C_0^+, C_0^-, C_1^+$ і C_1^- . Розв'язання цих рівнянь в загальному вигляді для довільної товщини d надпровідникової пластини досить громіздко, тому нижче ми розглянемо два граничні випадки:

- товщина пластини у багато разів перевищує глибину скін-шару ($p_0 d \gg 1$), і за відсутності модуляції прозорість пластини дорівнює нулю з експоненційною точністю;

- випадок тонкої пластини, з товщиною багато меншою ніж глибина скін-шару ($p_0 d \ll 1$).

4.3.1. Посилена прозорість товстої пластини

У випадку товстої пластини, $\exp[-p_0 d] \ll 1$, вирази для коефіцієнтів проходження і дзеркального відбиття мають наступний вигляд:

$$|T_0|^2 = \frac{4F_{01}^4 a_1^2 / \cos^2 \theta}{W^2 + B^2}, \quad |R_0|^2 = \frac{W^2 + (\varkappa_1^S d \Gamma_{ab} / 2)^2}{W^2 + B^2}, \quad (4.18)$$

де

$$W = \tan(\varkappa_1^S d) - 2a_1 k / \varkappa_1^V, \quad (4.19)$$

$$B = \varkappa_1^S d \Gamma_{ab} / 2 + 2F_{01}^2 a_1 / \cos \theta. \quad (4.20)$$

Рівняння $W = 0$ визначає спектр симетричних і антисиметричних хвилеводних власних мод в немодульованій пластині шаруватого надпровідника, тобто з $F = 0$. Слабка модуляція плазмової частоти (4.3) приводить до зсуву дисперсійних кривих і до додаткового загасання, а саме, до витoku енергії власних мод завдяки дифракції. Цей витік визначається другим доданком у виразі (4.20).

Рівняння (4.18) описують резонансне посилення прозорості для терагерцових хвиль і, відповідно, заглушення дзеркального відбиття завдяки збудженню хвилеводних мод першого дифракційного порядку. Аналогічні вирази можуть бути отримані і для мінус першого дифракційного порядку. Для цього слід замінити $q_1 = g + k \sin \theta$ на $q_{-1} = |k \sin \theta - g|$ у всіх формулах.

На рис. 4.2 продемонстровані серії резонансних піків залежностей коефіцієнтів проходження $|T_0|^2$ і відбиття $|R_0|^2$ від кута падіння θ . Три пікових

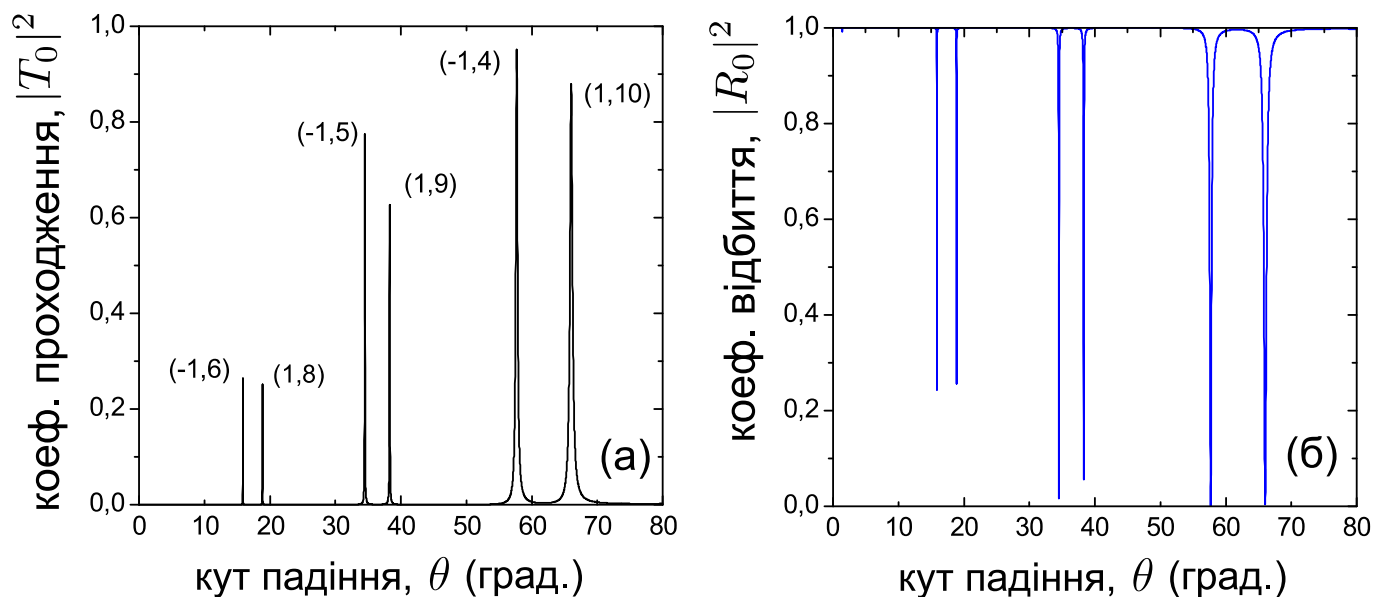


Рис. 4.2. Зависимість коефіцієнта проходження $|T_0|^2$ і коефіцієнта зеркального отраження $|R_0|^2$ від кута падіння θ при $d = \lambda_c = 10\lambda_{ab}$, $\varepsilon = 16$, $\Gamma_{ab} = 10^{-4}$, $f = 0,2$, $\Omega = 1,1$, $gc/\omega = 3$. Перша цифра в скобках показує порядок дифракції при резонансе, а друга — номер возбуждаємої волноводної моди.

значення відповідають першому порядку дифракції, коли аргумент $\kappa_1^S d$ тангенса у виразу (4.19) близький до $m\pi$, де $m = 8, 9, 10$; інші три піки відповідають мінус першому дифракційному резонансу при $\kappa_{-1}^S d \approx m\pi$ з $m = 4, 5, 6$. Перші числа в дужках вказують дифракційний порядок відповідного резонансу, а другі — номер хвилеводної моди, що збуджується. Проходження випромінювання крізь надпровідникову пластину проілюстроване на рис. 4.3 розподілом магнітного поля. Бачимо, що в нерезонансному випадку падаюча хвиля повністю відбивається і створює інтерференційну картину у вакуумі. У резонансному ж випадку майже вся енергія падаючої хвилі проходить без істотного послаблення.

