

## ПРОЦЕССЫ С ОБОСТРЕНИЕМ И ДРОБЛЕНИЕ МАСШТАБОВ В ПЛАЗМЕННО-ПОЛЕВЫХ СТРУКТУРАХ

*С.В. Адаменко*

*Лаборатория электродинамических исследований «Протон-21»,  
Довженко 14, Киев, Украина.*

*тел./факс: 38- 044-2416763, enr30@enran.com.ua*

*А.В. Пащенко, И.Н. Шаповал*

*ННЦ "Харьковский физико-технический институт", Харьков-61108, Украина,  
тел./факс: 0572-352598, shiva@vl.kharkov.ua*

*В.Е. Новиков*

*НТЦ Электрофизической обработки НАНУ, а. я. 61002, Харьков, Украина.  
nve@vl.kharkov.ua*

Проанализировано распространение тепла по электронной системе при воздействии на нее с поверхности потоков энергии и изучены процессы с обострением. При выполнении некоторых условий на потоки электронов и ионов в системе уравнения Максвелла и уравнений среды с цилиндрической и сферической симметрией возникают квазистационарные плазменно-полевые структуры с пространственным масштабом, уменьшающимся от периферии к центру. Такое дробление масштабов приводит к существенному увеличению поля и его неоднородности.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Плазменно-полевые структуры возникают при воздействии мощных источников энергии на макроскопические плазменные объекты. Примерами подобных физических объектов являются: плазменный фокус, пинчевые плазменные образования, структуры в плазме плазменных размыкателей, солитонные образования в плазме и т.д. При рассмотрении макроскопических потоков в таких системах существенны нелинейные явления, возможны процессы с обострением.

Как известно, одной из важных проблем в физике плазмы является создание экстремально больших коллективных электрических полей в плазме, необходимых для целого ряда приложений. В частности, эта проблема существенна для осуществления коллективных методов ускорения заряженных частиц [1]. Существуют многие методы создания больших коллективных полей в плазме. Обычно они связаны с возбуждением регулярных линейных и нелинейных плазменных колебаний. Целью нашей работы является изучение некоторых новых возможностей получения экстремально высоких полей в плазме, которые возникают в результате развития нелинейных процессов.

Среди нелинейных процессов, приводящих к экстремальным значениям параметров плазмы, основными являются процессы с обострением для термодинамических параметров плазмы [2-3] и образование нелинейных структур [4]. При образовании структур в плазме существенную роль играют электродинамические процессы.

Основной смысл режимов с обострением заключается в том, что поступление энергии и вещества в

систему происходит быстрее, чем их диссипация. В результате происходит концентрация энергии и вещества. Для анализа процессов с обострением в плазме необходимо совместно с эволюцией термодинамических параметров (таких как плотность энергии и вещества) рассматривать и эволюцию электродинамических параметров (например, потенциалов полей). Такое описание рассматриваемых процессов и приводит к возникновению плазменно-полевых структур, составленных из виртуальных катодов и анодов с пространственным масштабом, уменьшающимся от периферии к центру или оси системы ([5-7]). Такое дробление масштабов приводит к существенному увеличению поля и его неоднородности.

Отметим, что эффекты, связанные с возникновением структур виртуальных электродов, настолько существенны, что уже с середины прошлого века проводятся специальные национальные программы, как для исследования физики процессов, так и для их практического использования. Например, в ИТТ Farnsworth Research Corporation, в результате выполнения программы "fuzor", специально открытой в 1966 г. для доказательства существования структуры виртуальных катодов и анодов в плазме, такие структуры были зарегистрированы.

На основе установки "fuzor" был создан источник нейтронов. Стационарная установка при приложенной разности потенциалов в 90 кВ и токе 40 мА давала стабильный и управляемый выход нейтронов  $10^{10}$  в секунду в течение более одной минуты [5]. Стало ясно, что ключевым вопросом для таких систем становится не осуществление генерации нейтронов, а физическая основа явления.

Физические процессы, сопровождающиеся режимами с обострением и дроблением масштабов, могут быть реализованы в диодах с игольчатыми электродами [9]. Для исследования особенностей динамики пучков заряженных частиц в диодах с остриями электродами нами разработаны специальные численные и численно-аналитические методы исследования [10-12]. В настоящей работе приведены некоторые результаты применения этих методов для анализа процессов в диодах с остриями электродами.

Далее рассмотрена структура полей и плотностей в приосевой области (для систем с цилиндрической и сферической симметриями), следуя методу анализа структуры полей и плотностей заряженных частиц, развитому для плоской геометрии в работе [8].

## 2. ЭВОЛЮЦИЯ ПЛОТНОСТИ ВЕЩЕСТВА АНОДА ПРИ ОБЛУЧЕНИИ ЕГО ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

Рассмотрим физические процессы в цилиндрическом аноде диода при приложении к его катод-анодному промежутку высоковольтного импульсного напряжения наносекундной длительности. Характерные зависимости разности потенциалов в катод-анодном промежутке и тока через диод от времени изображены на рис. 1.

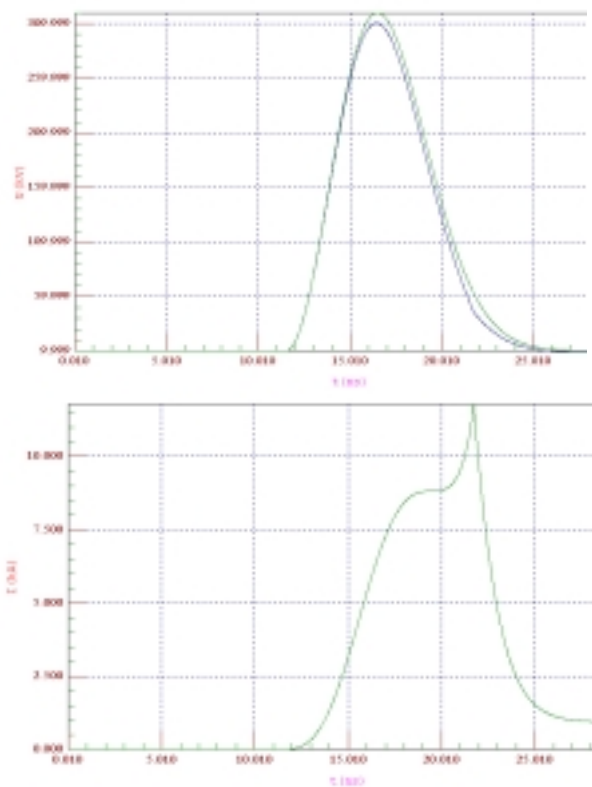


Рис. 1. Импульсы напряжения и тока в зависимости от времени

При фокусировке электронного пучка вблизи анода возникает потенциальная яма для ионов, в

которую ионы и затягиваются, образуя плотный плазменный сгусток. Плотность ионов в сгустке порядка плотности сфокусировавшихся электронов пучка. При повышении тока в системе происходит фокусировка пучка и стягивание его к оси.

Электронный пучок, влетающий в анод и прианодную плазму вместе с ионами отдачи, вызывает давление на анод (см. рис. 2). За время импульса на поверхность анодной иглы падает достаточное количество энергии, чтобы осуществить испарение верхнего слоя материала и создать давление порядка нескольких мегабар на поверхности.

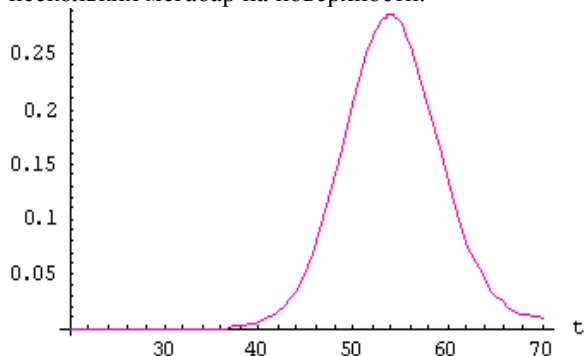


Рис. 2. Импульс потока мощности на боковой поверхности анода в зависимости от времени

Это давление, прежде всего из-за скорости процесса, передается электронной подсистеме. В электронной подсистеме возбуждается электронно-звуковая волна, эволюционирующая по мере движения к центру в ударную электронно-звуковую волну. Импульс потока мощности на боковую поверхность анода в зависимости от времени является источником в уравнениях для электронной температуры.