4.3.2. Послаблена прозорість тонкої пластини

Розглянемо тепер випадок тонкої пластини шаруватого надпровідника (з товщиною багато меншою ніж глибина скін-шару). В цьому випадку $p_{0,1}d \ll 1$ і

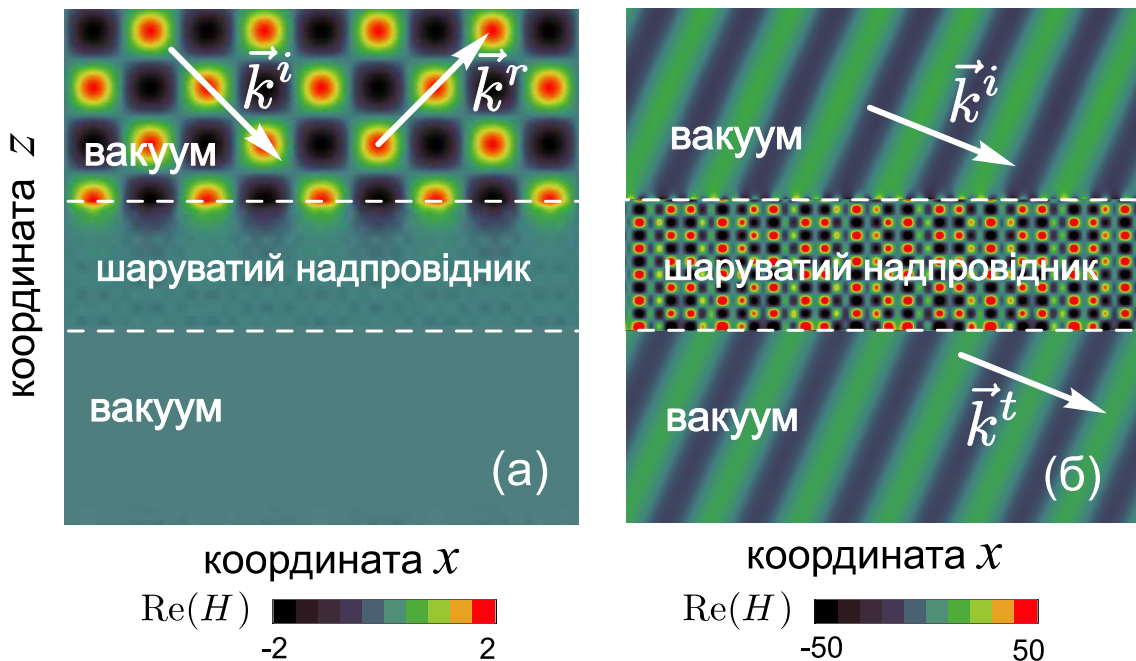


Рис. 4.3. Розподіл магнітного поля: (а) нерезонансний випадок, $\theta = 45^\circ$, і (б) резонансний випадок ($n = 1$, $\theta = 66,1^\circ$). Інші параметри задачі такі ж, як і на рис. 4.2. Область, що відповідає надпровідниковій пластині, збільшена в 10 разів уздовж вісі z .

вирази для коефіцієнтів проходження і дзеркального відбиття мають такий вигляд:

$$T_0 = \frac{\delta_0^2}{1 - \rho_0^2 \exp(2 p_0 d) - 8 F_{01}^2 \delta_0^2 / \Delta_1} + \frac{32 F_{01} F_{10} a_0 a_1 \beta_0 \beta_1}{\Delta_0 \Delta_1 - 32 F_{01}^2 a_0 a_1 \beta_0 \beta_1}, \quad (4.21)$$

$$R_0 = \frac{\rho_0 (1 - \exp(2 p_0 d))}{1 - \rho_0^2 \exp(2 p_0 d) - 8 F_{01}^2 \delta_0^2 / \Delta_1}. \quad (4.22)$$

Рівняння $\Delta_n = 0$ з

$$\Delta_n = (\beta_n + a_n)^2 \exp(-2 p_n d) - (\beta_n - a_n)^2 \quad (4.23)$$

визначає спектр власних мод в немодульованій (при $n = 0$) і модульованій (при $n = 1$) пластині шаруватого надпровідника (n – дифракційний порядок). Тут ми

ввели наступні позначення:

$$\beta_0 = \cos \theta, \quad \beta_1 = i\kappa_1^V/k, \quad (4.24)$$

$$\delta_0^2 = \frac{4\beta_0 a_0}{(\beta_0 + a_0)^2}, \quad \rho_0 = \frac{\beta_0 - a_0}{\beta_0 + a_0}. \quad (4.25)$$

Як і слід було чекати, формули (4.22), (4.21) для немодульованої пластини, тобто з $F = 0$, дають відомі френелівські коефіцієнти відбиття і проходження:

$$R_0^F = \frac{\rho_0(1 - \exp(2p_0d))}{1 - \rho_0^2 \exp(2p_0d)},$$

$$T_0^F = \frac{\delta_0^2 \exp(p_0d)}{1 - \rho_0^2 \exp(2p_0d)}, \quad \rho_0^2 + \delta_0^2 = 1. \quad (4.26)$$

Зазначимо, що рівняння $\Delta_n = 0$ визначає спектри як симетричних, так і антисиметричних власних мод.

Рівняння (4.21) в (4.22) описують резонансне заглушення прозорості тонкої пластини шаруватого надпровідника для терагерцових хвиль і, відповідно збільшення коефіцієнтів дзеркального відбиття і поглинання завдяки збудженню поверхневих мод першого дифракційного порядку. Аналогічні вирази можуть бути отримані і для мінус першого дифракційного порядку. Як показує аналіз рівнянь (4.21) в (4.22), для тонких пластин ефект заглушення прозорості найзручніше спостерігати при збудженні антисиметричних поверхневих мод. Як приклад такого ефекту ми розраховали коефіцієнти проходження $|T_0|^2$, відбиття $|R_0|^2$ і поглинання $A = 1 - |R_0|^2 - |T_0|^2$ від кута падіння θ для випадку $\lambda_{ab}/d = 10$, $\gamma = 10$, $\varepsilon = 16$, $\Gamma_{ab} = 10^{-5}$, $\Omega = 5$, $F = 0,04$, $L = 2\lambda_c$, див. рис. 4.4. Бачимо, що резонансне збудження власних електромагнітних хвиль в тонкій пластині супроводжується значним збільшенням дисипації енергії і, як наслідок, помітним зменшенням

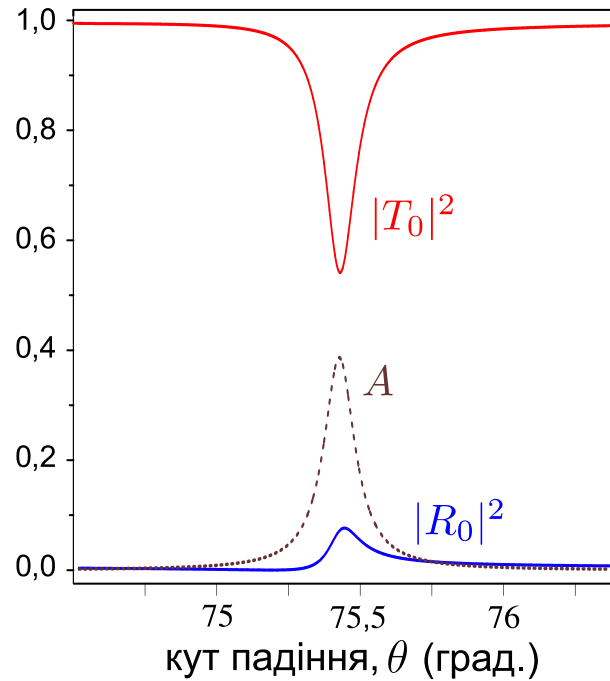


Рис. 4.4. Залежності коефіцієнтів проходження $|T_0|^2$, відбиття $|R_0|^2$ і поглинання $A = 1 - |R_0|^2 - |T_0|^2$ від кута падіння θ для $\lambda_{ab}/d = 10$, $\gamma = 10$, $\varepsilon = 16$, $\Gamma_{ab} = 10^{-5}$, $\Omega = 5$, $F = 0,04$, $L = 2\lambda_c$.

коефіцієнта проходження.

На закінчення відзначимо, що теоретичний опис електродинамічних властивостей шаруватих надпровідників на основі зв'язаних синусоїдальних рівнянь Гордона був підтверджений експериментально (див., наприклад, огляд [121] і цитовану там літературу). Більш того, передбачений в даному розділі дисертації ефект посиленої прозорості товстих надпровідних пластин був також нещодавно експериментально підтверджений [122]. На жаль, кількісне порівняння теоретичних і експериментальних даних провести неможливо, оскільки в експерименті [122] використовувався інший метод модуляції пластини шаруватого надпровідника з використанням періодично розташованих субхвильових отворів.

Висновки до розділу 4

У четвертому розділі дисертації, що написаний по матеріалах робіт [9–11]:

- модифікований метод резонансної теорії збурень для аналізу дифракції

електромагнітних хвиль в модульованих пластинах сильно анізотропних шаруватих надпровідників;

- на основі модифікованої теорії передбачено явище резонансної аномальної прозорості товстих модульованих пластин шаруватих надпровідників в терагерцовому діапазоні частот, що обумовлене дифракцією падаючих хвиль і резонансним збудженням поверхневих або хвилеводних мод;

- отримані і проаналізовані резонансні залежності коефіцієнтів відбиття і проходження терагерцового випромінювання крізь модульовану пластину шаруватого надпровідника від частоти і кута падіння;

- передбачена можливість спостереження серії резонансних піків у залежності коефіцієнта проходження від кута падіння хвилі. Положення цих піків відповідають рівності хвильового вектора дифрагированої хвилі хвильовому вектору однієї з власних хвилеводних мод;

- передбачено і проаналізовано протилежний ефект заглушення прозорості тонких модульованих пластин шаруватих надпровідників, що обумовлений резонансним збудженням власних мод.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливу задачу теоретичної фізики, а саме: знайдені загальні дисперсійні рівняння для поверхневих джозефсонівських плазмових хвиль, що розповсюджуються в шаруватих надпровідниках з урахуванням струму зміщення уздовж шарів, а також передбачено ряд нових ефектів, пов'язаних з їх збудженням. Показано, що завдяки сильній анізотропії струмової здатності джозефсонівської плазми в шаруватих надпровідниках можна спостерігати ефекти, які не спостерігаються в інших провідникових середовищах.

Основні результати дисертаційної роботи сформульовані в наступних пунктах:

1. Передбачено нову гілку в спектрі поверхневих хвиль, яка розташована вище джозефсонівської плазмової частоти. Показано, що спектр поверхневих ДПХ має частотну щілину, яка пов'язана з принциповою особливістю джозефсонівської плазми, а саме, з тим, що природа струмів вздовж і уперек надпровідникових шарів різна. Показано, що саме в цьому частотному інтервалі може спостерігатися негативний коефіцієнт заломлення (*negative refractive index*) об'ємних хвиль в шаруватих надпровідниках. Таким чином показано, що два явища — розповсюдження поверхневих хвиль і негативне заломлення об'ємних електромагнітних хвиль в шаруватому надпровіднику виявляються в деякому відношенні додатковими по відношенню один до одного. Проаналізовано нову гілку спектру ДПХ з частотами вище за джозефсонівську плазмову частоту і знайдені оптимальні умови для їх збудження.

2. Модифікована резонансна теорія збурень для дослідження збудження ДПХ в сильно анізотропній джозефсонівській плазмі. За допомогою цієї теорії розв'язано задачу про збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упо-

перек надпровідникових шарів, як у присутності, так і за відсутності зовнішнього постійного магнітного поля, методом порушеного повного внутрішнього відбиття і методом модуляції параметрів надпровідника. Знайдені оптимальні умови для збудження поверхневих ДПХ, що розповсюджуються упоперек надпровідних шарів, як в зовнішньому постійному магнітному полі, так і за його відсутності, при яких мають місце вудівські аномалії, тобто повне заглушення дзеркального відбиття терагерцових хвиль.

3. Передбачено існування власних мод двох типів в пластині шаруватого надпровідника. Одні з них є поверхневими модами, поля яких експоненційно згасають від межі зразка, а у мод іншого типу, хвилеводних, електромагнітне поле осцилює упоперек шарів. Отримано і досліджено закон дисперсії поверхневих і хвилеводних джозефсонівських плазмових мод в пластині шаруватого надпровідника в оптично м'якому і оптично щільному оточеннях. Аналітично вирішено задачу про збудження хвилеводних мод методом порушеного повного внутрішнього відбиття і знайдені оптимальні умови для збудження цих мод.

4. Побудована теорія проходження електромагнітного випромінювання крізь періодично модульовані пластини шаруватих надпровідників.

5. Передбачено явище аномальної прозорості товстих модульованих пластин шаруватих надпровідників в терагерцовому діапазоні частот, що обумовлене дифракцією падаючих хвиль і резонансним збудженням власних мод. Отримано і проаналізовано коефіцієнти відбиття і проходження терагерцового випромінювання для модульованої пластини шаруватого надпровідника, що знаходиться у вакуумі. Показано, що у залежності коефіцієнта проходження від кута падіння хвилі повинні спостерігатися серії резонансних піків. Положення цих піків відповідають рівності хвильового вектора дифрагрованої хвилі хвильовому вектору однієї з власних хвилеводних мод. Передбачено і проаналізовано протилежний ефект — резонансне заглушення прозорості тонких модульованих пластин шаруватих надпровідників, що обумовлений збудженням власних мод.