Система уравнений, описывающая эти процессы, состоит в простейшем изотропном случае из уравнения сохранения энергии для электронной подсистемы:

$$\rho C_v \frac{\partial T_e}{\partial t} = -\text{div} \vec{W}_e - v_{ei}(T_e - T_i) + Q_{beam}, \quad (1)$$

уравнения для релаксации теплового потока по электронной подсистеме

$$\tau \frac{\partial \vec{W}_e}{\partial t} + \vec{W}_e = -\kappa_e \text{grad} T_e, \quad (2)$$

где  $\tau = \tau_0 T^{\alpha_1} \rho^{\beta_1}$  – время релаксации теплового потока, равное по порядку величины времени свободного пробега частицы;  $\kappa = \kappa_0 T^{\alpha} \rho^{\beta}$  – коэффициент теплопроводности;  $\rho$  – плотность вещества;  $v_s$  – скорость звука;  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения;  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $C_v$  – теплоемкость вещества. Показатели степени в зависимостях коэффициентов переноса от температуры

определяются состоянием вещества. Для случая плазмы  $b = b_1 = 0$ ,  $a = 5/2$ ,  $a_1 = 3/2$ .

Передача энергии от электронной подсистемы к ионной обеспечивается высокой частотой электрон-ионных столкновений. Для ионной подсистемы высокая электронная температура и плотность энергии электронной подсистемы в области анодного ядра является источником, и в результате ионная температура описывается уравнениями:

$$\vec{W}_i = -\kappa_i \text{grad } T_i; \quad (3)$$

$$\rho_i C_v \frac{\partial T_i}{\partial t} = -\text{div} \vec{W}_i + v_{ei}(T_e - T_i). \quad (4)$$

Уравнения сохранения энергии и уравнение релаксации потока энергии будем анализировать в цилиндрической системе координат с учетом только динамики в радиальном направлении. Справедливость этого подхода обеспечивается тем, что поперечные размеры системы много меньше продольных, и импульс давления квазиоднороден вдоль поверхности анода.

Уравнения для электронной подсистемы приобретают вид:

$$\tau \frac{\partial W}{\partial t} + W + \kappa \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad (5)$$

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{W}{r} = Q. \quad (6)$$

Для упрощения анализа этих уравнений в цилиндрической системе координат введем замены переменных

$$P(x, t) = rW(r, t), \quad T(r, t) = T(x, t),$$

$$r/r_0 = e^{-x}. \quad (7)$$

В новых переменных имеем

$$\tau \frac{\partial P}{\partial t} + P - \kappa \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (8)$$

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} - e^{2x} \frac{\partial P}{\partial x} = Q. \quad (9)$$

Введем безразмерные величины для основных физических параметров. Поток будем измерять в единицах максимального потока электронного пучка

$$P_0 = \frac{10^7 I_{\max}(a) U_{\max}(v)}{2\pi r_0(\text{cm})},$$

температуру – в ха-

рактерных термоядерных величинах  $T_0 = 10^9 \text{ K}$ , длины в радиусах анода, а время – во временах

$$\tau_* = \frac{r_0}{c_s},$$

где  $c_s$  – скорость звука. Безразмерные величины далее будем обозначать так же, как и размерные. Тогда

$$\frac{\partial P}{\partial t} = k_1 T \frac{\partial T}{\partial x} - k_3 \frac{P}{T^{3/2}}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k_2 e^{2x} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (11)$$

где  $k_1 = \frac{\kappa_0 T_0^2 \tau_*}{\tau_0 P_0}, k_2 = \frac{P_0}{\rho C_v T_0 \tau_*},$

$$k_3 = \frac{\tau_*}{\tau} = \frac{\tau_*}{\tau_0 T_0^{3/2}}.$$

В начале процесса, когда только начинает расти поток мощности пучка, слагаемое с производной от потока по времени очень мало, и работает традиционное приближение.