Таким чином, усі поставлені завдання виконані, і мета дисертаційної роботи

досягнута.

Одержані результати поглиблюють розуміння електродинаміки сильноанізотропних високотемпературних надпровідників і можуть бути використані при розробці різних електронних пристроїв, таких, як терагерцові детектори, аналізатори спектру, фільтри та ін.

Подяки

На закінчення хочу виразити подяку моєму науковому керівнику, доктору фіз.-мат. наук, професору, чл.-кор. НАН України Валерію Олександровичу Ямпольському за наукове керівництво, запропоновану цікаву тему досліджень, численні обговорення проблем сучасної фізики твердого тіла.

Також виражаю подяку всім своїм співавторам, доктору фіз.-мат. наук, професору, чл.-кор. НАН України Іванову Б.О., доктору фіз.-мат. наук, професору Макарову Н.М., доктору фіз.-мат. наук, професору Рахманову А.Л., професору Nori F., професору Крохіну А.А., професору Пересу Родрігесу Ф., канд. фіз.-мат. наук, доц. Любімову О. І., канд. фіз.-мат. наук Савельєву С.Є., канд. фіз.-мат. наук Гулевичу Д.Р., канд. фіз.-мат. наук Сліпченко Т.М., канд. фіз.-мат. наук Голіку В.О., Богданісу Д.А., за плідну співпрацю і участь в постановці багатьох задач. Я щиро вдячний всім співробітникам кафедри теоретичної фізики ім. І.М. Ліфшиця Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна за введення в сучасний апарат теоретичної фізики, а також співробітникам відділу теоретичної фізики Інституту радіофізики і електроніки імені О.Я. Усикова НАН України за корисні дискусії по темі дисертації і доброзичливе відношення до мене. У нашому відділі завжди панує наукова атмосфера, всі дуже привітні і готові прийти на допомогу один одному в будь-якій ситуації, це сприяє успішним науковим дослідженням.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Агранович В.М. Поверхностные поляритоны: электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред / Под ред. В.М. Аграновича, Д.Л. Миллса. — М.: Наука, 1985. — 526 с.
2. Wood R.W. On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum / R.W. Wood // *Phil. Mag.* — 1902. — V. 4. — P. 396-403.
3. Либенсон М.Н. Поверхностные электромагнитные волны оптического диапазона / М.Н. Либенсон // *Соросовский Образовательный Журнал.* — 1996. № 10. — С. 92-98.
4. Либенсон М.Н. Поверхностные электромагнитные волны в оптике / М.Н. Либенсон // *Соросовский образовательный журнал.* — 1996. № 11. — С. 103-110.
5. Savel'ev S. Surface Josephson Plasma Waves in Layered Superconductors / S. Savel'ev, V. Yampol'skii, F. Nori // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — V. 95.— P. 1870029(1)-1870029(4).
6. Surface Josephson Plasma Waves in Layered Superconductors above the Plasma Frequency: Evidence for a Negative Index of Refraction / [V.A. Golick, D.V. Kadygrob, V.A. Yampol'skii, A.L. Rakhmanov, B.A. Ivanov, and F. Nori] // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — V. 104. — P. 187003(1)-187003(4).
7. Excitation of surface plasma waves across the layers of intrinsic Josephson junctions / [D.V. Kadygrob, V.A. Golick, V.A. Yampol'skii, T.M. Slipchenko, D.R. Gulevich, and S.E. Savel'ev] // *Phys. Rev. B.* — 2009. — V. 80. — P. 184512(1)-184512(10).
8. Surface and waveguide Josephson plasma waves in slabs of layered superconductors / [T.M. Slipchenko, D.V. Kadygrob, D. Bogdanis, V.A. Yampol'skii, and A.A. Krokhin] *Phys. Rev. B* — 2011. — V. 84. — P. 224512(1)-224512(8).

9. Enhanced Transmission of Terahertz Radiation through Periodically Modulated Slabs of Layered Superconductors / [D.V. Kadygrob, N.M. Makarov, F. Perez-Rodriguez, T.M. Slipchenko, V.A. Yampol'skii] *New J. Phys.* — 2013. — V. 15. — P. 023040(1)-023040(9).
10. Аномальная прозрачность периодически модулированных пластин слоистых сверхпроводников в терагерцевом диапазоне частот / [Д.В. Кадыгроб, Н.М. Макаров, Ф. Перес Родригес, Т.М. Слипченко, О.И. Любимов, В.А. Ямпольский] // *Радиофизика и электроника* . — 2013. — Т. 4, № 18. — С. 65–70.
11. Кадыгроб Д.В. Подавленная прозрачность тонких модулированных пластин слоистых сверхпроводников в терагерцевом диапазоне частот / Д.В. Кадыгроб, В.А. Ямпольский // *Физика низких температур*. — 2014. — Т. 40, № 8. — С. 910–914.
12. Распространение электромагнитных волн в слоистых сверхпроводниках с частотой выше джозефсон-плазменной / [В.А. Голик, Д.В. Кадыгроб, В.А. Ямпольский, А.Л. Рахманов, Ф. Нори] // *Радіофізика та електроніка: ІХ Харківська конференція молодих науковців, 1-3 грудня 2009 р.: тези доп.* — Харків, 2009. — С. 63.
13. Джозефсоновские плазменные волны в слоистых сверхпроводниках / [С.С. Апостолов, Д.В. Кадыгроб, З.А. Майзелис, Т.М. Слипченко, М.А. Сорокина, В.А. Ямпольский] // *Международный Юбилейный Семинар "Современные проблемы физики твердого тела", посвященный памяти члена-корреспондента НАН Украины Э. А. Канера и 55-летию открытия циклотронного резонанса в металлах, 16-18 ноября 2011 г. : тезисы докладов.* — Харьков, 2011. — С. 15.
14. Джозефсон-плазменные волны в пленке слоистого сверхпроводника / [Т.М. Слипченко, В.А. Ямпольский, Д.В. Кадыгроб, Д. Богданис] // *Радіофізика та електроніка: ХІ Харківська конференція молодих науковців, 29 листопада - 1 грудня 2011 р.: тези доп.* — Харків, 2011. — 1 електрон. опт. диск (CD-

- ROM); 12 см.
15. Поверхностные и волноводные джозефсон-плазменные моды в пленке слоистого сверхпроводника / [Т. М. Слипченко, В.А. Ямпольский, Д.В. Кадыгроб, Д. Богданис] // Фізичні явища в твердих тілах. Матеріали X-ої Міжнародної конференції, 6-9 грудня 2011 р.: тези доп. — Харків, 2011. — С. 60.
 16. Enhanced Transmission of Terahertz Radiation through Periodically Modulated Slabs of Layered Superconductors / [D.V. Kadygrob, N.M. Makarov, F. Perez-Rodriguez, T.M. Slipchenko, V.A. Yampol'skii] // Critical Phenomena under Extreme Impact, International Workshop in celebration of 80-th Birthday of Victor V. Eremenko, September 10-13, 2012: Book of Abstracts. — Kharkov, 2012.— P. 17.
 17. Kadygrob D.V. Surface Josephson Plasma Waves in Layered Superconductors above the Plasma Frequency: Evidence for a Negative Index of Refraction / D.V. Kadygrob, V.A. Golyk // IV Young Scientists Conference, Modern Problems of Theoretical Physics, October 23-26, 2012: Book of Abstracts. — Kyiv, 2012. — P. 64.
 18. Аномальное прохождение терагерцового излучения через периодически модулированную пластину слоистого сверхпроводника / [Д.В. Кадыгроб, Н.М. Макаров, Ф. Перес Родригес, Т.М. Слипченко, В.А. Ямпольский] // Радіофізика та електроніка: XII Харківська конференція молодих науковців, 4-7 грудня 2012 р.: тези доп. — Харків, 2012. — 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см.
 19. Кадыгроб Д.В. Поверхностные джозефсоновские плазменные волны, распространяющиеся поперек сверхпроводящих слоев в слоистых сверхпроводниках / Д.В. Кадыгроб, В.А. Ямпольский // Радіофізика та електроніка: XIII Харківська конференція молодих науковців, 2-6 грудня 2013 р.: тези доп. — Харків., 2013. — 1 електрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см.
 20. Кадыгроб Д.В. Аномальная прозрачность периодически модулированных пластин слоистых сверхпроводников в терагерцевом диапазоне частот / Д.В. Кадыгроб, В.А. Ямпольский // Фізичні явища в твердих тілах. Матеріали XI-ої Міжнародної конференції, 3-6 грудня 2013 р.: тези доп. — Харків, 2013. — С. 79.

21. Brandt E. H. The flux-line lattice in superconductors / E. H. Brandt // Rep. Prog. Phys. — 1995. — V. 58, № 11. — P. 1465-1594.
22. Tachiki M. Electromagnetic phenomena related to a low-frequency plasma in cuprate superconductors / M. Tachiki, T. Koyama, S. Takahashi // Phys. Rev. B. — 1994. — V. 50. — P. 7065-7084.
23. Pokrovsky V.L. Physical effects in layered superconductors / V.L. Pokrovsky // Physics Reports. — 1997. — V. 288. — P. 325-345.
24. Mishonov M.M. Predicted plasma oscillations in the Bi₂Sr₂CaCu₂O₈ high-temperature superconductor / M.M. Mishonov // Phys. Rev. B. — 1991. — V. 44. — P. 12033-12034.
25. Tamasaku K. Charge dynamics across the CuO₂ planes in La_{2-*x*}Sr_{*x*}CuO₄ / K. Tamasaku, Y. Nakamura, S. Uchida // Phys. Rev. Lett. — 1992. — V. 69. — P. 1455-1458.
26. Tachiki M. Josephson plasma in the mixed state of High-*T_c* superconductors / M. Tachiki, T. Koyama, S. Takahashi // Chinese Journal of Physics. — 1996. — V. 34. — P. 340-346.
27. Tachiki M. Current Understanding of Josephson Plasma Theory and Experiments in HTSC / M. Tachiki, M. Machida // Physica C. — 2000. — V. 341-348. — P. 1493-1498.
28. Bulaevskii L.N. Low Frequency Magneto-optical Properties of Josephson-Coupled Superconductors / L.N. Bulaevskii, M.P. Maley, M. Tachiki // Phys. Rev. Lett. — 1995. — V. 74. — P. 801-804.
29. Optical conductivity of *c* axis oriented YBa₂Cu₃O_{6.70} : Evidence for a pseudogap / [C.C. Homes, T. Timusk, R. Liang, D.A. Bonn, W.N. Hardy] // Phys. Rev. Lett. — 1993. — V. 71. — P. 1645-1648.
30. Collective Josephson Plasma Resonance in the Vortex State of Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+ δ} / [Y. Matsuda, M. B. Gaifullin, K. Kumagai, K. Kadowaki, T. Mochiku] // Phys. Rev. Lett. — 1995. — V. 75. — P. 4512-4515.

31. Excitation of Josephson plasma and vortex oscillation modes in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ in parallel magnetic fields / [Y. Matsuda, M.B. Gaifullin, K. Kumagai, K. Kadowaki, T. Mochiku, K. Hirata] // *Phys. Rev. B.* — 1997. — V. 55. — P. R8685(1)–R8688(4).
32. Longitudinal Josephson-plasma excitation in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$: Direct observation of the Nambu-Goldstone mode in a superconductor / [K. Kadowaki, I. Kakea, M. B. Gaifullin, T. Mochiku, S. Takahashi, T. Koyama, and M. Tachiki] // *Phys. Rev. B.* — 1997. — V. 56. — P. 5617-5621.
33. Josephson plasma resonance in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta+y}$ with spatially dependent interlayer phase coherence / [N. Kameda, M. Tokunaga, T. Tamegai, M. Konczykowski, S. Okayasu] // *Phys. Rev. B.* — 2004. — V. 69. — P. 180502-180505.
34. Resonant terahertz radiation from $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ thin films by ultrafast optical pulse excitation / [Y. Tominari., T. Kiwa, H. Murakami, M. Tonouchi, H. Wald, P. Seidel, and H. Schneidewind] // *Applied Physics Letters.* — 2002. — V. 80. — P. 3147-3149.
35. Terahertz Josephson plasma waves in layered superconductors: spectrum, generation, nonlinear and quantum phenomena / [S. Savel'ev, V. A. Yampol'skii, A. L. Rakhmanov, F. Nori] // *Rep. Prog. Phys.* — 2010. — V. 73. — P. 026501(1)-026501(49).
36. Terahertz semiconductor-heterostructure laser / [R. Kohler, Alessandro Tredicucci, Fabio Beltram, Harvey E. Beere, Edmund H. Linfield, A. Giles Davies, David A. Ritchie, Rita C. Iotti, Fausto Rossi] // *Nature (London).* — 2002. — V. 417. — P. 156-159.
37. Zhang X.C. Three-dimensional terahertz wave imaging / X.C. Zhang // *Issue of Philosophical Transactions: Mathematical, Physical & Engineering Science.* — 2004. — V. 362, № 1815. — P. 283.
38. Van der Valk N.C.J. Towards terahertz near-field microscopy / N.C.J. van der Valk and P. C. M. Planken // *Issue of Philosophical Transactions: Mathematical, Physical*