Следует отметить, что при малых темпах роста потока мощности это приближение нелинейного уравнения теплопроводности остается справедливым в течение всего процесса.

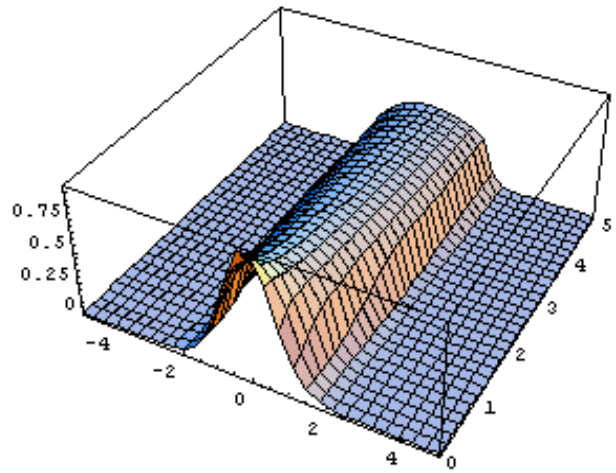


Рис.3. Решение нелинейного уравнения теплопроводности для начального гауссова распределения температуры

Само уравнение теплопроводности в этом случае имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k_2 k_1}{k_3} e^{2x} \frac{\partial}{\partial x} \left( T^{5/2} \frac{\partial T}{\partial x} \right). \quad (12)$$

Это уравнение, несмотря на свою видимую простоту, содержит многие физические эффекты. Его решение локализуется (см. рис. 3). На рисунке изображено решение нелинейного уравнения теплопроводности для гауссового импульса возмущения. В этом же направлении действует и неоднородность совместно с нелинейностью.

Когда темп роста плотности потока энергии пучка велик, слагаемые с производными оказываются определяющими, и мы имеем нелинейную систему уравнений в следующем виде:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = k_1 T \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = k_2 e^{2x} \frac{\partial P}{\partial x}. \quad (13)$$

Из этой системы уравнений можно получить уравнение гиперболического типа для температуры :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \frac{k_2 k_1}{2} e^{2x} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (14)$$

Это уравнение может быть решено методом разделения переменных. Запишем температуру в виде:

$$T(x, t) = u(t) v(x). \quad (15)$$

Подставляя в уравнение и разделяя переменные, получим уравнения для функций  $u(t)$  и  $v(x)$  :

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = s u^2; \quad \frac{k_1 k_2}{2} e^{2x} \frac{d^2 v^2}{dx^2} = s v. \quad (16)$$

$$T(x, t) \approx 0.26 (s^4 (t^2 + 2tt_0 + t_0^2))^{1/5} * \\ * \frac{1}{s} \sqrt{36v_0^2 + 3Q_0 x + 18 \frac{sv_0}{k} x^2 - 3 \frac{s(4v_0^2 - Q_0)}{kv_0} x^3}. \quad (17)$$

По этому решению легко восстанавливается выражение плотности потока мощности.

При эволюции температуры достигается предел сублимации на некотором радиусе  $r$ , и при дальнейшей эволюции внутри этой области распространяется ударная волна по сублимированному веществу. Температура вещества и его плотность могут быть выражены аналогичными соотношениями (но с заменой электронных характерных времен и коэффициентов теплопроводности на соответствующие величины для вещества).

В результате решения приведенной выше системы уравнений можно получить динамику радиуса этого плазменного ядра. Зависимость его величины от времени показана на рис. 4. Поток сильно концентрируется у оси системы, вблизи которой существует и область с высокой температурой килоэлектронвольтового диапазона.

Разогрев электронной подсистемы в области ядра анода, как указывалось уже выше, является источником энергии для ионной подсистемы анода.

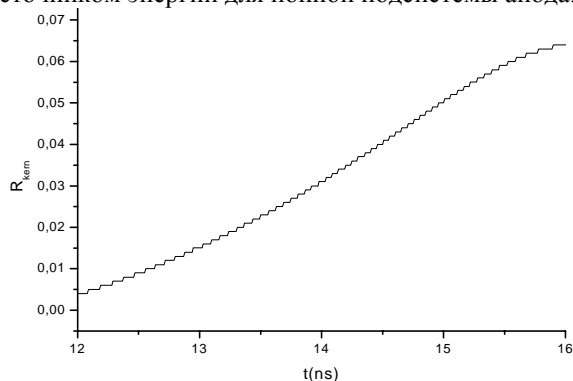


Рис. 4. Зависимость радиуса сублимации от времени

Дальнейшая эволюция плазменного ядра связана с развитием неустойчивости, приводящей к пространственной неоднородности возникшего плазменного образования. На нелинейной стадии возникают плазменно-полевые структуры.

### 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Для структуры полей в плазменно-пучковых системах существенным являются особенности совместной динамики электронных и ионных потоков. Например, в [11] показано существенное влияние на структуру полей гидродинамического потока ионов, взаимодействующего с электронным релятивистским потоком, который имел хаотическую (температурную) компоненту. Во многих случаях, например, в плазменно-пучковых разрядах, необходимо рассматривать температурные компоненты как у электронов, так и у ионов. От того, какой вклад в динамику заряженных частиц более существенен – гидродинамический и/или кинетический, зависит тип возникающей плазменно-полевой структуры. В частности, при учете макроскопических параметров (температура, ток, давление и т.д.) могут иметь место системы двойных слоев: ионно-звуковой, электронно-звуковой или магнитно-звуковой природы [7-8]. В некоторых случаях эти двойные слои могут представлять собой систему виртуальных электродов, образующихся на фоне режимов с обострением.

При образовании нелинейных структур в рассматриваемой здесь электродинамической системе важную роль играют не только электрические явления, но и магнитные. Протекание тока достаточно большой величины приводит, в общем случае, к сложной трехмерной динамике, которая в простейших случаях проявляется в пинчевании и образовании вихревых структур. Эти процессы оказывают влияние и на фазовые переходы в веществе анода. В настоящей работе мы приводим результаты только динамики в радиальном направлении, что позволяет в уравнениях движения не учитывать магнитную составляющую силы и продемонстрировать наиболее ясно возникновение структур и больших полей в плазме.

Таким образом, будем рассматривать область, занятую плазмой, образовавшейся в центре анода, с потоками электронов и ионов. Рассмотрим ионный пучок с тепловой компонентой и электронный пучок без температурных добавок. Квазистационарные состояния плазмы описываются системой уравнений, состоящей в гидродинамическом приближении из уравнений непрерывности

$$\text{div}(n_e \vec{v}_e) = 0, \quad \text{div}(n_i \vec{v}_i) = 0 \quad (18)$$

и уравнения движения для электронов и ионов. Эти уравнения движения при рассмотрении только радиальных движений можно один раз проинтегрировать и получить уравнения сохранения энергии:

$$\frac{m_e}{2} \vec{v}_e^2 - e\varphi = \frac{m_e}{2} v_0^2; \quad \frac{m_i}{2} \vec{v}_i^2 + Ze\varphi = T_i. \quad (19)$$

Система замыкается уравнением для полей в виде уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi = 4\pi e(n_e - Z n_i). \quad (20)$$

Наибольший интерес представляют плазменные образования с высокой симметрией.

### 3.1. ДРОБЛЕНИЕ МАСШТАБОВ В ЭЛЕКТРОН- ИОННОЙ СИСТЕМЕ

Ниже рассмотрим случаи цилиндрической симметрии. В этом случае система уравнений (18-20) упрощается и приводится к одному уравнению для потенциала:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{d\Psi}{dr} \right) = \frac{\beta_e}{\sqrt{1+\Psi}} - \frac{\beta_i}{\sqrt{1-\eta\Psi}}, \quad (21)$$

где  $\Psi = \frac{2e\phi}{m_e v_{e0}^2}$ ,  $\eta = \frac{Z m_e v_{e0}^2}{m_i v_{i0}^2}$ ,  $\beta_e = \frac{2eI_e}{m_e v_{e0}^2 l_a v_{e0}}$ ,

$\beta_i = \frac{2eI_i}{m_i v_{i0}^2 l_a v_{i0}}$ ,  $I_e, I_i$  – электронный и ионный ток,

$l_a$  – длина анода.