- & Engineering Science. — 2004. — V. 362, № 1815. — P. 315.
39. Label-free THz sensing of genetic sequences: towards THz biochips / [P.H. Bolívar, M. Nagel, F. Richter, M. Brucherseifer, H. Kurz, A. Bosserhoff, and R. Büttner] // Issue of Philosophical Transactions: Mathematical, Physical & Engineering Science. — 2004. — V. 362, № 1815. — P. 323.
 40. Beard M.C. Terahertz Spectroscopy / M.C. Beard, G. M. Turner, and C. A. Schmuttenmaer // Journal of Physical Chemistry B — 2002. — V. 106. — P. 7146-7159.
 41. Bednorz J.G. Possible high T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system / J.G. Bednorz, K.A. Muller // Z. Physik. — 1986. — V. 64, № 2. — P. 189-193.
 42. Ginzburg V.L. On surface superconductivity / V.L. Ginzburg // Phys. Lett. — 1964. — V. 13, — P. 101(1)-102(2).
 43. Little W.A. Possibility of Synthesizing an Organic Superconductor / W.A. Little // Phys. Rev. A — 1964. — V. 134, — P. 1416(1)-1424(9).
 44. Гинзбург В. Л. Сверхпроводимость и сверхтекучесть (что удалось и чего не удалось сделать) / В.Л.Гинзбург // Успехи физических наук. — 1997. — № 167 (4). — С. 429-454.
 45. Tamm I.E. On the possible bound states of electrons on a crystal surface / I.E. Tamm // Phys. Z. Soviet Union. — 1932. — V. 1. — P. 733.
 46. Kleiner R. Intrinsic Josephson effects in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ single crystals / R. Kleiner, F. Steinmeyer, G. Kunkel, P. Muller // Phys. Rev. Lett. — 1992. — V. 68. — P. 2394-2397.
 47. Kleiner R. Intrinsic Josephson effects in high- T_c superconductors and / R. Kleiner, P. Muller // Phys. Rev. B. — 1994. — V. 49. — P. 1327-1341.
 48. From isotropic to anisotropic superconductors: A scaling approach / G. Blatter, M.V. Feigel'man, A.I. Larkin // Phys. Rev. Lett. — 1992. — V. 68. — P. 875-878.

49. Vortices in high-temperature superconductors / G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, V.M. Vinokur // *Rev. Mod. Phys.* —1994. —V. 66. — P. 1125-1388.
50. Lawrence W.E. Theory of layer structure superconductors / W.E. Lawrence, S. Doniach // *Proceedings of the Twelfth International Conference on Low Temperature Physics*, Academic Press. — Japan, 1971. — P. 361-362.
51. Chen Z. On the Lawrence-Doniach model for layered superconductors / Z. Chen, K. Hoffmann, J. Jiang // *European Journal of Applied Mathematics* : Cambridge University Press. — 1997. — V. 8. — P. 369-387.
52. Deutscher G. Critical fields of weakly coupled superconductors / G. Deutscher, Ora Entin-Wohlman // *Phys. Rev. B.* — 1978. — V. 17, — P. 1249-1252.
53. Evidence for superconductivity above 40 K in the La-Ba-Cu-O compound system / [C.W. Chu, P.H. Hor, R.L. Meng, L. Gao, Z.J. Huang, Y.Q. Wang] // *Physical Review Letters.* — 1987. — V. 58. — P. 405-407.
54. A New High- T_c Oxide Superconductor without a Rare Earth Element / [H. Maeda, Y. Tanaka, M. Fukutomi, T. Asano] // *Jpn. J. Appl. Phys.* — 1988. — V. 27. — P. L209-L210.
55. Superconductivity at 90 K in the Tl-Ba-Cu-O System / [Z.Z. Sheng, A.M. Hermann, A.El Ali, C. Almasan, J. Estrada, T. Datta, R.J. Matson] // *Phys. Rev. Lett.* — 1988. — V. 60, № 10. — P. 937-940.
56. Superconductivity at 94°K in $\text{HgBa}_2\text{CuO}_{4+\delta}$ / [S.N. Putilin, E.V. Antipov, O. Chmaissem, M. Marezio] // *Nature.* — 1993. — V. 362. — P. 226-228.
57. Sakai S. Fluxons in thin-film superconductor-insulator superlattices / S. Sakai, P. Bodin, N.F. Pedersen // *J. Appl. Phys.* — 1993. — V. 73. — P. 2411-2314.
58. Reflectivity and Microwave Absorption in Crystals with Alternating Intrinsic Josephson Junctions / [Ch. Helm, L. N. Bulaevskii, E. M. Chudnovsky, M. Maley] // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — V. 89. — P. 057003(1)-057003(4).

59. Time-dependent equations for phase differences and a collective mode in Josephson-coupled layered superconductors / [L.N. Bulaevskii, M. Zamora, D. Baeriswyl, H. Beck, J. R. Clem] // *Phys. Rev. B.* — 1994. — V. 50. — P. 12831-12834.
60. Koyama T. I-V characteristics of Josephson-coupled layered superconductors with longitudinal plasma excitations / T. Koyama, M. Tachiki // *Phys. Rev. B.* — 1996. — V. 54. — P. 16183-16191.
61. Theory of the superconducting phase and charge dynamics in intrinsic Josephson-junction systems: microscopic foundation for longitudinal Josephson plasma and phenomenological dynamical equations / [M. Machida, T. Koyama, A. Tanaka, M. Tachiki] // *Physica C.* — 2000. — V. 331. — P. 85-96.
62. Kim Yu.H. Collective Josephson vortex dynamics in long Josephson junction stacks / Yu.H. Kim, J. Pokharel // *Physica C.* — 2003. — V. 384. — P. 425-436.
63. Artemenko S.N. Excitation of plasma oscillations during the motion of Josephson vortices in layered superconductors / S.N. Artemenko, S.V. Remizov // *JETP Lett.* — 1997. — V. 66. — P. 853-859.
64. Artemenko S.N. Stability, collective modes and radiation from sliding Josephson vortex lattice in layered superconductors / S.N. Artemenko, S.V. Remizov // *Physica C.* — 2001. — V. 362. — P. 200-204.
65. Shafranjuk S.E. Penetration of ac fields into anisotropic layered superconductors / S.E. Shafranjuk, M. Tachiki, T. Yamashita // *Phys. Rev. B.* — 1997. — V. 55. — P. 8425-8429.
66. Helm Ch. Optical properties of layered superconductors near the Josephson plasma resonance / Ch. Helm, L. N. Bulaevskii // *Phys. Rev. B.* — 2002. — V. 66. — P. 094514(1)-094514(23).
67. Ryndyk D.A. Collective Dynamics of Intrinsic Josephson Junctions in High- T_c Superconductors / D.A. Ryndyk // *Physical Review Letters.* — 1998. — V. 80. — P. 3376-3379.