В этом уравнении существуют колебательные решения. При определенных соотношениях энергии и токов в электронном и ионном компонентах колебательные решения представляют собой систему виртуальных электродов [11]. Типичное решение уравнения (21), имеющее колебательный характер, приведено на рис. 5.

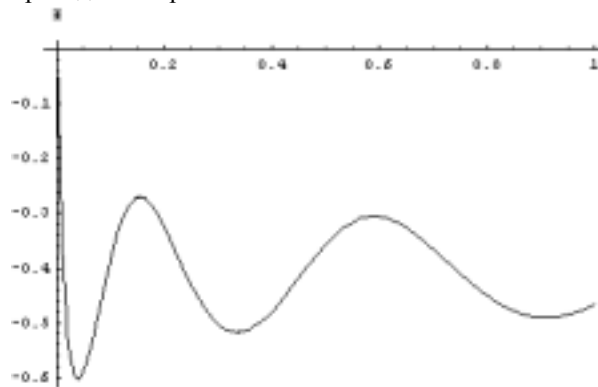


Рис.5. Структура потенциала в относительных единицах в цилиндрической области плазмы с виртуальными электродами

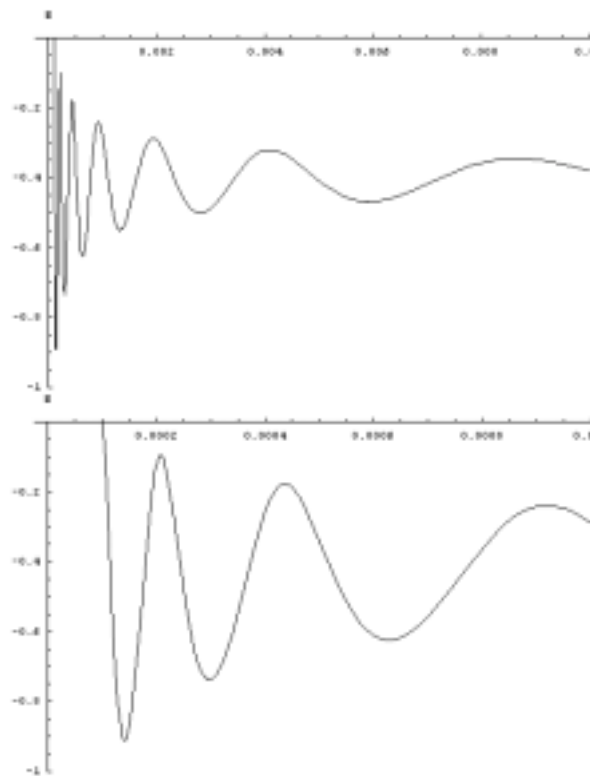
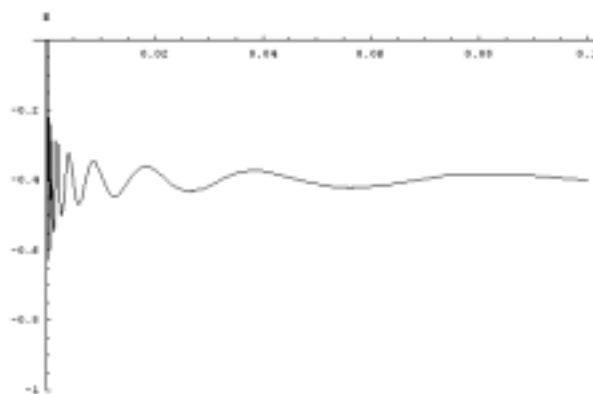


Рис.6. Структура потенциала в относительных единицах в сферической области плазмы с виртуальными электродами

### 3.2. ОСОБЕННОСТИ СФЕРИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ

В образованиях со сферической симметрией уравнения (18-20) имеют особенности, приводящие к более резкому, чем в цилиндрическом случае, уменьшению масштаба потенциала вблизи центра.

Нелинейное уравнение для потенциала в этом случае имеет вид:

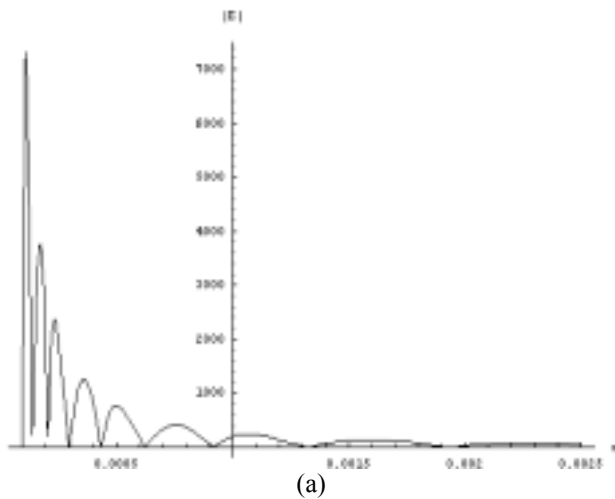
$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Psi}{dr} \right) = \frac{\beta_e}{\sqrt{1+\Psi}} - \frac{\beta_i}{\sqrt{1-\eta\Psi}}. \quad (22)$$

Решение уравнение при тех же параметрах, как и решение на Рис.5, изображено на рис. 6.

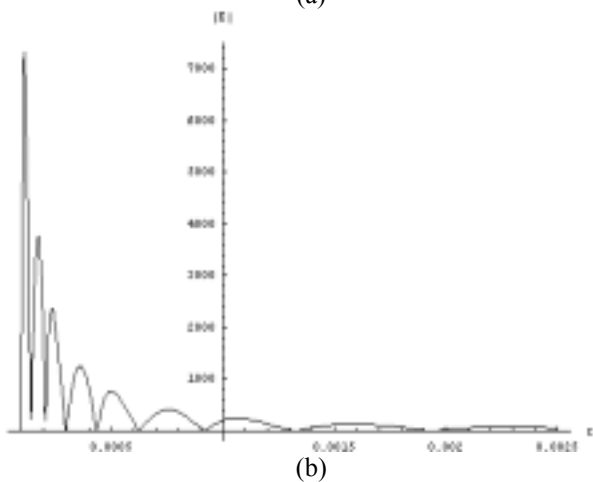
Для центральной области  $r \approx 0$  и  $\Psi \approx -1 + \epsilon$  это уравнение приводится к уравнению Эмдена-Фаулера

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dy}{dr} \right) = \beta_e y(r)^{-1/2}, \quad (23)$$

которое может быть проанализировано очень подробно [13]. Асимптотика при  $r \rightarrow 0$  имеет вид  $y(r) = ar^b$ . Согласно общим теоремам, приведенным в [13], характерные масштабы колебаний при приближении к центру уменьшаются. Структура виртуальных электродов (см. рис. 6) обладает свойствами подобия (образует фрактальную структуру).



(a)



(b)

Рис.7. Зависимость характерного масштаба структуры (a) и электрического поля (b) от радиуса

На рис. 7a изображена зависимость характерного масштаба структуры от радиуса, а на рис. 7b изображена зависимость электрического поля от радиуса.

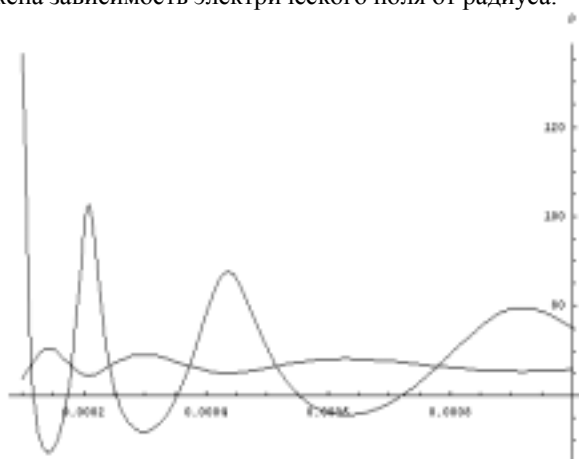


Рис.8. Структура плотности ионов и электронов в относительных единицах в сферической области плазмы с виртуальными электродами