68. Gurevich A. Charge Effects and Josephson Plasma Resonance on Planar Defects in High-Temperature Superconductors / A. Gurevich, M. Tachiki // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — V. 83. — P. 183-186.
69. Static charge coupling of intrinsic Josephson junctions / [Ch. Helm, J. Keller, Ch. Peris, A. Sergeev] // *Physica C.* — 2001. — V. 362. — P. 43-50.
70. Shukrinov Y.M. Current–voltage characteristics of intrinsic Josephson junctions with charge-imbalance effect / Y.M. Shukrinov, F. Mahfouzi // *Physica C.* — 2007. — V. 460. — P. 1303-1304.
71. Koshelev A.E. Role of in-plane dissipation in dynamics of a Josephson vortex lattice in high-temperature superconductors / A. E. Koshelev // *Physical Review B.* — 2000. — V. 62. — P. R3616-R3619.
72. Лихарев К.К. Введение в динамику джозефсоновских переходов / К.К. Лихарев. — Москва: Наука. Физматлит, 1985. — 320 с.
73. Кулик И.О. Свойства сверхпроводящих микромостиков в чистом пределе / И.О. Кулик, А.Н. Омелянчук // *Физика низких температур.* — 1997. — Т. 3. — С. 945.
74. Свидзинский А.В. Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости / А.В. Свидзинский. — М.: Наука, 1982. — 309 с.
75. Beenaker C.B. Josephson current through a superconducting quantum point contact shorter than the coherence length / C.B. Beenaker // *Phys. Rev. Lett.* — 1991. — V. 66. — P. 3056-3059.
76. Шлапак Ю.В. Джозефсоновские свойства прозрачных туннельных контактов / Ю.В. Шлапак, А.Л. Касаткин, Э.М. Руденко // *Физика низких температур.* — 2000. — Т. 26, № 11. — С. 1073-1076.
77. Savel'ev S. Analogs of nonlinear optics using Tera-Hertz Josephson plasma waves in layered superconductors / S. Savel'ev, A.L. Rakhmanov, V.A. Yampol'skii, F. Nori // *Nature.* — 2006. — V. 2. — P. 521-525.

78. Nonlinear Josephson plasma waves in slabs of layered superconductors / [V. A. Yampol'skii, Sergey Savel'ev, T.M. Slipchenko, A.L. Rakhmanov, F. Nori] // *Physica C*. — 2008. — V. 468. — P. 499-502.
79. Hysteretic jumps in the response of layered superconductors to electromagnetic fields / [V.A. Yampol'skii, T.M. Slipchenko, Z.A. Mayzelis, D.V. Kadygrob, S. Savel'ev, F. Nori] // *Phys. Rev. B*. — 2008. — V. 78 — P. 184504(1)-184504(6).
80. Latishev Yu.I. Probing quasiparticle dynamics in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ with a driven Josephson vortex lattice / Yu.I. Latishev, A.E. Koshelev, L.N. Bulaevskii // *Phys. Rev. B*. — 2003. — V. 68. — P. 134504(1)-134504(10).
81. Charge-imbalance effects in intrinsic Josephson systems / [S. Rother, Y. Koval, P. Muller, R. Kleiner, D. A. Ryndyk, J. Keller, and C. Helm] // *Phys. Rev. B*. — 2003. — V. 67. — P. 024510(1)-024510(8).
82. Layered superconductors as negative-refractive-index metamaterials / [A.L. Rakhmanov, V.A. Yampol'skii, J.A. Fan, F. Capasso, F. Nori] // *Phys. Rev. B*. — 2010. — V. 81. — P. 075101(1)-075106(6).
83. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ , / В.Г. Веселаго // *Успехи физических наук*. — 1967. — Т. 92, № 7. — С. 517–526.
84. Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity / [D.R. Smith, W.J. Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser, S. Schultz] // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — V. 84. — P. 4184–4187.
85. Shelby R.A. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction / R.A. Shelby, D.R. Smith, S. Schultz // *Science*. — 2001. — V. 292. — P. 77-79.
86. Веселаго В.Г. О формулировке принципа Ферма для света, распространяющегося в веществах с отрицательным преломлением / В.Г. Веселаго // *Успехи физических наук*. — 2002. — Т. 172. — С. 1215–1218.

87. Веселаго В.Г. Электродинамика материалов с отрицательным коэффициентом преломления / В.Г. Веселаго // Успехи физических наук. — 2003. — Т. 173. — С. 790–794.
88. Comment on “Wave Refraction in Negative-Index Media: Always Positive and Very Inhomogeneous” / J.B. Pendry, D.R. Smith // Phys. Rev. Lett. — V. 90. — P. 029703.
89. Тинкхам М. Введение в сверхпроводимость / М. Тинкхам — М.: Атомиздат, 1980. — 312 с.
90. Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников / В.В. Шмидт. — М.: МЦНМО, 2000. — 402 с.
91. Conductivity coherence factors in the conventional superconductors Nb and Pb / [O. Klein, E.J. Nicol, K. Holczer, G. Grüner] // Phys. Rev. B. — 1994. — V. 50. — P. 6307-6316.
92. Mattis D.C. Theory of the Anomalous Skin Effect in Normal and Superconducting Metals / D.C. Mattis, J. Bardeen // Phys. Rev. — 1958. — V. 111. — P. 412-417.
93. Joannopoulos J.D. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light / J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, J.N. Winn — Princeton Univ. Press, 2008. — 286 p.
94. Ebbesen T.W. Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays / [T.W. Ebbesen, H.J. Lezec, H.F. Ghaemi, T. Thio, P.A. Wolff] // Nature.— 1998. — V. 391. — P. 667-669.
95. Bethe H.A. Theory of diffraction by small holes // Phys. Rev. — 1944. — V. 66, N 7-8. — P.163-182.
96. Кац А.В. Резонансное оптическое просветление металлических пленок с периодической модуляцией / [А.В. Кац, А.Ю. Никитин, М.Л. Нестеров, Ю.В. Блудов] // Радиопизика и электроника. — 2004. — Т. 9, № 3. — С. 567-579.
97. Kats A.V. Nonzeroth-order anomalous optical transparency in modulated metal films owing to excitation of surface plasmon-polaritons: An analytical approach / [A.V. Kats, A.Yu. Nikitin] // Pis'ma v ZhETF. — 2004. — V. 79, N 12. — P. 762-768.