За счет уменьшения масштабов и увеличения амплитуды колебаний при приближении к оси системы, электрические поля в плазме могут достигать

очень больших величин. Плотность электронного и ионного компонента также образует структуру с уменьшающимся к центру масштабом. Структуры электронного, ионного компонента и потенциала несколько сдвинуты относительно друг друга по фазе. Как видно из рис. 8, плотность ионного компонента возрастает вблизи оси более чем на два порядка, а амплитуда поля почти на четыре порядка по сравнению с плотностью и полями на периферии.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены некоторые особенности возникновения и эволюции плазмы в аноде диода с острыми электродами. Проанализировано распространение тепла по электронной системе при воздействии на нее с поверхности потоков энергии и изучены процессы с обострением.

Показано, что при выполнении определенных условий на электронные и ионные потоки, возникает самосогласованная структура с уменьшением пространственного масштаба при приближении к оси. Уменьшение масштаба обеспечивает резкий рост полей и плотностей в этой неоднородной структуре. Полученные соотношения устанавливают связь между плотностями, полями и другими макроскопическими характеристиками системы. Эти соотношения позволяют управлять характеристиками образующихся структур. Отметим, что важным для некоторых приложений является то, что в пределах каждого периода увеличение плотности сопровождается и увеличением электрического поля.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Б. Файнберг. Плазменная электроника и плазменные методы ускорения заряженных частиц // *Физика плазмы*. 2000, т. 26, № 4, с. 362.
2. А.А. Самарский, В.А. Галактионов, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов. *Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений*. М.: Наука. 1987. 480 с.
3. Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов, А.А. Самарский. Локализация термоядерного горения в плазме с электронной теплопроводностью // *Письма в ЖЭТФ*. 1977, т.26, вып. 9, с. 620-624.
4. П. Гленсдорф, И. Пригожин. Термодинамическая структура, устойчивости и флуктуации // М.: Мир. 1973. 478 с.
5. IIT Farnsworth Research Corporation // *Отчет 1967 г. по проекту "FUSOR"*.
6. О.А. Лаврентьев. Исследование электромагнитной ловушки // *Магнитные ловушки*. Киев: Наукова Думка, 1968, с. 77.
7. А.В. Пашенко, Б.Н. Руткевич. Стационарные электронные и ионные потоки в короткозамкнутом диоде // *ВАНТ*, 1976, вып.1(5).
8. В.Д. Шафранов // *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций*. М.: Изд-во АН СССР, 1958, т.4, с.61

9. С.В. Адаменко, В.А. Стратиенко, А.В. Пашенко и др. Исследование транспортировки электронных пучков через диэлектрические капилляры // *Труды 8-й Межд. конф. КрыМиКо*'. 1998, Севастополь, Украина.
10. А.В. Пашенко, В.Е. Новиков, И.Н. Шаповал. Интегральный электромагнитный код ИЕМС (Integral Electromagnetic Code) для исследования нелинейных нестационарных электродинамических задач // *Труды 11-й Межд. Конф. КрыМиКо*'. 2001, Севастополь, Украина. с.535.
11. А.В. Пашенко, В.Е. Новиков, И.Н. Шаповал. Ионная динамика и электродинамические структуры при транспортировке РЭП по диэлектрическому каналу // *Труды 11-й Межд. Конф. КрыМиКо*'. 2001, Севастополь, Украина, с. 531.
12. А.В. Пашенко, В.Е. Новиков, И.Н. Шаповал и др. Численно-аналитический метод для исследования транспортировки и фокусировки тонких электронных пучков в электродинамических структурах // *Труды 11-й Межд. Конф. КрыМиКо*'. 2001, Севастополь, Украина, с. 538.
13. Р. Беллман. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений // М.: Иностранная Литература, 1954, 216 с.