98. Surface plasma waves across the layers of intrinsic Josephson junctions / [V.A. Yampol'skii, D.R. Gulevich, S. Savel'ev, F. Nori] // *Phys. Rev. B.* — 2008. — V. 78. — P. 054502.
99. Ландау Л.Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. — Т. 3. — 768 с.
100. Kats A.V. Theory of resonant diffraction in periodic impedance structures / A.V. Kats, P.D. Pavitskii, I.S. Spevak // *Sov. Phys. JETP.* — 1994. — V. 78, № 1. — P. 42-48.
101. Excitation of surface Josephson plasma waves in layered superconductors / [A.V. Kats, A.Yu. Nikitin, M.L. Nesterov, F. Nori, S. Savel'ev, T.M. Slipchenko, V.A. Yampol'skii] // *Phys. Rev. B.* — 2007. — V. 76. — P. 224504.
102. Resonance effects due to the excitation of surface Josephson plasma waves in layered superconductors / [A.V. Kats, A.Yu. Nikitin, M.L. Nesterov, F. Nori, S. Savel'ev, T.M. Slipchenko, V.A. Yampol'skii] // *Phys. Rev. B.* — 2009. — V. 79. — P. 214501
103. Doria M. M. Anti-symmetric plasma mode in superconducting films / M. M. Doria, F. Parage, O. Buisson // *Europhys. Lett.* — 1996. — V. 35, № 6. — P. 445.
104. Doria M.M. Plasma waves in anisotropic superconducting films below and above the plasma frequency / [M.M. Doria, G. Hollauer, F. Parage, O. Buisson] // *Phys. Rev. B* — 1997. — V. 56, — P. 2722-2731.
105. Doria M.M. Collective oscillations in superconducting thin films in the presence of vortices [M.M. Doria, Flávio M.R. dAlmeida, O. Buisson] // *Phys. Rev. B* — 1998. — V. 57. — P. 5489-5495.
106. Zayats A.V. Nano-optics of surface plasmon polaritons / A.V. Zayats, I.I. Smolyaninov, A.A. Maradudin // *Phys. Rep.* — 2005. — V. 408. — P. 131-314.
107. Genet C. Light in tiny holes / C. Genet, T.W. Ebbesen // *Nature.* — 2007. — V. 445. — P. 39-46.

108. Light passing through subwavelength apertures / F.J. Garcia-Vidal, L. Martin-Moreno, T.W. Ebbesen, L. Kuipers // *Rev. Mod. Phys.* — 2010. — V. 82. — P. 729-787.
109. Superconducting plasmonics and extraordinary transmission / [A. Tsiatmas, A.R. Buckingham, V.A. Fedotov, S. Wang, Y. Chen, P.A.J. de Groot, N.I. Zheludev] // *Applied Physics Letters*. — 2010. — V. 97. — P. 111106.
110. Terahertz superconducting plasmonic hole array / [Z. Tian, R. Singh, J. Han, J. Gu, Q. Xing, J. Wu, W. Zhang] // *Opt. Lett.* — 2010. — V. 35. — P. 3586–3588.
111. Extraordinary terahertz transmission in superconducting subwavelength hole array / [J. Wu, H. Dai, H. Wang, B. Jin, T. Jia, C. Zhang, C. Cao, J. Chen, L. Kang, W. Xu, P. Wu] // *Optics Express*. — 2011. — V. 19. — P.1101-1106.
112. Low-loss terahertz superconducting plasmonics / [A. Tsiatmas, V.A. Fedotov, F.J.G. de Abajo, N.I. Zheludev] // *New J. Phys.* — 2012. — V. 14. — P. 115006.
113. Surface plasmon polaritons assisted transmission in periodic superconducting grating / [H. Lee, J. Shyu, L. Horng, J. Wu] // *J. Vac. Sci. Technol. B* — 2011. — V. 29, — P. 04D105(1)-04D105(4).
114. C-axis Josephson plasma resonance observed in $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ superconducting thin films by use of terahertz time-domain spectroscopy / [V.K. Thorsmolle, R.D. Averitt, M.P. Maley, L.N. Bulaevskii, C. Helm, A.J. Taylor] // *Opt. Lett.* — 2001. —V. 26. — P. 1292-1294.
115. Канер Э.А. Аномальное проникновение электромагнитного поля в металл и радиочастотные размерные эффекты / Э.А. Канер, В.Ф. Гантмахер // *Успехи физических наук*. — 1968. — Т. 94, № 2. — С. 193-241.
116. Канер Э.А. Электромагнитные волны в металлах в магнитном поле / Э.А. Канер, В.Г. Скобов // *Успехи физических наук*. — 1966. — Т. 89, № 7. — С. 367-408.
117. Platzman P.M. Waves and interactions in solid state plasmas / Platzman P.M. and Wolff P.A. // New York, Academic Press. — 1973. — P. 304.

118. Modification of vortex behavior through heavy ion lithography / [W.K. Kwok, R.J. Olsson, G. Karapetrov, U. Welp, V. Vlasko-Vlasov, K. Kadowaki, G.W. Crabtree] // *Physica C*. — 2002. — V. 382. — P. 137-141.
119. Koshelev A. E. Crossing Lattices, Vortex Chains, and Angular Dependence of Melting Line in Layered Superconductors / A. E. Koshelev // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — V. 83. — P. 187-190.
120. London theory of the crossing vortex lattice in highly anisotropic layered superconductors / S.E. Savel'ev, J. Mirkovi'c, K. Kadowaki // *Phys. Rev. B*. — 2001. — V. 64. — P. 094521.
121. Laplace Y. Josephson plasmonics in layered superconductors / Y. Laplace, A. Cavalleri // *Journal Advances in Physics: X*. — 2016. — V. 1. — P. 387-411.
122. The dynamic process and microscopic mechanism of extraordinary terahertz transmission through perforated superconducting films / [J.B. Wu, X. Zhang, B.B. Jin et al] // *Scientific Reports, Nature*. — 2015. — V. 5. — P. 15588.